

Горан Д. Милановић
<https://orcid.org/0009-0009-2474-098X>
Крушевац

УДК 51:37.091.33-027.22:792.091
DOI 10.46793/Uzdanica23.1.069M

Стручни рад
Примљен: 11. новембар 2025.
Прихваћен: 23. март 2026.

РЕКОНСТРУКЦИЈА АНТИЧКЕ ПИЈАЦЕ КАО МОДЕЛ АКТИВНОГ УЧЕЊА МАТЕМАТИКЕ У МЛАЂИМ РАЗРЕДИМА

Айспиракџи: Савремена настава математике све више тражи начине да апстрактне појмове приближи ученицима кроз смислене и животно релевантне ситуације. У том контексту овај теоријски рад представља модел реконструкције античке пијаце као контекст за активно учење аритметике у млађим разредима. Ослањајући се на Виготског, Брунера и реалистично математичко окружење, предлаже се низ јасно структурираних сценарија у којима ученици преузимају улоге продавца, купца, агораном и хроничара. Кроз симулиране ситуације (мерење, купопродаја, кусур, попусти, претварање мерних јединица) развијају се основне рачунске операције, мерење и мере, проценти и пропорције, али и социјалне и комуникацијске вештине. Помоћу интегративног модела наставе математика се повезује са историјом, језиком, ликовном културом, информатиком и грађанским васпитањем. Разматрани су потенцијални изазови (материјално-просторни услови, организација часа, диференцирање задатака), уз предложене мере њиховог ублажавања попут: ротације улога, укључивања родитеља / школске заједнице итд. Модел нуди практичан и флексибилан оквир који приближава математику реалном животу и подстиче трајно разумевање појмова, уз препоруку за даља емпиријска испитивања ефеката на ученичке компетенције.

Кључне речи: активно учење, интегративна настава, аритметика, античка пијаца, реалистично математичко образовање.

УВОД

Савремена настава математике у млађим разредима све се више удаљава од традиционалног модела фронталног преношења знања у коме је ученик пасивни прималац информација, посматрач, а наставник једини извор знања. Савремена дидактика подстиче промену улога: ученик постаје активан учесник у конструисању сопственог знања, док наставник има улогу организатора, медијатора и мотиватора процеса учења (Hattie 2012). Иако се настава све више усмерава ка активном учењу и савременим стратегијама,

вредност историјског наслеђа остаје непроцењива. Напротив, историја математике може постати снажан извор инспирације и мотивације, помажући ученицима да увиде како су се математички појмови и поступци обликовали кроз векове. У том смислу, све је већа примена активности које код ученика подстичу истраживање, дискусију и примену наученог у реалним или симулираним ситуацијама (Ivić, Pešikan, Antić 2003). На такав приступ се ослањају и Дејић и Михајловић (2014) наглашавајући да увођење историјских садржаја у наставу математике омогућава ученицима да схвате порекло појмова и поступака, што развија способност критичког мишљења и јача мотивацију за учење.

Како истичу Ћетковић и Филиповић (2006), активна улога ученика у процесу учења математике посебно добија на значају када се наставни садржај повезује са искуствима из свакодневног живота и ситуацијама које су ученицима блиске, чиме се обезбеђује дубље разумевање и трајније памћење градива. Један од посебно ефикасних начина за такву врсту наставе јесте интегративни модел наставе, јер пружа богат контекст за усвајање математичких појмова, омогућава повезивање апстрактних идеја са практичним активностима и искуством заједнице, што је посебно важно за млађе ученике (Dejić, Mihajlović 2015). Неки од бројних примера таквог приступа, који спаја историјски контекст са активним учењем, јесте модел античке агоре – централне пијаце у градовима старе Грчке, која је представљала економску, културну и друштвену „позорницу” на којој су се одвијале трговина, јавне дебате, сусрети грађана и размена информација. У том окружењу математика је била жива, примењена и непосредно присутна у свакодневним активностима (Perović 2017; Netz 2002). Тако је, на пример, куповина житарица подразумевала мерење, рачунање цене и кусура, а трговина тканинама укључивала процену дужине и ширине, што представља конкретне аритметичке задатке.

ИСТОРИЈА И КУЛТУРА АНТИЧКЕ ПИЈАЦЕ

Агора је у античкој Грчкој била много више од места за размену добара – представљала је центар економског, политичког, културног и друштвеног живота полиса¹. Њен положај у средишту града није био случајан: физички је повезивала све делове насеља, а симболички представљала срце заједнице (Cartwright 2018). На јавним просторима античког света, попут пијаца и тргова, математика је била свакодневна активност – од мерења и рачунања

¹ Појам *полис* (грч. πόλις) означава античку грчку град-државу, самосталну политичку и друштвену заједницу која је обухватала градско језгро и околну територију. Полиси су били независни, са сопственим законима, управом и институцијама, а представљали су основну јединицу политичког, економског, културног и војног живота у античкој Грчкој.

до организације друштвених догађаја – чиме су се развијале математичке вештине и стицала функционална математичка писменост (Živanović 2012).

Трговина је обухватала разноврсну робу: житарице, уље, вино, керамику, тканине, накит, али и ретке предмете из прекоокеанских крајева – зачине, воће, стакло и полудраго камење (ASCSA 2020; Hansen 2006). Овај избор указује на развијене трговачке везе и сложену економску структуру, док примери из свакодневице попут куповине житарица, мерења тканина или процене количине робе показују да је математика била дубоко укоренења у животу заједнице (Gordić, Lazić, Milošević 2022).

