

Факултет педагошких наука Универзитета у Крагујевцу, Јагодина

Едиција
ПОСЕБНА ИЗДАЊА
Књига 27

МЕТОДИЧКИ АСПЕКТИ НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ IV

Зборник радова са четвртог међународног научног скупа одржаног
2–3. новембра 2017. године на Факултету педагошких наука
у Јагодини



Јагодина
2021

Издавач

Факултет педагошких наука Универзитета у Крагујевцу
Милана Мијалковића 14, 35000 Јагодина

За издавача

Проф. др Виолета Јовановић

Гости уредник

Prof. dr Snežana Lawrence

Уредници

Проф. др Ненад Вуловић
Проф. др Александра Михајловић

Рецензенти

Проф. др Ненад Вуловић
Проф. др Александра Михајловић
Проф. др Бранислав Поповић
Асс. Милан Миликић

Програмски одбор

Prof. dr Snežana Lawrence, Middlesex University, London United Kingdom; проф.
др Мирко Дејић, Учитељски факултет у Београду, Универзитет у Београду, Србија;
prof. dr Mara Cotič, University of Primorska, Department of Educational Sciences,
Koper, Slovenia; проф. др Милана Егерић; проф. др Бранислав Поповић,
Природно-математички факултет у Крагујевцу, Универзитет у Крагујевцу, Србија;
проф. др Даниел А. Романо, Педагошки факултет у Бијељини, Универзитет
у Источно Сарајеву, Босна и Херцеговина; проф. др Веселин Мићановић,
Филозофски факултет у Никшићу, Универзитет Црне Горе, Црна Гора;
проф. др Ненад Вуловић, Факултет педагошких наука у Јагодина, Универзитет у
Крагујевцу, Србија; проф. др Александра Михајловић, Факултет педагошких наука
у Јагодина, Универзитет у Крагујевцу, Србија; доц. др Владимир Ристић, Факултет
педагошких наука у Јагодина, Универзитет у Крагујевцу, Србија;
доц. др Верица Милутиновић, Факултет педагошких наука у Јагодина,
Универзитет у Крагујевцу, Србија.

Организациони одбор

Проф. др Ненад Вуловић
Проф. др Александра Михајловић
Доц. др Владимир Ристић
Доц. др Верица Милутиновић
Асс. Милан Миликић

Објављивање Зборника радова помогло је Министарство просвете, науке и
технолошког развоја Републике Србије.

САДРЖАЈ

Реч уредника	6
Introduction	8
Мирко Дејић ЗОРА СРПСКЕ МАТЕМАТИКЕ	13
Јасмина Милинковић ПЕРСПЕКТИВЕ ЗА РАЗВОЈ СТАТИСТИЧКЕ ПИСМЕНОСТИ У ПОЧЕТНОЈ НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ	29
Даниел А. Романо ПЕРЦЕПЦИЈЕ ЧЕТВОРОСТРАНИКА СТУДЕНАТА СТУДИЈСКОГ ПРОГРАМА ЗА ОБРАЗОВАЊЕ ПРОФЕСОРА РАЗРЕДНЕ НАСТАВЕ	41
Biljana Lučić EFEKTI PRIMENE GEOMETRIJSKIH MODELA REŠAVANJA PROBLEMA U RAZREDNOJ NASTAVI	58
Радојко Дамјановић, Бранислав Поповић, Драгић Банковић ИСТРАЖИВАЊЕ О УПОТРЕБИ МАНИПУЛАТИВА У НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ У СРБИЈИ И ПРЕПОРУКЕ ЗА УСПОСТАВЉАЊЕ И ОСИГУРАЊЕ КВАЛИТЕТА У ЕВРОПСКОМ ОБРАЗОВНОМ ПРОСТОРУ	77
Сузана Д. Илић УЛОГА, ЗНАЧАЈ И МОГУЋНОСТИ ПРИМЕНЕ МАТЕМАТИЧКИХ И ДИДАКТИЧКИХ ИГАРА НА ЧАСОВИМА МАТЕМАТИКЕ	90
Бранка Б. Арсовић МАТЕМАТИКА КРОЗ ИГРУ – МОГУЋНОСТИ УПОТРЕБЕ ИКТ	101
Сузана Ђорђевић ПРИМЕНА ИНФОРМАЦИОНИХ ТЕХНОЛОГИЈА У НАСТАВИ БУЛОВЕ АЛГЕБРЕ	112
Veselin Mićanović ИСТ КАО IZAZOV ILI POTREBA U POČETNOJ NASTAVI МАТЕМАТИКЕ	131

Марија Милинковић КРИТИЧКА РАЗМИШЉАЊА О КОРИШЋЕЊУ ИНФОРМАЦИОНИХ ТЕХНОЛОГИЈА У ПОЧЕТНОЈ НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ	146
Ирена Б. Голубовић-Илић ПОЧЕТНИ МАТЕМАТИЧКИ ПОЈМОВИ КРОЗ УПОЗНАВАЊЕ ОКОЛИНЕ	157
Оливера Д. Цекић-Јовановић МАТЕМАТИКА У СВЕТУ ОКО НАС – ИНТЕГРИСАНА НАСТАВА	169
Arzija Mahmutović INTEGRISANE NASTAVNE AKTIVNOSTI U PRVOM RAZREDU DEVETOGODIŠNJE OSNOVNE ŠKOLE	183
Vera M. Savić INTEGRATING MATHEMATICS CONTENT INTO PRIMARY ENGLISH CURRICULUM THROUGH CONTENT-BASED INSTRUCTION	191
Милош М. Ђорђевић, Миа Арсенијевић САДРЖАЈИ ЛИКОВНЕ УМЕТНОСТИ У НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ	212
Ивана М. Милић ВЕЖБЕ ДИСАЊА У ФУНКЦИЈИ РАЗВИЈАЊА ПОЈМА ПРИРОДНИХ БРОЈЕВА	225
Слађана Станковић, Александра Алексић Вељковић МОТОРИЧКЕ ВЕШТИНЕ, ПОКРЕТ И МАТЕМАТИКА	240
Мирко Р. Дејић, Сандра Р. Милановић, Весна В. Миленковић, Ивана Р. Јовановић СТАВОВИ УЧИТЕЉА О КОРЕЛАЦИЈИ ПОЧЕТНЕ НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ И ФИЗИЧКОГ ВАСПИТАЊА	254
Радојко Дамјановић, Марко Славковић, Бранислав Поповић ЛАТЕРАЛНО УНАПРЕЂИВАЊЕ ОБРАЗОВНЕ ЕФЕКТИВНОСТИ ШКОЛА – НАСТАВА МАТЕМАТИКЕ	267
Емина М. Копас-Вукашиновић МАТЕМАТИКА У ПРЕДШКОЛСКОЈ УСТАНОВИ И ШКОЛИ: ПРОГРАМСКА ОДРЕЂЕЊА И МОГУЋНОСТИ ОСТВАРИВАЊА КОНТИНУИТЕТА	279

Александра Михајловић, Ненад Вуловић, Милан Миликић	
ПРИМЕНА ЈАПАНСКЕ СТУДИЈЕ ЧАСА У ПРИПРЕМИ БУДУЋИХ	
ВАСПИТАЧА ЗА ИЗВОЂЕЊЕ УСМЕРЕНИХ АКТИВНОСТИ У	
ОБЛАСТИ РАЗВОЈА МАТЕМАТИЧКИХ ПОЈМОВА	292
Vana Colić	
POZITIVNE I NEGATIVNE STRANE PET METODIČKIH PRISTUPA	
U RANOM МАТЕМАТИЧКОМ ОБРАЗОВАЊУ	302

РЕЧ УРЕДНИКА

На сваке три године Факултет педагошких наука Универзитета у Крагујевцу организује традиционалну научну конференцију Методички аспекти наставе математике (МАТМ) која окупља све оне који се баве истраживањима у настави математике и математичком образовању, не само у Србији, већ и у ширем окружењу. Прва научна конференција Методички аспекти наставе математике, која је одржана 2008. године на тада Педагошком факултету у Јагодини, представљала је иницијативу неколико ентузијаста и истраживача математичког образовања, који су сматрали да је неопходно методици математике, као научној дисциплини, посветити адекватну пажњу. Зборник радова са прве конференције садржао је укупно 11 радова саопштених на самом скупу.

С обзиром на то да на нашим просторима није постојало окупљање сличне врсте, које би свима који се професионално баве истраживањем математичког образовања омогућило јединствену прилику да размене сопствена искуства, али и да се упознају са актуелним трендовима и проблемима савремене наставе математике, са могућностима развијања, унапређивања и модернизације наставног процеса и учења математике, одлучено је да МАТМ проприми карактер традиционалног научног скупа. Интересовање аутора из земље и иностранства расте, тако да зборник радова са друге међународне конференције МАТМ2011 броји 42 рада страних и домаћих аутора, а са треће МАТМ2014 27 радова.

Четврти, традиционални научни скуп са међународним учешћем на тему *Методички аспекти наставе математике (МАТМ2017)* одржан је 2. новембра 2017. године на Факултету педагошких наука Универзитета у Крагујевцу са седиштем у Јагодини. Одржавање скупа подржало је Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије.

Програмски одбор скупа чинили су: др Снежана Лоренс, професор Мидлсекс Универзитета у Лондону, Уједињено Краљевство, проф. др Мирко Дејић, Учитељски факултет Универзитета у Београду, Србија; проф. др Милана Егерић, Факултет педагошких наука Универзитета у Крагујевцу, Србија; проф. др Бранислав Поповић, Природно-математички факултет Универзитета у Крагујевцу, Србија; проф. др Даниел А. Романо, Педагошки факултет у Бијељини, Универзитет у Источном Сарајеву, Босна и Херцеговина; проф. др Веселин Мићановић, Филозофски факултет у Никшићу,

Универзитет Црне Горе, Црна Гора; проф. др Александра Михајловић, Факултет педагошких наука Универзитета у Крагујевцу, Србија; доц. др Ненад Вуловић, Факултет педагошких наука Универзитета у Крагујевцу, Србија; доц. др Владимир Ристић, Факултет педагошких наука Универзитета у Крагујевцу, Србија; доц. др Верица Милутиновић, Факултет педагошких наука Универзитета у Крагујевцу, Србија.

Од 39 прихваћених тема на скупу је изложено 29 саопштења у пет тематских секција, а укупно 22 рада су прихваћена за објављивање у овом зборнику. Ови радови нашли су своје место у публикацији по два критеријума. Први критеријум представља квалитет, чему су значајан допринос дали рецензенти, а други је био везан за саму тематику и актуелност радова. Радови су посвећени различитим теоријским и практичним питањима математичког образовања и наставе математике, различитим приступима и могућностима методичке трансформације математичких садржаја, примени савремених информационих технологија, као и вези са осталим наставним предметима и областима.

Објављивање овог зборника представља успешан корак ка очувању и подстицању сарадње са колегама и научним институцијама из Србије и иностранства. Верујемо да ће резултати који су пред нама обогатити и унапредити како теорију, тако и школску праксу, и послужити као инспирација за нека даља изучавања ових проблема и подстаћи нека будућа истраживања.

Радујемо се новом сусрету и дружењу на наредној научној конференцији која ће се одржати 2022. године.

Проф. др Александра Михајловић
Проф. др Ненад Вуловић

INTRODUCTION

Snezana Lawrence, Middlesex University, London UK

Introduction to the new MATM2017 Proceedings

The MATM conferences have a general aim to contribute to the development, promotion and improvement of teaching mathematics in teacher training institutions around Serbia, as well as in neighbouring countries. These conferences focus on the teaching of mathematics in primary schools, as well as to the development of teacher competencies necessary for the modern primary education. Here the aim is to bring together mathematicians, mathematics educators, researchers, and all others who are interested in development, improvement and modernization of teaching and learning mathematics. In the pursuit of this goal, there is a concerted effort to widen students' abilities to apply mathematical knowledge in creative and innovative ways.

The conference on which this Proceedings is based was the fourth of its kind, and held in 2017. This collection of papers is therefore the fourth of its kind too – and we very much hope you will enjoy it no less than the previous, with excellent range of contributions covering interesting and thought provoking methods and aspects of the teaching of mathematics.

Our collection of papers is divided into several groups, according to the foci of the research and interest of our contributors. Let us then have a look at how they are organised.

Papers

The Proceedings begins with the text corresponding to the **plenary lecture** by Prof. Mirko Dejić on the history of mathematics in Serbia. In his paper, “The Dawn of Serbian Mathematics”, which is a part of a large-scale research, Prof. Dejić presents the very first beginnings of the development of mathematical literacy in Serbia. After the plenary, the readers will find 21 papers corresponding to the work done in five thematic groups of MATM2017.

Statistics and Geometry are the focus of the first couple of papers. In this group, Jasmina Milinković deals with some aspects of contemporary

mathematics education related to the development of statistical literacy in primary school students. Besides comparative analysis of other countries curriculum contents in the domain of data presentation, Milinković analyzes the primary mathematics textbooks of different publishers. The author draws the conclusions which are in line with current changes in primary mathematics curriculum in Serbia. In his paper, Daniel A. Romano investigates the “Pre-service Primary School’s Teacher Perception of Quadrilaterals”. The study is given as an international comparison study and gives many new and interesting insights on how teachers in pre-service perceive geometrical objects. Whilst in the same category as Romano, Biljana Lučić focuses instead on the students. In her “Effects of the application of geometrical models on problem solving in a classroom teaching” Lučić gives account of the practical application of geometric models in a classroom. When solving the problem through modelling, the author suggests, the student finds in his memory adequate mathematical knowledge that connects with reality by constructing suitable models and algorithms.

The second group is devoted to researching issues on the use of **manipulatives and games** in the teaching of mathematics. The first paper in this group is by Radojko Damjanović, Branislav Popović, and Dragić Banković. The authors present their research on the use of manipulatives in the teaching of mathematics in Serbia. Whilst focused on Serbia, with ample evidence of the progress made in recent years, the theme is explored in comparison to other countries, and set in the European educational context. A paper that follows is by Suzana Ilić, whose paper is entitled “The role, significance, and possibilities of mathematical and didactical games in mathematics class” and in which she looks at the role mathematical and didactic games could have in mathematics education. She investigates the importance and the possibility of application of such games in lower grades of primary school. The paper gives examples of such games. The final in this group of papers is that by Branka Arsović, who looks at mathematics learning through the applications of information technology. “Mathematics through play – possibilities for the application of ICT” explores the computer-based mathematical games and their role in the modern classroom. With that paper we complete the overview of papers in this group and move onto the greater focus on **ICT in the learning of mathematics**.

Suzana Djordjević gives an intriguing and highly informative paper on the “Application of information technology in teaching of Boolean algebra”. Here the author speaks about the application of Boolean algebra in computer science through logic gates. In this paper, a review is given of the application of logic gates and various examples from information technology to the teaching mathematics, in order for students to understand Boolean algebra – a highly innovative approach. In the next paper in this group, Veselin Mićanović

talks about the challenges of ICT in the early years' teaching of mathematics. Mićanović's research, based on a sample of teachers from Montenegro, shows that embedded systems of ICT is needed in both the organization and the realization in the teaching of mathematics, but in Montenegro this is currently faced with very serious challenges on the ground. In the final paper in this group, Marija Milinković introduces in her paper "Critical thinking of the use of information technologies in the early years" teaching of mathematics' the empirical studies and research on the implementation and use of computers in teaching mathematics. She gives an overview of the current state of the technology and its use in mathematics education.

The next section is devoted to the investigations on how mathematics can be taught using the **surrounding** context of the pupils. First in this group is a paper by Irena Golubović-Ilić, "The early mathematical concepts through the learning of immediate surrounding", a paper which investigates how the beginning of the mathematics education with very young children is very much linked to the mathematical competences of the early years' educators. Olivera Cekić-Jovanović similarly looks at the "Mathematics in the world around us" but in the context of the integrative methods of teaching. In this paper author pays attention to the methodological aspect of how this can be done, and focuses on the empirical research aimed at examining the views of future teachers on the correlation-integration approach. This brings us to the natural connection to the next section of Proceedings, devoted to the **integrative methods of teaching mathematics**.

But in this next section, unlike in other sections of the Proceedings, we have further subsections: **general investigations** on the methods, then a couple of papers where authors were particularly interested in the links between **mathematics and arts**, **mathematics and languages**, and finally the papers devoted to the **physical education of pupils and how mathematics** links with it.

In **general**, Arzija Mahmutović gives a paper on the "Integrated teaching activities in the first grade of nine-year elementary school". The approach, which is characterized by an examination of a topic or foci from different disciplines and varied points of view, gives new perspectives also on the challenges of teaching mathematics from both pedagogical and subject knowledge issues for teacher practice and education. An interesting paper with statistical results drawn from the empirical investigation, this paper contains results from a study performed on a sample of hundred students.

In her paper, Vera Savić investigates mathematics contents in general international EFL coursebooks used for teaching English in grades 1–4 in Serbian primary schools. She draws attention to the potential which integration of mathematics contents into English curriculum might have for young learners by enabling them more authentic and meaningful communication

and more varied life-like interaction. Two papers are devoted to the links between **mathematics and the arts**. The first one, by Miloš Djordjević and Mia Arsenijević, on the “Contents of the fine arts in the teaching of mathematics” looks at the affect, the creativity and flexibility of reasoning, and certainly the functional connections between the knowledge and skills that can transcend the boundaries of the disciplines between mathematics and art. Many connections between disciplines and lessons for the classroom are identified, an inspirational piece. On the other hand, Ivana Milić looks at an important and very innovative ways of teaching mathematics with music in her article on “Breathing vocal exercises used for the purpose of learning natural numbers”. This paper shows in particular how singing and the use and development of vocal skills influences and underpins the learning of mathematics at an early age.

Sladjana Stanković and Aleksandra Aleksić-Veljković have produced an article on the relationship between physical education and the learning of mathematics. In their article, “Motor skills, movement and mathematics”, they show how the physical education and health, in particular the development of motor skills contributes to the development of their mathematical education. Learning basic mathematical concepts with the involvement of the whole body through physical movement, authors show, can have a positive effect on improving the mathematical performance in children. In the final paper in this group, “The views of teachers on the correlation between mathematics and physical education”, Mirko Dejić, Sandra Milanović, Vesna Milenković, and Ivana Jovanović compare the attitudes of teachers in Jagodina and Valjevo about the advantages of correlation classes between these two subjects, the physical education and mathematics. An interesting paper giving many subtle pieces of information and certainly useful for all early years’ teachers.

Finally, we get to the final group of papers, devoted to investigating the **effectiveness of educational practices in context**. Here we have four papers, the first of which is “Lateral advancement of the educational effectiveness of schools – the teaching of mathematics”, by Radojko Damjanović, Marko Slavković, and Branislav Popović. In this work, the authors report on the project conducted across the primary schools in Kragujevac, which included all the official stakeholders in education from the town. The information gained from the research make a basis for good planning for the further development of efficacy in schools, and in particular the development of the teaching of mathematics. In the next paper in this group, Emina Kopas-Vukasinić writes about “Mathematics in pre-school institutions and schools – determination of programme and possibilities for achieving continuity”. Kopas-Vukašinović studies the organization of teaching activities through play, and finds that this contributes to an easier adaptation of students to school

obligations, to a more successful linking of teaching contents and knowledge acquisition. Aleksandra Mihajlović, Nenad Vulović and Milan Milikić present study which aims to investigate the attitudes of preservice kindergarten teachers about the effects of two models of teaching practice (Lesson Study model and traditional model of teaching practice) on development of their professional competences to teach mathematics concepts. The authors deal with the possibilities of improving prospective teachers' teaching competences as a part of obligatory teacher preparation programmes. The final paper in this group, as well as in our Proceedings, is by Vana Colić. The author presents five known methodical approaches in early mathematics education, highlighting the positive and challenging aspects of each. In her paper "Positive and negative aspects: five methodical approaches in early mathematics education", Vana points out the advantages and disadvantages of using the method of Maria Montessori, followed by the method of the Russian author Nikolai Zaitsev, as well as the system of developing games designed by the Nikitin couple. The work related to Waldorf pedagogy, and the increasingly popular Suan Pan method are also investigated.

A final note from the guest editor

In this diverse group of papers there is something for anyone who is interested in the current trends in mathematics education in Serbia. The papers cover a wide range of topics, investigate the various methods, and often give comparisons with the international trends and standards. We very much think and hope that the reader will find this collection not only informative, but educational and useful for their research practice as much as for the every-day school practice. Finally, we hope you will be able to join us for the next MATM conference, planned to take place in beautiful town of Jagodina sometime in the summer of the 2022.

Snezana Lawrence
Cambridgeshire, March 2020

ПЛЕНАРНО ПРЕДАВАЊЕ

DOI: 10.46793/MANM4.013D

УДК: 51:94(367)

51(497.11)(091)

Мирко Дејић

Универзитет у Београду

Учитељски факултет

ЗОРА СРПСКЕ МАТЕМАТИКЕ

Апстракт: Сами почеци српске историје и науке, од досељавања Срба на Балкан па до X века, сазнају се из списка насталог у X веку од византијског цара Константина VII Порфирогенита (905–959). Према овој званичној историји, Срби су дошли на Балкан у VII веку. Но, постоји и она друга, алтернативна историја, која нас учи да је Балкан прадомовина Срба, ту су преко 12.000 година и њиховом сеобом на север (пре око 4000 година) настају сви данашњи Словени, па и Руси. Сходно изнетим схватањима, српска писменост, а самим тим и математичка, или настаје релативно касно, са доласком Ђирила и Методија (IX век), или је најстарија на свету. У раду разматрамо како су стари Срби писали цифре, мале и велике бројеве, које су имали новчане јединице и јединице за мере, на чему су записивали бројеве, када су настале прве математичке књиге, како је Србин Лазар Хиландарац 1404. године направио први механички сат у Русији итд.

Кључне речи: нумерација, велики бројеви, мере, новац, сат.

Увод

Човеку је неопходно да зна шта је то подстакло на развитак математичких идеја, које су то методе испитивања, како су постављани и решавањем проблеми. Такође, морамо знати које су то основне етапе у развоју математике. Одговори на та питања немају само културно-историјски значај, већ и значај за развој савремене науке. Само ако знамо прошлост, утврдићемо садашњост и одредити путеве будућности. Један од најпознатијих математичара са подручја бивше Југославије, професор Владимир Девиде (1925–2010), који се бавио проблемима историје и филозофије математике, истицао је следеће: „Онај који под појмом ‘математика’ мисли (или поступа као да тако мисли) да је то синоним за ‘математика данас’, гријеши;

ако потцјењује све оно шта су учиниле претходне генерације, неће учинити оно што ће учинити генерације које долазе. Ако, пак, не прихвата оно што стварају генерације које надлазе, ни оне њега неће прихватити. А све се то манифестира и мора манифестирати и у приступу проблемима наставе математике” (Девиде, 1975).

Праћење историјских промена у математици веома је значајно и за наставу математике. Многи проблеми у настави математике постају јаснији, ако се сагледају са историјског контекста. Старо и ново, за разлику од других наука, у математици је условљено једно другим, повезано је чврстим генетичким везама. О важности „историјске методе” у настави говори и Дига (Dugas, 1961: 339): „Приступити усвајању историјског метода у настави математике из више разлога је оправдано. Најважније нам се чини што математика има прилично важне компоненте у општеобразовно-васпитном процесу које су недовољно познате у настави, а њихово објављивање без сумње би имало одјека у савременој настави математике која не може бити успешна и организована без свести о својој историји”.

Историјом математике су се бавили врхунски и значајни математичари свих времена: Лаплас (Laplace, 1749–1827), Поенкаре (Poincaré, 1854–1912), група француских математичара, под псеудонимом Никола Бурбаки (Nicolas Burbaki), Мориц Кантор (Moritz, 1829–1920), Колмогоров (Колмогоров, 1903–1987), Клајн (Klein, 1849–1925) и други. Међу познатим српским математичарима многи су се бавили историјом математике: Димитрије Нешић (1836–1904), Михаило Петровић (1868–1943), Антон Билимовић (1879–1970), Милош Радојчић (1903–1975), Иван Бандић (1903–1973), Ђуро Курепа (1907–1993), Ернест Стипанић (1917–1990), Драган Трифуновић (1930–?) и други.

Циљ нашег рада био је да сагледамо математичке почетке и дамо допринос једној општијој историји развоја математичке мисли у Србији. Ти почеци су у буквалном смислу били „почеци”, а о неком озбиљнијем развоју математике у Србији можемо говорити тек од XIX века, од добијања српске самосталности.

Два погледа на историју Срба

Званична историја Срба, која се учи у нашим школама, изграђена је, махом, на основу списка Константина VII Порфирогенита (913–959). Он је у форми упутства свом сину оставио спис *De administrando imperio* (*О управљању Царством*) у коме га саветује како да управља Царством. Ту се налази и прича о Србима. Наводи се да је прапостојбина Срба била *Бела Србија* или *Бојка*. Заправо се не зна тачно где се она налази, а модерна наука сматра да је то можда област смештена изнад области Дњепра, у

данашњој Украјини (Бубало, Крестић, 2016). Одатле су Срби кренули у сеобу на југ и населили се на територију Византијског царства.

Према другој, *алтернативној* историји Срба, која се не учи у школама, а о којој можемо да сазнамо из бројне литературе, Срби су веома стар народ и њихова прапостојбина је баш Балкан, а не некаква Бела Србија. На основу ДНК анализе, професор биохемије Харвардског универзитета и председник научне консултативне управе Међународног генеалогског бироа, Анатолиј Алексејевич Кљосов, тврди да је Балкан прадомовина Срба. Ту су преко 12.000 година и њиховом сеобом на север (пре око 4000 година) настају сви данашњи Словени, па и Руси, а и сви индоевропски народи у Европи имају преко 40% тог гена. Преко 60% тог гена имају Срби, Босанци, Хрвати и Црногорци. Иста концентрација се налази на северу Европе у Данској, на северу Немачке, у Великој Британији. Такође, индоевропске језике (цела Европа, осим Финске и Мађарске) Словени су донели у Иран, Индију и Авганистан (<http://www.rasen.rs/2017/03/anatolij-kljosov-otkud-su-se-pojavili-sloveni-indoevropljani-odgovor-daje-dnk-genealogija/>). Зна се такође да су на тлу данашње Србије постојале праисторијске културе: Лепенски Вир (9500–5500. п. н. е.), Старчево (5300–4400. п. н. е.), Винча (4400–3200. п. н. е.). Прво писмо људске цивилизације јесте винчанско. Велики допринос прихватању ове тврдње дао је проф. др Радивоје Пешић (видети: Пешић, 1995), који је научним методама установио да је морфологија винчанског писма у потпуној сагласности са етрурским писмом. Може се уочити велика сличност са латиницом и ћирилицом. Према алтернативној историји, српско писмо, тзв. србица, најстарије је писмо на свету и појавило се 4000 година п. н. е. на територији култура које смо назвали. Са предела Подунавља и Балканског полуострва србица се раширила по целој Европи, Малој Азији, Блиском Истоку, северној Африци и све до Индије. Србица је усвојена од разних народа без или са малим изменама и тако је постала мајка писмености Европе, предње Азије и северне Африке. Најпознатија писма која су настала од србице су арамејско, феничанско, грчко, јеврејско, брахманско, арапско и римско писмо (www.vaseljenska.com/.../srbica-odbrana-pisma-kao-obelezja-nacionalne-kulture/).

Како писменост подразумева, поред писања слова, и писање цифара, онда почеци писмености јесу и почеци математичке писмености. У светлу изнетих историја Срба, почеци српске математичке писмености датирају се веома касно, тек од IX века, или раније од свих познатих цивилизација, заправо најраније у склопу људске историје. Оно у чему се обе историје, званична и алтернативна, развоја Срба могу сложити, јесте да је на позив великоморавског кнеза Растислава (око 846–870) византијски цар Михајло III (836–867) послао 863. године солунску браћу Ћирила (око 826–869) и Методија (око 820–885) да шире хришћанство и писменост међу Словенима. Година 863, у светлу изнетих историја, може бити или година када

су Ђирило и Методије успоставили континуитет прастаре српске писмености, коју су наследили Грци, а сада је враћају Србима, или година почетка српске писмености, добијене од Грка. Нека ова наша констатација остане у домену размишљања о томе да ли су математички почеци код Срба најстарији на свету, или ти почеци датирају од деветог века.

Иако се чини да је средњовековна Србија тонула у мраку, није баш тако. Србија је била повезана путевима са Дубровником, Цариградом и Византијом. Преко Дубровника трговало се са Италијом и другим деловима Европе. У Србију су, поред трговаца, стизали и лекари, рудари, уметници, градитељи. Све то омогућава оптицај новца, мерење времена, употребу различитих мера, писање цифара, рачунање итд. У контексту српског средњовековног развоја треба тражити и математичке почетке.

Нумерација

Поред записа слова, састављачи словенске азбуке Ђирило и Методије упознају словенски народ и са писањем цифара. Цифре се означавају по узору на грчко алфабетско означавање, слова су надвлачена знаком „~” (титло) и тако се знало да се ради о цифри. У старословенској литератури често се уместо знака титло употребљавају једна тачка испред и једна иза слова. Евидентно је да ћирилица, која је настала крајем IX и почетком X века, представља скоро неизмењену грчку азбуку, која се користила као литургијско писмо допуњено словима за обележавање чисто словенских гласова.

У следећој табlici дато је словенско ћирилично означавање цифара (Дејић, 2014а):

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ѧ	Ѣ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ
10	20	30	40	50	60	70	80	90
Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ
100	200	300	400	500	600	700	800	900
Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ

Словна нумерација код старих Словена

Као што се из таблице види, нумеричка вредност слова зависи од његовог места у азбучном реду. Прва енеада (грчки *ennea* значи девет) чини јединице, друга десетице, а трећа стотине.

Бројеви од 11 до 19 имали су запис као у следећој таблици:

11	12	13	14	15	16	17	18	19
АІ	ВІ	ГІ	ДІ	ЕІ	СІ	ЗІ	ИІ	ѠІ

Словенско записивање бројева од 11 до 19

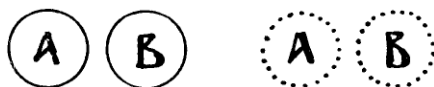
Видимо да је у запису бројева од 11 до 19 прво јединица па десетица. Овакво значење је у складу са називима бројева 11, 12, ..., 19. На пример, назив за број 11 на старословенском језику био је *један на десет*, за 12 *два на десет* итд. Од 21 па на даље прво су записиване десетице па јединице.

Поред записивања бројева до 1000, стари Словени су записивали и много веће бројеве, користећи сасвим оригиналне знаке.

Хиљаде су означаване исто као јединице, са знаком $\times$ испред слова. На пример:

$$\times \text{З} = 7000$$

Десетине хиљада означаване су као јединице, само заокружено и без титла. Стотине хиљада писане су слично, али заокружење јединице је било тачкицама. Ево како су означавани бројеви 10.000, 20.000, 100.000, 200.000.



Милиони су означавани као јединице, заокружене зрацима. На пример,

$$\text{Г} = 3000000$$

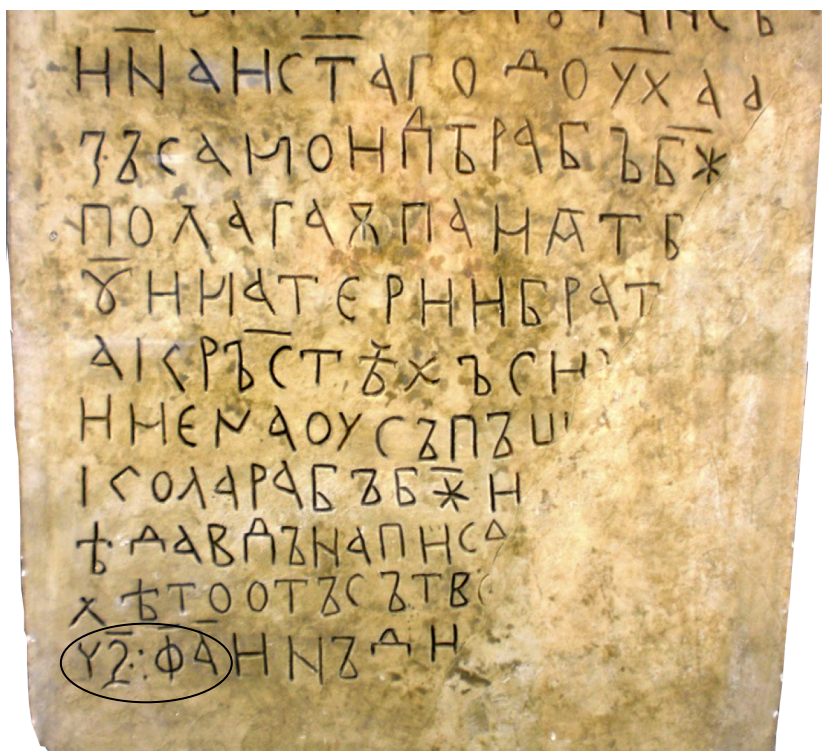
Вишезначни бројеви записивани су у редоследу: хиљада, стотина десетица, јединица: На пример, бројеви 231 и 2.389.678 имају запис:



У пракси, исти бројеви бивали су записивани на различите начине. На пример, број 500044 имао је следећа два записа:

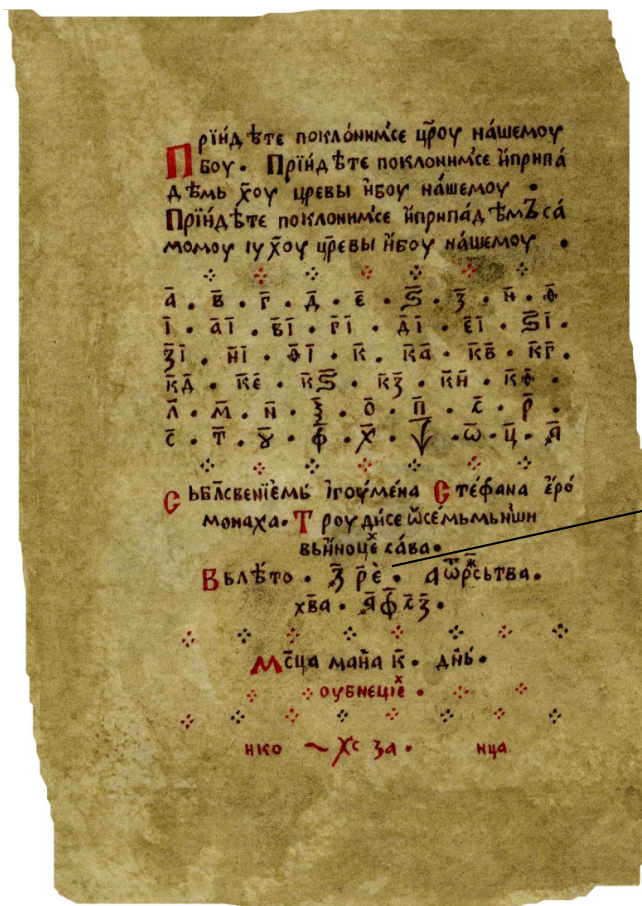
⦿МД - 500044 или *ФМД

Иако нема директних споменика који сведоче о степену математичке културе из периода када је стваран старословенски језик, неке зачетке, пре свега писање цифара, можемо видети на најстаријем познатом споменику писаном ћирилицом, а то је Самуилов натпис из 993. године. Ради се о години 6501, рачунато по tzv. византијској (цариградској) ери.



Самуилов натпис (копија из Педагошког музеја, поклон Галерије фресака): надгробна плоча коју је македонски цар Самуило подигао родитељима. На дну је година (уоквирили смо је) –6501. по византијској, односно 993. по хришћанској ери. Плоча је пронађена 1930. године на источној обали Преспанског језера у селу Герману. Оригинал се чува у Софији.

Највећи број сачуваних старих споменика је из XI века. Углавном су то разна јеванђеља, псалми, требници, мисали, натписи, итд. писани глаголицом и ћирилицом. У тим споменицима можемо видети зачетке старословенског записивања цифара, а неки од споменика су и датирани тим цифрама. Најстарији словенски споменик математичке садржине јесте рукопис монаха Антонова манастира у Новгороду, Кирика. Рукопис потиче из 1136. године. У свом раду Кирик се бави проблемом хронологије: израчунавање времена које протекне између два догађаја. При записивању бројева користи старословенска слова са знаком титла изнад (Дејић, Ђебић, 2015). Споменимо и први српски буквар, чији је аутор монах Сава Дечанац. На следећој слици налази се факсимил четврте стране 1. издања тог буквара на којој видимо ознаке цифара и датум издања.



Четврта страна првог српског буквара, штампаног у Млецима, 1597. године. Ту су цифре у словној нотацији. На крају је записана и година издања

Ѣ р ѣ

(7105, односно 1597. по нашем рачунању времена).

Данас није могуће прочитати и разумети било коју средњовековну повељу, запис на надгробним споменицима, на фрескама и зидовима манастира, на било ком документу, записаном пре седамнаестог века, а да се не зна нумерација коју су нам донели Ђирило и Методије.

Средства за записивање цифара и рачунање

Прва сведочења о томе где су Срби записивали своје бројеве и чиме су рачунали даје нам Црноризац Храбар. Мало се зна о овом првом полемичару и браниоцу словенске писмености. Познат је по свом тексту *О њи-сменех* (*О словима*, 863). Документ има само три странице, али је значајан поглед на стање словенске писмености. У спису стоји: „Пређе Словени не имађаху књига, него по цртама и резама читаху и гатаху”. Другим речима, користили су се рабоши. У средњовековној Србији за рачунање се користе абакуси.

Механички сат Лазара Хиландарца

Срби немају много проналазака који датирају из старијих времена. Није то недостатак српске памети, већ кобна судбина вековног ропства под Турцима. Ипак, можда је мало познато, или мало писано о томе, да у Русији постоје писани документи да је Србин, хиландарски монах Лазар, на позив Великог кнеза Василија I, 1404. године, направио први механички сат који је без прекида радио пуних 217 година и красио најлепшу кулу кремаљских зидина. Ево шта о том догађају пише у својеврсној богословској енциклопедији *Лицевој летописи свог* насталој у XVI веку (Амосов, 1998) која обухвата историјски период од „Књиге постања” до XVI века:

„В лето 6912, Князь Великий замыслил часник и поставил его на своем дворе за церковью за Св. Благовещеньем. Сей часник наречется часомерье; на всякий же час ударяет молотом в колокол размеря и рассчитывая часы ночные и дневные; не бо человек ударяше, но человековидно, самозвонно, страннолепно сотворено есть человеческого хитростью, преимечтатно и преухешренно. Мастер же и художник сему быше (был) некоторый чернец, иже от Святыя горы пришеший, родом Сербин, именем Лазарь. Цена же сему быше вящше (более) полутораста рублев.”

(Лета 6912, Велики кнез је замислио часовник и поставио га је на свој двор иза Благовештењске цркве. Тај часовник, звани часомерје, сваки час је ударао маљем у звоно, одмеравао и одбројавао је часове ноћне и дневне; није [то] ударао човек, него нешто човеку налик, самозвоно

и самопокретно, чудновато некако, створено људском оштроумношћу, маштом и мудрошћу. Мајстор и уметник свему био је неки монах који је скоро дошао са Свете Горе, родом Србин, по имену Лазар. Цена свега била је више од 150 рубаља.)

Поред текста у поменутом летопису налази се и следећа минијатура, на којој светогорски монах Лазар показује кнезу Василију сат који је направио. Цифре на цифарнику написане су у словној старословенској нотацији.



Минијатура (Лицевој летописни свод, XVI век) на којој светогорски монах Лазар показује кнезу Василију сат који је направио

Новац

Још у време римске владавине на тлу Србије радиле су две велике ковнице новца: Сирмијум (Сремска Митровица) и Виминацијум (Костолац). Новац се ковао искључиво од сребра. Назив основне римске монете – *денар*, задржава се у средњовековној Србији као *динар* и тај назив се користи до данас. „Српски динар” се први пут помиње у архивским документима с краја 1214. године. Иако се динар у немањихкој држави користи за плаћање робе, државних дажбина, глобе и др., обрачунска новчана

јединица је био *перпер*. Перпер није био никакав новац, већ замишљена обрачунска новчана јединица, као мера вредности. Са увођењем српског динара обрачунска вредност перпера (преузета од Дубровчана) износила је 12 сребрних динара. Од губитка самосталности 1459. године, па све до половине XIX века престаје ковање српског новца, а у употреби је махом новац страних држава (турски *ирош* и аустријски *шалир*). Српска монета опет почиње да се кује за време владавине кнеза Михаила Обреновића (1823–1868).

Мере и мерења

Рударске мере. Са развојем рударства, трговине, грађевинарства и др., у средњовековној Србији се указује и потреба за употребљавањем различитих мера. „У рударским пословима употребљавале су се најчешће мере дужинске и шупље. Нису ове биле неке нарочите рударске мере, него исте оне које су служиле за мерење у истим пословима” (Скарић, 1939: 78). Ипак, постојале су и неке специфичне мере, које су се користиле само у рударству. Неке су донели Саси са собом, али постојале су и локалне. На основу много документације, нарочито из турског времена, један од наших најбољих познавалаца историје средњовековне Србије, академик Ђирковић (Ђирковић, 1977, 1974), направио је списак мера за руду, дајући њихов приближни међусобни однос. Наводимо само имена тих мера: *шихша*, *хици*, *шовар*, *йоловац*, *кабао*, *вериче*, *кайа*, *елерулук*, *кушао*. Осим специјалних, рударских мера, у рударству су се користиле и друге мере, које су се иначе користиле у другим сферама: *миљар*, *лиџра*, *урица*, *аскађа* итд. И у време турске власти литра се задржава, мада су основне мере биле турске, *ока* и *дирхем*, које су се користиле у целом царству.

Мере за дужину. У средњовековној Србији коришћене су следеће мере за дужину: *йойришише*, *сшадиј*, *уже*, *сежањ*, *лакаш*, *ноћа*, *йед*, *йрст*. Иначе, мера за дужину *сшадиј* потиче из Вавилона. Представља дужину коју човек нормалним кораком пређе од појаве првог зрака Сунца до потпуне појаве Сунчевог диска над хоризонтом. Централно место у систему старих српских мера заузима *сежањ*. Грчки назив је *орџа*, а преводимо га као *хваш*. Величина ове мере је било растојање врхова прстију раширених руку или дужина два обична корака. *Ноћа* заправо представља стопу. Вавилонци су ову меру користили при мерењу цигле. *Лакаш* се појављује као мера најпре у Египту, а затим и у другим древним народима. То је била дужина од лакта до врха кажипрста. Постојали су *мали*, *обични*, три врсте *средње* и *велики лакаш*. *Пед* се помиње у документима из XIII века. У Законима о рудницима деспота Стефана налазимо *йрст*, који се користи за изражавање малих растојања.

Иначе, у разним крајевима Србије коришћене су и следеће народне мере за дужину, а неке су се задржале до данашњих дана (видети: Јашовић, 2011; Елезовић, 1932):

- *бој* – служио је као мера за висину једног нивоа зидане грађевине; тако се каже „кућа на два боја” за кућу која има приземље и спрат;
- *фаиш* – обим стогова сена, детелине, кукурузовине, дебљих стабала мерио се фашом, што је, у ствари, дужина распона раширених руку;
- *кваиш* – мера од два метра, може бити ручни или ножни;
- *преириш*, *шака* – мери се прашкаста материја или слично (брашно, жито итд.);
- *коноџац* – служи као мера за мерење дужине приликом меревања земљишних површина код деобе или продаје земље, али и као мера за количину сена коју увезану конопцем може на леђима понети један човек;
- *шуба* – котур намотаног платна;
- *аршин* – мера дужине једне испружене руке од врха прстију до рамена;
- *уруи* – јединица за дужину која представља осмину аршина;
- *зенија* – мера за дужину од пола стопала којом се мери сенка како би се израчунало колико је сати;
- *конак* – раздаљина која се може прећи за дан хода;
- *круи* – служио је за мерење обима сира, воска и сл.

Мере за масу. У средњовековној Србији коришћене су мере из античког периода, које су у Србију дошле преко Византинаца и латинских трговаца из приморских крајева. Основна мера за масу била је *лишра*. Веће и мање мере су биле: *миљар*, *кеншенар*, *декалишра*, *униција*, *аскађа*.

Старе народне мере за масу коришћене у Србији биле су и (видети: Јашовић, 2011; Елезовић, 1932):

- *ока* – мера за масу и запремину коју су увеле Османлије крајем XV и почетком XVI века; ока, као мера за запремину, износила је 1330 литара и могла је бити мања или већа; почетком XVI века уведен је стандард за *лукно* жита, који износи 140 ока;
- *анџик* – терет који може да понесе човек на леђима;
- *оџак* – означава количину кромпира ископаног из једне кућице;
- *бреме* – количина онога што се може пренети у наручју: дрва, сено, кукурузовина, пруже итд.;
- *два прста* – количина брашна, соли, бибера или чега слично која се може узети са два прста;

– *деветшак* – ручно жњевено жито везивало се у снопове који су се сла-гали на гомиле са тринаест снопова (крстине) са девет снопова у деветакe;

– *каншар* – направа за мерење масе; некада је у Турској кантар био мера за масу од 44 или 55 ока;

– *кола* – количина робе која се може натоварити на запрежна кола;

– *кудља* – количина вуне која може да стане на преслицу;

– *йреїри* – количина која може стати на дланове две спојене шаке.

Мере за површину. За мерење површине употребљаване су следеће народне мере (видети: Јашовић, 2011; Елезовић, 1932):

– *радник, косач* – представља површину која се може окопати или по-косити од изласка до заласка Сунца;

– *йлуї* – површина земље која може да се пооре од изласка до заласка Сунца;

– *рал, јарам* – квадратна површина странице 100 лаката; налазимо је и у Старом завету (1 Сам. 14, 14; Ис. 5, 10, 1 Цар. 18, 32);

– *екшер* – површина земље коју ратар изоре за четири дана;

– *дан орања* – представља површину коју један орач са плугом или ра-лом који вуку два вола може да узоре за један дан (око 30 ари);

– *коса ливаде* – представља површину ливаде коју један косац покоси за један дан (око 20 ари).

Мере за запремину. Коришћене мере за запремину у средњовеков-ној Србији биле су разнолике. Тако, разликовале су се мере за течност и суву материју, а разликују се и саме мерице за различите материје, суве или течне. Тако, мерице истог имена могу мерити различите количине различитих материја (на пример, мерице за со и пшеницу се зову исто, а нису исте). У доба Немањића основна мера за житарице био је *кабао*, а за вино *чабар*. Чабар се користи и данас у Србији. У турским актима из XV и XVI века говори се о мерама *лукно* за житарице и *ведро* за вино. У турско доба ведро се мења мером под називом *медре*. Шупљим мерама Словени су, поред течних, мерили и суве материје. Важна шупља мера је *уборак*. У XV веку у неким деловима Србије (Ново Брдо) вино се мери *конашом*, а мање мере су биле *сукуиа* и *красовољ*.

За мерење запремине употребљаване су и следеће народне мере (ви-дети: Јашовић, 2011; Елезовић, 1932):

– *хваш* – није се користио само као мера за дужину, већ и за запремину;

– *шиник* – дрвени суд који служи као мера за жито;

- *џрмка* – старинска кошница која је некада служила и као мера за одређену количину меда;
- *сџраник* – буре удешено за товарење на коња уместо меха;
- *кондир* – суд разног облика и материјала, али исте запремине, у ком се држала ракија или вино;
- *џоловак* – стара мера за течност, пола кондира;
- *куџо* – дрвени суд који је од старина служио као мера за жито; направљен од дрвета са дршком са стране и мерио је десет до петнаест ока зрнасте робе;
- *џесџија* – грнчарска посуда са дршком запремине до два литра;
- *бисаџе* – двострука торба која се носи преко рамена или пребачена преко седла или самара запремине десет–петнаест килограма.

Битнијих разлика у мерама које су употребљаване у средњовековној Србији и оних које су настале у турско време нема. Исте основне мере добиле су нове турске називе уместо старих српских. Такве „турске” мере употребљавају се до XIX века. Истакнимо чињеницу да се српске старе мере, од којих се неке употребљавају и данас, срећу на многим местима и у српском преводу *Библије*. Неке старе српске мере се појављују у *Библији* јер су преводиоци (Ђ. Даничић и В. Караџић) нашли да су оне адекватне оригиналима (в. Дејић, 2014б).

Школство

Образовање се у средњовековној Србији стицало у оквиру манастира и цркава, док су при дворовима постојали приватни учитељи који су образовали синове властеле припремајући их за будуће дужности (Благојевић, 1989). Они који су одлучили да се замонаше учили су у манастирима да читају и пишу. Такође, парохијски свештеници су били дужни да обуче млађе дечаке и припреме их за богослужења. Постојала су и училишта, где су старије дечаке подучавали световни учитељи, али о овоме, као и о томе шта се тамо учило, има мало података (Благојевић, 1989). За писање се користе таблице премазане воском. У таквим условима „школовања” тешко да је ко подучавао математику. На дворовима су радили обучени абацисти, који су вероватно били странци. Ипак, из многих повеља сазнајемо како су писани бројеви, какав је новац коришћен, које су мерне јединице употребљаване, како је мерено време итд. Ако се зна да је природни развој српског царства заустављен у XIV веку најездом Турака и да су српске земље све до XIX века биле под страном окупацијом, организованији развој школства, а сходно томе и математичког образовања треба тражити тек у

XIX веку. Иако су неке српске области стекле независност нешто раније, фактичка независност Србије остварена је на Берлинском конгресу 1878. године. Убрзо после тога први Србин, Димитрије Данић (1862–1932), стиже докторат из математике. Радови неких математичара, попут Михаила Петровића (1868–1943) и Богдана Гавриловића (1864–1947) сасвим се уклапају у математичку науку тада најразвијених земаља у свету. Поред Данића, докторате из математике у XIX веку стичу још четири Србина: Богдан Гавриловић, Ђорђе Петковић (1862–1934), Михаило Петровић и Петар Вукићевић (1862–1941). Нису сви докторати и написани математички радови српских математичара XIX века од великог научног значаја, али за српску историју и културу имају велики значај (Вујасић и др., 2011).

Закључак

Укратко смо изнели нека сазнања у вези са математичким почецима у Србији. Ти почеци махом се односе на средњовековну Србију. Ограничени простором, нисмо били у могућности да сагледамо многе детаље који би боље осветлили тематику којом смо се бавили. Видели смо да почеци, бар писани, математике у Србији сежу од тренутка примања писмености, добијања писма, које у Србију доносе браћа Ћирило и Методије. У доба Немањића нема математичких открића, пре би се рекло да смо презентовали неке видове коришћења математике (нумерација, новац, мере и мерења...). Што се тиче школства, у средњовековној Србији га није било, осим по манастирима. О неком организованом деловању на пољу математичког образовања може се говорити тек кроз делатност истакнутих српских педагога у Хабзбуршкој монархији, а те почетке треба тражити тек у првој половини XIX века.

Овај рад представља мали допринос стварању националне историје развоја математике у Србији и отварање питања за шире бављење овом значајном темом.

Литература

- Амосов, А. А. (1998). *Лицевой летописный свод Ивана Грозного. Комплексное кодикологическое исследование*, Москва: Едиториал УРСС.
- Благојевић, М. (1989). *Србија у доба Немањића*, Београд: ИРО БЕОГРАД.
- Бубало, Ђ., Крстић, П. (2016). *Владари Србије*, Београд: Младинска књига.
- Вујисић, Ж., Дејић, М., Зељић, М. (2011). Развој методике основношколске наставе рачунице у Кнежевини (Краљевини) Србији у XIX веку, у: *Из историје наставе математике у основним и средњим школама у Србији*, Београд: Педагошки музеј, 41–96.
- Дејић, М. (2014a). How the old Slavs (Serbs) wrote numbers, *Journal: BSHM Bulletin: Journal of the British Society for the History of Mathematics*, Vol. 29, No. 1, 2–17.
- Дејић, М. (2014b). Математички и методички почеци код Срба, у: В. Милосављевић (ур.), *Наука и глобализација*, Том 3, Источно Сарајево: Филозофски факултет, 33–47.
- Дејић, М., Ђебић, С. (2015). Најстарији руски (словенски) математички рукопис, дело монаха Кирика, *Иновације у настави*, Вол. 28, бр. 2, Београд: Учитељски факултет, 79–88.
- Девиде, В. (1975). Одакле долазимо, гдје смо и камо идемо као математичари, *Математика*, 4, 5–15.
- Dugas, R. (1961). *La Mathématique objet de culture et outil de travail*, Paris.
- Елезовић, Г. (1935). *Речник косовско-мешохијског дијалекта 1–2*, Београд: Српска краљевска академија.
- Јашовић, Г. (2011). Простор, време, небо, мере и мерила у говору Угљара код Косова Поља и у речнику Глише Елезовића, *Зборник радова конференције „Развој астрономије код Срба VI”*, бр. 10, Београд: Астролошко друштво „Руђер Бошковић”, 827–843.
- Пешић, Р. (1995). *Винчанско писмо* (приредила Весна Пешић), Београд: Пешић и синови.
- Скарић, В. (1929). *Старо рударство и техника у Србији*, Београд: Задужбина Милана Кујунџића.
- Ђирковић, С. (1977). Мере у средњовековном рударству Србије и Босне, *Зборник Хисторијског института Југославенске академије знаности и уметности*, Вол. 8.
- Ђирковић, С. (1974). Мере у средњовековној српској држави, *Мере на путу Србије кроз векове*, Београд.
- <http://www.rasen.rs/2017/03/anatolij-kljosov-otkud-su-se-pojavili-sloveniindoetropljani-odgovor-daje-dnk-genealogija/>
- www.vaseljenska.com/.../srbica-odbrana-pisma-kao-obelezja-nacionalne-kulture/

Mirko Dejić

University of Belgrade

Teacher Education Faculty

THE DAWN OF SERBIAN MATHEMATICS

Summary: The very beginnings of Serbian history and science, from the settling of the Serbs to the Balkans until the 10th century, are known from a document written by the Byzantine emperor Constantine VII Porphyrogenitus (905–959). According to this official history, Serbs came to the Balkans in the 7th century. However, there is another, alternative history, which teaches us that the Balkans were the original homeland of the Serbs, that they have been there for over 12,000 years and that their migration to the North (about 4,000 years ago) gave rise to all present-day Slavs, including the Russians. According to these concepts, Serbian literacy, and mathematical literacy as well, either emerged relatively late, with the arrival of Cyril and Methodius (9th century), or is the oldest in the world.

This paper considers how the old Serbs wrote cyphers, small and big numbers, which monetary units and units of measurement they used, when the first mathematical books were written, how a Serb named Lazar of Chilandary made the first mechanical clock in Russia in 1404, etc.

Keywords: numeration, big numbers, measurement, money, clock.

Јасмина Милинковић
Универзитет у Београду
Учитељски факултет

DOI:10.46793/MANM4.029M
УДК: 51:373.046-021.64(497.11)

ПЕРСПЕКТИВЕ ЗА РАЗВОЈ СТАТИСТИЧКЕ ПИСМЕНОСТИ У ПОЧЕТНОЈ НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ

Апстракт: Рад је посвећен анализи аспеката актуелног математичког образовања повезаних са развојем статистичке писмености. У првом делу рада анализирана су постигнућа ученика четвртог разреда на TIMSS 2015 у области приказивања података, у односу на когнитивне домене задатака и врсте графичког приказа. Предшколско искуство омогућава рани сусрет деце са табеларним и другим видовима визуелног представљања података на интуитивном нивоу. Како област приказивања података није дефинисана у нашем наставном програму до 4. разреда, постигнуће ученика указује на (не)формално усвајање знања из овог домена. Урађена је упоредна анализа садржаја из области приказивања података у програмима других земаља. У другом делу, истраживано је стање у актуелним уџбеницима у Србији. Анализиран је узорак од 8 актуелних уџбеника четвртог разреда основне школе са циљем утврђивања присуства програмских садржаја и анализе задатака из области приказивање података. Дат је и осврт на резултате емпиријских истраживања реализованих у Србији, а везаних за истраживање могућности увођења елементарне статистике у наставни програм. Циљ рада је да представљајући тренутно стање и постигнућа ученика пружи аргументе за увођење ових садржаја у математику до 4. разреда основне школе.

Кључне речи: статистичка писменост, TIMSS 2015, математика, приказивање података.

Увод

Статистичка писменост значајан је део математике писмености. Одговор на питање шта је математичка писменост може се заснивати на различитим теоријским разматрањима, упоредним анализама наставних програма, али се у значајној мери може извести и анализом математичких садржаја задатака на великим међународним истраживачким пројектима

какав је ТИМСС, до којих се долази консензусом националних представника. Јаблонка (2003) дискутује о разумевању математичке писмености са аспекта способности коришћења основних вештина рачунања и геометријских вештина у свакодневним контекстима, али и алтернативног истицања математичке писмености као мреже знања и разумевања фундаменталних математичких идеја. Трећа страна поентира да се математичка писменост пре свега огледа у способности да се развију софистицирани математички модели, или као способности за разумевање и евалуацију коришћења бројева и математичких модела од стране других (Jablonka, 2003: 76). Де Ланж и експерти из више земаља у свом разумевању математичке писмености истичу превасходно важност стицања способности јединке да разуме улогу и значај математике, да изводи логички аргументоване закључке и да користи математику на начине који одговарају њеним потребама кроз улогу активног члана културе у којој живи (OECD, 1999). Ми смо овде посебно фокусирали пажњу на статистичку писменост као део елементарне математичке писмености.

Велман (Wellman, 1993) дефинише статистичку писмености као способност да се разумеју и критички оцене статистички резултати које срећемо у свакодневним активностима заједно са способношћу да уваже допринос статистичког начина размишљања у доношењу приватних и пословних одлука. У том смислу, јасно је да су познавање и примена статистичког резонувања важни за успешно рационално доношење одлука јединки у приватном и професионалном животу. Недостатак статистичке писмености отвара могућност погрешних интерпретација података са којима се појединци срећу, приватно, у медијима, као и у професионалном животу. Од посебног је значаја достизање високог нивоа статистичке писмености у медицинским наукама, економији и другим друштвеним, техничким и природним наукама.

Елементи статистике у наставним програмима других земаља

Програмски задаци почетне наставе математике се заснивају на културном одређењу (почетне) математичке писмености, анализама потреба савременог друштва, упоредним анализама програма других земаља. У неким земљама, попут Мађарске, деца већ са шест година упознају теме из вероватноће и дескриптивне статистике. У Словенији деца се већ у другом разреду баве елементима статистике и комбинаторике као што су обрада података и једноставнији комбинаторни задаци. У Сједињеним Америчким Државама бављење прикупљањем и анализом података започиње у предшколском узрасту. У Сингапуру, а слично и у другим наставним системима

Далеког истока, у почетној настави математике баве се цртањем графика-на (стубичастих графика, линијских графика и кружних дијаграма), табела, интерпретацијом и коришћењем информација из графика и табела за решавање проблема, израчунавањем средње вредности. У табели је дат сажети приказ садржаја из области приказивања података у одабраним земљама. Избор земаља направљен је на основу успешности на TIMSS 2015, при чему је Словенија уврштена у анализу као једна од земаља у окружењу која је донедавно имала програм врло сличан наставном програму у Србији, а која је постигла бољи успех од Србије у овом испитивању.

Табела 1. Програмски садржаји из области приказивања података на узрасту до 11 година

Земља/област	Приказивање података
Јапан	Прикупљање и организовање података у складу са циљем; Представљање података помоћу табеле и графика; Испитивање особина података.
Јужна Кореја	Цртање графика, дијаграма и табела; Својства података и организовање података; Интерпретација промене графика; Дијаграми, пиктограми, интерпретација података.
Русија	Статистика (представљање података у табелама, дијаграмима, графиконима); Средња вредност; Концепт статистичког закључивања на основу узорка.
Сингапур	Цртање и интерпретација графика и табела; Решавање проблема; Средња вредност;
Словенија	Цртање графика, дијаграма и табела; Прикупљање, организовање и представљање података; Интерпретација промене графика; Дијаграми, пиктограми, интерпретација података; Решавање проблема;

Финска	Прикупљање и приказивање података, читање једноставних табела и дијаграма; Координатни систем, представљање података преко графикана; Решавање проблема; Средња вредност;
Хонгконг	Статистика (пиктограми, бар графикони и др.).

Видимо да се садржаји из приказивања података којима се баве ученици у овим земљама у великој мери преклапају (Табела 1). У овим земљама читање података из графикана представља очигледно основни ново знања. У већини се, међутим, ученици баве и прикупљањем и приказивањем података као и решавањем проблема који укључују анализу приказаних података. У Русији, Сингапуру и Финској ученици се баве и појмом средње вредности. Из табеле је јасно да се може говорити о значајном степену консензуса о когнитивним способностима ученика и потреби да они већ у том узрасту стекну основе статистичке писмености.

Испитивање статистичке писмености на ТИМСС-у – резултати и дискусија

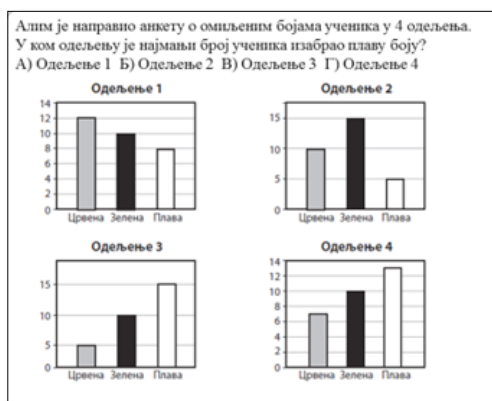
У оквиру теста из математике на ТИМСС 2011 и ТИМСС 2015 идентификују се следеће теме:

- Читање, поређење, приказивање података из табела;
- Читање, поређење, приказивање података из пиктографа;
- Читање, поређење, приказивање података из стубичастих, линијских и кружних графикана;
- Давање одговора на основу приказаних података, превазилажењем директног читања датих података (решавање проблема и рачунање коришћењем података, комбиновањем података из два и више извора, закључивањем на основу података, итд).

Приметимо да садржаји који се испитују на ТИМСС-у не обухватају све што раде ученици у земљама чије смо програме анализирали у претходној секцији.

Карактеристичан за ТИМСС је задатак у коме ученици одговарају на питања директним читањем информација приказаних на стубичастим графиконима. У конкретном случају задатка који овде приказујемо (Слика 1), ученици треба да упореде информације приказане на четири графикана. Могући збуњујући фактор је да треба обратити пажњу на боју стубића јер

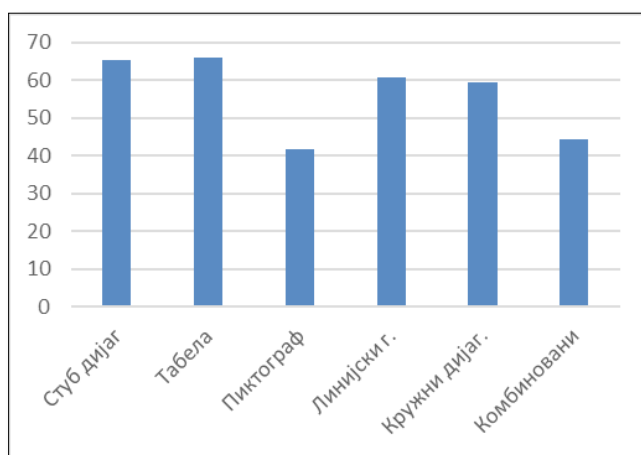
је број ученика који су изабрали плаву боју представљен белим стубићем (а не сивкасто или црно обојеним стубићем).



Слика 1. Компарација стубичастих дијаграма, објављени задатак TIMSS 2015

Когнитивно захтевнији задатак би био упоређивање информација датих на два различита графика (нпр. стубичасти и кружни дијаграм).

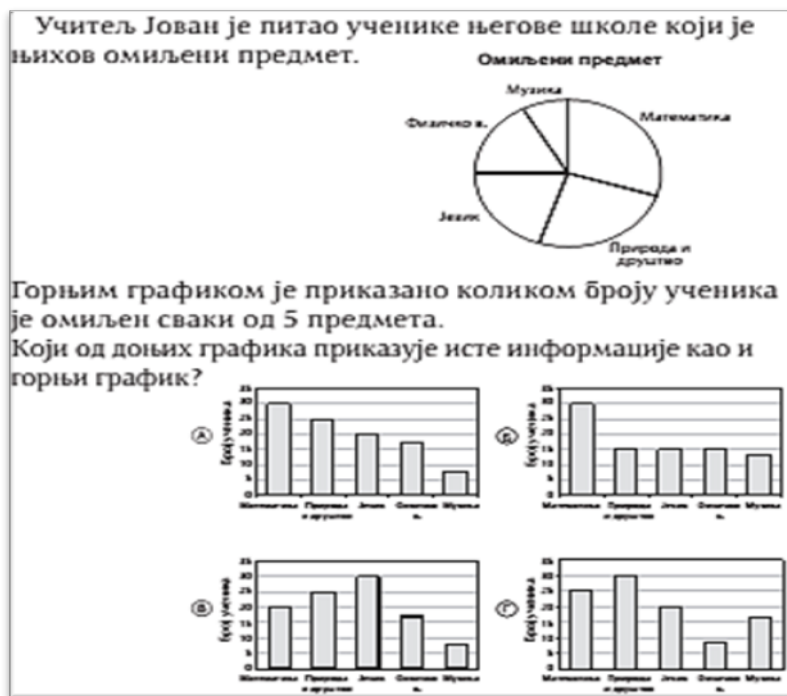
Ученици из Србије имали су преко 50% тачних одговора на задацима који су подразумевали податке представљене табеларно, или на стубичастом дијаграму, кружном дијаграму или линијском графику. Слабији успех постигли су једино код читања пиктографа и задатака у којима су комбинована два начина представљања података (нпр. кружни дијаграм и стубичасти дијаграм или табела и стубичасти дијаграм).