Агора је функционисала по утврђеним правилима. Постојале су државне ваге и тегови, а агораномии су контролисали мерење и квалитет робе (Ratzan 2023), што указује на значај „фер трговине“, а археолошки налази потврђују постојање тегова и новчића са јасно означеном вредношћу (Lang 1964). Употреба артефаката, попут абакуса и тегова, сведочи о значају мерења и стандардизације, али и о могућностима учења кроз практичне ситуације (Maričić, Lazić 2020). Ови материјални остаци не само да сведоче о развијеном систему мерења и промета новца, већ и указују на могућности за учење кроз практичне ситуације – оно што бисмо данас назвали активним учењем.

Агора је имала и образовну улогу. Млади су кроз посматрање и учење у трговини усвајали основне рачунске операције (Connor, Robertson 2023), а деца су помажући одраслима стицала знања у аутентичном окружењу (Bishop 1988), што показује да је математика била део свакодневног живота. Културни значај агоре превазилазио је трговину. Ту су се одржавале политичке скупштине, суђења и свечаности, у оквиру којих је математика имала примену у процени времена, броју учесника и планирању трошкова (Cartledge 2009). Може се закључити да је агора била простор преплитања економских, политичких, културних и образовних активности, у коме је математика служила као средство организације тих процеса (Perović 2017; Katz 2009), па овај увид представља основу за разматрање интеграције елемената античке пијаце у савремену наставу.

ТЕОРИЈСКА ОСНОВА АКТИВНОГ УЧЕЊА МАТЕМАТИКЕ

Активно учење у савременој дидактици дефинише се као процес у којем ученик активно учествује у конструисању сопственог знања, уместо да га пасивно прима од наставника (Ivić, Pešikan, Antić 2003; Prince 2004). У настави математике овај приступ омогућава развој истраживачких вештина, сарадњу и решавање проблема у контексту блиском свакодневном животу ученика (Šetković, Filipović 2006), чиме знање постаје применљиво и функционално. Да би се овај приступ остварио, потребни су наставни материјали

који подстичу радозналост и могућност избора. Милинковић, Ђокић и Дејић (2008) истичу да проблемске ситуације у уџбеницима подстичу истраживање и самостално мишљење, док наставник има улогу модератора. У наставној пракси у Србији овакви материјали су недовољно заступљени јер се настава често ослања на затворене задатке, што ограничава креативно мишљење, па је потребно ослонити се на теоријске моделе који подржавају активну улогу ученика.

Теоријске основе овог приступа налазе се у културно-историјској теорији Виготског, према којој се когнитивни развој одвија у социјалној интеракцији и уз помоћ културних артефаката² (Vygotsky 1978). У настави математике, наставни сценарији и материјали делују као артефакти који подржавају „зону наредног развоја” и омогућавају ученицима да уз подршку решавају сложеније задатке (Chaiklin 2003). Брунеров концепт спиралног курикулума (Bruner 1996) наглашава да математичке теме треба постепено враћати на вишем нивоу сложености, чиме се гради трајно разумевање (Vulović 2011). Овакав приступ омогућава обраду истих садржаја на различитим дидактичким нивоима, у складу са узрастом ученика. Према реалистичном математичком образовању (Freudenthal 1991; Gravemeijer, Doorman 1999), ученици најбоље усвајају појмове кроз смислене проблеме из свакодневног живота. Такав приступ повећава мотивацију и смањује отпор према математици (Boaler 2002).

Симулација античке агоре може да представља пример овог приступа, јер омогућава откривање математичких идеја у познатом контексту. Елементи игре и експеримента додатно подржавају овај модел. Чернош (2012) показује да улоге и моделовање подстичу откривање математичких правилности, док Блумова таксономија (Anderson, Krathwohl 2001) указује на развој виших когнитивних нивоа. Овакве активности подстичу и развој социјалних вештина (Vasojević 2020), што је посебно важно у раној математичкој едукацији.

Интердисциплинарност представља важну предност. Модел „античке пијаце” повезује математику са другим областима, наглашавајући њен културни карактер (Bishop 1988). За успешну примену неопходно је прилагођавање наставе различитим могућностима ученика, што је кључна одлика ефикасне наставе (Dejić, Milenković 2016). Синтеза ових теоријских полазишта – социјално-културног учења (Vygotsky 1978), спиралног развоја знања (Bruner 1996) и контекстуалног учења (Freudenthal 1991) представља основу за осмишљавање наставних модела који подстичу активно учешће ученика, повезивање садржаја и примену математике у реалним ситуацијама.

² У културно-историјској теорији Виготског „артефакт” означава сваки културни производ – било материјални (нпр. наставна помагала, алати) или симболички (нпр. језик, математички записи) – који служи као посредник у процесу мишљења и учења (Vygotsky, 1978).

ИНТЕГРАТИВНИ ПРИСТУП КАО ТЕМЕЉ НАСТАВНЕ РЕКОНСТРУКЦИЈЕ АНТИЧКЕ ПИЈАЦЕ

Интегративни наставни модел представља савремену педагошку концепцију у којој се садржаји из различитих области повезују у смислену целину, омогућавајући ученицима стицање функционалног и применљивог знања. Спремић (2007) истиче да овакав приступ развија способност сагледавања проблема из више перспектива, док Минић и Јовановић (2020) наглашавају његов значај за мотивацију и креативност ученика, јер подстиче активно трагање за смислом, а не усвајање изолованих појмова.