Слика 2. Постигнуће ученика Србије на TIMSS 2015 у процентима према типу графичког приказа у задатку

Чак 90,4% ученика умело је да одговори и пронађе одговор читајући једноставни стубичасти дијаграм у коме се до одговора долазило проналажењем максималне од четири приказане вредности. Међутим, знатно мањи проценат ученика умео је са истог графика да упореди парове приказаних вредности и каже између која два пара је највећа разлика. Задатак који припада когнитивном домену примене знања захтева од ученика да директно прочитају податке из стубичастог дијаграма.

Са друге стране, веома мали проценат ученика умео је да доврши кружни дијаграм на основу датих података. Како се овај начин графичког представљања ретко среће у нашим уџбеницима, овакав резултат није очекиван.



Слика 3. Задатак са кружним и стубичастим дијаграмом, објављени задатак TIMSS 2015.

Посебно изазовним показали су се задаци у којима су ученици морали да упореде два различита графичка приказа и да утврде која два графика показују идентичну ситуацију (Слика 3).

Област „Приказивање података” у уџбеницима

У нашем наставном програму од 1. до 4. разреда још увек не постоји експлицитно наведена област приказивања података. Ипак, неки наведени општеобразовни задаци могу се тумачити као позив на бављење и неким елементима статистичке писмености. У наставном програму математике у млађим разредима основне школе као општи задатак наведен је задатак стицања знања која су „неопходна за разумевање квантитативних и просторних односа и законитости у разним појавама у природи, друштву и свакодневном животу”. Такође, неопходно је „да ученици стичу основну математичку културу потребну за откривање улоге и примене математике у различитим подручјима човекове делатности (математичко моделовање), за успешно настављање образовања и укључивање у рад”.

Јасно је да се оба ова задатка могу довести у везу са развојем способности читања, анализе информација о појавама представљеним визуелно помоћу табела и графикана, као и коришћењем у решавању проблема.

Чињеница је да наши ученици као део друштва имају прилику да се сусрећу са различитим приказима података. Заиста, тешко се може пренебрегнути чињеница да деца, као и одрасли, не могу избећи сусрет са графицима и табелама који су значајно присутни у медијима. Поред тога, у предшколском васпитању деца имају прилике да се баве креирањем табеларних приказа података као и стубичастих дијаграма. Најзад, у стандардима за основно образовање из математике експлицитно се захтева познавање области приказивање података (Stanojević i sar., 2010). Милинковић и сарадници (2017) наводе претпоставку да је учешће на међународним испитивањима као што су TIMSS и PISA допринело препознавању значаја ове области и макар увођењу праксе спорадичног, непланског бављења задацима из ове области. Они сматрају да је из тог разлога област приказивања података вероватно заступљена у уџбеницима из математике више него ранијих година (Milinković i sar., 2017).

Да бисмо проверили ову тврдњу прегледали смо узорак уџбеничких комплета за четврти разред, осам најзаступљенијих комплета следећих издавача: Бигз, Едука (два комплета), Завод за издавање уџбеника, Клет, Креативни центар, Нови логос и Нова школа. Пронашли смо да се у пет комплета јављају задаци из домена приказивања података. У њима се може приметити различит степен пажње које су аутори усмерили на ову област коју програмски нису обавезни да покрију. Неки од аутора су одабрали само један задатак из ове области, неки су сматрали да се овој теми треба враћати периодично у оквиру надоградње основне колекције задатака других области, док трећи имају читав одељак са садржајима из области приказивања података, просечно мање од 8 задатака по уџбеничком комплету за 4. разред. Код већине комплета садржаји из овог домена су интегрисани

у задацима у оквиру других области. Ученици читају податке из табела и сликовних дијаграма бавећи се сабирањем и одузимањем вишецифрених бројева, разломцима или једначинама и неједначинама. У једном комплету (Todorović, Ognjanović, 2016) такви се задаци јављају у посебној секцији „Занимљиви задаци”, док у другом (Popović i sar., 2016) постоји и засебно поглавље посвећено овом домену.

У задацима се подаци приказују у табелама, стубичастим дијаграмима, линијским графицима и кружним дијаграмима (пита графицима). Од ученика се очекује да умеју да прочитају и упореде податке из табела или стубичастог дијаграма и кружних графика (Dejić i sar., 2016: 32; Todorović, Ognjanović, 2016: 162). У једном комплету се јавља и по један задатак са пиктографом и линијским графиком (Todorović, Ognjanović, 2016). Изузетно, од ученика се у појединачним задацима тражи да доврше започети график или табелу. Такође, у појединим задацима до одговора се долази закључивањем на основу комбиновања добијених података. С обзиром на то да нема предвиђене обраде садржаја везаних за приказивање података, очигледно се подразумева да ученици интуитивно разумеју појмове *дијаграм*, *максималне* и *минималне вредности*. Термин *просек* и *одређивање просечне вредности* се објашњавају узгред, уз решавање задатка у коме је то један од захтева (Popović i sar., 2016: 191; Todorović, Ognjanović, 2016: 192).

Истраживања у домену приказивања података у Србији

При разматрању могућности увођења нових садржаја важно је пронаћи и верификовати погодност одређеног методичког приступа овим садржајима. Због тога је од важности размотрити досадашња истраживања у овој области. Проблематиком методике наставе елемената вероватноће и статистике у Србији се већ дужи низ година баве Крекић, Милинковић и други. Крекић је у свом истраживачком раду, од дисертације до данас, фокусирана на садржаје из комбинаторике, указујући на значај и неопходност ранијег бављења појавама са неизвесним исходом у настави (Krekić, 2015). Слично, Опарница и сарадници (Oparnica et al., 2016) испитивали су могућности бављења комбинаторним задацима у млађим разредима нудећи modele активности за млађи школски узраст.

Милинковић се у низу радова бави проблематиком наставе вероватноће и статистике (Milinković, 2006, 2007, 2010, 2012). Резултати емпијског истраживања о изводљивости увођења садржаја из вероватноће и статистике у основну школу коришћењем одабране репрезентације изложени су у монографији (Milinković, 2007). Емпиријска студија заснована је на анализи светских искустава у вези са садржајима из вероватноће и

статистике, теорија развоја стохастичког резоновања као и теорија репрезентације и њој су експериментално проверавани ефекти три типа репрезентација (акционој, иконичкој и симболичкој) на изабраним појмовима вероватноће и статистике у раду са ученицима основне школе од 4. до 8. разреда. Експериментални програм обухватао је и читање, прикупљање и приказивање података, као и решавање проблема на основу информација датих у графичкој форми.

На другом месту, Милинковић се бави резултатима акционог истраживања у коме су испитиване могућности интегративног приступа у коме је учење приказивања података интегрисано са садржајима техничког образовања (Milinković, 2010, 2012). Показало се да већина ученика има почетна знања о графичком приказивању података, што им даје основу за брзи напредак у усвајању елементарних појмова из ове области.

Иако су малобројна, ова истраживања указују на интерес методичара математике у Србији за ово подручје, а резултати истраживања говоре у прилог увођењу садржаја у наставни програм.

Закључак

Анализа постигнућа из области Приказивање података показује да ученици из Србије, иако не упознају ову област формално у школи, ипак имају одређења интуитивна знања. Дакле, може се закључити да значајан проценат ученика јесте елементарно статистички писмен у складу са узрастом. Анализа наставних програма одабраних успешних земаља показује да ове земље посвећују усаглашену пажњу одређеним темама везаним за приказивање података. Пре свега, ученици ових земаља на узрасту до 11 година уче да читају и упоређују податке задате једноставним графиконима и табелама. Такође, они стичу праксу решавања проблема коришћењем података.

У раду смо се бавили и анализом тренутног стања у уџбеницима. Одабрани узорак чинили су уџбеници за четврти разред издавача који покривају већи део тржишта у Србији. Показало се да се у уџбеничким комплетима могу наћи задаци из области приказивања података, било интегрисани у друге области, било издвојено. Ипак, број задатака није велики, те се не може сматрати да су садржаји из ове области значајно присутни у актуелним уџбеницима.

На основу постигнућа наших ученика може се закључити да су ученици когнитивно спремни за упознавање нове области и да искуство других земаља говори у прилог укључивању ових садржаја у наставни програм. Истраживања реализована у Србији показују да су наши ученици когнитивно спремни за бављење овим садржајима уз примерену методичку

трансформацију. Увођењу области која није нова само за ученике већ и учитеље треба приступити са посебном пажњом. Рано стицање елементарне статистичке писмености не само да би помогло ученицима у академском напредовању, већ би било искорак у циљу развијања математичке писмености.

Литература

- Dejić, M., Milinković, J., Đokić, O. (2016). *Matematika 4*, udžbenik i radna sveska za četvrti razred osnovne škole, 4. izdanje, Beograd: Kreativni centar.
- Jablonka, E. (2003). Math Literacy, in: A. Bishop, M. A. Clements, C. Keitel–Kreidt, J. Kilpatrick, F. K-S. Leung (Eds.), *Second International Handbook of Mathematics Education*, Springer, 75–102.
- Joksimović, S. (2016). *Matematika 4*, udžbenik i radna sveska za četvrti razred osnovne škole, Beograd: Eduka.
- Krekić, V. et al. (2015). Strategy and methods for solving combinatorial problems in initial instruction of mathematics, *International Journal of Modern Education Research*, 2(6), 77–87. Retrieved on November 30, 2017 at <http://www.aascit.org/journal/ijmer>.
- Maksimović, M. (2016). *Matematika, 4*, udžbenik i radna sveska za četvrti razred osnovne škole, Beograd: BIGZ.
- Milinković, J. (2015). Od postojećeg ka mogućem matematičkom obrazovanju, u: J. Radišić, N. Buđevac (ur.), *Sekundarne analize istraživačkih nalaza u svetlu novih politika u obrazovanju*, Beograd: Ministarstvo prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republika Srbija i Društvo istraživača u obrazovanju u Srbiji, 106–117.
- Milinković, J. (2007). *Metodički aspekti uvođenja verovatnoće i statistike u osnovnu školu*, Beograd: Učiteljski fakultet.
- Milinković, J. (2010). Pupils' active learning in integrated curriculum: a case study, *Student in Contemporary Learning and Teaching*, Beograd: Učiteljski fakultet, 97–109. ISBN 978-86-7849-139-9.
- Milinković, J. (2012). Problem Solving in Integrated Curriculum: The Results of an Action Research Project, in: F. Doyran (Ed.), *Research on Teacher Education and Training*, Athens, Greece: Athens Institute for Education and Research, 165–176.
- Милинковић, Ј. (2006). Репрезентације у настави вероватноће и статистике у основној школи, *Иновације у настави*, XIX, 2, 27–36.
- Milinković, J., Jablanović Marušić, M., Dabić Bosiljčić, M. (2017). Postignuće učenika u matematici; Glavni nalaz, trendovi i nastavni plan i program, u: M. Marušić Jablanović, N. Gutvajn, I. Jakšić (ur.), *TIMSS 2015 u Srbiji: Rezultati međunarodnog istraživanja postignuća učenika četvrtog razreda osnovne škole u matematici i prirodnim naukama*, Beograd: Institut za pedagoška istraživanja, 27–50.

Milinković, J. (2005). Elementi verovatnoće i statistike u nastavnim programima, *Inovacije u nastavi*, XVIII, 3, 15–21.

Milošević, B., Marković, B., Jevtić, Z. (2016). *Razigrana matematika 4*, udžbenik i radna sveska za četvrti razred osnovne škole, Nova škola.

Oparnica, Lj., Sudzukovic, S., Zobenica, M. (2016). Permutation in Lower Grades of Primary School, *Norma*, 1/2016, 137–150.

Todorović, O., Ognjanović, S. (2015). *Matematika 4*, udžbenik za četvrti razred, Beograd: Zavod za udžbenike.

Popović, B., Vulović, N., Jovanović, M., Nikolić, M. (2016). *Matematika 4*, udžbenik za četvrti razred osnovne škole, Beograd: Klett.

Stanojević, D., Milinković, J. (2013). *TIMSS 2011 – 4. razred matematika: analiza nastavnog programa i zadataka*, Beograd: Institut za pedagoška istraživanja.

Tahirović, S. (2016). *Matematika 4*, udžbenik za četvrti razred, Novi Logos.

Zarupski, S. (2016). *Matematika 4*, udžbenik i radna sveska, Eduka.

Wallman, K. K. (1993). Enhancing Statistical Literacy: Enriching Our Society, *Journal of the American Statistical Association*, Vol 88, No 421.

Jasmina Milinković

University of Belgrade

Teacher Education Faculty

PERSPECTIVES FOR DEVELOPMENT OF STATISTICAL LITERACY IN PRIMARY SCHOOL MATHEMATICS

Summary: The paper deals with aspects of contemporary mathematical education related to development of statistical literacy. The achievements of fourth grade students from Serbia to TIMSS 2015 in displaying data are analyzed. The achievements of students are discussed in relation to the cognitive domain of mathematical tasks and types of graphic display. Preschool experience allows early intuitive encounter with tabular and other visual data presentation. The data display domain is not defined in Serbian primary grade curriculum; therefore, relatively high student achievements is due to informal acquisition of knowledge in this field. A comparative analysis of contents in the field of data presentation in curricula of other countries is presented. In the second part, the current textbooks in Serbia are analyzed. A sample of 8 textbooks for the fourth grade of elementary school was analyzed to determine the presence of data presentation tasks. The paper gives a short overview of the research studies conducted in this field in Serbia. The aim of the paper is to encourage introducing this content in primary school mathematics curriculum.

Keywords: statistical literacy, TIMSS 2015, mathematics, data display.

Даниел А. Романо

Научно друштво математичара
Бања Лука

DOI: [10.46793/MANM4.041R](https://doi.org/10.46793/MANM4.041R)

УДК: 51-023.44
519.252-057.875

ПЕРЦЕПЦИЈЕ ЧЕТВОРОСТРАНИКА СТУДЕНАТА СТУДИЈСКОГ ПРОГРАМА ЗА ОБРАЗОВАЊЕ ПРОФЕСОРА РАЗРЕДНЕ НАСТАВЕ

Айстѝрактѝ: Ово истраживање имало је за циљ стицање увида у перцепције студената студијског програма за образовање професора разредне наставе (учитеља) о четвоространицима и класификацији четвоространика. У том циљу тестирали смо 63 студента треће и четврте године два педагошка факултета у БиХ. На основу повратних информација, овај истраживач је склон формирању слутње/хипотезе да ова тестирана популација има знатних потешкоћа са детерминисањем четвоространика и њиховом класификацијом. Ова иницијална студија нам сугерише закључак да су заблуде које имају ученици нижих разреда са овом геометријском фигуром последица заблуда које о њој имају њихови наставници. Ако прихватимо овакву констатацију и ако је проширимо на читаву наставу геометрије у таквим школама, онда долазимо до претпоставке да је недовољан развој геометријског мишљења („ниво 1” по Ван Хилеовој класификацији) код ученика последица недовољних математичких и методичких знања, али и недовољно развијених способности њихових наставника да разумију процесе подучавања и ученичког учења. Дакле, проблеме наставе геометрије у нижим разредима основне школе би требало сагледавати пребацивањем фокуса са ученика на њихове наставнике.

Кључне речи: четвоространици, класификација четвоространика, студенти учитељског програма.

Увод

Изучавање школског и академског предмета Геометрија, самостално или у саставу неких других предмета, поспјешује јачање способности логичког и геометријског мишљења, али и развијање вјештина рјешавања проблема. Сем тога, процјењује се да особе које уче геометрију подижу

властита умјећа критичког и креативног промишљања. Из тог разлога, у настави математике у основним, средњим школама и академском образовању требало би да су више присутни геометријски садржаји него је то сада случај. Таква настава помаже развоју вјештина препознавања геометријских облика (линија, фигура и тијела) али и уочавању, разумијевању и прихватању њихових атрибута. Довођењем у везу ових детерминација тих облика са класама конкретних облика развија се умјеће разумијевања одговарајуће класификације класа тих облика. Ово, наравно, поспјешује способности дедуктивног закључивања. Једна од таквих класа јесте класа четвоространика/четвороуглова. Изучавање ове класе геометријских фигура углавном се фокусира на идентификацију и класификацију појединачних подгрупа ове класе фигура. Анализа ових студија показује да ученици/студенти имају потешкоће у идентификовању четвоространика (Vinner, 1991; De Villers, 1998; Currie, Pegg, 1998; Pratt, Davison, 2003; Zaslavsky, Shir, 2005), али и у њиховој хијерархијској класификацији (Monaghan, 2000; Erez, Yerushalmy, 2006; Pickreign, 2007; Fujita, Jones, 2007; Okazaki, Fujita, 2007; Fujita, 2012). Већи број публикованих текстова на ову тему сугерише да је ученицима/студентима типски модел важнији чак и од прихватљиве детерминације и препознавања атрибута ове геометријске фигуре (Hershkowitz, 1990). Ови прототипски примјери концепата четвоространика почесто доведу до заблуде и сукоба између прихватљивог дефинисања и појединачних личних односа према таквим фигурама (Fujita, Jones, 2006; Fujita, 2012; Hershkowitz, 1990; Pratt, Davison, 2003). О томе како ученици нижих разреда основне школе виде паралелограм писао је и аутор овог рада (Marković, Romano, 2013).

Наставници математичких садржаја у основној школи играју кључну улогу у перцепцији класификације и успостављању односа између четвороуглова (Turnuklu et al., 2012). Из тог разлога, перцепција четвоространика код наставника и будућих наставника важна је истраживачка тема. Истраживања откривају да наставници имају тешкоће око ове динамичке класификације, сличне оним које се могу установити код њихових ученика. У једном броју истраживачких студија о овом проблему, већина будућих наставника детерминише класе четвоространика под утицајем слика (на примјер Pickreign, 2007), а не на основу знања и разумијевања те класификације. На примјер, Фуџита и Џоунс (Fujita, Jones, 2007) нас информису да већина тестиране популације будућих наставника препознаје класе четвоространика, али није у стању да понуди прихватљиве детерминације тих класа. Слична искуства има и аутор овог рада. У недавно публикованом тексту (Романо, 2017), академској јавности дато је на увид, процјењивање и прихватање истраживање перцепције правоугаоника студената два учитељска студија у БиХ. Према тој студији, 50% тестиране популације је у стању да понуди прихватљив опис правоугаоника, док је само нешто преко

10% те популације понудило прихватљив одговор на захтјев о прецизном дефинисању ове геометријске фигуре.

Процјењује се да би читалац требало да посебну пажњу покло-ни публикованим текстовима: Aktas, Aktas (2012); Aytekin et al. (2011); Brunheira, Da Ponte (2016); Budiarto et al. (2017); Çontay et al. (2012); Pickreign (2017); Rianasari et al. (2016); Törnüklü et al. (2013); Törnüklü (2014); Usiskin et al. (2008).

Будиарто и сарадници су у свом раду (Budiarto et al., 2017) истражи-вали како ученици нижих разреда основне школе прихватају и спроводе процесе апстракције у вези са хијерархијском класификацијом четворо-страника. Мањкавости које су уочене не би требало приписивати само ученичкој недовољно изграђеној геометријској писмености. Фокус про-блема треба помјерати према неконсолидованим геометријским и геоме-тријско-методичким наставничким умјетностима.

Брунхеира и Да Понте (Brunheira, Da Ponte, 2016) су сажели своја промишљања дедукована на бази прикупљених података са тестирања по-пулације будућих учитеља у Португалу на њихова неопходна посебна гео-метријска знања о четвоространицима и њиховој класификацији: будући учитељи имају знатно изражене проблеме у сагледавању концепта четво-ространика и њихове класификације у специфичне кластере.

Шта овај рад јесте

Успјешна настава геометрије зависи од знања геометрије које има на-ставник и његове способности да је подучава на ефикасан начин. Поред тога, наставници би требало не само да разумију процесе подучавања и ученичког учења о четвоространицима него и да су свијесни чињенице да је неопходно да довољан број пута инсистирају да њихови ученици ди-зајнирају своје рефлексије о овој геометријској фигури. Осим тога, неоп-ходно је да будући реализатори наставних садржаја из математике у току студија на универзитету буду упознати са појмовним знањем о појединим геометријским концептима које ће подучавати у нижим разредима основ-не школе, али и бити способни да га повезују са геометријским концеп-тима који му претходе. Дакле, требало би да непрекидно цјеложивотно учење о настави геометрије не буде само самообразовање, већ да у томе значајну улогу имају и компетентне јавне институције (на примјер, педа-гошки заводи, катедре за математику на јавним универзитетима и дру-штва математичара).

Сврха ове студије је да процјени математичку писменост тестира-не популације унутар слиједећих парадигми: колективна математичка знања на примјеру геометријског концепта четвоространика, неопходна

методичка знања у односу на овај геометријски концепт, али и разумијевање процеса подучавања и ученичког учења о четвоространицима (Ball et al., 2005; Ball, Sleep, 2007; Романо, 2017). Ово истраживање је имало за циљ да одговори на слиједећа истраживачка питања.

1. Која когнитивна раван у којој је смјештен концепт четвоространика је преовлађујуће присутна код тестиране популације од 63 будућа учитеља?

2. Да ли су код тестиране популације консолидована педагошка знања о томе како би требало подучавати ученике нижих разреда основне школе о поменутом геометријском концепту?

Методологија

Ово истраживање, у оквирима вишегодишњег истраживачког пројекта о установљавању математичке писмености студената учитељских програма у нас, има за циљ стицање увида о неопходним математичким и неопходним методичким знањима будућих учитеља о концепту четвоространка. За ту сврху, студија је изведена методом анализе писаних показатеља при тестирању двије популације студената два наставничка факултета у БиХ.

Учеснике студије су чинила 63 студента два студијска програма за образовање професора разредне наставе. Они су, између осталог, понудили одговоре на питања слиједећег задатка.

Задатак

0. Шта је четвоространик (четвороугаоник, четвороугао)?

1. Наведи и образложи класификацију четвоространика према броју паралелних страница.

2. Наведи и образложи класификацију четвоространика према односу сусједних страница.

3. Наведи и образложи класификацију четвоространика према дужини страница.

Интервју са студентима реализован је 18. априла 2011. године.

Прикупљени подаци и њихова анализа

0. Шта је четвоространик/четвороугаоник/четвороугао?

Четвоространик је многостраник са четири странице. Дакле, концепт *многостраника* претходи увођењу концепта четвоространика. Са појмом многостраника ученици се упознају у другом разреду основне школе у нас. Многостраник је геометријска фигура у равни ограничена *затвореном изломљеном линијом*. Двије или више дужи повезане тако да се почетна тачка слиједеће дужи подудара са крајњом тачком претходне дужи чине *изломљену линију*. Изломљена линије је *затворена* ако се завршна тачка те комплетне линије *подудара* са почетном тачком. Концепти који претходне увођењу и дескрипцији геометријске фигуре *изломљена линија* су: дуж, почетна тачка, завршна тачка и релација „подударати”. Дужи које чине затворену изломљену линију су *странице* тог многостраника. Многостраник са три/четири/пет/... страница је тространик/четвоространик/петоространик/... (Термин *многостраник* базиран је на препознавању и ослањању на термин *дуж/страница* који му претходи. У српском језику чешће је у употреби термин *многоугао*, иако је термин *угао*, на који се ослања ова детерминација, когнитивно комплекснији од термина *страница*.) Компоненте четвоространика су: четири *дужемена*, четири *странице* и четири *унутрашња угла*. Нешто детаљније о геометријском концепту дужи и концепти-ма *почетна/завршна тачка* читалац може наћи у нашем тексту Романо и Винчић (2013), а о геометријском концепту угла у тексту Црвенковић и сар. (2012 и 2012а). Концепт геометријске фигуре *прави угао* је когнитивно комплексан и подучавање ученика четвртог разреда основне школе том концепту захтјева од реализатора наставе значајно софистициранији поступак него је то уобичајено на „нивоу 1” (по Ван Хилеовој класификацији (Van Hiele, 1986)).

Четвоространике класификујемо (De Villiers, 1994; Fujita, Jones, 2007; Fujita, 2012) према слиједећим критеријима:

- (ПС) Број *парова паралелних страница четвоространика*;
- (ПУ) Број *правих углова у четвоространику*;
- (СС) *Међусобни однос сусједних страница четвоространика*.

0.1. Неки од студентских одговора

– То је многоугао са четири странице, збир унутрашњих страница је 360° .

– Четвоространик је геометријска фигура или геометријско тијело које има четири угла и четири странице, с тим да су двије исте, двије различите. Има четири праве праве међусобно повезане са четири тачке које леже у истој равни. Када су паралелне по двије странице онда је то паралелограм. Када су сви углови по 90° и када су све странице једнаке онда је то квадрат. Када су углови по 90° , а једнаке по двије странице, онда је то правоугаоник. Када су два угла по 60° , а два по 120° и све странице једнаке онда је то ромб.

– Четвоространик (четвороугаоник) је централно симетричан са центром симетрије у тачки О (пресек дијагонала АС и ВD), у овом случају супротни врхови А, С и В, D су централно симетрични у односу на тачку О. Многоугао са 4 угла. Збир унутрашњих страница 360.

– Геометријско тијело које има 4 стране – 2 подударне, 4 угла по 90° , по дужини 2 исте стране. Збир углова код четвороугла је 360° .

– Четвороугаоник је врста правоугаоника коме су сви углови 90° , а има их 4.

– Четвоространик има 4 странице.

– Геометријско тијело које има 4 странице.

– Четвороугао је многоугао чији су углови под 90° .

– Четвоространик је затворени геометар са четири дужи спојен у четири тјемена.

– Четвоространик је геометријска фигура чије су све стране једнаке под углом од 90° .

– Геометријско тело са 4 странице и 4 угла.

– Четвороугао је тијело које има све четири стране једнаке и све углове једнаке.

– Четвоространик је геометријска фигура која има четири наспрамне странице и четири сусједна угла.

– Четвоространик је геометријско тијело чије су све странице једнаке дужине.

– Четвоространик је геометријско тијело који има четири угла.

– Четвороугаоник је геометријско тијело које има четири угла.

– Четвоространик је геометријска фигура која може да има 4 исте или различите странице, али углови морају бити исти, у већини случајева су то углови од 90° .

– Четвоространик је пирамида чија је база квадрат.

– Четвороугаоник је геометријско тело које има 4 иста угла и 4 стране.

– Четвоространик је четвороугао чији су сви углови једнаки и паралелни.

– Четвороугао је фигура која има по 2 исте странице.

- Четвороугаоник је фигура која има четири стране дедраедра.
- Четвоространик је геометријско тијело које има четири странице које не морају да буду истих димензија, тј. двије паралелне странице су исте, а има четири права угла.
- Четвоространик је геометријско тијело које има 4 странице, може бити правоугаоник и квадрат.
- Четвороугаоник гдје су све стране исте има 8 паралелних прави без обзира на дужину све странице су исте.
- Четвороугаоник је онај угаоник који у себи садржи праве углове. Има по двије исте странице које су паралелне. Имају исте дужине, и однос према сусједним страницама.

0.2. Анализа

Четвоространик (четвороугаоник/четвороугао) је многостраник са (само) четири странице. Елементи четвоространика су тјемена, странице и унутрашњи углови. Тестирани студенти препознају четвоространик али нису прецизни у његовом детерминисању а још мање у његовом прецизном дефинисању. Дакле, значајан број тестиране популације показује да им је когнитивна раван у којој препознају четвоространик унутар „нивоа 0” (по Ван Хилеовој класификацији). Шеснаест кандидата (или 25,4% од укупног броја) није понудило никакав одговор на постављено питање, док је 17 кандидата (26,98%) понудило неприхватљив одговор. Дакле, за 16+17 будућих учитеља (или нешто преко половине тестираних кандидата) при овом тестирању установљено је да нису у стању да опишу четвоространик коришћењем прихватљивих геометријских категорија. Тридесет кандидата (47,62%) имају развијену способност сагледавања и описивања четвоространика, док је само 9 кандидата (14,29%) понудило прецизну дефиницију.

Дистрибуција студентских одговора на прво питање приказана је у слиједећој табели.

Табела 1. Дистрибуција студентских рефлексција на прво питање (N = 63).

Квалитет одговора	∅	0	1	2	Σ
Број	16	17	21	9	63
Проценат	25.4	26.98	33.33	14.29	100.0

Код: ∅ – студент није понудио никакав одговор на постављено питање; 0 – студент је као рефлексiju на постављено питање понудио потпуно неприхватљиве реченице; 1 – студент је понудио прихватљиво образложење; 2 – коректан одговор

Како разумјети добијене податке да половина тестиране популације није у стању да опише четвоространик а да се при томе користе прихватљивим категоријама геометријског језика? Наравно, не можемо се задовољити констатацијом која се, у овом случају, сама намеће: *Тестирани студенти не знају да опишу четвоространик на прихватљив начин унутар геометријског језика*. Овај истраживач математичког образовања склонији је прихватању констатације: *Тестирана популација будућих учитеља у свом прелиминарном математичком образовању није довољно често била у позицији да формулише своју рефлексију на ово представљено питање*.

1. Наведи и образложи класификацију четвоространика према броју паралелних страница.

Четвоространике класификујемо према критеријуму (ПС) на слиjedeћи начин:

ПС0: Четвоространик нема паралелних страница;

ПС1: Четвоространик има један пар паралелних страница (*трапези*);

ПС2: Четвоространик има два пара паралелних страница (*паралелограми*).

1.1. Неки од студентских одговора

- Наспрам веће странице већи угао, има два пара паралелних страна.
- Има две паралелне и две наспрамне странице.
- Има две подударне странице, и угао по 90° .
- Код четвороугла су странице исте дужине.
- Постоје двије наспрамне паралелне странице. Постоје двије сусједне странице.
- Четвороугаоник може да има 4 дужи па самим тим добијамо 2 паралелне стране.
- Четвоространик има све странице исте дужине и по двије наспрамне које су паралелне.
- Класификација четвоространика према броју паралелних страница може да буде квадрат и правоугаоник, трапез и ромб. Увијек су наспрамне двије странице паралелне сем у случају трапеза, гдје 2 бочне стране нису паралелне не подударају се.
- 2 паралелне дужи и 2 паралелне краће.

– Према броју паралелних страница може да буде да су све паралелне стране једнаке, а постоји четворугаоник код којег ни једна паралелна страна није једнака.

– Четвороугао има два пара паралелних страница.

1.2. Анализа

Дистрибуција студентских рефлексција на друго питање приказана је у слиjedeћој табели.

Табела 2. Дистрибуција студентских рефлексција на друго питање (N = 63).

Квалитет одговора	Ø	0	1	2	Σ
Број	17	21	18	7	63
Проценат	26.98	33.33	28.57	11.11	100.0

Код: Ø – студент није понудио никакав одговор на постављено питање; 0 – студент је као рефлексiju на постављено питање понудио потпуно неприхватљиве реченице; 1 – студент је понудио прихватљиво образложење; 2 – коректан одговор

При првом погледу на прикупљене студентске рефлексije формира-
ло ми се питање: *Да ли шестиирани кандигаии разумију шииа је, јенерално
јоворећи, разврставање концевииа неке јеометријске фигури у класиере пре-
ма (годатним) предикаиима? Ако прескочимо ову потребу за разумјева-
њем понуђених начина дизајнирања студентских рефлексииа на ово пита-
ње, констатацију која нам се намеће можемо формулисати на слиjedeћи
начин: Само 40% (или 25 кандигаииа) од укуйнои броја шестииране попула-
ције умије да прејозна концевии паралелних насйрамних сйраница четворо-
сйраника. Даље, питање Да ли наши сйуденйи прејознају, разумију и при-
хватају као своје (шй. да ли имају консолидовано знање о појму паралелних
йравих) предикаије йосредсйвом којих се описује концевии паралелности на-
сйрамних сйраница четворосйраника?* – јесте наша друга рефлексииа при
сагледавању да је $17 + 21 = 38$ студената (или 60,32% укупне популације)
пропустило прилику да понуди прихватљиве реченице као одговор на по-
стављено питање. О овој појави аутор овог рада је већ раније износио своја
запажања (погледати текст: Romano, Vinčić, 2010). Такође, наш недавно
публиковани текст (Романо, 2017) односи се на студентско разумјевање
геометријског концепта правоугаоника гдје је изнесено наше дубоко увје-
рење да „тестирана популација студената учитељског програма посједује
врло скромна математичка и методичка знања о овој геометријској фигу-
ри”. Могло би се резимирати да тестирана популација нема консолидована

математичка и методичка знања о класификацији четвоространика према критеријуму паралелних наспрамних страница. Међутим, не оспоравајући ову дедукцију, занима нас следеће: Зашто је могуће дедуковати овакав закључак? Да ли наши студенти нису способни да сагледају, разумију и прихвате концепт четвоространика у свој његовој комплексности укључујући и динамичку хијерархију његових специфичности? Овај истраживач је склон прихватању рационализације ове појаве у слиједећем облику: У свом претходном школовању тестирана популација није била довољан број пута подвргнута захтјевима да конструишу своја промишљања нити о овој геометријској фигури нити о њеним подврстама. Овај недостатак њиховог образовања, ако не буде отклоњен, имаће ученичко значајно не-разумијевање о четвоространицима као последицу њиховог будућег рада. Одавде слиједи закључак да би друштвена и академска заједница у БиХ требало да надомјести овај пропуст.

2. Наведи и образложи класификацију четвоространика према односу сусједних страница.

Четвоространике класификујемо према критеријуму (СС) на слиједећи начин:

СС0: Четвоространик нема једнаких сусједних страница;

СС1: Четвоространик има један пар једнаких сусједних страница;

СС2: Четвоространик има два пара једнаких сусједних страница (*двостраник*).

2.1. Неки од студентских одговора

– Сусједне странице код четвороугла су нормалне једна на другу, под углом од 90° .

– Правоугли, коцка, четвороугао, тетраедар, ...

– Четвороугао има однос са сусједним страницама да су паралелне.

– Ако на пример узмемо коцку однос сусједних страница је кад год гледамо паралелан, а иста ситуација је и код правоугаоника.

– Сусједне странице сваког четвороугаоника су паралелне.

– Класификација четвороугаоника према односу сусједних страница највише се односи на угао између њих, у случају једнакостраничног четвороугаоника све странице су исте дужине и угао између њих је од 90° .

Правоугаоник се разликује у дужини страница, двије наспрамне паралелне нису исте дужине ако и друге двије и њих такође спаја прав угао. У случају трапеца и ромба странице нису једнаке и не веже их прав угао.

- Једна је дужа у односу на сусједну која је краћа.
- Однос сусједних страна може бити подударност и мимоилазност.
- Сусједне странице такође зависе од геометријског тела, код неких су једнаке, а код неких једна страница је дужа од друге.

2.2. Анализа

У овој студији у настојањима да академској заједници понудимо подршку при њеном преговарању са друштвеном заједницом о неопходном математичком и методичком образовању будућих учитеља, испитивани су колективна математичка знања, специфична математичка знања неопходна будућим учитељима, али и неопходна методичка знања у односу на геометријски концепт четвоространика и његова класификација према одређеним предикатима захтијевности. Сматрајући да у овом случају статистичка обрада података читаоца неће упућивати у дубље разумијевање проблема који се истиче овом студијом него је то учињено до сада, нудимо промишљања за која смо увјерени да би требало да академској јавности значајније скрену пажњу да студенти учитељских програма код нас нису оспособљени да код својих будућих ученика развијају аналитичко мишљење. Ова констатација подразумијева да они нису оспособљени да код ученика развијају нити дедуктивно нити критичко промишљање. Ове констатације су аналогне резултатима истраживања и других аутора у свијету као што су Фуџита и Џоунс (2007), Фуџита (2012), Оказаки и Фуџита (2007) који тврде да математичка и методичка знања геометријских садржаја планираних за ниже разреде основних школа нису адекватна. Због тога је неопходно да се током реализације геометријских садржаја у првих пет година професори разредне наставе самообучавају како специфичним математичким и методичким знањима тако и разумијевању процеса подучавања и ученичког учења геометријских концепата да би надомјестили своје недостатке. Ову обавезу би требало да преузму педагошки заводи и универзитетске катедре за методiku наставе математике. (Сасвим друго питање је да ли су поменуте институције компетентне за ове активности.)

3. Наведи и образложи класификацију четвоространика према дужини страница.

Према прихваћеном стандарду (De Villiers, 1994; Fujita, Jones, 2007; Fujita, 2012), критериј за класификацију четвоространика према предикату „дужине страница четвоространика” није прихватљив и препознатљив у поменутим класификацијама. Дакле, студенти су могли да понуде одговор у смислу: „Такав критериј не постоји”. Без обзира на ово одређивање, студентима је постављено ово питање да би се из њихових одговора процијенило да ли је тестирана популација разумјела и прихватила окружење „ниво 1: анализирање геометријске фигуре четвоространика”. Будући да код четвоространика уочавамо парове страница: (а) сусједне странице и (б) несусједне странице (у овом случају наспрамне странице), критериј би могао да буде следећи:

Четвоространик нема једнаких страница;

Четвоространик има један пар једнаких сусједних/несусједних страница;

Четвоространик има два пара једнаких сусједних/несусједних страница.

3.1. Неки од студентских одговора

– Дужина паралелних се разликује од наспрамних, нису исте дужине, паралелне су једнаке међусобно, као и наспрамне.

– По дужини две мање странице.

– Две наспрамне странице паралелне.

– Једнакостранични и неједнакостранични.

– Код четворугаоника су странице исте дужине.

– Четвороугаоник има исту дужину свих страница.

– Четвороугаоник може да има исте или различите дужине странице, онај четвороугаоник који има исте странице се назива коцка, а различите дужине називамо правоугаоник, а самим тим кад мало накривимо ове геометријске фигуре добијамо ромб.

– Дуже странице су паралелне једна наспрам друге.

– Према дужини страница квадрат има све странице и по две наспрамне су паралелне и исте дужине. Правоугаоник увијек има 2 странице наспрамне исте дужине такође паралелне али се разликују друге 2. Ромб

исто као и квадрат, разлика је у угловима. У случају трапеза само су двије наспрамне странице паралелне, различите дужине.

– Дужине страница зависе од геометријског тела, ако је квадрат, онда су му све четири странице једнаке, а ако је у питању правоугаоник онда има 2 стране дуже и још 2 стране краће.

Завршне напомене

У овом раду настојали смо да нашој академској јавности презентирамо потенцијалне проблеме будућих учитеља у њиховом будућем раду са њиховим ученицима на примјеру описивања и прецизне детерминације геометријске фигуре четвоространика. У том циљу тестирали смо 63 студента студијског програма за обазовање професора разредне наставе (учитеља) посредством дизајнираног упитника о четвоространицима. С обзиром на то да је узорак врло мали, не би требало дедуковати генерализоване закључке, али вриједи прихватити слутње које ова анализа нуди.

- Већина тестиране популације препознаје четвоространике, разумеје употребу именице „четвоространик“ као њеног имена и непогрешиво их разликује од других раванских фигура. (Ова знања описујемо као „ниво 0“ по Ван Хилеовој класификацији.)
- Знатан број тестираних студената (преко половине популације) зна да су претходно описана знања четвоространика заснована на ученичком посматрању модела, знања која се развијају интуитивно те да за њихову консолидацију нису потребна предзнања.
- Довољан број студената тестиране популације (нешто мање од половине) разумеје и прихвата карактеристике „нивоа 1“ знања о четвоространицима која подразумевају да ученици нижих разреда основне школе осим знања на „нивоу 0“ треба да развију способност анализирања ових геометријских фигура:
 - препознају елементе четвоространика: тјемена, странице и унутрашње углове;
 - знају описати поменуте елементе четвоространика као самосталне геометријске фигуре; и
 - способни су препознати, разумијети и описати међусобне односе елемената четвоространика.

Без обзира на то није у стању да то ефективно изведе на примјеру хијерархијске класификације четвоространика.

Литература

Aktas, D. Y., Aktas, M. C. (2012). Eighth grade students' understanding and hierarchical classification of quadrilaterals, *Elementary Education Online*, 11(3), 714–728.

Aktas, M. C., Aktas, D. Y. (2012). Students' understanding of quadrilaterals: The sample of parallelogram, *Journal of Research in Education and Teaching*, 1(1), 319–329.

Aytekin, C., Toluk Ucar, Z. (2011). Teachers' definition of square, rectangle, parallelogram and trapezoid, In: B. Uduz, *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 1, Middle East Technical University, Ankara, Turkey: PME.

Ball, D. L., Sleep, L. (2007). *What is mathematical knowledge for teaching, and what are features of tasks that can be used to develop MKT?* Presentation at the Center for Proficiency in Teaching Mathematics precession at the meeting of the Association of Mathematics Teacher Educators, Irvine, CA, January 25, 2007.

Ball, D., Bass, H., Sleep, L., Thames, M. (2005). A theory of mathematical knowledge for teaching, Paper prepared for work session at the 15th ICMI Study Conference *The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics*, Aguas de Lindoia, Brazil.

Brunheira, L., Da Ponte, J. P. (2016). Prospective teachers work on defining quadrilaterals through an exploratory approach, *Didactica Mathematicae*, 38, 33–56.

Budiarto, M. T., Rahaju, E. B., Hartono, S. (2017). Students' abstraction in re-cognizing, building with and constructing a quadrilateral, *Educational Research and Reviews*, 12(7), 394–402.

Crvenković, S., Milovanović, M., Romano, D. A. (2012). Neke dileme i pitanja koja se prirodno pojavljuju pri uvođenje pojma 'ugao' u nižim razredima osnovne škole; *IMO – Istraživanje matematičkog obrazovanja*, Vol. IV, Br. 7, 17–30.

Црвенковић, Ц., Миловановић, М., Романо, Д. А. (2012а). Упоредна анализа природе математичких знања које се користи и конструише у учионици, *Норма*, 17(2), 133–154.

Çontay, E. G., Duatepe-Paksu, A. (2012). Preservice Mathematics Teachers' understandings of the class inclusion between kite and square, *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 55, 782–788.

Currie, P., Pegg, J. (1998). Investigating students' understanding of the relationships among quadrilaterals, In: C. Kanes, M. Goos, E. Warren (Eds.), *Teaching Mathematics in New Times; Proceedings of the Twenty First Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia Incorporated*, Vol. 2, 177–184, Gold Coast, Australia, 5–8 July 1998. Griffith Uni Print, Brisbane, Australia, ISBN: 0-9596844-7-6.

- Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and Insight*, New York: Academy Press.
- De Villiers, M. (1994). The role and function of a hierarchical classification of quadrilaterals, *For the Learning of Mathematics*, 14, 11–18.
- Duatepe-Paksu, A., Pakmak, G. S., Iymen, E. (2012). Pre-service Elementary Teachers' Identification of Necessary and Sufficient Conditions for A Rhombus, *Procedia – Social and Behavioural Sciences*, 46, 3249–3253.
- Fujita, T. (2012). Learners' level of understanding of inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomenon, *The Journal of Mathematical Behaviour*, 31, 60–72.
- Fujita, T., Jones, K. (2007). Learners' understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: towards a theoretical framing, *Research in Mathematics Education*, 9(1&2), 3–20.
- Marković, Z., Romano, D. A. (2013). Gaining insight of how do elementary school's students in the Republic of Srpska conceptualize geometric shape of parallelogram, *IMVI Open Mathematical Education Notes*, 3, 31–41.
- Monaghan, F. (2000). What difference does it make? Children's views of the differences between some quadrilaterals, *Educational Studies in Mathematics*, 42(2), 179–196.
- Okazaki, M., Fujita, T. (2007). Prototype phenomenon and common cognitive paths in the understanding of the inclusion relations between quadrilaterals in Japan and Scotland, In: J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park, D. Y. Seo (Eds.), *Proceedings 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 4, Seoul: PME, 41–48.
- Ozdemir Erdogan, E., Dur, Z. (2014). Pre-service mathematics teachers' personal figural concepts and classifications about quadrilaterals, *Australian Journal of Teacher Education*, 39(6), 107–133.
- Pickreign, J. (2007). Rectangle and rhombi: How well do pre-service teachers know them?, *IUMPST – Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers*, 1, 1–7.
- Rianasari, V. F., Julie, H., Sulistyani, N. (2016). Primary teachers' understanding of the inclusion relation of quadrilaterals, In: *Proceedings of the 2nd International Conference on Education and Training – Improving The Quality of Education and Training Through Strengthening Networking*, Faculty of Education, State University of Malang, East Java, Indonesia, 933–935.
- Романо, Д. А. (2009). О геометријском мишљењу, *Настава математике*, LIV (2–3), 1–11.
- Romano, D. A., Vinčić, V. (2010). Uvid u studentsko razumijevanje paralelnih i mimoilaznih pravih, *Nastava matematike*, LV (3–4), 1–7.
- Romano, D. A. (2011). Jedno utvrđivanje matematičkih kompetencija studenata učiteljskog programa, *Nastava matematike*, LVI (1–2), 8–18.

Romano, D. A., Vinčić, D. A. (2013). Šta je duž – jedno istraživanje aspekata budućih učitelja, *Naša škola*, 63(233), 139–156.

Романо, Д. А. (2017). Перцепције геометријског концепта правоугаоника студената учитељског програма, *Иновације у настави*, 30(2), 158–171.

Türnüklü, R., Akkaş, E. N., Alaylı, F. G. (2013). Mathematics Teachers' Perceptions of Quadrilaterals and Understanding the Inclusion Relations, In: B. Ubuz, Ç. Haser, M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Ankara: Middle East Technical University, 705–714.

Türnüklü, E. (2014). Construction of inclusion relations of quadrilaterals: Analysis of pre-service elementary mathematics teachers' lesson plans, *Education and Science*, 39(173), 198–208.

Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics, In: D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking*, Mathematics Education Library, Vol 11, Springer, Dordrecht, 65–81.

Usiskin, Z., Griffin, J., Witonsky, D., Willmore, E. (2008). *The classification of quadrilaterals: A study in definition*, Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Daniel A. Romano

Scientific Society of Mathematicians

Banja Luka

PRE-SERVICE PRIMARY SCHOOL TEACHERS' PERCEPTION OF QUADRILATERALS

Summary: This research aimed to examine pre-service elementary school teachers' perceptions on quadrilaterals and their classification. For this purpose, a sample of 63 third and fourth year students of two faculties of education in Bosnia and Herzegovina was tested. Based on the feedback, the researcher was able to set up a hypothesis that this population has significant difficulties with determining quadrilaterals and their classification. This study leads to the conclusion that elementary school students' misconceptions about this geometric figure are caused by their teachers' misconceptions. Students' underdeveloped geometric thinking ('Level 1' by Van Hiele's classification) is the result of their teachers' poor mathematical and didactic knowledge and modestly developed skills to understand the process of teaching and learning. Thus, the problems of teaching geometry in primary schools should be perceived by shifting the focus from students to their teachers.

Keywords: quadrilaterals, classification of quadrilaterals, pre-service elementary school teachers.

Biljana Lučić

Osnovna škola „Petar Tasić”

Lešnica

DOI: [10.46793/MANM4.058L](https://doi.org/10.46793/MANM4.058L)

УДК: 514.18:373.046-021.64

EFEKTI PRIMENE GEOMETRIJSKIH MODELA REŠAVANJA PROBLEMA U RAZREDNOJ NASTAVI

Apstrakt: U radu se razmatra praktična primena geometrijskih modela na različitim nivoima u kojima dolaze do izražaja individualne sposobnosti učenika uslovljene mentalnim razlikama, kao i nužnost i razlozi njihove primene u početnoj nastavi matematike. Na grupe učenika različitih sposobnosti i osobina primenjuju se različiti modeli učenja i nastave s ciljem ostvarivanja boljih rezultata nego u tradicionalnoj nastavi. Ovakav rad se zasniva na saznanju da određenu grupu učenika karakteriše određeni sklop osobina ili pak zajednička opšta svojstva kojima više odgovara jedan, nego neki drugi model učenja. Prilikom rešavanja problema putem modelovanja, učenik pronalazi u svojoj memoriji adekvatna matematička znanja koja povezuje sa stvarnošću gradeći pritom pogodne modele i algoritme. Na taj način se razvija algoritamsko i kreativno mišljenje koje će biti upotrebljeno u modelovanju novih problemskih situacija.

Preimущество koje daje ovaj model diferencirane obrade nastavnih sadržaja iz geometrije u nastavi matematike (putem problemske nastave) ogleda se u tome da je nastava matematike učinjena raznovrsnijom i dinamičnijom, pa samim tim i efikasnijom.

Ključne reči: nastava matematike, osnovna škola, geometrijski modeli, diferencijacija i individualizacija, problemska nastava.

Uvod

Velike društvene promene iznuđuju i nove potrebe i zahteve, kao i progresivne promene u obrazovanju. Novi trendovi razvoja traže od obrazovanja drugačije pripreme učenika za život. Posedovanje gotovih znanja ni u kom slučaju za nas ne može da bude dovoljno, već je neophodno da učenici uočavaju, rešavaju probleme, kao i da kreiraju nova rešenja, efektno prezentuju svoja nova znanja, da su osposobljeni da komuniciraju sa drugima, kao i da su otvoreni za promene i nove mogućnosti, osposobljeni za samostalno donošenje odluka i da imaju prilično razvijeno samopouzdanje. Sve to iziskuje

rekonstrukciju obrazovanja u smeru njegove što veće informatizacije, što je svetski proces u koji se i mi u Srbiji uključujemo.

Geometrija u razrednoj nastavi

Geometrija je oduvek bila omiljena matematička grana upravo zbog svoje očiglednosti. Geometrijsko telo (odnosno njegov model) možemo videti, dodirnuti, napraviti, predočiti, odnosno u potpunosti ga doživeti, dok za aritmetičke pojmove to ne možemo reći. U nastavi geometrije treba da težimo razvoju intuicije, prostornog i logičkog mišljenja, kao i formiranju konstruktivno-geometrijskih umeća i navika. Suština učenja geometrije je upravo u tome što učenik u procesu učenja mora proći osnovne etape razvoja geometrijske nauke, ne preskačući pri tome ni jednu od njih, jer preskakanje u ranim etapama razvoja može da dovede do ozbiljnih sazajnih posledica, na primer gubljenja interesa za učenje, otuđenja učenika od geometrije i drugo.

Matematičko modelovanje

Svaki učenik je individua za sebe sa svojim osobinama, intelektom i sposobnostima. Na grupe učenika različitih sposobnosti i osobina primenjuju se deferencirani modeli učenja i nastave s ciljem ostvarivanja boljih rezultata nego u tradicionalnoj nastavi. Kada se modeluje neki sadržaj, moraju se poštovati zakonitosti u povezanosti i unutrašnjoj logici strukture naučne oblasti, ali i nivo mentalne razvijenosti učenika, kao i njihovo prethodno stečeno znanje i iskustvo iz proučavane oblasti, motivisanost za učenje, preferiranje pojedinih oblika i metoda organizacije nastave.

Pod modelom bi trebalo podrazumevati pojednostavljeni prikaz jedne složene strukture i njene funkcionalne veze. Model treba da istakne važna svojstva originala, a sporedna da zanemari.

Najvažniji zadatak nastavnika je u pripremi za diferenciranu obradu konkretnih problemskih zadataka i ogleda se u formiranju i strukturisanju nivoa pomoći (instrukcija) učenicima po principu minimalne pomoći. Savremeni metodičar Ceh (Zech, 1999) za rešavanje i problemskih zadataka orijentaciono postavlja hijerarhiju nivoa pomoći (taksonomiju pomoćnih sredstava):

I motivaciona pomoć,

II pomoć za povratnu informaciju,

III opštestrategijska pomoć,

IV strategijska pomoć usmerena na sadržaj,

V sadržajna pomoć.

Geometrijski modeli rešavanja problema

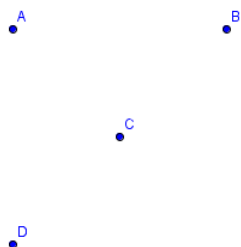
Za izradu i primenu geometrijskih modela diferencirane pomoći modelsko-problemskim pristupom u rešavanju problemskih zadataka potrebno je poznavati stepen osposobljenosti učenika. Ukoliko nastavnici dovoljno poznaju učenike, tada je za njih diferenciranje motivacione i opštestrategijske pomoći relativno jednostavno. Upravo stoga je u ilustrovanim modelima diferencirana samo pomoć usmerena na sadržaj i sadržajna pomoć, sa odgovarajućim povratnim informacijama.

Geometrijski modeli koji su prikazani u ovom radu evaluirani su u praksi na časovima utvrđivanja geometrijskih sadržaja iz matematike putem problemske nastave u prvom, trećem i četvrtom razredu osnovne škole. Učenici su radili u malim grupama. Zapravo, učenik je trebalo da samostalno obradi problem, kao i da ga reši i prenese na srodne situacije. Nastavnik je na osnovu sledećih mogućnosti proveravao rezultate učenja.

- Dozvolio im da glasno razmišljaju;
- Insistirao da mu se objasne koraci rešavanja zadatka;
- Pitao učenike za pomoćne misaone strategije;
- Postavljao nove adekvatne probleme.

Geometrijski modeli rešavanja problema u prvom razredu osnovne škole

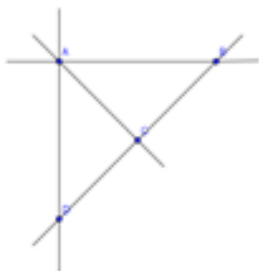
1. ZADATAK. Neka tačke ABCD predstavljaju naselja. Spoj naselja putevima. Kakve puteve možeš da dobiješ?



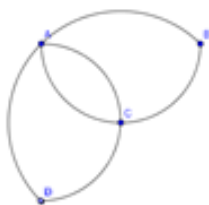
Spoj svake dve tačke pravim linijama. Kakve linije se mogu dobiti spajanjem dve tačke? Povratna informacija: Prave linije.

Kakve se linije mogu uočiti sa slike nakon spajanja?

Povratna informacija: Zatvorene linije.



Spoj svake dve tačke krivim linijama. Kakve linije se mogu uočiti na slici?



Povratna informacija: Zatvorene krive linije: ABCA; ACDA; ABCD.

Kakve si puteve dobio?

Povratna informacija: Prave i krive (zatvorene) puteve.

2. ZADATAK. Nacrtaj dve duži tako da se može izbrojati ukupno 3 duži.

Pomoć: Obeleži tri tačke koje se nalaze u takvom položaju da pripadaju jednoj pravi – jedna pored druge.

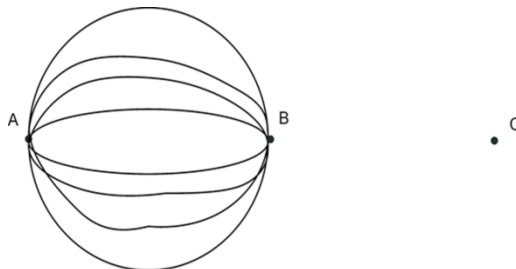


Pomoć: Dvema krivim linijama spoj tačke A i B.

Pomoć: Spoj tačke A i B tako da tim spajanjem dobiješ zatvorenu krivu

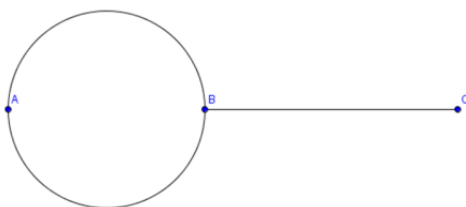
liniju. Nacrtaj takve tri krive linije na istoj slici. Na koliko bi se to načina moglo učiniti?

Pomoć: Mogu li se dve tačke spojiti sa još krivih linija?



Povratna informacija: Mogu se spojiti sa bezbroj krivih linija.

Pomoć: Pravom linijom spoj tačke B i C.



Pomoć: Šta si dobio?

Povratna informacija: Duž.

Pomoć: Pokušaj da spojiš iste tačke još jednom pravom linijom od tačke C do tačke B.

Pomoć: Šta si tom prilikom uočio?

Povratna informacija: Da se ništa nije promenilo jer se te dve duži koje pripadaju dvema pravim poklapaju.

Povratna informacija: Duž AB.

Pomoć: Spoj tačke A i C.

Pomoć: Šta si sada dobio?

Povratna informacija: Duž AC.

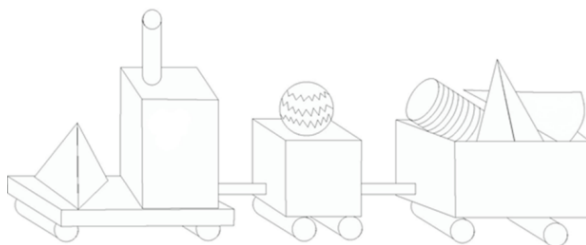
Pomoć: Koliko duži ima na slici koju si nacrtao?

Povratna informacija: Tri duži.

Pomoć: Napiši koje duži si tom prilikom dobio.

Povratna informacija: AB, BC i AC.

3. ZADATAK. Na voziću ravne površi oboj žuto, a krive površi plavo.



Pomoć: Koja geometrijska tela uočavaš na slici?

Povratna informacija: Valjak, kocku, loptu, piramidu, kupu.

Pomoć: Za koja tela kažemo da imaju ravnu površ?

Povratna informacija: Kocka, kvadar, piramida.

Pomoć: Kako nazivamo tela koja imaju ravnu površ?

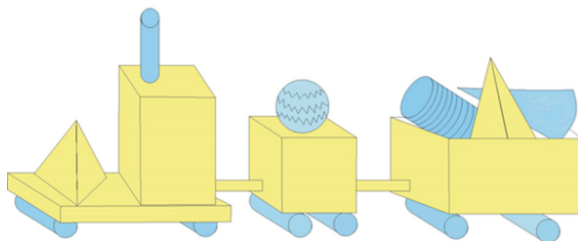
Povratna informacija: Rogljasta tela.

Pomoć: Koja tela imaju krivu površ?

Povratna informacija: Lopta, kupa, valjak.

Pomoć: Kako nazivamo tela koja imaju krivu površ?

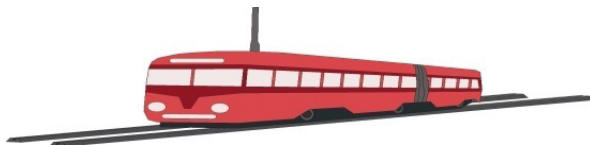
Povratna informacija: Obla tela.



Geometrijski modeli rešavanja problema u trećem razredu osnovne škole

1. ZADATAK. Koliko zajedničkih tačaka mogu imati dve prave?

Pomoć: Posmatrajmo tramvajske šine kao dve prave.



Pomoć: Koliko zajedničkih tačaka imaju te dve prave ?

Povratna informacija: Nemaju nijednu zajedničku tačku.

Pomoć: U kakvom su međusobnom položaju te linije?

Povratna informacija: Te linije su paralelne.

Pomerite jednu šinu tako da ona legne na drugu.

U kakvom su međusobnom položaju te dve prave (šine)?

Povratna informacija: Prave (šine) su se poklopile, tako što je jedna na-
legla na drugu.

Pomoć: Koliko sada imaju zajedničkih tačaka te dve prave (šine)?

Povratna informacija: Beskonačno mnogo zajedničkih tačaka.

Pomoć: U kakvom su međusobnom položaju sada te dve prave?

Povratna informacija: Prave su paralelne.

Pomoć: Kada kažemo da su dve prave paralelne?

Povratna informacija: Dve prave su paralelne ako se nalaze u istoj ravni i
nemaju nijednu zajedničku tačku ili nemaju zajedničkih tačaka.

Pomoć: Dva puta, Beograd – Zagreb i Šabac – Novi Sad, ukrštaju se na
Rumskoj raskrsnici.

U kakvom su međusobnom položaju ti putevi?

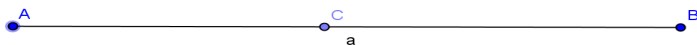
Povratna informacija: Seku se.

Koliko zajedničkih tačaka oni imaju?

Povratna informacija: Jednu.

2. ZADATAK. Nacrtaj duž AB i izaberi na njoj tačke C, D, E. Koliko na tako dobijenoj slici ima duži?

Pomoć: Nacrtaj duž AB. Na nacrtanoj duži obeleži tačku C.



Pomoć: Koliko duži uočavaš na slici?
Napiši koje su to duži.

Povratna informacija: Tri : AB, AC i CB.

Pomoć: Između tačaka C i B obeleži tačku D.

Povratna informacija:



Pomoć: Koliko duži sada uočavaš na slici?
Napiši koje su to duži.

Povratna informacija: Šest duži: AC, AD, AB, CD, CB i DB.

Pomoć: Možeš li na osnovu date tablice da uočiš kako se dobija broj duži povećavanjem broja tačaka obeleženih na datoj duži?

Broj tačaka	2	3	4					
Broj duži	1	3	6					

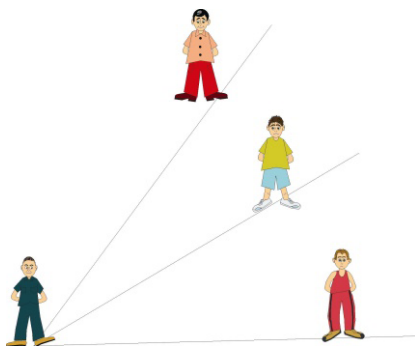
Povratna informacija: Svaki sledeći broj duži određuje se na osnovu prethodnog zbira broja tačaka i dobijenih duži.

Broj tačaka	2	3	4	5	6	7	8	...
Broj duži	1	3	6	10	15	21	28	...

3. ZADATAK. Na času matematike u školskom dvorištu učitelj je nacrtao ugaonu liniju i zamolio Bojana da stane na jedan njegov krak, Acu na drugi, a Obrena na teme ugla. Zatim je povukao polupravu iz temena ugla i presekao ugao pravom linijom, kao na slici. Zamolio je Cane da stane na tu polupravu. Utvrdite da li se Cane nalazi u oblasti ugla bOa (Bojana, Obrena i Ace)?

Pomoć: Ugao je geometrijska figura koju čine dve poluprave sa zajedničkom tačkom kao temenom ugla. Svaki ugao ima teme, dva kraka i ugaonu oblast (unutrašnju i spoljašnju). Ugaona linija deli ravan na dve oblasti, a sa svakom od njih čini po jedan ugao.

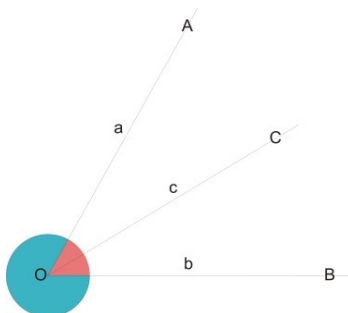
Pomoć: Nacrtaj ugaonu liniju i na jednom njegovom kraku Bojana (tačka B Bojan). Acu nacrtaj na drugom kraku ugla (tačka A Aco), a Cane nacrtaj na polupravi koja seče ugao na dva dela (tačka C Cane).



Pomoć: Kojom tačkom (kojim dečakom) na slici je obeleženo teme ugla?

Povratna informacija: Tačkom O (Obren).

Pomoć: Kojom bojom je prikazana unutrašnja, a kojom spoljašnja oblast ugla?



Povratna informacija: Plavom spoljašnja, a crvenom unutrašnja oblast ugla.

Pomoć: Navedi poluprave sa slike koje čine krake ugla.

Povratna informacija: bO, aO, cO.

Pomoć: Napiši poluprave koje na slici grade ugaonu liniju.

Povratna informacija: bOa, bOc, cOa.

Pomoć: Kako se obeležava teme, a kako kraci ugla?

Povratna informacija: Teme ugla se obeležava velikim štampanim slovom latinice, a kraci malim slovima latinice.

Pomoć: Koliko uglova uočavaš na slici i koji su?

Povratna informacija: Tri (bOa, bOc, cOa).

Pomoć: Kakav je ugao bOc po veličini u odnosu na ugao bOa?

Povratna informacija: Ugao bOc je manji od ugla bOa.

Pomoć: Ugao bOc se vidi kao deo ugla.

Povratna informacija: bOa.

Pomoć: U oblasti kog ugla je poluprava cO?

Povratna informacija: U oblasti ugla bOa.

Dakle, utvrdili smo da se Cane nalazi u oblasti ugla (bOa) Bojana, Obrena i Ace.

Geometrijski modeli rešavanja problema u četvrtom razredu osnovne škole

1. ZADATAK. Kada jednu stranicu kvadrata uvećamo tri puta, a drugu dva puta dobije se pravougaonik površine 96 cm^2 . Za koliko je obim pravougaonika veći od obima kvadrata?

Šta je u zadatku poznato?

Povratna informacija: Poznata je površina dobijenog pravougaonika.

Šta biva sa površinom kvadrata ako mu se jedna stranica uveća dva puta?

Povratna informacija: Površina se uvećava dva puta.

Koliko puta se uveća površina dobijenog kvadrata ako mu se jedna stranica uveća 3 puta, a druga 2 puta?

Povratna informacija: Površina će se uvećati $2 \cdot 3 = 6$ puta.

Koliko onda iznosi površina kvadrata?

Povratna informacija: $96 : 6 = 16 \text{ cm}^2$

Koliko je duga stranica kvadrata?

Povratna informacija: $P_{\square} = 16 \text{ cm}^2$, $P_{\square} = a^2$, $16 = a^2$, $16 = 4 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm}$, $a = 4 \text{ cm}$

Ako je stranica kvadrata 4 cm, kolike su onda stranice pravougaonika?

Povratna informacija: $a = 4 \cdot 3 = 12\text{cm}$, $b = 4 \cdot 2 = 8\text{cm}$.

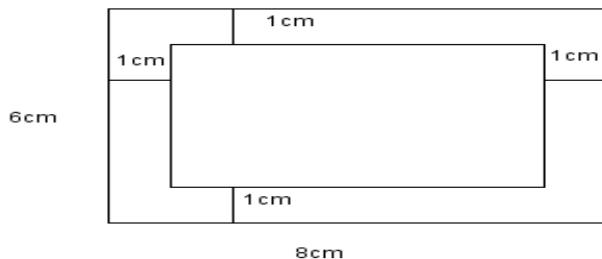
Koliki je obim kvadrata, a koliki pravougaonika?