Према Цекић Јовановић (2021), интегрисана настава подстиче сарадњу, критичко мишљење и повезивање знања, што је посебно значајно у млађим разредима, где ученици учење доживљавају као целину. Због тога се овај модел све више посматра као основа савремене наставе која повезује теорију и праксу. У контексту овог рада, реконструкција античке агоре представља пример примене интегративног модела. Ученици преузимају различите улоге и истражују историјски и друштвени контекст, истовремено решавајући математичке проблеме. Овакав приступ омогућава откривање математичких идеја у смисленим животним ситуацијама и доприноси трајнијем разумевању знања. Применљивост интегративне наставе потврђује и Милорадовић (2019), указујући на могућност повезивања различитих предмета у јединствену наставну целину, што показује флексибилност овог модела. Стога интегративни наставни модел у овом раду представља суштинску идеју која повезује теорију активног учења и практичну реализацију реконструкције античке агоре, дајући раду јасну педагошку структуру и повезаност са савременим приступима настави математике.

МЕТОД

Овај теоријски рад представља теоријско-аналитичко и методичко истраживање, усмерено на конципирање наставног модела заснованог на реконструкцији античке пијаце. Полази од тезе да античка агора може послужити као идејни модел за креирање наставних активности у којима се аритметика учи кроз животно значајне ситуације. Циљ овог рада је да се на основу релевантних историјских, педагошких и методичких извора представи концепт наставе аритметике у млађим разредима који се темељи на реконструкцији античке пијаце. Истраживачка питања којима се рад бави су следећа.

1. Које су историјске, економске, васпитне и образовне функције античке пијаце и како их можемо веродостојно представити ученицима?
2. Како концепт активног учења омогућава примену интегративног модела у настави математике?
3. Које су кључне предности, а која су ограничења оваквог приступа са становишта дидактике математике?

Предложени наставни модел конструисан је на основу анализе релевантне научне и стручне литературе, историјских извора о функционисању античке агоре, као и савремених дидактичких приступа који наглашавају активну улогу ученика у процесу учења. Приликом конструисања модела узети су у обзир следећи критеријуми: узрасна примереност ученицима млађих разреда, усклађеност са наставним исходима, могућност примене у реалним школским условима, потенцијал за развој функционалне математичке писмености, као и могућност интеграције са другим наставним предметима.

Теоријски оквир рада почива на конструктивистичким приступима (Bruner, 1996), културно-историјској теорији развоја (Vygotsky 1978) и концепту реалистичног математичког образовања (Freudenthal 1991), при чему је фокус на симулираним животним ситуацијама које приближавају математику реалном животу. Додатно, рад узима у обзир истраживања из области историје математике (Dejić, Mihaјlović 2014; Dejić, Mihaјlović 2015; Maričić, Lazić 2020; Gordić, Lazić, Milošević 2022), која показују да интеграција историјских садржаја у настави значајно доприноси разумевању појмова.

РЕКОНСТРУКЦИЈА АНТИЧКЕ ПИЈАЦЕ КАО НАСТАВНА АКТИВНОСТ

Замишљена реконструкција у учионици почиње пажљивим преуређењем простора и креирањем амбијента који подсећа на атинску агору. Клупе се могу распоредити у низове, полукругове или у „улице”, при чему свака група представља штанд са одређеном врстом робе: житарице, воће, поврће, грнчарија, тканине, накит или уље и вино. За што већу аутентичност, наставник може користити пластичне реплике хране, тканине у ролнама, посуде и текове, као и картонске или пластичне „драхме”³ у различитим вредностима. Маричић и Лазич (2020) наглашавају да употреба верних реплика историј-

³ Драхма је била сребрни новчић и основна новчана јединица у античкој Грчкој. Користила се у трговини и плаћању услуга, а њена вредност и тежина варирале су у различитим градовима-државама и временским периодима. У Атини је стандардна драхма тежила око 4,3 грама сребра.

ских предмета у настави има двоструку улогу: повећава мотивацију ученика кроз елемент игре и истовремено омогућава разумевање апстрактних појмова мере и вредности кроз искуство. Додатно, како наводе Ћетковић и Филиповић (2006), такви модели наставе подстичу активну улогу ученика у стицању знања и развијају њихову способност да математичке садржаје повежу са свакодневним животом. У циљу даљег јачања истраживачке активности ученика, наставник може ученицима задати да у оквиру домаћег рада истраже како је изгледала античка агора, да пронађу и анализирају визуелне приказе пијаце, као и начин распоређивања тезги и организацију трговачког простора. Оваква активност омогућава ученицима да продубе разумевање историјског контекста и активније учествују у реконструкцији наставне ситуације.

ПОДЕЛА УЛОГА

Ученици добијају улоге које се ротирају како би свако учествовао у различитим активностима:

- Продавци – представљају робу, одређују цену, мере и враћају кусур;
- Купци – планирају куповину, одлучују шта ће купити у складу са буџетом који добију, преговарају о цени и контролишу тачност мерења;
- Агораноми – „службеници” задужени за проверу прецизности мере и исправности трговине, што омогућава увођење теме стандардизације мера у наставу и дискусију о значају фер трговине у историјском и савременом контексту;
- Хроничари – бележе ток догађаја, праве мини-репортаже или цртеже, чиме се развијају и ликовне вештине, писменост и креативност.

Оваква ротација улога омогућава интеграцију математичког учења са развојем комуникацијских и социјалних вештина (Petrović, Mrđa, Lazić 2010), али и грађанских компетенција, јер ученици уче да поштују правила и препознају неправилности.