Povratna informacija: $O_{\square} = 4\text{cm} \cdot 4\text{cm}$, $O_{\square} = 16\text{cm}$, $O_{\square} = 2 \cdot a + 2 \cdot b$, $O_{\square} = 2 \cdot 12\text{cm} + 2 \cdot 8\text{cm}$, $O_{\square} = 40\text{cm}$

Za koliko je obim pravougaonika veći od obima kvadrata?

Povratna informacija: $40\text{cm} - 16\text{cm} = 4\text{cm}$

2. ZADATAK. U pravougaonik dužine 8cm i širine 6cm ucrtan je drugi pravougaonik čije su stranice paralelne i na rastojanju od 1cm od stranica prvog pravougaonika. Za koliko je obim prvog veći od obima drugog pravougaonika?



Šta je potrebno da pronađemo da bismo izračunali obim ucrtanog pravougaonika?

Povratna informacija: Potrebno je otkriti kolike su dimenzije ucrtanog pravougaonika. Ako dimenzije datog pravougaonika obeležimo sa a i b , gde je $a = 8\text{cm}$, $a = 6\text{cm}$, onda ucrtani pravougaonik ima stranice a_1 i b_1 .

Koliko iznosi dužina ucrtanog pravougaonika?

Povratna informacija: $a = 8\text{cm}$, $a_1 = 8\text{cm} - (1\text{cm} + 1\text{cm}) = 8\text{cm} - 2\text{cm} = 6\text{cm}$. Širina ucrtanog pravougaonika iznosi 6cm.

Za koliko je dužina ucrtanog pravougaonika manja od datog pravougaonika?

Povratna informacija: Za $8\text{cm} - 6\text{cm} = 2\text{cm}$ je dužina ucrtanog pravougaonika manja od datog pravougaonika.

Na osnovu navedenog utvrdi kolika je širina ucrtanog pravougaonika.

Povratna informacija: $b = 6\text{cm}$, $b_1 = 6\text{cm} - 2\text{cm} = 4\text{cm}$.

Za koliko je širina datog pravougaonika veća od širine ucrtanog pravougaonika?

Povratna informacija: Širina datog pravougaonika je za $6\text{cm} - 4\text{cm} = 2\text{cm}$ veća od širine ucrtanog pravougaonika.

Izračunaj obim datog pravougaonika.

Povratna informacija: $O = 2 \cdot (a + b)$, $O = 2 \cdot (6\text{cm} + 8\text{cm})$, $O = 2 \cdot 14\text{cm}$, $O = 28\text{cm}$.

Koliki je obim ucrtanog pravougaonika?

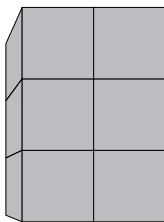
Povratna informacija: $O_1 = 2 \cdot (a + b)$, $O_1 = 2 \cdot (6\text{cm} + 4\text{cm})$, $O_1 = 2 \cdot 10\text{cm} = 20\text{cm}$.

Za koliko je obim prvog veći od obima drugog pravougaonika?

Povratna informacija: Obim prvog pravougaonika veći je od obima drugog pravougaonika za $28\text{cm} - 20\text{cm} = 8\text{cm}$.

3. ZADATAK. Kvadar je sastavljen od 6 jednakih kocki čija je ivica 5cm . Kolika je najveća moguća površina tog kvadra? Na koliko načina možete složiti date kocke da biste dobili kvadar? Predstavi grafički način slaganja.

Povratna informacija: Na tri načina i to: u prvom slučaju 2 kocke, pa na njih 2 kocke, pa još 2 kocke, u drugom slučaju 3 kocke, pa na njih još 3 i u trećem slučaju u jednom redu 6 kocki poslaganih jedna do druge ili 6 kocki naslaganih jedna na drugu (što je isto).



Слика 1.



Слика 2.



Слика 3.

Napiši kolike su dimenzije dobijenih kvadara, odnosno kolika je dužina, širina i visina tih kvadara.

Povratna informacija: Prvi kvadar: 10cm, 5cm, 15cm; Drugi kvadar: 15cm, 5cm, 10cm; Treći kvadar: 30cm, 5cm, 5cm.

Kako se izračunava površina pravougaonika?

Povratna informacija: $a \cdot b$.

Koliko ima pravougaonika istih dimenzija na kvadru, odnosno koliko ima parova takvih pravougaonika?

Povratna informacija: Tri para.

Napiši dimenzije ta tri para pravougaonika, odnosno kolika je dužina i širina pravougaonika sa prve slike (u prvom slučaju).

Povratna informacija: 10cm i 5 cm, 10cm i 15cm i 5cm i 15cm.

Kolike su površine ta tri pravougaonika?

Povratna informacija: $P = 10\text{cm} \cdot 5\text{cm} = 50\text{cm}^2$, $P = 10\text{cm} \cdot 15\text{cm} = 150\text{cm}^2$, $P = 5\text{cm} \cdot 15\text{cm} = 75\text{cm}^2$

Kako se izračunava površina kvadra?

Povratna informacija: $P = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$

Izračunaj površinu dobijenih kvadara. Vidi dimenzije prvog, drugog i trećeg kvadra. Vрати se na početak.

Povratna informacija: $P = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$, $P = 2 \cdot (10\text{cm} \cdot 5\text{cm} + 10\text{cm} \cdot 15\text{cm} + 5\text{cm} \cdot 15\text{cm})$, $P = 2 \cdot (50\text{cm} + 150\text{cm} + 75\text{cm})$, $P = 2 \cdot 275\text{cm} = 550\text{cm}^2$

Koji kvadar ima najveću površinu? Navedi njegove dimenzije.

Povratna informacija: Najveću površinu ima kvadar dimenzija 30cm, 5 cm, 5 cm (kvadar sa slike broj 3).

Preimućstvo koje daju ovi modeli diferencirane obrade geometriјskih nastavnih sadržaja u početnoj nastavi matematike (putem problemske nastave) se ogleda u sledećem: podstiče proaktivan stav prema učenju i vodi ka većoj efikasnosti, zadovolјstvu, manje formalnoj atmosferi i ima pored motivacije i emocionalnu komponentu, što rezultira visokim stepenom zadovolјstva učenjem. U procesu učenja učenici su bili u direktnom odnosu sa programskim sadržajem, a sa nastavnikom delom u direktnom, a delom u indirektnom odnosu. Nakon početnog nastavnikovog usmeravanja učenici su bili upućeni na samostalno traganje za rešenјem problema, vođeni pretežno svojim sposobnostima i motivisanošću. Ovakvo učenje, odnosno učenje rešavanјem problema ima karakteristike stvaralačkog učenja a ne usvajanja gotovih znanja u datom obliku. Data je mogućnost učenicima da sami organizuju svoja razmišljanja, rad, kao i rešavanje zadataka i pisanje objašnjenja. Omogućeno im je da uče geometriјu, onoliko koliko im je potrebno da reše matematički problem.

Pružena im je šansa da ovakvim načinom rada stvore sigurnost u radu prilikom rešavanja geometrijskih problema. Učenik ovde ima položaj subjekta, dok je uloga nastavnika saradnička, mentorska i pomagačka.

Geometrijski modeli rešavanja problema uz primenu obrazovnog računarskog softvera

Uz pomoć kompjutera učenici postaju aktivni subjekti, koji upravljaju procesom usvajanja novih znanja, vrše samostalno testiranje, od računara dobijaju povratne informacije o uspehu, računar im nudi pitanja i odgovore.

Učeći uz pomoć računara učenik napreduje korak po korak, sve dok u potpunosti ne savlada predviđeno gradivo. Zbog zvučnih i vizuelnih efekata, koje omogućava kompjuter, učenje uz pomoć računara postaje zanimljivije, pa je i sama motivacija za učenje veća. U proveravanju učenikovih znanja kompjuteri su malo objektivniji. Ako se uči uz pomoć kompjutera, bolji učenici brže napreduju, ne čekaju slabije, dok učenici slabijih sposobnosti uče sopstvenim tempom. Aktivnosti uz pomoć računara podstiču motivaciju deteta da savlada predviđene nastavne sadržaje. Prezentacija sadržaja pomoću računara poseduje interesantne problemske situacije, dok se rešavanje problema prepušta deci. Računari deci postavljaju pitanja, od njih primaju odgovore i koriguju ih. Kod dece razvijaju pozitivne osobine ličnosti, kao i njihov intelektualni razvoj.

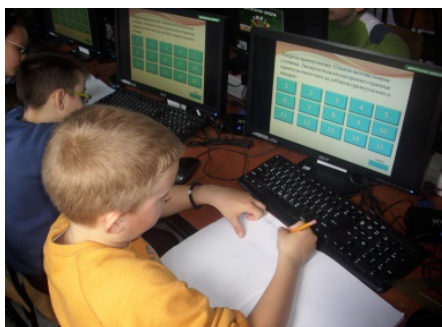
Korišćenje kompjutera kao mašine za učenje podrazumeva, između ostalog, izlaganje sadržaja od strane kompjutera, testiranje odgovora učenika o usvojenom znanju, ocenjivanje odgovora, određivanje daljih puteva rada na osnovu usvojenosti stepena sadržaja.

Obrazovni softveri

Primena računara u obrazovanju podrazumeva odgovarajuće programe napisane u nekom programskom jeziku. Ti programi moraju imati potporu u logici i didaktici. Programi (softveri) namenjeni nastavi nazivaju se i obrazovni računarski softveri. Ukoliko se koriste u nastavi matematike, moraju da ispunjavaju postavljene ciljeve matematičkog obrazovanja, da funkcionišu na principima savremenih didaktičkih sistema i da obezbede maksimalnu individualizaciju.

Prednost obrazovnih računarskih softvera u odnosu na priručnik na papiru je u tome što ovi programi sadrže deo za proveru znanja za svako poglavlje koji skreće pažnju korisniku na propuste u savladanom gradivu. Učenici koji uče pomoću obrazovnih računarskih softvera mogu da napreduju prema

svojim sposobnostima. Svaki učenik komunicira sa računarom, na ekranu se ispisuje gradivo ili test pitanja, a učenik saopštava svoje rezultate preko tastature ili pokretima miša. Nakon pređene oblasti program nudi mogućnost testiranja iz te oblasti, ukoliko korisnik ne pokaže zadovoljavajući rezultat program će ga obavestiti na koja je pitanja pogrešno odgovorio, saopštiti tačan rezultat i ponuditi ponovo učenje date oblasti.



Pri radu sa ovakvim programskim paketom učenik ne može biti pasivan, pošto je tako projektovan da mu program stalno vezuje pažnju slikom i zvučnim efektima. Ključne reči u programima označene su drugačijom bojom. Kada korisnik klikne na neku od ključnih reči dobija opširnija objašnjenja o datoj ključnoj reči. Softver je tako napisan da se prilagođava nivou

znanja učenika. Ukoliko učenik ne pokaže dovoljnu količinu znanja softver će ga obučavati jednostavnijim stvarima; ukoliko učenik na postavljena pitanja stalno odgovara tačno, znači da nivo izlaganja može da se podigne.

Zaključak

Navedeni geometrijski modeli poslužili su za pravljenje obrazovnih softvera koji su potom evaluirani u praksi. Na matematičkom softveru ustanovljeno je da je nastava matematike približena skoro svakom učeniku tako što je učinjena zanimljivom, zabavnom, interesantnom, odnosno aktivnom, životnom, praktičnom, korisnom, takmičarskom, motivacionom. Na taj način se kroz nastavu matematike razvija sigurnost, samopouzdanje, samoinicijativnost, upornost, istrajnost, nepokolebljivost, a ne strah od samostalnog razmišljanja i donošenja zaključaka uopšte. Stoga smatram da nastavne sadržaje ne treba predavati, već usmeravati učenika da ulaže vlastiti napor, kao i da aktivnim odnosom otkriva i saznaje istinu. Međutim, aktivnosti učenika treba da budu tako usmerene da učenik programske sadržaje usvaja sa razumevanjem, intenzivnim razmišljanjem, samostalnim otkrivanjem, zaključivanjem i proveravanjem, a na nivou koji odgovara njegovom trenutnom razvoju. Neophodno je, takođe, u nastavi matematike stvarati takve situacije u kojima će se učenici suočavati sa problemima koji će ih motivisati da sami pronalaze, otkrivaju, izvedu zaključke i proveravaju dobijene rezultate, a da uloga nastavnika bude saradnička, mentorska i pomagačka.

Prednosti koje proizlaze iz primene obrazovnog softvera u nastavi nisu samo u gore navedenom, nego i u bržem obavljanju tehničkih poslova, što ostavlja više vremena nastavniku i učeniku da diskutuju o posmatranom problemu, kao i da pokušaju da isprobaju neki drugi postupak rešavanja zadatka, da ga uporede i analiziraju. Prilikom rešavanja matematičkih zadataka nije važno samo rešenje zadatka, nego i put kojim je učenik došao do tačnog rešenja. Međutim, učenik koji teže uočava sve ono što nosi sa sobom jedan matematički zadatak oslobođen je dugotrajnog rešavanja zadatka, te samim tim dobija više vremena da mu se ukaže kako i kojim putem treba ići ka tačnom rešenju zadatka.

Literatura

Brown, A. (1991). Interactive learning and individual understanding: The case of reading and mathematics, In: L. T. Landsmann (Ed.), *Culture, schooling, and psychological development*, Norwood, NJ: Ablex Publishing, 136–170.

Zech, F. (1999). *Grundkurs Mathematikdidaktik – Theoretische und praktische Anleitungen für das Lehren und Lernen von Mathematik*, Beltz Verlag-Weinheim und Basel.

Dejić, M. (2000). *Metodika nastave matematike (razredna nastava)*, Kragujevac: Univerzitet u Kragujevcu, Jagodina: Učiteljski fakultet u Jagodini.

Dokić, O. (2007). *Pojam linije u početnoj nastavi geometrije*, Beograd: Učiteljski fakultet u Beogradu.

Ivić, I. (2001). *Priručnik za primenu metoda aktivnog učenja/nastave*, Beograd: Institut za psihologiju, Ministarstvo prosvete i sporta Republike Srbije.

Herceg, D. (2005). *Ilustrovana zmajematika*, Novi Sad.

Egerić, M. (2000). *Praktikum metodike matematike razredne nastave*, Jagodina: Učiteljski fakultet.

Lučić, B. (2001). Problemska nastava – čas problemske nastave matematike, *Učitelj*, br. 74, 14–19.

Lučić, B. (2003). Modeli diferencirane i individualizovane obrade problemskih zadataka u početnoj nastavi matematike, *Pedagoška stvarnost*, br. 12, 120–135.

Lučić, B. (2006): *Aktivna i ineraktivna obrada osobina aritmetičkih operacija modelsko problemskim pristupom*, magistarski rad, Sombor: Pedagoški fakultet.

Lučić, B. (2009). Primena obrazovnog softvera u rešavanju aritmetičkih problema modelsko-problemskim pristupom, *Peti međunarodni simpozijum Tehnologija, informatika, obrazovanje*, zbornik radova, II deo, Novi Sad: Tehnički fakultet, 149–162.

Lučić, B. (2009). Aktivna i interaktivna nastava geometrije, *Inovacije u osnovnoškolskom obrazovanju – vrednovanje*, zbornik radova, Beograd: Učiteljski fakultet, 376–383.

Lučić, B. (2012–2013). Geometrija nije bauk, *Digitalni čas*, elektronski zbornik radova, Beograd: Ministarstvo spoljne i unutrašnje trgovine i telekomunikacija.

Lučić, B. (2012–2013). Zabavna matematika, *Digitalni čas*, elektronski zbornik radova, Beograd: Ministarstvo spoljne i unutrašnje trgovine i telekomunikacija.

Lučić, B. (2015–2016). Primeri dobre prakse: Vesela matematika, *Digitalni čas*, elektronski zbornik radova, Beograd: Ministarstvo spoljne i unutrašnje trgovine i telekomunikacija.

Lučić, B. (2015–2016). Linija i oblast, *Digitalni čas*, elektronski zbornik radova, Beograd: Ministarstvo spoljne i unutrašnje trgovine i telekomunikacija.

Nisbet, S. (2003). Children's Representation and Organization of Data, *Mathematics Education Research Journal*, 15(1), 42–58.

Petrović, N. (2001). Modelsko-problemski pristup u diferenciranju početne nastave matematike, *Diferencijacija i individualizacija nastave, osnova škole budućnosti*, zbornik radova, Sombor: Učiteljski fakultet.

Petrović, N. (2001). *Matematički problem u pričama*, Novi Sad: D. O. O. Eduka.

Pinter J. (1997). *Matematičko modelovanje u početnoj nastavi matematike*, Sombor: Učiteljski fakultet.

Biljana Lučić

Elementary school "Petar Tasić"

Lešnica

EFFECTS OF APPLICATION OF GEOMETRIC MODELS OF PROBLEM SOLVING IN CLASS TEACHING

Summary: The paper deals with practical application of geometric models at different levels, in which individual abilities of pupils are conditioned by mental differences, as well as the necessity and reasons for applying the models in early mathematics education. Different models of learning and teaching are applied to groups of students of different abilities and attributes, with the aim of achieving better results than in traditional teaching. When applying this method of teaching it should be taken into account that students have different attitudes, abilities and learning preferences. Solving problems through modeling enables students to find in their memory adequate mathematical knowledge and connect it with reality by constructing suitable models and algorithms. In that way, algorithmic and creative thinking is developed, which will be used in the modeling new problem situations.

The benefit of this model of differentiated teaching geometry contents (through problem-based teaching) is reflected in the fact that the teaching of mathematics is made more diverse and dynamic, and therefore more efficient.

Keywords: mathematics, elementary school, geometric models, differentiation and individualization, problem-based teaching.

Радојко Дамјановић
Министарство просвете, науке
и технолошког развоја
Београд

DOI: [10.46793/MANM4.077D](https://doi.org/10.46793/MANM4.077D)

УДК: 373.3::51(497.11)
37.026

Бранислав Поповић
Драгић Банковић
Универзитет у Крагујевцу
Природно-математички факултет

ИСТРАЖИВАЊЕ О УПОТРЕБИ МАНИПУЛАТИВА У НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ У СРБИЈИ И ПРЕПОРУКЕ ЗА УСПОСТАВЉАЊЕ И ОСИГУРАЊЕ КВАЛИТЕТА У ЕВРОПСКОМ ОБРАЗОВНОМ ПРОСТОРУ

Апстракт: Овај рад има за циљ да прикаже везу између конкретног реализованог истраживања о употреби манипулатива у настави математике и докумената које су европске институције и тела доносила у облику препорука и смерница за успостављање и осигурање квалитета процеса наставе и учења и унапређивања рада у установама образовања и васпитања. На овај начин представљају се валидност и актуелност истраживања и објашњавају разлози избора појединих области испитивања. Истовремено, рад усмерава на могућност прикупљања и продукције нових релевантних доказа за доношење информисаних и одговорних одлука у области политика образовања, коришћењем конкретног истраживања као генеричке основе.

Кључне речи: манипулативи, оквир квалитета, стандарди квалитета, образовне политике, настава математике, наставници математике.

Приликом одређивања исхода образовања и васпитања, тј. излиставања онога *шта се од ученика очекује да зна, разуме и да је способан да покаже, односно уради након завршене одговарајуће нивоа образовања и васпитања*, најважнији акт којим се уређује амбијент учења у Србији, Закон о основама система образовања и васпитања (Службени гласник РС, бр. 88/2017), директно упућује на *способност ученика да примењује математичко мишљење и знање у циљу решавања низа проблема у свакодневним ситуацијама*

и наводи *математичке компетенције* као *кључне компетенције*¹ за *целоживотно учење*.

Овако артикулисана воља/намера државе јесте исказивање значаја и на известан начин усмерење за субјекте/провајдере услуга образовања, конкретно наставе и учења (или: поучавања и учења) математике.

Извориште унапређивања образовно-васпитне праксе и школских процеса

Према необавезујућем акту, *Прейоруци Европског парламента и савета*, од 12. фебруара 2001. године, који се односи на *европску сарадњу у области вредновања квалитета образовно-васпитног рада у школама* (*RECOMMENDATION OF THE EUROPEAN PARLIAMENT AND COUNCIL of 12 February 2001 on European cooperation in quality in school education*), државе чланице требало би да преузму одговорност осигурања могућности да школски програми воде рачуна о *друштвеним дешавањима*. Под овом синтагмом подразумева се подешавање квалитета процеса образовања и васпитања у институционалним инстанцама у *контексту друштва* које учи и уважавајући чињеницу да они *не утичу само на појединца*, већ *доприносе социјалној кохезији, социјалној инклузији и решавању проблема незапослености*. Оспособљавање за *целоживотно учење* омогућава да се покуша са успостављањем *контроле будућности на професионалном и личном нивоу*. Државе треба да осигурају да *квалитет услуга образовања и васпитања* буде у функцији унапређивања поучавања и учења, тако да *трансфери знања* који се одвијају у институционализованим инстанцама као посредовање између појединаца могу да се одвијају без препрека за различите осетљиве групе (вулнерабилне ентитете). Примарно, *отклањање баријера* и *омогућавање несметаног приступа образовању и васпитању* односи се на *спречавање (раног) одступања из система*, те превенцију и успостављање мера подршке младима који имају или могу да се суоче са *тешкоћама у учењу*. Једна од смерница упућује на *неопходност припремања младих за дигиталну еру* и у том смислу *развијања рачунарске писмености, опремање школа рачунарским технологијама и подстицање ученика на коришћење интернета*.

Наравно, *Прейоруке* упућују на уважавање *културне димензије образовања*, различитости приступа и установа и других специфичних околности

¹ Кључне компетенције представљају скуп интегрисаних знања, вештина и ставова који су потребни сваком појединцу за лично испуњење и развој, укључивање у друштвени живот и запошљавање и тако су дефинисане у самом Закону о основама система образовања и васпитања (*Службени гласник РС*, бр. 88/2017).

у којима се образовање и васпитање одвија у државама чланицама (финансирање, структура система и мрежа институција, циљеви поучавања и учења, курикулуми, доминантни приступи настави и учењу). Због наведених разлога, оквири праћења и вредновања квалитета који се осмишљавају треба да одражавају *флексибилности, прилагодљивости на увек нове ситуације* наметнуте успостављањем корекција структура и циљева система образовања и васпитања, иницираних променама потреба друштва. Формирање мрежа институција укључених у праћење и вредновање квалитета система образовања и васпитања на европском нивоу и проширивање утицаја на државе које су кандидати за придруживање Европској унији или су у другим партнерским односима са њом од посебне је важности. Из ових разлога подстиче се децентрализација система у смислу примене принципа супсидијарности и истиче допринос који даје *подршка развоју посебности култура, традиција образовања и васпитања*, али и истовремено развијање сарадње у смислу *цвећања* различитости.

Посебну пажњу *Препоруке* усмеравају на развој система самоевалуације, као моћног инструмента за целовито сагледавање квалитета образовно-васпитних процеса и успостављање културе праћења и процењивања сопствене појединачне праксе и на нивоу других инстанци (ентитета или провајдера – ученици, наставници, родитељи, локалне власти, установе/ школе).

Права или тачна мера квалитета одређене инстанце образовања и васпитања јесте избалансирана слика уоквирена самовредновањем и спољашњим вредновањем овлашћене службе која се бави овим пословима. Наведено подразумева развој јединствене методологије у функцији сталног унапређивања квалитета и охрабривања свих да учествују у овом процесу, тако да се води рачуна о томе да се не сведе на пуко административно утврђивање чињеница (*purely administrative checks*). На овај начин сви преузимају своју *одговорност за унапређивање (школских) процеса*.

Као подршка спровођењу смерница из *Препоруке* предлаже се *успостављање сарадње и транснационална размена искустава, дисеминација ефективних и прихватљивих метода евалуације квалитета, стварање база података и развој алатија релевантних за вредновање квалитета у школама, подршка и тренинг менаџмента*, односно управа школа, за разумевање коришћења самоевалуације у циљу јачања *капацитета за унапређивање сопствене праксе и ширење примера добре праксе, повезивање и умрежавање школа, сарадња власти на свим нивоима, публиковање резултата вредновања школа, промовисање комуникације међу експертима и подстицање израде експертиза и коришћење резултата вредновања и базе података за међународна истраживања образовно-васпитне праксе у циљу развоја квалитета вредновања школа*.

Већина или готово сви документи, истраживања, извештаји, методологије за вредновање и унапређивање школске праксе, односно школских процеса, налазе своје упориште у *Прејоруци*, тако да су њени елементи саставни делови и оријентација за израду регулативе и релевантних експертиза приликом спровођења процедура доношења одлука у области квалитета образовања и васпитања.

Подршка развоју квалитета образовно-васпитних процеса у школама

Wulf Homeier, председник SICI-a (The Standing International Conference of Inspectorates), организације која окупља све релевантне службе, агенције и институције које се баве квалитетом праксе образовања и васпитања, у чијем раду учествују и представници Србије, изјавио је септембра 2016. године у уводном тексту публикације *Стратејски план 2016–2020 (Strategic plan 2016–2020)* да се у Европи за образовање *још увише издваја огромни износ новца, од преко 600 милијарди евра и да то обавезује на суочавање са изазовима одговорности за увођење младих у сложено и глобализовано светско окружење*. Наведена публикација истиче мото Боља инспекција, боље учење (*Better Inspection, better Learning*).

У Европи, односно у европском простору образовања, нема организације која има приступа толиком обиму информација у вези са квалитетом рада школа као што је то SICI, тако да је на неки начин *позвана да омогући и помоћне доношење политика и одлука заснованих на подацима* (доказима из образовно-васпитне праксе), према речима председника ове асоцијације.

Промоција сарадње и унапређивања рада инспекција², допринос вођењу

² Појмови *инспектор*, *инспекција* или *инспекторат* користе се у тексту у најширем значењу из разлога што се државне службе, агенције, институције или други ентитети за праћење и вредновање квалитета образовно-васпитног рада у различитим земљама другачије и називају. Нпр. у Србији овај посао обављају *просветни саветници* ресорног министарства или *саветници Завода за вредновање квалитета образовања и васпитања*. Најприкладнији назив за ову врсту посла био би *вредноватељ* или *евалuator* квалитета рада установа образовања и васпитања, односно школа.

Посебна тема у овој области јесте двострука улога просветних саветника у нашем систему, који са једне стране учествују у пружању подршке унапређивању квалитета рада установа/школа, а са друге стране врше вредновање квалитета рада установа/школа.

Иначе, у Србији, појам *просветне инспекције* односи се на управни надзор над радом установа/школа (поштовање законитости рада) и ови послови у првом степену поверени су локалним управама, а у другом степену обављају их службеници ресорног министарства, који врше и надзор над обављањем поверених послова. Просветни саветници реализују послове *стручно-педагошког надзора* и у оквиру тога *сапољашње вредновање* установа/школа.

унапређивања квалитета школа (на свим нивоима – од локалној до међународној), јачање међународне дебате у области образовања, стварање нових знања и увида на основу базе доказа SICI-а, јесу неке од прокламованих амбиција. Активности SICI-а треба да допринесу бољем разумевању како на посредан начин инспекција утиче на унапређивање квалитета образовних искустава младих широм Европе и како да она остану релевантна за животи у данашњици и будућности.

Из наведених разлога SICI као заједница свих инспектора појединачно своје стратешке циљеве поставио је тако да:

- омогућава образовним системима и школама да постану организације које уче;
- осигура својим члановима да сопственим учешћем допринесу другима или сами осете добитак од заједничких размена савета и искустава из других инспектората (активности за побољшање учења инспектора у области струке – савети, подршке и заснованост доказа на основу искустава других чланова, дисеминација ресурса, доступност знања и делотворних приступа других);
- утиче на успостављање вибрантне културе сарадње и сарадничког рада, дељење информација, расправљање релевантних питања и развој мишљења (активности на дефинисању и суочавању са заједничким изазовима, генерисање нових идеја и праксе);
- својом јединственом позицијом повезује налазе из инспекције са налазима из истраживања праксе и подстиче дебату о квалитету вредновања школа и квалитету образовања уопште;
- изграђује дубље разумевање квалитета образовања и улоге инспекције у подршци унапређивања;
- промовише сопствену улогу као утицајне мреже инспектората за подршку унапређењу образовања инспекцијом/вредновањем/евалуацијом.

Употреба манипулатива у функцији унапређивања квалитета образовно-васпитног рада

Теоријски вођена истраживања, као и подаци добијени истраживањем параметара образовно-васпитне праксе, показују код неких модела за унапређивање (у нашем случају тзв. *динамички модел образовне ефикасности*) да се квалитет поучавања, уз друге факторе, огледа и у мери у којој је у учioniци условљено окружење за учење. Елементи овог сегмента квалитета били би способност, истрајност, стварање прилика за учење, очекивања, стил мишљења, предметна мотивација, особине личности и друго (Creemers, Kyriakides, 2008: 9). Наведени модел образовне

ефективности истиче као важне сегменте квалитета наставе/поучавања и учења *структурисање, проверавање (испитивање) и вредновање* (уз побољшавање још других сегмената).

Поједине студије указују на важност контекста социјалних комуникација у групи/одељењу и да ученици, посебно у раном узрасту, буду подржани од сензитивисаних одраслих/наставника (Wood, Williams, McNeal, 2006: 249). *Креирање отворених дискусија о ученичким решењима проблема, ангажовање ученика у решавању проблема* доводи до тога да се *подиже ниво интеракција у групи, ученици се ангажују у вишим нивоима мишљења и мења се култура учења* успостављањем образаца унапређеног посредовања (Wood, Williams, McNeal, 2006: 248).

Рад са (или: над) конкретним физичким или виртуелним објектима који представљају репрезентације математичких појмова и идеја јесте употреба манипулатива у настави и учењу математике уколико:

- репрезентације су јасно структурисане,
- репрезентације математичких појмова су преводиве у формални језик математичких симбола,
- радње са манипулативима су преводиве у формалне математичке релације и операције,
- постоје дефинисани циљеви и исходи овако организованог учења,
- наставник има јасну интенцију којом води процес рада са манипулативима,
- рефлексивност након конкретног рада са манипулативима чини део јединственог сегмента процеса учења,
- ученици су потпуно ментално укључени и спроводе предвиђене радње над скупом манипулатива (ентитети дискретног или континуум типа),
- омогућавају ученицима да стичу искуство које је употребљиво у неким другим околностима учења када је неопходно генерисати менталну визуелизацију преводиву у формалне математичке ситуације и њену симболизацију,
- омогућавају да ученик у новим околностима учења креира/конструира одговарајућу репрезентацију и стратегију решења дате ситуације (Дамјановић, 2016).

Претходно побољшане претпоставке неке су од атрибуција употребе манипулатива у настави математике, која није спонтана, већ се изводи са тачно одређеном намером.

Настава математике или поучавање и учење математике употребом манипулатива поспешује:

- активност ученика током процеса учења (усвајања или утврђивања знања – вежбање, понављање, систематизација),
- партиципативност ученика у процесу учења (укљученост у посредовање инструкцијама/налозима за активности, доношење одлука у вези са процесом учења),
- иницирање неформалних облика мишљења или стварање услова за индукцију латералног размишљања у решавању математичких ситуација (генерисање тренутних стратегија, мултиангуларног сагледавања ситуације, претварање информалних решења у формална објашњења решења ситуација),
- подстицање интерактивности у функцији развоја кооперативних облика усвајања знања,
- спремност наставника за организовање сложених облика поучавања и учења математике (целисходност инструкција, учење као виши облик посредовања – двосмерна и латерална комуникација у групи која учи, способност конструисања и структурисања манипулатива као добрих математичких репрезентација),
- употреба окружења обogaђеног дигиталним компонентама које унапређују учење (софтверски алати, аплети, програми за учење) (Дамјановић, 2016).

Овако организовано учење математике доприноси успостављању квалитета образовно-васпитног процеса, како је дефинисано задатим оквиром квалитета, односно стандардима и индикаторима који их описују³. Дејством различитих процеса који се успостављају и њиховим повезивањем могуће је подизати укупан квалитет. На пример, формулисање циљева и исхода учења, односно дефинисање ученичких постигнућа на почетку процеса наставе и учења омогућава добро праћење, давање одговарајуће и разумљиве повратне информације ученику о његовом учењу и отвара му простор да сагледава сопствени напредак. Истовремено, наставник лакше вреднује рад ученика уколико унапред структурише и конструише елементе праћења, на основу тога израђује елементе провере знања и пројектује могућност повратне спреге као инструмента за корекцију процеса наставе и учења.

³ Тзв. јединствени оквир квалитета дат је и примена уређена Правилником о стандардима квалитета рада установе (Службени гласник РС, бр. 7/2011 и 68/2012), Правилником о вредновању квалитета рада установа (Службени гласник РС, бр. 9/2012) и Правилником о стручно-педагошком надзору (Службени гласник РС, бр. 34/2012).