МАТЕМАТИЧКИ САДРЖАЈИ

Реконструкција омогућава интеграцију многих аритметичких садржаја: сабирање и одузимање цена робе, множење и дељење при куповини више производа, процену количине и вредности, мерење тежине и поређење са стандардном мером, претварање мера, рачунање попушта са проценатима и друго.

Ови садржаји се прилагођавају узрасту ученика – у нижим разредима фокус је на основним операцијама, а у вишим на процентима, пропорцијама и сложенијим проценама (Gordić, Lazić, Milošević 2022). Када се у истом

контексту постепено уводе све сложенији задаци: на пример, од једноставног израчунавања цене до примене процената или поређења понуда, ученици корак по корак стичу сигурност у свом математичком размишљању, истовремено одржавајући високу мотивацију за рад, што им омогућава и активно учење.

ПРЕДЛОЗИ СЦЕНАРИЈА

1. МЕРЕЊЕ ТКАНИНЕ (ДРУГИ РАЗРЕД)

У оквиру реконструкције античке пијаце, један део ученика преузима улогу продаваца тканине, док други ученици имају улогу купаца. Продавци на располагању имају „ролне тканине” (траке од папира или платна) и мере их помоћу лењира или траке обележене у центиметрима и дециметрима. Купци добијају задатке у виду једноставних захтева, на пример: „Купи 30 cm тканине за мараму” или „Потребно ти је 1 dm тканине за каиш”. Задатак продаваца је да правилно измере и одсеку тражену дужину, док купци проверавају да ли су добили одговарајућу меру. Наставник може увести и једноставне ситуације у којима је потребно упоредити дужине (нпр. ко је купио више тканине) или сабрати више мањих дужина (нпр. 20 cm + 30 cm). На овај начин ученици увежбавају мерење дужине, разликовање и повезивање јединица мере – центиметар и дециметар, као и основне операције сабирања и поређења бројева до 100. Активност се може додатно обогатити увођењем једноставних „грешака у мерењу”, где продавци намерно или случајно одмере мању или већу дужину, а ученици имају задатак да уоче неправилност и исправе је. На тај начин се подстиче развој пажње, прецизности и критичког односа према добијеним резултатима, као и разумевање значаја тачног мерења у свакодневном животу.

2. ОСНОВНА КУПОВИНА (ТРЕЋИ РАЗРЕД)

Ученици добијају почетни буџет у „драхмама” – на пример, по 50 – и списак производа за куповину са ценама. Поред драхми, у купопродају се уводе и *оболи* (1 драхма = 6 обола) као мања новчана јединица. Задатак купаца је да купују намирнице са свог списка, а задатак продаваца да наплате робу и прецизно врате кусур, користећи и драхме и оболе. Наставник може увести и изазов да се део цена изрази у оболима, чиме ученици вежбају претварање јединица (нпр. 2 драхме и 3 обола = 2,5 драхми). Додатни бодови се могу освојити ако купци успеју да искористе сав новац без прекорачења буџета. На овај начин, поред основних операција сабирања и одузимања, ученици развијају и вештину претварање јединица новца, као и снажљивост у руковању новцем (Vulović 2011).

3. НЕСТАНДАРДНИ ТЕГОВИ (ТРЕЋИ РАЗРЕД)

Наставник уноси у активност тегове који не одговарају стандардним мерама – на пример, тег од 1 килограма који у ствари има 0,9 килограма.⁴ Задатак ученика који глуме *аџораноме* јесте да мерењем открију неправилност и објасне које последице нетачне мере могу имати у трговини – од финансијске штете за купца до нарушеног поверења у продавца. Ученици могу да упореде добијене резултате са званичним стандардним мерним јединицама, запишу своја запажања и предложе мере за спречавање таквих неправилности (нпр. редовна провера мера и вага). Оваква активност подстиче разговор о потреби стандардизације мера, развија критичко мишљење и уводи теме о правима потрошача у савременом друштву, али и о поштеној трговини у прошлости. Наставник може проширити активност тако што ће увести и друге примере намерно погрешних мера (нпр. запреминске мере или мерење тканине), чиме ученици увежбавају прецизно мерење, упоређивање и израчунавање разлике у вредностима.

4. УВОЗНА РОБА (ТРЕЋИ РАЗРЕД)

Део продавца нуди робу која потиче из „другог града-државе” и означена је у другачијим мерама или валутама од оних које се користе у „домаћој” агори. Задатак купаца је да изврше претварање ових мера у домаћи систем (систем у агори) и израчунају коначну цену, при чему могу користити табеле односа мера и валута које им обезбеђује наставник. Ова активност се може додатно обогатити увођењем реалних историјских података: на пример, да у једном граду једна мина⁵ износи 436 грама, а у другом 450 грама, како би ученици увидели да мере нису увек биле уједначене. На тај начин вежбају прерачунавање, пропорције и процену, али и стичу увид у значај стандардизације мера и валута.

5. ПИЈАЦА НА ДАН СВЕЧАНОСТИ (ЧЕТВРТИ РАЗРЕД)

Поводом „празника” у античком граду, продавци нуде робу по сниженим ценама. Ученици имају задатак да израчунају цену након различитих попушта (нпр. 10%, 20% или 50%), при чему се нагласак ставља на разумевање практичне примене процената у свакодневним ситуацијама. Наставник може увести и симулацију „акцијских понуда”, где се истовремено нуди више производа са различитим снижењима, као и упоредне цене исте робе на два „штанда” од којих је један са попустом и један без попушта. Ученици затим процењују исплативост куповине, узимајући у обзир не само проце-

⁴ У настави се повремено користе намерно одступајуће „мере” (нпр. 11 означено, а стварно $\approx 0,91$) као дидактичко средство за развој разумевања мерења, калибрације и поштене трговине.

⁵ Мина (*mina* на старогрчком) била је јединица за тежину и новчану вредност у античкој Грчкој и другим медитеранским културама.

нат умањења, већ и почетну цену производа. Поред тога, могуће је увести и ситуације са „лажним попустима” где је цена пре снижења намерно увећана, како би ученици критички процењивали понуђене информације и научили да проверавају да ли је попуст заиста повољан. Оваква активност, осим што увежбава примену процената, развија и финансијску сналажљивост, способност поређења података и доношења одлука на основу више критеријума, што представља важан сегмент математичке и функционалне писмености.

ПРИМЕРЕНА РАЗРЕДНА ПРИМЕНА И МОГУЋНОСТИ УСЛОЖЊАВАЊА СЦЕНАРИЈА

Сценарији који претходе осмишљени су тако да се поступно примењују у настави математике од првог до четвртог разреда основне школе, при чему се садржаји усложњавају у складу са узрастом ученика и исходима предвиђеним Наставним планом и програмом.

У првом разреду, реконструкција античке пијаце може се реализовати у најједноставнијем облику: кроз игру препознавања бројева, упоређивања количина („ко има више/мање”), бројања новчића и симболичне размене предмета. Акценат је на развоју појма броја, количине и основним аритметичким операцијама у контексту који је дечијој свакодневици близак (игра продавнице).

У другом разреду, активност се може проширити увођењем јединица мере (нпр. дужина) и једноставних ситуација куповине и продаје, где ученици сабирају и одузимају новчане износе, израчунавају укупан рачун или вежбају враћање кусура у вредностима природних бројева до 100. На тај начин се поставља темељ за касније активности у којима се јављају пропорције и мере.

Сценарији 1, 2 и 4 примењиви су у трећем разреду, јер се заснивају на конкретнијим операцијама сабирања и одузимања, претварању мерних јединица и примени мерења у реалним ситуацијама, док је сценарио 3 намењен четвртог разреда, где се уводи појам процента и сложеније аритметичке везе.

Сви сценарији могу се адаптирати и усложњавати увођењем нових појмова (разломци, мере површине, проценти) или чак дигиталних симулација трговине. На тај начин, исти наставни модел добија карактер спиралног курикулума, који омогућава да се ученици постепено крећу од конкретног ка апстрактном, а да се истовремено задржи мотивишући контекст и интегративна вредност наставе.

МЕТОДИЧКИ КОРАЦИ

Методички кораци омогућавају да се активност изведе систематично, уз јасан план од припреме до анализе.

1. Припрема материјала – Наставник, уз помоћ ученика, прикупља или израђује реплике предмета, припрема „валуту”, табеле и задатке.

2. Увод у историјски контекст – Кроз кратку причу, фотографије или видео-материјале, ученици се упознају са изгледом и значајем античке пијаце.

3. Подела улога и објашњење сценарија – Наставник јасно описује шта се од сваке улоге очекује и како ће се улоге ротирати.

4. Симулација – Ученици активно учествују у купопродаји, мерењу, вођењу евиденције и контроли.

5. Рефлексија и анализа – Заједно се разматра шта је било успешно, где је било грешака и како су решаване.

6. Портфолио рада – Ученици бележе своје искуство (фотографије, цртежи, анализе) које може постати део изложбе или дигиталног пројекта.

ПЕДАГОШКЕ ИМПЛИКАЦИЈЕ И ПРЕДНОСТИ МОДЕЛА

Иако резултати у овом раду углавном произлазе из теоријских разматрања и компаративних педагошких анализа, они јасно показују потенцијал оваквих модела за развој активног и функционалног знања. Реконструкција античке пијаце у настави представља више од једноставне историјске симулације – она је динамичан наставни модел који истовремено активира когнитивне, социјалне и емоционалне способности ученика. Кроз овај приступ, настава математике се измешта из уобичајеног, формалног оквира и смешта у реални контекст који ученици доживљавају као своју стварност, што повећава мотивацију и подстиче дугорочно памћење наученог. Истраживања показују да практично искуство интегрисано са предметним садржајем значајно унапређује разумевање и способност примене знања у новонасталим ситуацијама (Četković, Filipović 2006).

Интеграција оваквог модела са другим наставним предметима омогућава вишеслојно учење. Док историја пружа основу за разумевање функције агоре у античкој Грчкој, ликовна култура подстиче креативност кроз израду реплика и сценографије, а српски језик омогућава развој писаног и усменог изражавања кроз дијалоге и натписе. Информатика пружа алате за израду ценовника и постера, а грађанско васпитање омогућава разговор о поштењу у трговини и правима потрошача. Таква интердисциплинарност чини да

ученици повезују математику са светом који их окружује, уместо да је доживљавају као изолован скуп правила (Gordić, Lazić, Milošević 2022).