Улога наставника од посебне је важности, нарочито приликом организовања учења које претпоставља употребу манипулатива као сложених дидактичких материјала. Истраживања су показала да наставници који успешно у дужем периоду користе манипулативе у процесу наставе и учења математике јесу они који имају дугорочан и обухватан тренинг (усавршавање) у областима повезаним са методиком наставе математике (математика, психологија, педагогија, али не фрагментарно већ повезано у целину, као јединствен пакет за разумевање и унапређено извођење образовно-васпитног рада). Спрема наставника за извођење наставе на вишим нивоима квалитета огледа се у припремању инструкција, формулисању исхода и пројекцији постигнућа, структурисању садржаја за учење и припреми за праћење и вредновање достизања исхода учења и ученичких постигнућа. Исказано упућује на сложеност и обимност појма *компетиен-шан наставник математике*.

Ефективност употребе манипулатива у настави математике показује се у дужем временском периоду и различита је за поједине узрасте (Sowell, 1989).

Могућност имплементације истраживања о употреби манипулатива у настави математике у Србији

Предметно истраживање (Damjanović, Stamenković, Popović, Dimitrijević, 2015) спроведено је на узорку наставника разредне наставе (416) и наставника предметне наставе – наставници математике у другом циклусу образовања и васпитања (281). Испитивани наставници су из две школске управе (Крагујевац и Нови Сад), односно из три управна округа (Шумадијски, Јужнобачки и Сремски). Посредно, учествовало је 127 школа у 90 насељених места (општине и градови).

Упитник који су попуњавали наставници отвореног је типа, тако да су добијени одговори класификовани и обрађени квантитативно. Неке од тема обухваћених упитником јесу следеће:

- употреба манипулатива – физички или виртуелни – упућивање на укључивање дигиталних компоненти у наставни процес;

- употреба манипулатива – уочавање повезаности употребе дигиталних компоненти у зависности од величине насеобине у којој се школа налази;

- употреба манипулатива – уочавање повезаности претходне професионалне оспособљености наставника, каснијег стручног усавршавања и различитих тренинга за коришћење манипулатива у процесу наставе и учења математике;

– употреба манипулатива – мера и сврсисходност укључивања манипулатива у рад са децом/ученицима који имају тешкоће или сметње у учењу (утицај величине локалне средине, нивоа циклуса у којем се изводи образовно-васпитни рад, административна припадност просветним властима).

Наставничким изјашњавањем, исказивањем ставова и објашњавањем различитих и специфичних околности употребе манипулатива сагледаване су њихове компетенције за планирање и реализацију (организацију) наставе и учења математике на различитим нивоима образовања и васпитања, развој компетенција у односу на касније целоживотно учење, утицај различитости култура у којима се процес образовања и васпитања одвија (традиције, административна организација просветних власти, локалних власти, извори иницијалног образовања наставника и каснијег тренинга, могућности трансфера знања ученицима који припадају ризичним и вулнерабилним групама). На основу налаза из истраживања употребе манипулатива у настави математике, може се закључити да има простора за унапређивање ове праксе – нпр. тек нешто мало испод половине наставника разредне наставе користи геометријска тела као манипулативе (47,8%), а тек 37% наставника математике другог циклуса образовања користи једноставније облике физичких манипулатива за репрезентације дискретних математичких ентитета (исказивање дискретних вредности или величина). Значајни су и налази који говоре о употреби виртуелних манипулатива – више у другом циклусу образовања, више у градовима него у мањим местима. Однос радног стажа наставника и избора употребе физичког или виртуелног манипулатива, као и утицај стручног усавршавања наставника, упознатост са манипулативима током формалног образовања отварају могућности за примену афирмативног сета мера унапређивања наставе и учења математике употребом манипулатива (Damjanović, Stamenković, Rorović, Dimitrijević, 2015: 149–151). Оквир праћења квалитета образовно-васпитног рада једнообразан је за све школе и наставнике, тако да његова начелна примена јесте јединствена на читавој административној територији под управом Владе Србије (праћење и вредновање квалитета, унапређивање школских пракси коришћењем јединственог оквира квалитета). Отуда је важно умањити, ако не и елиминисати утицај ефеката контекста наставе и учења математике који не доприносе квалитету, а употребом манипулатива као средстава за унапређивање праксе образовања и васпитања.

На основу истраживања теорија и емпиријских налаза (Дамјановић, 2016) могуће је формулисати низ препорука за унапређивање наставе математике, које се односе на доносиоце одлука на националном нивоу у области политика образовања и васпитања, до нивоа установа/школа и самих наставника који директно осмишљавају и реализују праксе

поучавања и учења. За поспешивање употребе манипулатива у настави математике потребно је донети јединствен програм препорука и упутстава који би укључио све одговорне за праћење и вредновање квалитета планирања и реализације наставе и учења уопште и наставе и учења математике као посебног интереса за образовање и васпитање – академску заједницу (научнике и истраживаче – универзитети и институти), експерте из струке (методика наставе математике), струковна удружења (друштва, удружења и организације које окупљају наставнике математике у свим нивоима образовања), истакнуте наставнике из праксе, просветне саветнике, ученике, стручњаке из завода који се баве пословима из делокруга образовања и васпитања, локалне самоуправе. Препоруке за унапређивање пракси наставе и учења математике употребом манипулатива односиле би се на:

- формирање националног тима који би осмислио програм унапређивања праксе наставе и учења математике (програм треба да буде заснован на релевантним теоријским и емпиријским истраживањима и налазима);

- израду општег упутства са смерницама за различите инстанце које су укључене у спровођење образовања и васпитања са фокусом на наставу и учење математике (упутство садржи теоријску оправданост, емпиријске налазе и основа је за све активности усмерене на унапређивање наставе и учења математике);

- осмишљавање конкретних обука за наставнике математике на различитим образовним нивоима (садржаји обуке односе се на употребу манипулатива у циљу поспешивања интерактивности, партиципативности и укупне менталне активности ученика током процеса наставе и учења и развоја мишљења – сагледавање увођења пожељних социокултурних образаца понашања, укљученост ученика у процесе наставе и учења, развој дијалога у вези са стратегијама решавања различитих проблема и ситуација индукованих дидактички осмишљеним околностима);

- осмишљавање обука за употребу дигиталних средстава и програма (готових или израђених од стране наставника) за реализацију наставе и учења математике употребом виртуелних манипулатива;

- осмишљавање обука за пружање стручне помоћи наставницима у укључивању ученика са тешкоћама и сметњама у развоју и учењу за деловно коришћење манипулатива у процесу наставе и учења математике;

- упутства за израду универзитетских и високошколских курикула/силабуса који се баве наставом математике за оспособљавање студената и наставничких кандидата у коришћењу манипулатива као инструмента развоја математичког мишљења деце/ученика (размотрити могућности увођења специјалистичких академских студија у области развоја математичког мишљења код деце/ученика);

– упутства локалним самоуправама / управама за формирање тимова за развој образовања и васпитања на територији њихове административне надлежности и помоћи школама у реализацији унапређивања наставе и учења математике употребом манипулатива;

– упутства директорима школа и стручним сарадницима за организовање педагошко-инструктивног рада у функцији унапређивања наставе и учења математике употребом манипулатива;

– организовање скупова за субјекте који пружају стручну помоћ и реализују стручно-педагошки надзор⁴ у функцији унапређивања наставе и учења, посебно наставе и учења математике употребом манипулатива (за просветне саветнике, саветнике завода за вредновање и унапређивање квалитета, саветнике – спољне сараднике, наставнике са звањима);

– посебно разматрање унапређивања ефективности употребе манипулатива у настави и учењу математике структурисањем процеса применом Блумове таксономије, формулисањем исхода и пројектовањем ученичких постигнућа и на тој основи припремања праћења и вредновања успешности ученика;

– припрему и израду инструмената за праћење, прикупљање података и вредновање планирања и реализације унапређивања пракси наставе и учења математике употребом манипулатива;

– одређивање рокова имплементације (целине и делова програма), израде финалног извештаја (рефлексије) о примени програма, формирање доступне базе података о извршеним активностима за потребе истраживања и дефинисање структурисаног мониторинга (праћење и вредновање процеса) од стране националног тима за унапређивање наставе и учења математике (подстицати културу извештавања и прикупљања података у пројектованом формату) – исказана ставка/смерница односи се на метапозицију националног тима за унапређивање наставе и учења математике.

Претходно исказан сет предложених препорука за унапређивање школских пракси у области наставе и учења, конкретно наставе и учења математике, утемељен је и усмерен јединственим оквиром квалитета који је прописан на националном нивоу; своје извориште има и у препорукама из европских тела која регулишу и воде токове процеса и пракси од локалних до наднационалних нивоа, уважавајући традиције, културе и специфичности субјеката и инстанци образовања и васпитања.

Коначно, применом препоручених мера (излистаних препорука) за политике унапређивања образовно-васпитних пракси делотворно би било истраживати могућности и ефекте коришћења манипулатива за достизање

⁴ Или учествују у пружању стручне помоћи и реализацији стручно-педагошког надзора над радом школа и наставника.

исхода који се односе на *способност ученика да примењује математичко мишљење и знање у циљу решавања низа проблема у свакодневним ситуацијама*, као и на *математичке компетенције*, које су кључне за *целоживотно учење*. У том смислу, ученик треба да буде у стању да користи вештине *математизације*, односно да преводи проблеме стварног живота у математичке ситуације које је способан/спреман да решава и да успешно математичка решења интерпретира у околностима животне реалности (OECD, 1999: 43–47).

Литература

Creemers, B. P. M., Kyriakides, L. (2008). A theoretical based approach to educational improvement: Establishing links between educational effectiveness research and school improvement, *Jahrbuch der Schulentwicklung*, 15, 41–61.

Damjanović, R., Stamenković, S., Popović, B., Dimitrijević, S. (2015). Upotreba manipulativa u nastavi matematike – osnovni nalazi istraživanja (izvod iz izveštaja istraživanja), *Obrazovna tehnologija*, XV/4, 311–324.

Дамјановић, Р. (2016). *Употреба манипулатива у развоју математичког мишљења*, докторска дисертација, Јагодина: Факултет педагошких наука Универзитета у Крагујевцу.

European Parliament and Council (2001). RECOMMENDATION OF THE EUROPEAN PARLIAMENT AND COUNCIL of 12 February 2001 on European cooperation in quality in school education, *Official Journal of the European Communities*, L 60, 51–53 (1.3.2001), Brussel.

OECD (1999). *Measuring Student Knowledge and Skills – A New Framework for Assessment*, Paris.

Правилник о стандардима квалитета рада установе, *Службени гласник РС*, бр. 7/2011 и 68/2012.

Правилник о вредновању квалитета рада установа, *Службени гласник РС*, бр. 9/2012.

Правилник о стручно-педагошком надзору, *Службени гласник РС*, бр. 34/2012.

SICI – The Standing International Conference of Inspectorates (2016). *Better Inspection, Better Learning – Strategic Plan 2016–2020*, SICI Secretariat (the Strategic Group of SICI Executive Committee), Brussel.

Sowell, E. J. (1989). Effects of Manipulative Materials in Mathematics Instruction, *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 20, No. 5, 498–505.

Wood, T., Williams, G., McNeal, B. (2006). Children's Mathematical Thinking in Different Classroom Cultures, *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 37, No. 3, 222–255.

Закон о основама система образовања и васпитања, *Службени гласник РС*, бр. 88/2017.

Radojko Damjanović
Ministry of Education, Science
and Technological Development
Belgrade

Branislav Popović
Dragić Banković
University of Kragujevac
Faculty of Science

RESEARCH ON THE USE OF MANIPULATIVES IN TEACHING MATHEMATICS IN SERBIA AND RECOMMENDATIONS FOR QUALITY ASSURANCE IN THE EUROPEAN EDUCATIONAL AREA

Summary: This paper deals with the connection between the specific research on the use of manipulative materials in teaching mathematics and documents adopted by European institutions and bodies in the form of recommendations and guidelines for establishing and ensuring the quality of teaching and learning process. The validity and topicality of the research are presented and the reasons for choosing certain areas of research are explained. At the same time, the paper focuses on the possibility of collecting and producing new relevant evidence for making informed and responsible decisions in the field of education policies, using specific research as a generic basis.

Keywords: manipulatives, quality framework, quality standards, educational policies, teaching mathematics, mathematics teachers.

Сузана Д. Илић

Универзитет у Крагујевцу

Факултет педагошких наука у Јагодини

Студент мастер студија

DOI: [10.46793/MANM4.0901](https://doi.org/10.46793/MANM4.0901)

УДК: 37.026:51

УЛОГА, ЗНАЧАЈ И МОГУЋНОСТИ ПРИМЕНЕ МАТЕМАТИЧКИХ И ДИДАКТИЧКИХ ИГАРА НА ЧАСОВИМА МАТЕМАТИКЕ

Апстракт: Са разним ступњевима друштвеног развоја мењао се начин живота, али је игра у свим условима била и остала саставни део дечје активности. Игра може бити конкретан и ефикасан начин да се обезбеди активно учешће деце у настави математике. Учење математике кроз игру и забаву развија интересовање ученика за математику, развија њихову машту, а процес учења чини лакшим и забавним. Тема овог рада су математичке и дидактичке игре, њихова улога, значај и могућност примене у млађим разредима основне школе. Приказаћемо примере неких математичких и дидактичких игара и указати на могућност њихове примене на часовима математике. Такође, даћемо приказ неких ранијих истраживања која су се бавила применом игара на часовима математике.

Кључне речи: математичке игре, дидактичке игре, почетна настава математике.

Увод

Математика својим занимљивим садржајима привлачи пажњу оних који је воле и оних који ће је тек заволетати. Математика је од свог настанка везана за човека, његове потребе и његова размишљања.

Да би математика постала популарнији предмет, потребно је унети више елемената игре. Велики математичар Блез Паскал је рекао: „Предмет математике је толико озбиљан да је корисно не пропустити ниједну прилику да се он учини мало забавнијим. Остварење васпитних задатака у настави математике кроз игру је најпогоднији начин васпитања у нижим разредима основне школе. Потреба за игром је испољена код човека током целог живота, а нарочито у том узрасту” (Ђетковић, Пинтер, 1998, према: Тот, 2008: 488).

Свака дечја игра има у себи елементе традиције и средине у којој деца расту, зависи од њиховог узраста, пола, интелигенције и социјалне средине. Посебно се истиче психолошки аспект игре и њен значај за психички, физички и интелектуални развој сваког детета. Игра је увек повезана са дечјим потребама и представља њихово специфично задовољење. Отуда се и деца сасвим другачије односе према задацима који се појављују у игри, него кад су им они представљени на неки други начин.

Игра

Игру је тешко дефинисати једном реченицом и обухватити сву ширину тог појма. За игру се каже да је то интелектуална, физичка и рекреативна активност која укључује једног или више учесника и која служи за разоноду и забаву. Игра је дефинисана циљем који играчи покушавају да достигну и скупом правила који одређује шта играчи могу да раде.

Игра представља активност деце у различитим периодима живота, али у измењеним облицима. Она заузима значајну улогу у животу и развоју деце, али и одраслих. Игра је потреба дечјег живота. Посебно је значајна за проучавање самог детета, јер се оно током игре понаша природно. О игри и њеном значају су писали многи познати филозофи, класици и педагози.

„Игра је начин упознавања детета са спољним светом, игра је за децу учење, игра је њихов рад, игра је за њих озбиљна форма васпитања.”

(Н. К. Крупска)

„Дечја игра је права социјална институција.”

(Жан Шато)

„Игром се дете развија и цвета као што се цвеће развија и цвета из пупоља! Радост је душа сваке радње тога доба.”

(Ф. Фребел)

Најпознатији филозофи, научници и класици педагогије бавили су се дечјом игром и указивали на њен значај још у историјском развоју васпитања. Функција игре у животу деце и њиховом развоју постаје све значајнија. Она представља снажно васпитно средство и њена примена у настави могућа је на свим нивоима образовања. Игра се у настави, пре свега, користи као метода помоћу које ученици могу да уче, али и као мотивационо средство за учење. Образовна игра је увек у функцији остварења унапред постављених циљева и задатака образовно-васпитног рада.

Васпитно-образовна вредност игре је у томе што привлачи и задржава пажњу деце на одређеним садржајима, мотивише их да активно учествују у неким активностима. Игра за децу није забава као за одрасле, већ активност којом задовољавају своје сопствене потребе, развијају умне и стваралачке способности, уче и социјализују се. Пружа могућност за вежбање моторичких способности, интелектуалних, социоемоционалних, као и способност комуникације и стваралаштва. Дете ће са задовољством решавати различите ребусе, лавиринте, скривалице, више него у било којој другој активности. Игра је блиска природи детета, због тога она заузима значајно место у систему васпитања. Кроз њу деца уче да се сналазе у новим ситуацијама, уче да брзо реагују, реше проблем, вежбају досетљивост.

Постоје разне теорије о смислу и улози игре. Ако игру посматрамо у функцији менталног развоја детета, она има велики значај за формирање самосталности, формирање позитивног односа према раду, а самим тим се и сви васпитни ефекти ослањају на психички развој детета. Учење почетних математичких појмова у игри је спонтано. У складу са тим, свака спонтана индивидуална или групна игра је, мање или више, интелектуална активност. Игра омогућава ученику да учи на свој начин, да се у том процесу максимално ангажује, експериментишући са предметима и ситуацијама и активно сарађујући са вршњацима (Карић, Радовановић, 2003).

Математичке игре

Значајну улогу за развијање математичког мишљења имају математичке игре. Оне развијају мисаоне операције, пре свега анализу, синтезу и компарацију. Посебно су занимљиве математичке игре за двоје у којима један од играча има више могућности да победи.

Ако се ток игре може унапред утврдити, тј. ако се може утврдити низ поступака који једног играча сигурно доводи до победе, или бар до тога да не изгуби, ма како играо његов противник, онда за такву игру кажемо да је математичка (Пинтер, 1995).

Деци треба објаснити правила игре и пустити их да, играјући се, сама трагају за стратегијом. На тај начин развијају своје стваралачке способности, аналитичко, логичко и комбинаторно мишљење, али и истрајност и жељу за дружењем.

Примери неких математичких игара

Три гомилице пасуља

На столу су три гомилице пасуља и у свакој од њих једнак број зрна. Сваки од двојице играча, када дође на њега ред, узима из само једне, било које од њих, колико хоће и може зрна. Победник је онај ко узме са стола и последње зрно.

Постоји ли стратегија која једног од играча сигурно води ка победи?

Решење: У првом потезу играч који почиње игру узима целу једну гомилицу, а на столу остају две једнаке гомилице. После тога, колико год узео зрна други играч с једне од гомилица, толико исто ће узети први играч с друге гомилице. Држећи се такве стратегије, први играч има обезбеђену победу.

Пар–непар

Дат је низ бројева 1 2 3 4 5 6 98 99 100.

Два играча на смену уписују између датих бројева знакове + , - , · (сабирања, одузимања и множења). Наредни знак се може ставити на било које слободно место.

Игра се одвија све док се не попуне сва слободна места.

Ако је коначан резултат непаран број, онда је победник први играч, а када је тај резултат паран број, онда је победник други играч.

Може ли један од играча играти тако да стално побеђује?

Решење: Први играч ће победити ако примењује следећу тактику. У првом потезу он уписује знак + иза броја 1. У сваком наредном кораку он уписује знак множења с друге стране непарног броја поред кога је други играч уписао свој знак у претходном потезу. Тако ће први играч постићи да сви сабирци, осим првог, буду парни. Збир сабирака биће непаран, а то значи да ће победити први играч.

Дечаџи и крућови

Андрија и Ненад играју игру.

Нацртали су најпре велики круг пречника $2dm$.

После тога, Андрија нацрта један круг полупречника $2cm$ који се цео налази унутар великог круга.

Затим Ненад нацрта други круг полупречника $2cm$ који се опет цео налази унутар великог круга, а са малим кругом нема заједничких тачака.

Затим Андрија поново црта овакав мали круг који цео лежи у великом кругу, а са већ нацртаним малим круговима нема заједничких тачака.

Тако наизменично цртају мале кругове све док имају где да их нацртају. Победник је онај који нацрта последњи круг.

Који од играча може сигурно победити у овој игри?

Решење: Андрија може да води игру тако да увек побеђује и то на следећи начин. Он ће нацртати круг који је концентричан са великим кругом. Када Ненад нацрта свој круг, Андрија ће нацртати круг који је са Ненадовим кругом симетричан у односу на центар великог круга. Тако ће Андрија сваки пут цртати кругове симетричне оним које претходно нацрта Ненад. На тај начин, ако Ненад има где да нацрта свој круг, постојаће симетрично место и за Андријин круг.

Дидактичке игре

Дидактичке игре у почетној настави математике представљају велики помак за развијање интересовања за математику, јер наставу чине занимљивијом и успешнијом. Представљају снажно средство за развијање математичког мишљења и интересовања за математику. Оне представљају активности кроз које дете на спонтан начин делује на свет око себе. Посебно развијају и подстичу мишљење и мисаоне операције, као и способности расуђивања и закључивања.

Игра која има унапред постављен педагошки циљ у смислу утицаја на развој неке способности, врлине, навике, вештине или сазнања јесте дидактичка игра (Шимић, Пејић, 2007). Функције игре се преплићу тако да иста игра може да има елементе стваралаштва, драматизације и логичког решавања проблема.

Дидактичке игре спадају у игре са унапред датим правилима. Њих обично осмишљају одрасли, одређују унапред ниво захтева. У њима није на првом месту забава, већ увођење ученика у свет математике на занимљив начин. Код оваквих игара у којима су правила унапред постављена, развија се упорност, поштовање друштвених правила понашање, самопоуздање. Правила могу да буду различито осмишљена тако да се у игру унесу неизвесност, очекивања, напетост.

Дидактичке игре се најчешће користе у настави математике, како бисмо код ученика подстакли њихове стваралачке способности. У првом разреду могу се користити на часовима на којима се обрађују или понављају предмети у простору и односи међу њима (лево, десно, испред, иза, горе, доле...). Могу се користити и код обраде природних бројева (усвајања цифара, писања, читања бројева). Углавном, учитељ убацује дидактичке игре како би ученике увукао у свет математике. У првом разреду не би требало дозволити да ученик руководи игром. Дидактичке игре су погодне баш за извођење у првом и другом разреду јер се ученици брзо уморе, па

је потребно разбити монотонију часа чиме ће се ученици активирати и подстаћи интересовање за математику. У другом разреду садржаји се продубљују и надовезују на оне који су обрађивани у првом разреду, први пут се јављају операције множења и дељења и у оквиру блока бројева до 100 примењују се све четири рачунске операције. Од геометријских садржаја који се изучавају, ученици су углавном ангажовани и највише цртају. Ту би учитељ могао да осмисли различите дидактичке игре јер на овом нивоу ученици усвајају виши степен знања. У трећем разреду ученици уче блок бројева до 1000, пишу бројеве римским цифрама, решавају текстуалне задатке, упознају се са различитим јединицама мере, тако да је градиво које је заступљено веома погодно за реализацију дидактичких игара на појединим часовима, како би ученици били мотивисани после неког напорнијег рада. Самим тим, ученицима ће то бити нека врста сатисфакције јер ће схватити да је математика интересантна, само треба уложити више труда и напора како би је савладали. У четвртном разреду ученици се упознају са скупом природних бројева, изводе рачунске операције са вишецифреним бројевима, усвајају јединице мере за површину, цртају мреже и израђују моделе коцке и квадра, упознају разломке, итд. Садржаји који се изучавају у четвртном разреду дају нам могућност да поставимо теже задатке него у претходним разредима, наравно у складу са наставним програмом. Дидактичке игре се, уколико се пажљиво испланирају и осмисле, могу применити у оквиру свих наставних области. Препоручљиво би било применити их код садржаја као што су нпр. мерење и мере, јер су ученици углавном подозриви према тим садржајима, а игре пружају могућност да се укаже на практичну примену градива, односно повезаност учења са животом. Наравно, све то мора бити унапред организовано и смишљено да има карактер учења, али и разоноде.

Примери неких дидактичких игара

Састави једнакости

Дидактички циљ игре: Увежбавање стечених знања о сабирању и одзимању у оквиру прве десетице и давање повратне информације о нивоу савладаног градива.

Садржај игре: Игру играју два играча. Сваки од играча добија картице са бројевима (могу бити картице са истим бројевима), знаковима рачунских операција и знаковима једнакости. Задатак играча јесте да за одређено време (време које одреди учитељ) саставе што већи број тачних једнакости.

Победник је онај играч који састави више тачних једнакости. Ова игра се може играти са ученицима првог разреда, али може се применити и код

ученика другог, трећег и четвртог разреда, с тим да се користе картице са двоцифреним, троцифреним, четвороцифреним бројевима у односу на то у ком разреду се примењује.

Баџи коцкицу

Дидактички циљ игре: Утврђивање стечних знања о множењу двоцифреног броја једноцифреним.

Садржај игре: За игру је потребна табла са пољима и две коцкице. На једној се налазе једноцифрени, а на другој двоцифрени бројеви. Игру играју најмање два играча. Игру започиње играч који добије највећи број на коцкица са једноцифреним бројевима. Играч који започиње игру баца обе коцкице и множи бројеве које је добио. Уколико као производ добије двоцифрени број, иде онолико поља напред колико тај број има десетица, а ако добије троцифрени број иде онолико поља напред колико тај број има стотина. Победник је играч који први стигне до циља.

Овом игром ученици увежбавају рачунску операцију множење. Учитељ који примењује ову игру треба да води рачуна о броју поља на табли и бројевима који се налазе на коцкицама, како игра не би трајала прекратко за неке ученике. Осим тога, ову игру учитељи могу користити и за увежбавање рачунских операција сабирања и одузимања, а што се дељења тиче није најпогодније јер би у оптицају били они двоцифрени бројеви који су дељиви само једноцифреним бројевима који се налазе на коцкици.

Геометријски бинго

Дидактички циљ игре: Обновљање стечених садржаја о геометријским телима, фигурама и њиховим карактеристикама.

Садржај игре: Игру играју најмање два играча. Сваки од играча добија бинго листић на ком се налазе геометријске фигуре, тела, обрасци за израчунавање површине, обима, одређени појмови везани за геометријска тела и фигуре. Бинго листић садржи 8 поља и сваки од играча добија 8 папирића за прекривање истих. Водитељ са својих папира чита појмове, а играчи уколико тај појам препознају на свом бинго листићу, треба да прекрију. Нпр. водитељ прочита образац за израчунавање обима правоугаоника, а ученици који на свом листићу имају $O=2a+2b$ треба то поље да прекрију.

Ова игра може бити и одлична мотивација за ученике четвртог разреда, уколико се користи у уводном делу часа за наставну јединицу Површина квадра и коцке. Учитељ би могао да употреби оне појмове и карактеристике геометријских тела, квадра и коцке, које жели да обнови са ученицима пре усвајања новог градива.

Игра меморије

Дидактички циљ игре: Увежбавање превођења већих мерних јединица у мање и обрнуто.

Садржај игре: Игру може играти један ученик, али могу и сви ученици одељења. На табли се налазе поља. Иза сваког поља се крије одређени мерни број и мерна јединица. Ученик отвара једно поље, а након тога још једно. Уколико отвори два поља чија је вредност иста, без обзира у којим је мерним јединицама изражена величина, та два поља остају отворена. Уколико не отвори иста поља, поља се затварају и игра следећи играч. Циљ јесте да се за што краће време открију сва поља.

Учитељи ову игру могу користити како би проверили ниво усвојености знања ученика о мерним јединицама и њиховом превођењу из већих у мање и обрнуто. Ова игра може користити приликом утврђивања градива више наставних јединица о мерењу и мерама.

Преглед неких ранијих истраживања о ефектима примене игара у настави математике

Без обзира на позитивне ефекте које игре имају на знања и способности ученика, не постоји велики број радова и истраживања који су се бавили овом тематиком, нарочито када су у питању млађи разреди основне школе. У овом поглављу анализираћемо и приказати резултате неких студија и истраживања која су се бавила применом игара у настави математике.

Карић (Karić, 2015) је урадила анализу истраживања спроведеног 2014. године на узорку од 130 ученика основне школе (82 ученика шестог разреда и 48 ученика седмог разреда) о значају и улози игара у процесу учења математике. Истраживање је било дескриптивно, коришћена је анкета са питањима затвореног типа. Резултати су показали да 96,5% ученика више воли да се игра у друштву и да 90,2% ученика воли да се такмичи. Што се тиче начина решавања задатака, показало се да 44,4% испитаника више воли решавање задатака у групи, 34,3% испитаника је преферирало самостално решавање задатака, а 21,3% ученика је показало склоност ка решавању задатака уз наставникову помоћ. Дакле, резултати указују на чињеницу да ученици најрадије бирају решавање задатака у групи, што указује на недостатак самопоуздања и вере у своје знање. Карић напомиње да ученике треба ослободити тог страха увођењем игре у наставу математике и на тај начин их припремити за самостално решавање задатака.

Брег (Bragg, 2003) је радила истраживање са ученицима 5. и 6. разреда. Направљене су четири експерименталне групе. Деца у три групе су

на часовима математике проводила време играјући посебно припремљене игре. У једној групи играли су игре 35, у другој 20 минута, а у трећој групи су најпре 15 минута разговарали о стратегијама играња, а онда играли игре 20 минута. У четвртој групи учили су на традиционалан начин. Истраживање је трајало 14 недеља и за то време су посматрани часови, коришћени су посебно дизајнирани протоколи, рађени интервјуи са ученицима, скале судова. Као главни налаз своје студије ауторка истиче да игре имају потенцијал да утичу на стварање позитивних ставова код ученика пошто се везују за позитивна искуства. На основу интервјуа са ученицима све четири групе Брег је дошла до следећих запажања: игре су свим ученицима биле занимљиве; осећај задовољства није увек настајао само када би ученик победио, већ и када би начинио добар стратегијски потез; ученици су сматрали да су им игре помогле у учењу и разумевању неких сложених математичких концепата (нарочито када су дискутовали о томе са осталим ученицима након играња неке игре).

Осим овог, Брег (Bragg, 2012) је радила истраживање са децом узраста 10–12 година. Истраживање је спроведено у три аустралијске школе, где су коришћене различите активности како би деца научила множење и дељење, а једна од активности су биле игре. Резултати истраживања показали су да игре не побољшавају учење у значајној мери, односно да није нађена статистички значајна разлика између експерименталне и контролне групе ученика. У складу са тим, Брег наводи да учитељи морају пажљиво да бирају игре пре него што их искористе као наставно средство за увођење математичких појмова.

Као што смо већ напоменули, не постоји велики број истраживања која су проучавала образовно-васпитни утицај игара на успех, знања, способности и мотивацију ученика. Све ово указује да би овом питању требало посветити више пажње, односно да би требало организовати већи број истраживања која би се бавила овом тематиком.

Закључак

Како би била ефикасна, настава треба да се заснива на методичким решењима која омогућавају изградњу темељних, трајних и употребљивих знања и вештина. Игра може бити конкретан и ефикасан начин да обезбедимо активно учешће деце у настави математике. Учење математике кроз игру и забаву развија интересовање ученика за математику, развија њихову машту а процес учења чини лакшим и занимљивијим. Разноврстан садржај игара и њихова примена омогућиће ученицима да уче на различите начине, што одговара различитим стилима учења и врстама интелигенције коју деца поседују.

Игре у почетној настави математике доприносе повећању мотивације ученика, лакшем усвајању математичких појмова, повезивању различитих области математике, математике и других наука, ослобађању страха од неуспеха и изграђивању позитивног става према математици.

Литература

Bragg, L. (2003). Children's perspectives on mathematics and game playing, In: *Mathematics education research: innovation, networking, opportunity*, proceedings of the 26th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, held at Deakin University, MERGA Inc., Pymble, N. S. W. 160–167.

Bragg, L. (2012). Testing the effectiveness of mathematical games as a pedagogical tool for children's learning, *International Journal of Science and Mathematics Education*.

Karić, J. (2015). Matematičke igre, *Beogradska defektološka škola*, 21/3, 81–89.

Karić, J., Radovanović, V. (2003). Računski zadaci i njihova uloga u nastavi matematike u školama za decu oštećenog sluha, *Beogradska defektološka škola*, 3, 32–36.

Latković, M., Lipovac, D., Sotirović, V. (1984). *Metodika razvijanja početnih matematičkih pojmova*, Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva.

Pinter, J. (1995). *Matematičko-kibernetičko modelovanje u početnoj nastavi matematike*, Sombor: Učiteljski fakultet u Somboru.

Šimić, G., Pejić, R. (2007). *Metodika početnog razvijanja matematičkih pojmova II*, Šabac: Viša škola za obrazovanje vaspitača.

Tot, S. (2008). Motivacione igre u početnoj fazi nastave matematike, *Pedagoška stvarnost*, 54/5, 488–497.

Trnavac, N., Kondžić, Lj., Mozetić, O., Jukić, R., Kragujević, G., Stojanović, G. (1991). *Didaktičke igre*, prvo izdanje, Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva.