Методички кораци за примену овог модела морају бити јасно дефинисани. Припрема материјала и увод у историјски контекст постављају основу, подела улога уноси динамику и осећај личне одговорности, а симулација омогућава да се теоријско знање испроба у реалној ситуацији. Кроз смену улога: продавац, купац, агораном, хроничар, ученици развијају способност да проблем сагледају из различитих перспектива. Ово подстиче емпатију, разумевање правила тржишта и значај сарадње. Ћетковић и Филиповић (2006) истичу да овакви приступи стварају „ученичке заједнице” у којима се знање гради кроз заједничко искуство. Након завршених активности, промишљање и анализа резултата омогућавају да се учење свесно интегрише, а портфолио рада служи као трајни увид у постигнућа ученика, а ученицима као доказ у усвајању математичких знања. Оваква структура уводи ред, али оставља простор за импровизацију и прилагођавање различитим одељењима.

Нивои сложености треба да буду пажљиво осмишљени. На нижем нивоу ученици обављају једноставне куповине са заокруженим ценама (природним бројевима), што им омогућава да утврде основне рачунске операције. Средњи ниво уводи попусте, нестандартне мере и више валута, чиме се развијају вештине процене и претварање јединица или валута. На вишем нивоу ученици решавају сложене задатке који укључују процену, претварање мера и управљање већим буџетом. Како истиче Вуловић (2011), постепено повећање сложености задатака кључно је за одржавање ангажованости и омогућава да сваки ученик ради у зони свог наредног развоја.

Суштинска вредност овог модела је у томе што повезује математику са свакодневним животом користећи историјски контекст античке пијаце као симболички и наставни оквир за ситуације које су ученицима блиске (трговину, мерење и претварање мерних јединица), на начин који је истовремено забаван и захтеван. Ученици нису само пасивни примаоци знања, већ учесници у процесу у којем решавају проблеме, доносе одлуке и носе последице тих одлука. Овакво искуство их припрема за реалне ситуације и гради самопоуздање у употреби математике ван учионице. Реконструкција античке пијаце тако постаје снажан педагошки инструмент, не само за усвајање знања, већ и за формирање активног, критички настројеног и самосталног ученика.

ИЗАЗОВИ И ОГРАНИЧЕЊА

Иако реконструкција античке пијаце као наставног модела има значајне предности, неопходно је сагледати и потенцијална ограничења, како би наставник могао да их предвиди и умањи њихов утицај на квалитет наставе.

1) Материјални и просторни услови. Припрема материјала захтева додатно време, ресурсе и организацију, што често представља препреку за примену иновативних модела у основној школи. Ипак, када се у процес израде укључе ученици и родитељи, активност постаје заједнички подухват који јача сарадњу и доприноси емоционалној везаности за пројекат.

Идентично важи и за просторне услове. Класична учионица често није довољно пространа за пијацу са више „штандова”, па је коришћење школске сале, библиотеке или дворишта практично решење које уноси новину у наставу и чини час другачијим од уобичајеног. На тај начин и материјални и просторни изазови могу постати прилика за већу креативност и сарадњу.

2) Организациони и методички изазови. Наставник током симулације обавља више улога истовремено: прати математичке операције, социјалну динамику и историјску тачност сценарија. То захтева високу концентрацију и искуство у вођењу групних активности. Према искуствима из праксе (Вуловић 2011), део задатака могу преузети ученици кроз додељене улоге, чиме се не само смањује оптерећење наставника већ и развија одговорност код ученика.

Други проблем је могућност губитка фокусираности, ако циљеви активности нису јасно дефинисани. Симулација мора да има конкретне математичке исходе и јасне критеријуме за процену, како би активност била успешно изведена и не би се претворила и свела на забавну активност. Управо у балансу између игре и учења лежи вредност овог модела.

3) Педагошка ограничења. Неједнак ниво предзнања међу ученицима може довести до тога да поједини доминирају у активности, док други остају пасивни. Ту се види значај диференцирања задатака: једни се могу усмерити на основне рачунске операције, а други на сложеније, што би омогућило свима да учествују у складу са својим могућностима.

Још једно ограничење је опасност да се историјски контекст представи само као „позадина” без дубљег разумевања. Ако се изгуби веза између математике и историје, модел губи један од својих главних квалитета. Зато је важно да наставник систематски уведе ученике у историјске околности агоре и покаже на који начин се тај контекст природно надовезује на математичке задатке. Тек тада реконструкција античке пијаце постаје комплетна наставна целина, а не изолована наставна активност.

Све ове појаве указују на потребу за даљим истраживањима ефеката оваквих приступа у реалним школским условима, како би се потврдиле претпоставке изнесене у овом теоријском оквиру.

ЗАКЉУЧАК

Реконструкција античке пијаче у настави указује на могућност да историјски садржаји могу постати централни носиоци наставне активности, а не само допуна. Оваква настава има потенцијал и предност у односу на традиционалну учионицу: ученици постају активни учесници, преузимају одговорност за своје одлуке и знање граде кроз искуство блиско стварном животу.

Прво истраживачко питање, усмерено на историјске, економске, васпитне и образовне функције античке пијаче, анализирано је на основу историјских и педагошких извора, који указују да је агора функционисала као мултифункционални центар друштва, у коме је математика имала примену у свакодневним активностима. Овај увид омогућава наставницима да ученицима представе математику као живу и примењиву дисциплину, а не као изолован скуп апстрактних правила.