Suzana D. Ilić

University of Kragujevac

Faculty of Education in Jagodina

MA student

ROLE, SIGNIFICANCE AND POSSIBILITIES OF APPLICATION OF MATHEMATICAL AND DIDACTIC GAMES IN MATHEMATICS CLASSES

Summary: With various stages of social development, the way of life changed, but play remained, in all conditions, an integral part of children's activities. Play can be a concrete and effective way to ensure the active participation of children in teaching mathematics. Learning mathematics through play and fun develops students' interest in mathematics, develops their imagination and makes the learning process easier and more fun. This paper deals with mathematical and didactic games, their role, importance and possibilities of application in the lower grades of primary school. Some examples of mathematical and didactic games are presented, as well as the ways of their application in mathematics classes. An overview of some of the earlier research studies in the field of the use of games in mathematics classes is given.

Keywords: mathematical games, didactic games, mathematics in lower primary grades.

Бранка Б. Арсовић
Универзитет у Крагујевцу
Педагошки факултет у Ужицу

DOI: [10.46793/MANM4.101A](https://doi.org/10.46793/MANM4.101A)
УДК: 51:37.091.64:004

МАТЕМАТИКА КРОЗ ИГРУ – МОГУЋНОСТИ УПОТРЕБЕ ИКТ

Айстрики: Човек се остварује кроз рад и игру, али док рад асоцира на обавезе, игра је продукт слободног времена и разоноде. Управо особина игре, као добровољне, растеређујуће радње, чини је одличним медијумом учења. Кроз игру се учи, јер се на основу правила, поставки и сопствених вештина схватају постојећи и дефинишу нови појмови и односи међу њима. Игра испуњава један битан захтев образовања – истовремено јачање вишеструких вештина. Учење математике представља изазов за бројне ученике, стога се игра чини као добро решење за приближавање математике ученицима. Математичке игре подстичу стратешко размишљање, решавање проблема и развијају логичко размишљање. Оне дају шансу ученицима да примене своје учење у другачијем контексту и прилику да дискутују о математичким појмовима и проблемима са својим вршњацима – често без страха од неуспеха. Напредак у области ИКТ је извршио значајан утицај на све аспекте живота, па и на начине наставе и учења. Као резултат тога, технолошке иновације откривају нову генерацију образовних алата осмишљених да помогну ученицима да уче на нетрадиционалан начин. Комбинујући игру као вид учења са ИКТ напредком, долазимо до рачунарских видео-игара као новог наставног средства. Видео-игре могу помоћи у учењу математике у практичним поставкама, па су као такве много бољи репрезентативни систем за учење математике него симболичке репрезентације на статичким страницама уџбеника. У раду се разматрају изазови употребе рачунарских игара у учењу математике.

Кључне речи: игра, математика, ИКТ, рачунарска видео-игра.

Увод

Математика је наука која изучава аксиоматски дефинисане апстрактне структуре користећи логику. Најчешће се дефинише као наука о обрацима и шаблонима, другим речима, то је наука о бројевима, облицима, простору, величини и односима између њих. Математика је такође универзални језик написан симболима и облицима, што подразумева обраду

информација (уређивање, анализирање, тумачење и дељење), стварање, предвиђање и решавање проблема. Основне математичке вештине састоје се од анализирања и решавања проблема са основним математичким операцијама (сабирањем, одузимањем, множењем, дељењем), као и са сложеним математичким операцијама (Hayes, 2005). Математичко образовање пружа појединцу широку перспективу и знање за разумевање света, повећава друштвену интеракцију и вештине појединаца. Математика помаже људима да анализирају своја различита искуства, као и да систематично објашњавају и решавају проблеме. Такође омогућава креативно размишљање и пружа естетски развој, подстиче развијање способности размишљања појединца у различитим математичким ситуацијама.

Математичка писменост је пресудна за решавање свакодневних животних ситуација, као што су стицање на време, плаћање рачуна, коришћење мапа, читање распореда и табела, разумевање датума истека, процена трошкова, разумевање околног простора и односа у њему итд.

Истраживања математичког образовања показују да се велики број ученика суочава са потешкоћама у разумевању математичких концепата, као и при развијању логичког размишљања и стратегија за решавање математичких проблема. Потребно је да учитељи и наставници имплементирају наставу која ће резултирати развојем критичног математичког мишљења код ученика, а не стерилном асимилацијом математичких формула (McLaren et al., 2017). При анализирању узрока отежаног учења математичких концепата и вештина, показало се да су директно укључени проблеми пажње, когнитивно-процесни проблеми, аудиторни проблеми, проблеми са меморијом и метакогнитивни дефицити (Drigas et al., 2014). Стварање такве радне средине и образовног окружења, које ће бити сигурно и пријатељско за ученике, помоћи им да се опусте и уједно савладају своје страхове, инхибиције и одбојност према математици, може бити од велике помоћи приликом наставе математике. Игра је активност својствена деце узрсту, која ствара релаксирано окружење у коме се дете осећа сигурно и пуно самопоуздања.

Учење математике кроз игру

Неоспорно је да деца уживају у играма, а досадашња искуства говоре да игра може бити врло продуктивна образовна активност (Gough, 1999). Када се разматра употреба игара у настави математике, треба правити разлику између активности и игре. Gough (1999) наводи да игра мора да има два или више играча, који сви покушавају, кроз такмичење, да постигну некакву победу, а при том свако од њих може, у било које време, да утиче на ток игре и њен крај. Кључна идеја је могућност избора. Уколико у

поменутом процесу учесници не доносе никакве утицајне одлуке, нити постоји интеракције између играча (нема никаквог утицаја једног играча на другог, на било који начин) онда то није игра (Gough, 1999).

Oldfield (1991) каже да су математичке игре активности које:

- ✓ укључују изазов, обично између два или више противника;
- ✓ управљају се скупом правила и има јасну основну структуру;
- ✓ имају тачно дефинисану завршну тачку;
- ✓ имају специфичне математичке когнитивне циљеве.

Предности коришћења игара у математичком образовању су изнете у Дејвисовом чланку (Davies, 1995), у коме је истражио и систематизовао литературу по том питању, доступну у то време. Он препознаје следеће предности учења математике кроз игру:

- ✓ смислене ситуације – довођење ученика игром у реалне, смислене ситуације, у којима ће моћи да примене стечене математичке вештине;
- ✓ мотивација – деца имају слободу избора да учествују и уживају у игрању;
- ✓ позитиван став – игре пружају могућности за изградњу самопоуздања и развијање позитивних ставова према математици, па самим тиме смањују страх од неуспеха и грешке;
- ✓ повећан обим учења – у поређењу са формалнијим образовним активностима, може се повећати обим учења, а захваљујући повећаној интеракцији међу учесницима игре, постоји већи број прилика за тестирање интуитивних идеја и нових стратегија за решавање проблема;
- ✓ различити нивои – игра ученицима омогућава да функционишу на различитим нивоима размишљања и да уче једни од других. У групи деце која се играју, једно дете може по први пут да се упознаје са неким концептом, друго може бити на нивоу развоја разумевања тог појма, а треће да већ врши логичко повезивање претходно научених појмова и релација;
- ✓ процена – децје размишљање често постаје видљиво кроз преузете акције и одлуке које се доносе током игре, тако да наставник има прилику да изврши процену учења у мање стресном окружењу;
- ✓ кућа и школа – игре омогућавају практичне интерактивне задатке како за школско окружење, тако и за рад код куће;
- ✓ независност – деца могу радити независно од наставника. Правила игре и мотивација обично усмеравају децу и задржавају им пажњу на задатку (Davies, 1995).

Учење математике кроз игру превазилази бројне баријере, па и језичке (било да се ради о ученику из другог говорног подручја или о некоме са говорном маном, па и специјалном потребом). Основне структуре неких игара су уобичајене за многе културе, а процедуре једноставних игара могу се брзо научити кроз посматрање. Деца која нису спремна да учествују у другим, формално-образовним, математичким активностима због језичке или неке друге баријере или тешкоће, често ће се придружити игри, и тако добити приступ математичком учењу и ангажовати се у структурираној друштвеној интеракцији.

Да би примена одређених математичких образовних игара била успешна, потпуно функционална и ефикасна потребно је да се испуни више предуслова (Aldridge, Badham, 1993).

- ✓ Као прво, потребно је да се игра и њени циљеви поклапају са математичким циљем. Игре које се користе треба да буду наменске, са тачно дефинисаном, специфичном сврхом, а не само да буду активност којом ће се попунити време на наставном часу;
- ✓ Број играча треба ограничити и задржати на мањем броју (два до четири), тако да се обрти, промене и смене у игрању брзо дешавају, што даје шансу свим ученицима да учествују;
- ✓ Игра треба да има довољно разнородних могућности и да даје осећај шансе, тако да омогућава и слабијим учесницима да осете да имају могућност победе;
- ✓ Сама игра не треба да траје предуго, да не би дошло до пада интересовања и концентрације код ученика;
- ✓ Приликом увођења нових игара у наставу, треба се ограничити на мањи број основних структура правила игара, са којима ће деца бити упозната. На тај начин акценат се ставља на математику и њену употребу у игри, а не на сама правила игре;
- ✓ Играње предочене игре, с којим су се ученици упознали у школи, може бити занимљив домаћи рад;
- ✓ Пред ученике треба поставити изазов креирања сопствених игара, као варијација већ познатих игара. Тиме се додатно постиже креативност и математичка контекстуалност (Aldridge, Badham, 1993).

Данашњи ученици своје навике и умећа развијају далеко брже и прилично различито од својих претходника. Они од вртића користе рачунаре, мобилне телефоне, разне друге паметне уређаје и, наравно, рачунарске видео-игре. Стога данашњи наставници треба да буду у току са интересовањем деце и да у образовни систем интегришу савремене наставне методе које мотивишу ученике више него обука у традиционалном учионичком окружењу.

Савремени трендови у образовним математичким играма

Савремени напредак у области информационо-комуникационих технологија (ИКТ) значајно утиче на стил живота и изазива промене у свим друштвеним аспектима. Утицај ИКТ се такође проширио и на образовну делатност, како на начине наставе, тако и на савремено учење. Као резултат тога, технолошке иновације откривају нову генерацију образовних алата осмишљених да помогну ученицима да уче на нетрадиционалан начин. У савременом окружењу постојање рачунара у учионици често није довољно за ученике, који већ поседују виши ниво ИКТ компетенција и знања. Стога, учење кроз игре и симулације има потенцијал да ангажује данашње ученике који су вешти у коришћењу ИКТ. Штавише, рачунарске игре су препознате као занимљиво и забавно виртуелно окружење и као важна стратегија за подршку новим приступима наставним алатима (Арсовић, Златић, 2017).

Ентузијазам по питању учења помоћу рачунарских игара је знатно изражен последњих година, што је довело до развоја бројних образовних игара. Рачунарске игре и симулације се могу дефинисати као интерактивна мултимедија са динамичким елементима који су под контролом корисника. Оне варирају од игара које захтевају једноставне, репетитивне акције, до комплексних дигиталних светова. За разлику од већине тренутно доступних образовних мултимедија, игре и симулације су веома интерактивне, уз многе функције које контролише сам корисник. Мада су сличне на много начина, игре се разликују од симулација по томе што укључују крајњи циљ или изазов. Општи је став да видео-игре могу промовисати учење, иако критичари указују на то да оно што се научи може бити непримерено (Арсовић, Златић, 2017).

Проблематика учења помоћу рачунарских игара је већ позната и добро документована бројним истраживањима (Gee, 2003; Prensky, 2006; Squire, Jenkins, 2003). Осим тога, наставници верују да рачунарске игре могу бити ефикасне као образовни медиј. На пример, истраживање из 2014. године показује да више од половине наставника који користе игре у учионици то чини најмање једном недељно (Gamesandlearning.org, 2015). Па ипак, иако су изнете бројне тврдње о потенцијалу образовних рачунарских игара, оне су се до сада заснивале на релативно slabим доказима (Hannifin, Vermillion, 2008; Honey, Hilton, 2011; Mayer, 2014; O'Neil, Perez, 2008; Tobias, Fletcher, 2011).

Рачунарске игре представљају корисне алате, с обзиром на то да деца у раним годинама уче како да прате специфичне стратегије за постизање свог циља. Често ангажовање рачунарских игара доприноси побољшању

визуелне пажње, јер се корисник истовремено бави различитим стварима. Мотивационе и импресивне карактеристике рачунарских игара могу помоћи и охрабрити ученике да одрже свој интерес и да раде на одређеном предмету како у формалном, тако и у неформалном образовном окружењу. Игре могу помоћи учитељима и наставницима, за које је математика значајна, у мотивисању ученика да се укључе и активно учествују у активностима контекстуалног учења.

Истраживачи показују све већи интерес за коришћење видео-игрица у математичком образовању, као и развој нових образовних математичких видео-игара. Дизајнирање образовне игре је комплексно питање, које захтева комбинацију забаве и едукације (већина рачунарских игара не постиже уравнотеженост забаве и образовања у својим садржајима).

Да ли учење засновано на видео-игри позитивно утиче на математичке способности ученика? Да ли видео-игре побољшавају когнитивне и менталне способности ученика? Да ли образовне игре побољшавају ставове ученика према математици? Одговори на ова питања би допринели интеграцији рачунарских видео-игара у настави математике, као и мотивацији истраживача и аутора за даљи развој образовних математичких игара.

Један од основних проблема са већином математичких, образовних видео-игара на тржишту данас, који је уочљив при њиховом коришћењу, јесте да су ове видео-игре тек нешто више од присилне вештачке симбиозе технологије игара и традиционалне математичке педагогије и методике (Devlin, 2011). Играч се у таквој игри суочава са математиком у симболичком облику, и то врло често путем транспарентног прозора поврх окружења игре (кроз тај прозор се захтева решавање неког математичког проблема да би се наставило са играњем). Али окружења видео-игара нису симболичке репрезентације попут свеске и оловке; то су имагинарни светови осмишљени да буду животни, стимулативни и експресивни. Постављање симболичких израза у електронском математичком образовном окружењу је једнако збуњујуће за ученике као и традиционални приступ са својим статичким симболичким приказом на папиру (Devlin, 2011). Да би се направиле заиста успешне математичке видео-игре, морају се одвојити активности израде математичких радњи (које представљају један облик размишљања) од уобичајене репрезентације путем симболичких израза. Математички симболи су уведени зарад записивања и представљања математичких појмова и радњи, најпре на тлу и пергаментима, а касније на папиру и школским таблама. Видео-игре пружају потпуно другачији репрезентативни медиј. Као интерактивни, динамички медиј, оне су далеко прикладније за представљање и рад него што су то записи симболичких израза у свесци или на табли (Devlin, 2011). За битније, квалитативне помаке у овој области потребно је превазићи размишљање о видео-игрицама као о новом, занимљивом окружењу које само треба да достави традиционалну

педагогију (нова табла на којој треба исписати симболе) и видети их као потпуно нови медиј за презентовање математике (Devlin, 2011).

Разматрањем општих предности видео-игара као образовног медија и учења математике кроз игру, долази се до пресека где се могу, као можда најбитнији, издвојити следећи бенефити учења математике кроз видео-игре.

- ✓ Пружају практичну примену научених математичких вештина – сваки наставник се суочио са питањем ученика када ће и да ли ће икада користити математику у свакодневном животу. Математика се доживљава као нешто што се мора проучавати, а не као практична животна вештина. У реалности, бројне математичке вештине се користе сваки дан (оријентација и сагледавање простора – геометријска знања; коришћење основних математичких операција приликом новчаних трансакција – рачунска, аритметичка знања; разне врсте мерења; логичко извођење закључака на основу познатих чињеница – познавање математичке логике; утврђивање релацијских односа између ствари из окружења итд.). Играње видео-игара које их смештају у виртуелна окружења, која oponaшају животне ситуације, помаже ученицима да увиде практичне потребе за овим вештинама (Gamesandlearning.org, 2015).
- ✓ Неприметно вежбање и дрил – ученику се може дати радни лист како би се математичке чињенице и научени садржаји увежбали и обновили. Или се то утврђивање и увежбавање наученог може одрадити кроз игру. Обе активности узимају приближно исто времена, али је игра далеко забавнија. Деца су мотивисана да практикују стечена математичка знања, када њихов успех у познавању истих утиче на крајњи исход игре и њихов пласман у њој (Gamesandlearning.org, 2015).
- ✓ Чине математику занимљивом и забавном – играње видео-игара је једноставно и забавно. А ученицима може бити толико занимљиво да можда и не примете да раде математику (Gamesandlearning.org, 2015).
- ✓ Подстичу ученике на коришћење различитих стратегија и приступа за решавање проблема – суочени са реалним проблемом у игрици ученици су приморани да размотре и одаберу најпримеренији приступ решавању проблема. Том приликом разматрају све научене методе и опције, врше њихову квалитативну процену и поређење, па самим тим долазе до самосталних спознаја о примени одређених метода решавања. Тако стичу потребно самопоуздање за будући рад и образовање (Gamesandlearning.org, 2015).
- ✓ Укључују целу породицу – математичке видео-игре се обично могу модификовати тако да их цела породица може играти заједно (Gamesandlearning.org, 2015).

Играње видео-игара је сложена активност која стимулише чула, укључује стратешко размишљање и развија мотивацију за учење. Учесници размишљају, анализирају и планирају како да постигну циљ предвиђен видео-игром, тј. подстакнуте су све когнитивно-мисаоне радње (Šakić, Varga, 2015). Као образовни медиј, видео-игре су забавне и релативно једноставне, али никако не могу у потпуности заменити традиционално учење, већ могу бити само помоћ и допуна. Технологија образовних видео-игара има велики потенцијал у образовању, тако да би укључивање у наставне планове и програме могло бити веома корисно (Šakić, Varga, 2015).

Закључак

Унапређење и побољшање математичког образовања никада није постигнуто једноставним, беспоговорним усвајањем нових наставних планова и програма, учила или наставних метода, а без узимања у обзир критичких разматрања, практичних искустава и мишљења предметних наставника по тим питањима. Рачунарске видео-игре не могу бити изузетак у томе. Настава математике потпомогнута рачунарским видео-играма захтева од наставника пажљиво разматрање трендова, ограничења и увид у актуелна истраживања у поменутом пољу. Такође, таква настава се рефлектује на успех и изазове везане за наставу и учење математике. Потребно је да наставници заинтересовани за наставу математике видео-игрицама препознају и уложе значајан напор и интелектуално ангажовање које такво настојање тражи од њих. Тек потпуним ангажовањем свих учесника у проблематику употребе видео-игара у сврху математичког образовања може се направити увид у право стање ствари, као и битни квалитативни помаци у употреби видео-игара у образовне сврхе.

Видео-игре могу представљати корисне помоћне алате за учење математике, а у циљу креирања иновативног наставног модела. Међутим, неопходна су даља истраживања, првенствено у области образовних садржаја који су прилагодљиви учењу помоћу видео-игрица, као и могућностима њиховог коришћења у учioniчком образовном окружењу.

Литература

- Aldridge, S., Badham, V. (1993). Beyond just a game, *Pamphlet Number 21*, Primary Mathematics Association.
- Арсовић Б., Златић, Л. (2017). Рачунарске видео-игре као образовни медиј у млађем узрасту – предности и недостаци, *Зборник радова* 19, год. 20, бр. 19, Ужице: Педагошки факултет у Ужицу, 225–235.
- Gamesandlearning.org (2015). *Teachers surveyed on using digital games in class: A games and learning research report*, <http://www.gamesandlearning.org/2014/06/09/teachers-onusing-games-in-class/#>
- Gee, J. P. (2003). *What video games have to teach us about learning and literacy* (1st ed.), New York: Palgrave Macmillan.
- Gough, J. (1999). Playing mathematical games: When is a game not a game?, *Australian Primary Mathematics Classroom*, Vol. 4. No. 2.
- Davies, B. (1995). The role of games in mathematics, *Square One*, Vol. 5. No. 2.
- Devlin, K. (2011). *Mathematics Education for a New Era: Video Games as a Medium for Learning*, 1st edition, CRC Press, Taylor & Francis Group.
- Drigas, A., Kostas, I. (2014). On Line and other ICTs Applications for teaching math in Special Education, *International Journal of Recent Contributions from Engineering, Science & IT (IJES)*, 2(4), <http://dx.doi.org/10.3991/ijes.v2i4.4204> [
- Hannifin, R. D., Vermillion, J. R. (2008). Technology in the classroom, In: T. L. Good (Ed.), *21st Century education: A reference handbook*, Vol. 2, Thousand Oaks, CA: SAGE, 209–218.
- Hayes, N. (2005). *Reclaiming Real “Basic Skills” in Mathematics Education. New Horizons for Learning*, <http://www.newhorizons.org> 12.05.11.
- Honey, M. A., Hilton, M. L. (2011). Learning science through computer games and simulations. The National Academies Press. (http://www.nap.edu/openbook.php?record_id=13078&page=R1).
- Mayer, R. E. (2014). *Computer games for learning: An evidence-based approach*, Cambridge, MA: MIT Press.
- McLaren, B. M., Adams, D. M., Mayer, R. E., Forlizzi, J. (2017). A computer-based game that promotes mathematics learning more than a conventional approach, *International Journal of Game-Based Learning (IJGBL)*, 7(1), 36–56. doi:10.4018/IJGBL.2017010103 (McLaren et al, 2017)
- Oldfield, B. (1991). Games in the learning of mathematics, *Mathematics in Schools*, 20/1, 41–43.
- O’Neil, H. F., Perez, R. S. (2008). *Computer games and team and individual learning*, Boston: Elsevier.
- Prensky, M. (2006). *Don't bother me, Mom, I'm learning! How computer and video games are preparing your kids for 21st century success and how you can help*, St. Paul: Paragon House.

Squire, K., Jenkins, H. (2003). Harnessing the power of games in education, *Insight*, 3(7), 5–33.

Tobias, S., Fletcher, J. D. (2011). *Computer games and instruction*, Charlotte NC: Information Age.

Šakić, M., Varga, V. (2015). Video Games As An Education Tool, *Proceedings of The Sixth International Conference on e-Learning (eLearning-2015)*, 24–25 September 2015, Belgrade, Serbia.

Branka B. Arsović
University of Kragujevac
Faculty of Education in Užice

MATHEMATICS THROUGH GAMES – POSSIBILITIES OF USING ICT IN TEACHING

Summary: Due to its voluntary and unburdening character, game is an excellent medium for learning. Children learn through games, because on the basis of rules, settings and their own skills, they understand the existing and define new concepts and relations between them. The game meets one important requirement of education – straightening multiple skills at the same time. Learning mathematics is a challenge for many students, so the game seem like a good solution to bring mathematics closer to students. Mathematical games encourage strategic thinking, problem solving and develop logical thinking. Combining play as a form of learning with ICT progress, computer games became a new teaching tool. Video games are a much better representative system for learning mathematics than symbolic representations on static pages of textbooks.

This paper discusses the challenges of using computer games in learning mathematics.

Keywords: play, mathematics, ICT, computer video game.

Сузана Ђорђевић

Универзитет у Крагујевцу

Факултет педагошких наука у Јагодини

DOI: 10.46793/MANM4.112DJ

УДК: 004:512.563

ПРИМЕНА ИНФОРМАЦИОНИХ ТЕХНОЛОГИЈА У НАСТАВИ БУЛОВЕ АЛГЕБРЕ

Апстракт: Решења многих проблема у разним научним дисциплинама, посебно у математици, информатици, техници, економији, социологији и медицини могу се превести на „да” или „не”, односно на „0” и „1”. Ова чињеница је, поред осталог, поспешила развој електронике и дигиталне технике, а тиме и Булове алгебре, посебно Булове алгебре на скупу $\{0, 1\}$. Рад садржи три поглавља. У првом поглављу се говори о дефиницији Булове алгебре, Буловој алгебри на скупу $\{0, 1\}$ и Буловим функцијама. У другом поглављу се говори о применама Булове алгебре у информатици, и то кроз логичка кола. У трећем поглављу ће се размотрити примена логичких кола и разних примера из информационе технологије у настави математике, како би ученици лакше разумели Булову алгебру и логичке операције.

Кључне речи: настава Булове алгебре, Булове функције, информационе технологије, логичка кола.

Увод

Информација је нешто што смањује неизвесност.

Клод Шенон (Shannon, 1949) написао је још давне 1948. године и поставио темеље теорије информација. Без те студије данас не би постојале модерна телефонија, телевизија, интернет, модеми, мрежне карте, телефонске централе, сателитски системи, компресија података, дигитална обрада сигнала и много тога другог.

Информација = Неодређеност

Неодређеност = Ентропија

Ентропија (H) неке поруке M , чија дужина је n - бита (врло важно ово *bita*, дакле само два могућа исхода сваког елемента поруке (0 или 1)) би се могла написати овако:

$$H(M) = \log^2 n:$$

Укратко, то је број покушаја који нам је потребан да бисмо добили тачан садржај поруке (информацију), у идеалном случају.

Све инжењерске дисциплине имају математичку подлогу на основу које даље развијају своје концепте. Дигитални системи укључују и рачунарске системе, нису различити у том погледу. Технике за формалну анализу и пројектовање дигиталних кола и система имају своје корене у радовима енглеског математичара Џорџа Була (Boole, 1854). Године 1854. он је формулисао алгебарски систем, данас познат као Булова алгебра, за изражавање фундаменталних закона резоновања у симболичком језику математичке логике. Булова алгебра манипулише исказима који могу бити тачни или нетачни и дефинише правила на основу којих је могуће утврдити тачност сложенијих исказа добијених комбиновањем полазних исказа. Све до касних тридесетих година прошлог века, Булова алгебра није наишла на неку значајнију практичну примену. Године 1938. амерички истраживач Клод Е. Шенон (Shannon, 1949) искористио је Булову алгебру за анализу и опис понашања релејних мрежа. У Шеноновој интерпретацији Булове алгебре, која се зове прекидачка алгебра, стање прекидача или релејног контакта, отворено или затворено, представља се променљивом x која може имати једну од две могуће вредности, 0 или 1. Ово је била веома важна примена, с обзиром на то да су у то доба телефонски системи били у наглом развоју, па је било неопходно изнаћи неки погодан математички апарат којим би се описивале жељене комутације и начини успостављања везе.

Од тог тренутка, примена Булове алгебре доживела је велику експанзију, што је поспешило интересовање за увођење дигиталне технике и у многим другим областима. Због важности Булове алгебре за пројектовање не само рачунарских система него и комуникационих система, система управљања и било ког другог система који користи дигиталну технику, веома је важно разумети значај Булове, односно прекидачке алгебре и проучити њене основне концепте.

Клод Елвуд Шенон (Shannon, 1949) је доказао да се применом Булове алгебре на дигитална електрична кола може решити било који логички или нумерички проблем.

Дигитална технологија се развија и мења, и тако утиче на промену схватања дигиталних система, као и ефикасан начин њиховог пројектовања, али принцип да је помоћу електронских склопова базираних на Буловој алгебри могуће решити и најсложенији логички проблем важи и још увек преовлађује у пракси.

На који начин ће информациона технологија бити употребљена у настави Булове алгебре биће објашњено у наредним поглављима.

Булове алгебре

Овде ће се разматрати специјална алгебарска структура, тзв. *Булова алгебра* на непразном скупу са две бинарне и једном унарном операцијом.

Основни појмови и тврђења

Дат је скуп B са најмање два елемента, у ознаци 0 и 1 , на коме су дефинисане две *бинарне операције*, у ознаци „ $\cup$ ” и „ $\cdot$ ” и *једна унарна операција*, у ознаци „ $\bar{}$ ”.

Дефиниција 1

На скупу B је дефинисана Булова алгебра ако за све $a, b, c \in B$ важе следеће аксиоме (закони, својства):

B1 *Својства комутативности*

$$(i) a \cup b = b \cup a \quad (ii) a \cdot b = b \cdot a$$

B2 *Својства асоцијативности*

$$(i) (a \cup b) \cup c = a \cup (b \cup c) \quad (ii) (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

B3 *Својства дистрибутивности*

$$(i) a \cup (b \cdot c) = (a \cup b) \cdot (a \cup c) \quad (ii) a \cdot (b \cup c) = a \cdot b \cup a \cdot c$$

B4 *Својства елемената 0 и 1*

$$(i) a \cup 0 = a \quad (ii) a \cdot 1 = a$$

B5 *Својства комплемената*

$$(i) a \cup \bar{a} = 1 \quad (ii) a \cdot \bar{a} = 0$$

Булову алгебру на скупу B са операцијама: „ $\cup$ ”, „ $\cdot$ ”, „ $\bar{}$ ” краће означавамо као четворку $(B, \cup, \cdot, \bar{})$. Елемент 0 обично зовемо први елемент, а елемент 1 последњи елемент.

Наводимо списак важнијих теорема Булове алгебре $(B, \cup, \cdot, \bar{})$.

Теорема 1

У свакој Буловој алгебри $(B, \cup, \cdot, \bar{})$ важе идентитети:

J_1	$(i) a \cup a = a$	$(ii) a \cdot a = a$
J_2	$(i) a \cup 1 = 1$	$(ii) a \cdot 0 = 0$
J_3	$(i) a \cup (a \cdot b) = a$	$(ii) a \cdot (a \cup b) = a$
J_4	$(i) a \cup (\bar{a} \cdot b) = a \cup b$	$(ii) a \cdot (\bar{a} \cup b) = a \cdot b$

$$\begin{array}{ll}
 J_5 & (i) (a \cup b) \cup (a \cdot \bar{b}) = 1 \quad (ii) (a \cdot b) \cdot (\bar{a} \cup \bar{b}) = 0 \\
 J_6 & (i) (a \cup b) \cdot (\bar{a} \cdot \bar{b}) = 0 \quad (ii) (a \cdot b) \cup (\bar{a} \cup \bar{b}) = 1 \\
 J_7 & (i) \bar{\bar{a}} = a \\
 J_8 & (i) \bar{0} = 1 \quad (ii) \bar{1} = 0 \\
 J_9 & (i) \overline{a \cup b} = \bar{a} \cdot \bar{b} \quad (ii) \overline{a \cdot b} = \bar{a} \cup \bar{b}
 \end{array}$$

Теорема 2

- (i) Ако је $a \cup x = 1$ и $a \cdot x = 0$, онда је $\bar{x} = a$.
- (ii) $a \cup b = 0$ ако и само ако $a = b = 0$.
- (iii) $a \cdot b = 1$ ако и само ако $a = b = 1$
- (iv) $a \cdot b = 0$ ако и само ако $a = 0$ или $b = 0$
- (v) У Буловој алгебри постоји само један први елемент.
- (vi) У Буловој алгебри постоји само један последњи елемент.
- (vii) У Буловој алгебри за сваки елемент a постоји само један елемент $\bar{a}$.

Булова алгебра L_2

Дат је skup $L_2 = \{0, 1\}$. Уведимо на скупу L_2 бинарне операције $\cup$ и (зовемо их редом *дисјункција* и *конјункција*) и унарну операцију $\bar{}$ (зовемо је *негација*) на следећи начин:

$$\begin{array}{llll}
 0 \cup 0 = 0, & 0 \cup 1 = 1, & 1 \cup 0 = 1, & 1 \cup 1 = 1 \\
 0 \cdot 0 = 0, & 0 \cdot 1 = 0, & 1 \cdot 0 = 0, & 1 \cdot 1 = 1 \\
 \bar{0} = 1, & \bar{1} = 0
 \end{array}$$

или помоћу табела

a	0	1
$\bar{a}$	1	0

$\cup$	0	1
0	0	1
1	1	1

$\cdot$	0	1
0	0	0
1	0	1

Разлог за посебно третирање Булове алгебре на скупу L_2 образложићемо следећим: она се највише користи, а апарат који се односи на дво-вредносне променљиве је још увек најсавршенији. Све теореме наведене у Буловој алгебри $(B, \cup, \cdot, \bar{})$ важе и за Булову алгебру $(L_2, \cup, \cdot, \bar{})$.

Дефиниција 2

(i) Булове константе 0, 1 и Булове променљиве $x, y, z, \dots$ су Булови изрази.

(ii) Ако су A и B Булови изрази, тада су $(A \cup B), (A \cdot B), \bar{A}, \bar{B}$ Булови изрази.

(iii) Булови изрази су само они симболи који се добијају коначном применом 1. и 2.

Дефиниција 3

(i) Булови изрази који не садрже дисјункцију зову се *елементарне конјункције*.

(ii) Булови изрази који не садрже конјункцију зову се *елементарне дисјункције*.

Дефиниција 4

(i) Елементарна конјункција C у односу на променљиве $x_1, x_2, \dots, x_n$ зове се канонска елементарна конјункција ако свака променљива x_k (или њена негација $\bar{x}_k, k = 1, \dots, n$) узета једном (и само она) учествује у изградњи конјункције C .

(ii) Елементарна дисјункција D у односу на променљиве $x_1, x_2, \dots, x_n$ зове се канонска елементарна дисјункција ако свака променљива x_k (или њена негација $\bar{x}_k, k = 1, \dots, n$) узета само једном (и само она) учествује у изградњи дисјункције D .

Дефиниција 5

(i) Булов израз облика $C_1 \cup C_2 \cup \dots \cup C_r$, где су $C_1, C_2, \dots, C_r$ елементарне конјункције зове се дисјунктивна форма (краће DF).

(ii) Булов израз облика $D_1 \cdot D_2 \cdot \dots \cdot D_r$, где су $D_1, D_2, \dots, D_r$ елементарне дисјункције зове се конјуктивна форма (краће KF).