Друго истраживачко питање указује да примену интегративног модела наставе у настави математике најдоследније подржава конструктивистички концепт активног учења, заснован на теоријама Виготског и Брунера, као и на принципима реалистичног математичког образовања (Freudenthal 1991). Такав приступ омогућава ученицима да знање граде кроз искуство, сарадњу и решавање реалних проблема, чиме се остварује повезивање математике са другим областима и животним ситуацијама. Реконструкција античке пијаче служи као пример интегративне наставне активности у којој се кроз активне методе учења развијају когнитивне, социјалне и истраживачке компетенције ученика. На тај начин активна и интегративна настава заједно подстичу разумевање математике у културном, историјском и свакодневном контексту и јачању мотивације за учење.

Теоријска анализа трећег истраживачког питања, које се односи на предности и ограничења оваквог приступа, показало је да реконструкција античке пијаче може да понуди значајне предности: повећање мотивације, развој функционалне математичке писмености и социјалних вештина. Истовремено, препозната су ограничења везана за материјалне, просторне и организационе услове, која се могу ублажити креативним решењима и укључивањем шире школске заједнице.

Практична вредност предложеног модела огледа се у његовој флексибилности. Може се прилагодити различитим узрастима и условима рада – од једноставних купопродајних симулација у нижим разредима до комплексних задатака који укључују проценте, претварање мера и управљање буџетом у старијим. Овакав приступ омогућава интеграцију математике са другим предметима и може допринети да ученици знање доживе као повезану целину.

Предности оваквог приступа могу се огледати у већој мотивацији ученика, продубљеном разумевању појмова и могућности њихове примене у свакодневним ситуацијама. На тај начин математика се представља као средство сналажења у животу и разумевања света који ученике окружује.

Ипак, будућа истраживања требало би да буду усмерена на емпиријску проверу ефеката овог наставног приступа на постигнућа ученика из математике, као и на развој њихових когнитивних, социјалних и мотивационих компетенција. Посебно је значајно испитати у којој мери овакав модел доприноси дугорочном разумевању математичких појмова и функционалној математичкој писмености. У том смислу, реконструкција античке пијаце има потенцијал да постане значајан педагошки инструмент, као и пример добре праксе у интегративној настави, у којој се историја и савремена методика повезују у интерактивно и подстицајно окружење учења, а ученици се подстичу да преузму активну улогу у процесу стицања знања.

ЛИТЕРАТУРА

American School of Classical Studies at Athens (2020). *Ancient Agora of Athens: Educational resources*. Athens: ASCSA. <https://www.ascsa.edu.gr>

Anderson, L. W., Krathwohl, D. R. (2001). *A taxonomy for learning, teaching, and assessing: A revision of Bloom's taxonomy of educational objectives*. New York: Longman.

Bishop, A. J. (1988). *Mathematical enculturation: A cultural perspective on mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Bruner, J. (1996). *The culture of education*. Cambridge: Harvard University Press.

Cartledge, P. (2009). *Ancient Greece: A history in eleven cities*. Oxford: Oxford University Press.

Cartwright, M. (2018). Trade in ancient Greece. *World History Encyclopedia*. <https://www.worldhistory.org/article/115/trade-in-ancient-greece/>

Cekić Jovanović, O. (2021). Цекић Јовановић, О., Математика у свету око нас – интегрисана настава. *Методички аспекти наставе математике*, 4(1), 169–182. DOI: [10.46793/manm4-169cj](https://doi.org/10.46793/manm4-169cj)

Chaiklin, S. (2003). The zone of proximal development in Vygotsky's analysis of learning and instruction. In: A. Kozulin, B. Gindis, V. Ageyev, S. Miller (Eds.), *Vygotsky's educational theory in cultural context*. Cambridge: Cambridge University Press, 39–64.

Černoš, B. (2012). Чернош, Б., Обрада круга моделовањем и експериментом. *Иновације у настави*, 25(4), 153–161.

Četković, A., Filipović, J. (2006). Ћетковић, А., Филиповић, Ј., Активно учење у разредној настави математике. *Норма*, 12(1), 105–115.

Dejić, M., Mihajlović, A. M. (2014). Дејић, М., Михајловић, А. М., Историја математике и настава математике. *Иновације у настави*, 27(3), 15–30. DOI: [10.5937/inovacije1403015D](https://doi.org/10.5937/inovacije1403015D)

Dejić, M., Mihajlović, A. M. (2015). Дејић, М., Михајловић, А. М., Улога и значај историје математике у настави. *Годишњак Училијског факултета у Врању*, 6, 67–82. DOI: [10.5937/gufv1506067D](https://doi.org/10.5937/gufv1506067D)

Dejić, M. R., Milenković, V. V. (2016). Дејић, М. Р., Миленковић, В. В., Стандарди постигнућа ученика у функцији ефикасне диференциране наставе математике. *Иновације у настави*, 29(2), 15–24. DOI: [10.5937/inovacije1602015D](https://doi.org/10.5937/inovacije1602015D)

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education: China lectures*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Gordić, S., Lazić, B., Milošević, M. (2022). Гордић, С., Лазић, Б., Милошевић, М., Историјска генеза појма броја и бројевних система – могућности примене у почетној настави математике (I). *Норма*, 27(1), 85–98. DOI: [10.5937/norma27-38116](https://doi.org/10.5937/norma27-38116)

Gordić, S., Lazić, B., Milošević, M. (2022). Гордић, С., Лазић, Б., Милошевић, М., Историјска генеза појма броја и бројевних система – могућности примене у почетној настави математике (II). *Норма*, 27(2), 227–235. DOI: [10.5937/norma2202227G](https://doi.org/10.5937/norma2202227G)

Gravemeijer, K., Doorman, M. (1999). Context problems in realistic mathematics education: A calculus course as an example. *Educational Studies in Mathematics*, 39(1–3), 111–129. DOI: [10.1023/A:1003749919816](https://doi.org/10.1023/A:1003749919816)

Hansen, M. H. (2006). *Polis: An introduction to the ancient Greek city-state*. Oxford: Oxford University Press.

Hattie, J. (2012). *Visible learning for teachers: Maximizing impact on learning*. New York: Routledge.

Ivić, I., Pešikan, A., Antić, S. (2003). *Aktivno učenje*. Beograd: Institut za psihologiju.

Katz, V. J. (2009). *A history of mathematics: An introduction* (3rd ed.). Boston: Addison-Wesley.

Lang, M. (1964). *The Athenian Agora X: Weights, measures and tokens*. Athens: American School of Classical Studies at Athens.

Maričić, S. M., Lazić, B. D. (2020). Маричић, С. М., Лазић, Б. Д. Абакус рачунаљка – од историје до примене у математичком образовању. *Иновације у настави*, 33(1), 57–71. DOI: [10.5937/inovacije2001057M](https://doi.org/10.5937/inovacije2001057M)

Milinković, J., Đokić, O., Dejić, M. (2008). Milinković, J., Đokić, O., Dejić, M., Модел уџбеника као основе активног учења у настави математике. *Иновације у настави*, 21(1), 70–79.

Miloradović, B. D. (2019). Милорадовић, Б. Д., Интегративна настава физичког васпитања и математике. *Узданица*, 16(2), 263–273. https://pefja.kg.ac.rs/wp-content/uploads/2019/12/UZDANICA_XVI-2.pdf

Minić, V., Jovanović, M. (2020). Минић, В., Јовановић, М., Интегративна настава у савременој основној школи. *Башићина*, 50(1), 373–385. <https://scindeks-clanci.ceon.rs/data/pdf/0353-9008/2020/0353-90082050373M.pdf>

Netz, R. (2002). *The shaping of deduction in Greek mathematics: A study in cognitive history*. Cambridge: Cambridge University Press.

O'Connor, J. J., Robertson, E. F. (n.d.). *The teaching of mathematics in ancient Greece*. University of St Andrews. <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Education/greece/>

Perović, M. (2017). *Istorija matematike* (1–3). Podgorica: Crnogorska akademija nauka i umjetnosti.

Petrović, N., Mrđa, M., Lazić, B. (2010). Петровић, Н., Мрђа, М., Лазић, Б., Модели диференциране интерактивне разредне наставе математике. *Норма*, 15(2), 211–228.

Prince, M. (2004). Does active learning work? A review of the research. *Journal of Engineering Education*, 93(3), 223–231. DOI: [10.1002/j.2168-9830.2004.tb00809.x](https://doi.org/10.1002/j.2168-9830.2004.tb00809.x)

Ratzan, D. M. (2023). Agoronomika: Playful approaches to teaching the serious economic and institutional history of measurement in the ancient Greek world. In: G. McKee, D. Wolin (Eds.), *ISAW Papers*, 22(7). <https://dlib.nyu.edu/awdl/isaw/isaw-papers/22-7/>

Sprenić, A. (2007). Integrativna nastava. *Obrazovna tehnologija*, 8(1), 45–52. https://www.edu-soft.rs/cms/mestoZaUploadFajlove/8_OT_1_2007_ANA_SPREMIC_.pdf

Vasojević, I. A. (2020). Васојевић, И. А., Игре у разредној настави геометрије. *Норма*, 25(1), 65–80. DOI: [10.5937/norma2001065V](https://doi.org/10.5937/norma2001065V)

Vulović, N. (2011). Вуловић, Н., Диференцијација геометријских садржаја и активно учење у почетној настави математике. *Настава и васпитање*, 60(3), 529–539.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Cambridge: Harvard University Press.

Živanović, M. V. (2012). Живановић, М. В., Настава математике у древном Египту. *Синтеза – часопис за педагошке науке, књижевност и културу*, 1(1), 123–135. DOI: [10.5937/Sinteza1201123Z](https://doi.org/10.5937/Sinteza1201123Z)

Goran D. Milanović

Kruševac

RECONSTRUCTION OF THE ANCIENT MARKETPLACE AS A MODEL OF ACTIVE LEARNING OF MATHEMATICS IN LOWER GRADES

Summary: Modern mathematics education increasingly seeks ways to bring abstract concepts closer to students through meaningful, real-life contexts. In this framework, this theoretical paper presents the model of reconstructing the ancient marketplace as a context for active learning of arithmetic in lower elementary grades. Drawing on Vygotsky, Bruner, and Realistic Mathematics Education, the paper proposes a set of clearly structured scenarios in which students assume the roles of seller, buyer, market inspector (agoranomos), and chronicler. Through simulated situations (measurement, buying and selling, making change, discounts, and converting measurement units), students develop basic computational skills, understanding of measurement and units, percentages and proportions, as well as social and communication skills. Using an integrative teaching model, mathematics is connected with history, language, visual arts, informatics/ICT, and civic education. Potential challenges (material and spatial conditions, lesson organization, task differentiation) are discussed, together with proposed mitigation measures such as role rotation and involving parents/the school community. The model offers a practical and flexible framework that brings mathematics closer to real life and fosters lasting conceptual understanding, with a recommendation for further empirical studies of its effects on students' competencies.

Keywords: active learning, integrative teaching, arithmetic, ancient marketplace, Realistic Mathematics Education.