Дефиниција 6

(i) Дисјунктивна форма

$$\bigcup_{i=1}^m C_i$$

зове се канонска дисјунктивна нормална форма (краће $KDNF$) у односу на променљиве $x_1, x_2, \dots, x_n$, ако су $C_1, C_2, \dots, C_m$ канонске елементарне конјункције у односу на променљиве $x_1, x_2, \dots, x_n$.

(ii) Конјунктивна форма

$$\prod_{i=1}^m D_i$$

зове се канонска конјунктивна нормална форма (краће *KKNF*) у односу на променљиве $x_1, x_2, \dots, x_n$, ако су $D_1, D_2, \dots, D_m$ канонске елементарне дисјункције у односу на променљиве $x_1, x_2, \dots, x_n$.

Теорема 3 (о *KDNF* и *KKNF*)

Сваки Булов израз који садржи неке од променљивих $x_1, \dots, x_n$ може се трансформисати у *KDNF* (односно *KKNF*) у односу на променљиве $x_1, \dots, x_n$.

Теорема 4

Булов израз E је *KDNF* у односу на променљиве $x_1, x_2, \dots, x_n$ ако и само ако је израз $\bar{E}$ *KKNF* у односу на променљиве $x_1, x_2, \dots, x_n$.

Булове функције

У овом делу се разматрају функције чији су и оригинали и слике елементи скупа $\{0, 1\}$, и зову се Булове функције.

Дефиниција 7

Пресликавање f скупа L_2^n (директни производ $L_2 \times L_2 \times \dots \times L_2$) у скуп L_2 , у ознаци $f: L_2^n \rightarrow L_2$ зовемо Булова функција.

Булове функције најчешће задајемо таблицама или Буловим изразима.

За сваку Булову функцију, дату Буловим изразом, можемо формирати одговарајућу таблицу и обрнуто. Сваку Булову функцију, дату таблицом, можемо представити Буловим изразом.

Теорема 5

Број различитих Булових функција од n променљивих је 2^{2^n} .

Доказ

Како у скупу L_2^n постоји 2^n различитих n -торки, и свакој n -торки можемо придружити само једну вредност 0 или 1, то имамо варијације са понављањем од два елемента класе 2^n . Њихов број је, као што знамо, 2^{2^n} .

Постоји шеснаест различитих Булових функција од две променљиве. Дајемо их у следећој таблици:

x	y	f ₁	f ₂	f ₃	f ₄	f ₅	f ₆	f ₇	f ₈	f ₉	f ₁₀	f ₁₁	f ₁₂	f ₁₃	f ₁₄	f ₁₅	f ₁₆
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

Најчешће користимо следеће: $f_2, f_7, f_8, f_9, f_{10}, f_{14}$ и f_{15} . Дајемо у следећем списку њихова имена и уобичајено означавање:

$f_2(x, y) = x \cdot y$	функција i (конјунктивна функција)
$f_7(x, y) = x \oplus y$	функција ексклузивно ili (алтернативна функција)
$f_8(x, y) = x \cup y$	функција ili (дисјунктивна функција)
$f_9(x, y) = x \top y$	функција $nili$ (Лукашијевичева функција)
$f_{10}(x, y) = x \Leftrightarrow y$	функција еквивалентности
$f_{14}(x, y) = x \Rightarrow y$	функција импликације
$f_{15}(x, y) = x \perp y$	функција ni (Шеферова функција).

Теорема 6

Скуп Булових функција

$$F = \{f | f: L_2^n \rightarrow L\}$$

на коме су уведене бинарне операције „ $\cup$ ” и „ $\cdot$ ” и унарна операција „ $\bar{}$ ” на следећи начин:

$$(D_1) \quad (f_1 \cup f_2) \stackrel{\text{def}}{=} \bigcup_{\alpha \in L_2^n} (f_1(\alpha) \cup f_2(\alpha)) x^\alpha$$

$$(D_2) \quad (f_1 \cdot f_2)(x) \stackrel{\text{def}}{=} \bigcup_{\alpha \in L_2^n} (f_1(\alpha) \cdot f_2(\alpha)) x^\alpha$$

$$(D_3) \quad \bar{f}(x) \stackrel{\text{def}}{=} \bigcup_{\alpha \in L_2^n} \overline{f(\alpha)} \cdot x^\alpha$$

где је $(x_1, \dots, x_n) = x$, $(\alpha_1, \dots, \alpha_n) = \alpha$, $x_1^{\alpha_1}, \dots, x_n^{\alpha_n}$, јесте Булова алгебра.

Више детаља о овој теми може се наћи у додатној математичкој литератури (Gilezan et al., 1977; Огњановић и сар., 2004).

Логичка кола

Пошто смо описали основне елементе логичких кола, у овом делу прескочићемо развој електронике и фокусирати се на математичко објашњење логичких кола у савременој информационој технологији.

Обрада података у дигиталној информационој технологији се реализује помоћу електричних величина (напон, струја), односно електронски склопови информационе технологије обрађују електричне величине којима су представљени подаци. Најпогодније је податке бинарно кодирати, односно представљати их помоћу два дефинисана стања електронских склопова, који се стога називају дигитални склопови, а пошто се ради о електронским колима чешће се користи термин **дигитална кола**.

Два могућа стања дигиталног кола су најчешће два нивоа напона U_1 и U_2 . Рецимо, $U_1 = 0V$, а $U_2 = 5V$. Физичким стањима $0V$ и $5V$ одговарају две логичке вредности $\perp$ (лаж) и T (истина) које се у дигиталној електроници означавају као логичка нула (0) и логичка јединица (1) (види Сliku 1).



Слика 1. Логичко и физичко стање дигиталног кола

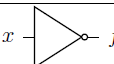
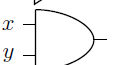
Дата кореспонденција између физичких и логичких стања одговара тзв. **позитивној логици**. Могуће је супротно, нижем напону U_1 доделити логичку 1 , а вишем напону U_2 логичку 0 и тада се ради о **негативној логици**. Стања и функције дигиталних кола се дакле могу описати помоћу логичких вредности и логичких операција, па се зато уместо термина дигитално коло најчешће користи термин **логичко коло**.

Понашање логичких кола може се описати помоћу **прекидачких** или **Булових функција** које су предмет изучавања **Булове** (или прекидачке) алгебре.

Логичко коло је најосновнија јединица неког дигиталног система укључујући како рачунаре тако и осталу информациону технологију.

Свако основно логичко коло је део хардвера или електронског склопа које се може користити за извршавање неких основних логичких израза. Закони Булове алгебре се могу користити у манипулацији бинарних променљивих и поједностављењу логичких израза. Логички закони су заправо имплементирани у дигиталне и информационе системе уз помоћ електронских кола познатих као **логичка кола**.

Логичким операцијама *I*, *ILI* и *NE* одговарају елементарна логичка кола чије су ознаке дате у Табели 1.

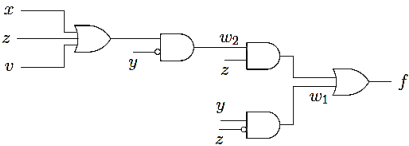
Коло	Ознака	Булова функција
<i>NE</i> (NOT)	 $x \rightarrow f$	$f = \bar{x}$
<i>I</i> (AND)	 $x, y \rightarrow f$	$f = x \cdot y$
<i>ILI</i> (OR)	 $x, y \rightarrow f$	$f = x + y$
<i>NI</i> (NAND)	 $x, y \rightarrow f$	$f = \overline{x \cdot y}$
<i>NILI</i> (NOR)	 $x, y \rightarrow f$	$f = \overline{x + y}$
<i>EKSILI</i> (EX-OR)	 $x, y \rightarrow f$	$f = x \oplus y$
<i>NEKSILI</i> (EX-NOR)	 $x, y \rightarrow f$	$f = \overline{x \oplus y}$

Табела 1.

Сложена логичка кола су састављена из више основних кола. Свако логичко коло се може описати неком Буловом функцијом и обратно, свака Булова функција се може генерисати помоћу неког логичког кола.

Пример 1.

Формирати Булову функцију која описује следеће логичко коло са четири улаза: *x*, *y*, *z* и *w*.



Слика 2.

На слици су уведене ознаке међусигнала: w_1 и w_2 . Идући од десног краја шеме (излаз из кола) према улазима, запажамо:

$$f = w_1 + zw_2$$

$$w_1 = y\bar{z}, w_2 = xzv + \bar{y}$$

Сменом израза за w_1 и w_2 у израз за f добијамо коначно:

$$f = y\bar{z} + z(\bar{z} + xzv) = y\bar{z} + \bar{z}y + xzv$$

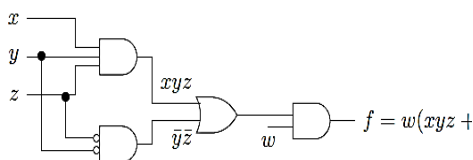
$$f = y\bar{z} + z(\bar{y} + xv)$$

Пример 2.

Формирати логичко коло, које генерише Булову функцију:

$$f(x, y, z, w) = w(xyz + \bar{y}\bar{z})$$

Коло формирамо поступно – слева удесно, поштујући правила о редоследу израчунавања сложеног Буловог израза.



Слика 3.

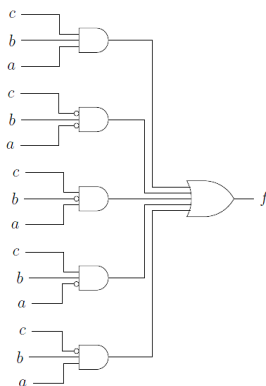
Минимизација логичких кола

Основни задатак алгебре логичких кола је тражење логичких кола, функционално еквивалентних датом логичком колу, да би се из њих издвојило најпростије логичко коло. Универзалног критеријума шта је то најпростије логичко коло, међутим, нема. Као један од критеријума може се узети следећи: логичко коло је најпростије међу свим логичким колима која су му функционално еквивалентна, ако му одговарајући Булов израз садржи најмањи број слова. На тај начин задатак упрошћавања логичког кола своди се на задатак упрошћавања њима одговарајућих Булових израза.

Према томе, трансформација датих логичких кола врши се помоћу основних закона бинарне Булове алгебре.

Пример 3.

Дато је логичко коло (Слика 4).



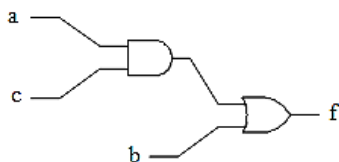
Слика 4.

Упростимо дато логичко коло користећи својства Булове алгебре, тј. одредимо функционално еквивалентно логичко коло са најмање контаката.

Структурна формула датог кола је

$$\begin{aligned}
 f(a, b, c,) &= abc + \bar{a}b\bar{c} + a\bar{b}c + ab\bar{c} + \bar{a}bc \\
 &= ab(c + \bar{c}) + \bar{a}b(\bar{c} + c) + ac(b + \bar{b}) \\
 &= ab + \bar{a}b + ac \\
 &= b(a + \bar{a}) + ac \\
 &= b + ac.
 \end{aligned}$$

Значи, логичко коло које је еквивалентно датом колу, а садржи најмање контаката има структурну формулу $f = ac + b$ (Слика 5).



Слика 5.

Конструкција логичког кола по задатим условима

У предходном одељку разматрали смо задатак: за дато логичко коло написати структурну формулу и обрнуто – за дату структурну формулу конструисати логичко коло. Сада ћемо задатак формулисати овако: конструисати логичко коло по задатим условима рада. Другим речима, ако је дата функција рада једног логичког кола, како га конструисати. Свака функција рада (Булова функција) може се, на основу теореме о $KDNF$ и $KKNF$, представити Буловим изразом, који је структурна формула траженог логичког кола. Дакле, цео поступак у решавању овог задатка можемо приказати следећом скицом:

1. Користећи теореме о $KDNF$ и $KKNF$ напишемо Булов израз за дату функцију рада.
2. Неком од познатих метода минимизирамо добијени Булов израз.
3. Конструирамо логичко коло за добијени минимални Булов израз.

Пример 4.

Конструисати логичко коло са три улаза a , b , c и излазом f који задовољава следеће услове:

- 1) Ако су улази a , b , c без сигнала, на излазу f постоји сигнал.
- 2) Ако су улази a и b без сигнала, а на улазу c постоји сигнал, излаз f је без сигнала.
- 3) Ако су улази a и c без сигнала, а на улазу b постоји сигнал, на излазу f постоји сигнал.
- 4) Ако је улаз a без сигнала, а на улазима b и c постоји сигнал, на излазу постоји сигнал.
- 5) Ако су улази b и c без сигнала, а на улазу a постоји сигнал, на излазу f постоји сигнал.
- 6) Ако је улаз b без сигнала, а на улазима a и c постоји сигнал, на излазу f постоји сигнал.
- 7) Ако је улаз c без сигнала, а на улазима a и b постоји сигнал, на излазу f постоји сигнал.
- 8) Ако на сва три улаза a , b и c постоји сигнал, на излазу f постоји сигнал.

Функцију рада траженог логичког кола приказујемо Табелом 2.

Табела 2.

a	b	c	f
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

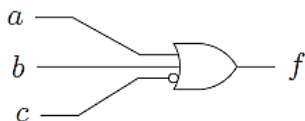
Структурна формула логичког кола је, на основу теореме о *KDNF*:

$$f = \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}b\bar{c} + \bar{a}bc + a\bar{b}\bar{c} + a\bar{b}c + ab\bar{c} + abc$$

или, после минимизације,

$$f = a + b + \bar{c}.$$

Дакле, шема која одговара датим условима рада је (Слика 6):



Слика 6.

Више о логичким колима и њиховој широкој употреби може се пронаћи у информатичкој и електротехничкој литератури (Maini, 2007; Bolton, 1990).

Примена у настави

Ученици се са основама Булове алгебре срећу први пут у средњој школи, у области математичке логике, кроз основне логичке законе и исказе без квантификатора, чије променљиве узимају вредности из скупа $\{0, 1\}$, односно $\{\perp, \top\}$.

Проблеми се могу јавити у различитим деловима ове области, али најчешће корен проблема је у схватању и разумевању самих логичких закона и основних операција. На пример, деци је тешко да схвате како један

И нула дају нулу ($1 \wedge 0 = 0$), јер су до сада везник **И** интерпретирали као +.

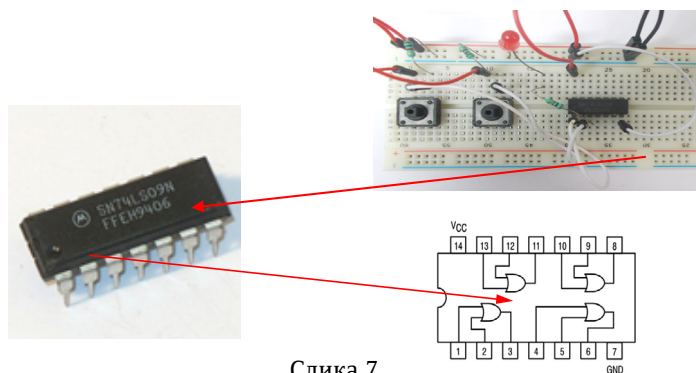
Решење тог и сличних проблема се може наћи у самој основи информационе технологије, тј. логичким колима.

Конјункција и **I** логичко коло

I коло је логичко коло које има два или више улаза и један излаз. На излазу **I** кола постоји сигнал само у случају када на свим улазима постоји сигнал. У свим осталим случајевима на излазу не постоји сигнал.

Када се интерпретира у позитивној логици ово тврђење значи да излаз **I** кола је логичка **1** само ако сви улази узимају вредност логичке **1**. У свим осталим случајевима излаз је логичка **0**.

Сада се такво логичко коло може применити у настави математике, како би се ђацима појаснила конјункција. Када се конструише примитивно **I** логичко коло, са једном лед диодом и два прекидача, лако се може показати да заиста важи конјунктивна истинитосна таблица (Табела 3), тј. лед диода ће сијати уколико су оба прекидача укључена. У супротном, лед диода неће сијати. Приказ примитивног **I** логичког кола је дат на Слици 7.



Слика 7.

НАПОМЕНА. На Слици 7 је представљено логичко коло, као и неопходно интегрално коло како би ово логичко коло обављало конјунктивну логичку операцију. За **I** коло се користи IC-74LS09, а на слици је представљен његов изглед, као и схематски приказ.

Табела 3.

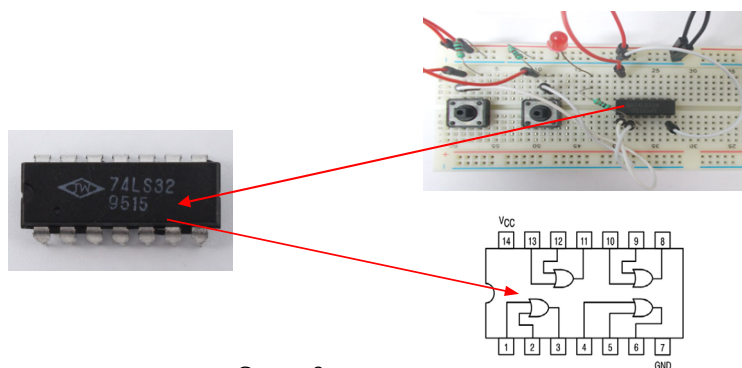
p	q	$p \wedge q$
$\perp$	$\perp$	$\perp$
$\perp$	$\top$	$\perp$
$\top$	$\perp$	$\perp$
$\top$	$\top$	$\top$

Дисјункција и **ILI** логичко коло

ILI коло извршава дисјунктивну операцију са две или више логичких променљивих. **ILI** коло је логичко коло са два или више улаза и једним излазом. Излаз на **ILI** колу је без сигнала једино када су сви улази без сигнала. За све друге комбинације сигнала на улазу, на излазу постоји сигнал. Ово тврђење у позитивној логици се може интерпретирати као:

Излаз на **ILI** колу је логичка **0** једино ако су сви улази логичке **0**. За све остале комбинације улазних сигнала, излаз је логичко **1**.

Слично као код **I** логичког кола, такво логичко коло се може применити у настави математике, како би се ђацима појаснила дисјункција. Тако конструисано примитивно **ILI** логичко коло, са једном лед диодом и два прекидача, примењује се како би се могло показати да заиста важи дисјунктивна истинитосна таблица (Табела 4), тј. лед диода неће сијати само уколико су оба прекидача искључена. У сваком другом случају диода ће сијати. Приказ примитивног **ILI** логичког кола је дат на Сlici 8.



Слика 8.

НАПОМЕНА. На Сlici 8 је представљено логичко коло, као и неопходно интегрално коло како би ово логичко коло обављало дисјунктивну логичку операцију. За **ILI** коло користи IC-74LS32, а на слици је представљен његов изглед, као и схематски приказ.

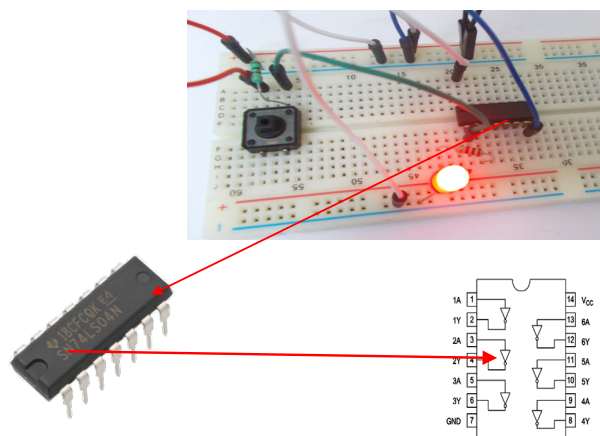
Табела 4.

p	q	$p \vee q$
$\perp$	$\perp$	$\perp$
$\perp$	$\top$	$\top$
$\top$	$\perp$	$\top$
$\top$	$\top$	$\top$

Негација и **NE** логичко коло

NE коло је логичко коло са једним улазом и једним излазом, чији је излаз увек комплементаран улазу и обрнуто, што значи ако на улазу нема сигнала на излазу има сигнала и обрнуто. Када интерпретирамо предходну реченицу у позитивној логици, имамо следеће значење. Логичка **0** на улазу повлачи логичку **1** на излазу, и обрнуто. **NE** коло се још назива и комплементно коло или инвертно коло.

Као и код претходних логичких кола, и **NE** коло се може искористити у настави математике. Када се конструише примитивно **NE** коло, са једном лед диодом и једним прекидачем, лако се може показати да заиста важи истинитосна таблица за негацију (Табела 5), тј. лед диода ће сијати уколико је прекидач искључен. У супротном, лед диода неће сијати. Приказ примитивног **NE** логичког кола је дат на Слици 9.



Слика 9.

НАПОМЕНА. На Слици 9 је представљено логичко коло, као и неопходно интегрално коло како би ово логичко коло обављало негацију. За **NE** коло користи IC-74LS04, а на слици је представљен његов изглед, као и схематски приказ.

Табела 5.

p	$\neg p$
$\perp$	$\top$
$\top$	$\perp$

Таутологије

Понекада је ученицима тешко да разумеју како је логички израз тачан, када све променљиве тог израза узимају вредности 1. Могуће решење овог проблема је конструкција логичког кола које ће представљати модел таутологије. То значи да ће сијалица на таквом логичком колу сијати увек, без обзира у ком положају се налазе прекидачи.

Да би се конструисало логичко коло за дату таутологију потребно је:

- проверити да ли је дата израз заиста таутологија (за проверу користити софтвер Wolfram Alpha (WolframMathematica, 1988));
- сачинити шематски приказ тако задатог логичког кола на основу предходног одељка „Логичка кола” (или помоћу софтвера Wolfram Alpha (WolframMathematica, 1988));
- набавити одговарајуће електронске компоненте и самостално или уз помоћ стручног лица конструисати прототип логичког кола;
- тестирати склоп прототипа,
- уколико је тест прошао, укључити прототип у извођење наставе.

Закључак

Као што се може видети из рада, Булова алгебра има велику примену у информационим технологијама, иако дуго времена није имала примене. Део пажње посвећен је логичким колима, као основним јединицама информационих система, али и као материјализација Булове теорије, што ће у настави математике омогућити лакше схватање појмова Булове алгебре. Применом логичких кола у настави ученици лакше уочавају, разумеју и примењују логичке законе и правила. Поред тога, логичка кола, тј. њихова конструкција може заинтересовати ученике да се баве истраживањем у области електротехнике, физике и информатике, као и математике. То нас доводи до следећег закључка.

Коришћење информационих технологија у настави Булове алгебре подразумева и одређене промене у наставним облицима и методама како би се образовни процес подигао на квалитетнији и савременији ниво.

Литература

Bolton, M. (1990). *Digital systems design with programmable logic*, Workingham: AddisonWesley Publishing Company.

Boole, G. (2007). *An Investigation of the Laws of Thought*, New York: Cosimo, inc.

Гилезан, К., Латиновић, Б. (1997). *БУЛОВА АЛГЕБРА и њене примене*, Београд: Математички институт.

Maini, A. K. (2007). *Digital Electronics: Principles, Devices and Applications*, John Wiley & Sons, Ltd, West Sussex.

Огњановић, З., Крцавац, Н. (2004). *Увод у теоријско рачунарство*, Београд † Крагујевац: Факултет организационих наука.

Shannon, C. E. (1949). *The Mathematical Theory of Communication*, University of Illinois Press, Illinois.

WolframMathematica (1988) Wolfram|Alpha (2009) Retrieved April 23, 2012 from the World Wide Web <http://www.wolframalpha.com/>.

Suzana Ђorđević

University of Kragujevac

Faculty of Education in Jagodina

APPLICATION OF INFORMATION TECHNOLOGY IN TEACHING OF BOOLEAN ALGEBRA

Summary: In various scientific disciplines, especially in mathematics, computer science, technology, economy, sociology and medicine, solutions to many problems can be transformed in the form of “yes” or “no” or “0” or “1”. This fact, among other things, accelerated the development of electronics and digital technology, and thus Boolean algebra, especially two-valued Boolean algebra. The paper contains three chapters. The first chapter discusses the definition of Boolean algebra, two-valued Boolean algebra and Boolean functions. The second chapter deals with the application of Boolean algebra in computer science through logic gates. The third chapter considers the application of logic gates and various examples from information technology in teaching mathematics, so that students can more easily understand Boolean algebra and logical operations.

Keywords: Boolean algebra, Boolean functions, information technology, logic gates.

Veselin Mićanović

Univerzitet Crne Gore

Filozofski fakultet

Studijski program za obrazovanje učitelja

Nikšić

DOI: [10.46793/MANM4.131M](https://doi.org/10.46793/MANM4.131M)

УДК: 51:373.046-021.64

004:37.014.531(497.16)

ICT KAO IZAZOV ILI POTREBA U POČETNOJ NASTAVI MATEMATIKE

Apstrakt: Rad je posvećen istraživanju zastupljenosti ICT u realizaciji nastave matematike u mlađim razredima osnovne škole. U početnoj nastavi matematike i pored brojnih reformskih zahvata dominantno se koriste udžbenik i radni listovi, odnosno zbirke zadataka. Da li su oni dovoljan i jedini izvor sticanja znanja u XXI vijeku postaje veoma osjetljivo pitanje. ICT s druge strane nudi brojne mogućnosti korišćenja i u velikoj mjeri olakšava proces razumijevanja učenih sadržaja. Cilj rada je da ispita mišljenje nastavnika o korišćenju ICT u nastavi matematike, utvrdi potrebu njenog korišćenja u nastavnom procesu i identifikuje probleme koji otežavaju i/ili sprečavaju primjenu iste u realizaciji programskih ciljeva iz matematike na ranom školskom uzrastu. Za uzorak smo uzeli dvjesto dvadeset nastavnika od prvog do petog razreda osnovne škole iz šest gradova u Crnoj Gori. Istraživanje je pokazalo da je ICT potrebna u organizaciji i realizaciji početne nastave matematike, ali zbog njenog nedostatka u obrazovnim institucijama njeno korišćenje postaje nemoguće.

Ključne riječi: ICT, početna nastava matematike, učenici, nastavnik.

Uvod

Korišćenje ICT-a u nastavnom procesu podrazumijeva funkcionalno povezivanje i usklađivanje programskih sadržaja savremenim potrebama nastave i učenja u cilju što efikasnijeg postizanja planiranih ishoda učenja. Svrha uvođenja savremene informacione tehnologije u početnu nastavu matematike se nalazi u približavanju nastave realnom životu i potrebama društva, u poboljšavanju kvaliteta nastave i njenih ishoda. „Nastavna praksa uopšte, pa i početne nastave matematike, pokazala je da tradicionalna nastava ne odgovara potrebama i mogućnostima učenika, kako po obimu i sadržaju programa, tako ni po oblicima i metodama rada u nastavi” (Mićanović, 2013: 127). Udžbenici i radni listovi, odnosno zbirke zadataka, kao dominantna postojeća

literatura u tradicionalnoj nastavi matematike, ne zadovoljavaju savremene potrebe učenika, naročito ne u didaktičkom i estetskom pogledu, a ni u motivacionom domenu. Zato ih učenici nerado koriste, a nastava se svodi na nastavnikovo predavanje na osnovu kojeg se on doživljava kao jedini izvor znanja. U ovakvoj nastavi učenje se često svodi na mehaničko zapamćivanje šturih „formula” i šablonsko rješavanje zadataka na času i kod kuće. ICT je izazvala značajne promjene u načinu učenja, pristupu individualizaciji, efikasnosti sticanja znanja, promjeni ukupne organizacije i realizacije nastavnog procesa, kao i vrednovanju obrazovnih ishoda rada, pa je potrebno posvetiti posebnu pažnju osposobljavanju nastavnog kadra za njenu primjenu. Tako „u sklopu reformskih procesa koji se danas odvijaju u školi nova obrazovna tehnologija zauzima značajno mjesto, jer otvara puteve za razvoj novih mogućnosti, prevazilazi postojeća ograničenja u praksi i suštinski doprinosi otvaranju škole kao institucije društvenom okruženju” (Stanisavljević-Petrović, 2009: 250). To znači da poznavanje mogućnosti korišćenja ICT u nastavi dodatno motiviše nastavnika za njeno korišćenje u planiranju i realizaciji nastavnog procesa. Nastavnik koji ovlada upotrebom ICT u nastavi vrlo brzo tradicionalni pristup nastavi matematike, u kojoj dominira transmisioni oblik učenja, transformiše u savremeno organizovanu nastavu matematike zasnovanu na primjeni najsavremenijih tehničkih dostignuća (računara u prvom redu) u kojoj preovladava interaktivni oblik učenja. Računar postepeno preuzima funkciju glavnog izvora znanja i glavnog medija koji obezbjeđuje uslove za metodičke scenarije svih nastavnih sadržaja. Računar kao nastavno sredstvo u savremeno organizovanoj nastavi matematike treba da omogući brži i lakši rad, a obrazovni softver, nudeći koncepte multimedijalnosti i interaktivnosti, treba da obezbijedi neophodnu samostalnost učenika (Berković, Brtka, 2003). U praksi je sve više nastavnika koji su spremni i osposobljeni za realizaciju nastave matematike korišćenjem računara koji mogu zadovoljiti razvojne potrebe učenika (Mićanović, 2007).

Potrebu za ICT-om u početnoj nastavi matematike nalazimo u potpunijem razumijevanju apstraktnih matematičkih pojmova. Učenici potpuno je razumijevaju stvarnost, svijet koji ih okružuje i razvijaju svijest o načinu rješavanja nekog matematičkog problema. Nastavnik koristi ICT u različitim djelovima časa u okviru različitih aktivnosti kojim prilagođava učene pojmove realnim mogućnostima učenja. Svrha ovakvog rada je da se pomogne učenicima različitih predispozicija da razvijaju svijest o različitim aspektima problema koji se izučava. Cilj je da se omogući individualni angažman svakog učenika u nastavi matematike kako bi se kod učenika podstakla i razvila želja za učenjem i rješavanjem matematičkih problema. Na taj način znanja i vještine koje učenici stiču postaju funkcionalna i logički povezana, bez bojazni da se naruši kontinuitet povezivanja učenih pojmova. Naravno, ne treba težiti da se po svaku cijenu svi matematički ciljevi treba da postignu uz primjenu

ICT-a, već njenu primjenu treba planirati i realizovati tamo gdje je to moguće i gdje će njen efekat biti uspješniji. Ono što ICT preporučuje u nastavi matematike na mlađem školskom uzrastu jeste njeno integrisanje različitih efekata u jednom času. Integrišući akustične, vizuelne i manipulativne efekte kroz intelektualni, društveni, emocionalni i estetski razvoj, ICT podržava cjelovit razvoj djeteta, ne apostrofirajući samo izdvojene, uglavnom kognitivne, segmente ličnosti (Buljubašić-Kuzmanović, 2007: 148). ICT u sebi objedinjuje različite oblike nastave, kao što su učenje otkrivanjem, istraživanjem, učenje kroz igru, problemsko učenje, kooperativno, iskustveno učenje, kao i manipulisanje različitim alatima. Osnovna namjera je sticanje znanja koje se zasniva na učeničkoj aktivnosti, a ne na transmissionom podučavanju. Često prostorno okruženje nije zadovoljavajuće i ne omogućuje primjenu ICT-a u radu, što umanjuje efekte nastave (Fields, Boesser, 1988). Prostor za učenje bi trebalo da bude opremljen, funkcionalan i primjeren realizaciji planiranih ciljeva (Kyriacou, 2001).

ICT u početnoj nastavi matematike

Nema dileme da kvalitet početne nastave matematike i uspjeh učenika u njoj u velikoj mjeri zavise od nastavnika, od njegovih organizaciono-stručnih kompetencija. Međutim, pored nastavnika, dobra organizacija početne nastave matematike, inoviranje nastavnog procesa i kontinuirano praćenje uspjeha učenika i pospješivanje njihovog interesovanja za matematičke sadržaje zavise i od raspoložive nastavne tehnologije. Promjene su spore i zahtijevaju upotrebu savremenih nastavnih tehnologija za nastavu. Mogućnosti korišćenja savremene tehnologije u nastavnom procesu su izuzetno velike, ali često su nevidljive, neotkrivene i nepoznate velikom broju škola i nastavnika, upravo zbog njenog neposjedovanja (Atanasoska, 2005). Potrebno je izvršiti reformu nastave tako što će se u nastavi primijeniti nova interaktivna sredstva i metode efikasno upotrebljavati u cilju unaprijeđivanja procesa učenja. Uz primjenu savremene informacione tehnologije „moguće je obogatiti i promeniti funkciju učitelja na taj način što će on sve manje biti predavač i ispitivač, a sve više istraživač, programmer, strateg nastave i učenja, organizator nastave i učenja” (Petrović, Pinter, 2006: 151).

Reprezentativna oprema za početnu nastavu matematike je, između ostalog, interaktivna tabla koja na najneposredniji način omogućava korišćenje multimedijalnih tehnologija primjenjivih na različite ciljne grupe učenika. Kako bi se u nastavi upotrebljavale interaktivne multimedijalne table, potrebno je osposobiti nastavnike za njihovo korišćenje. Interaktivna tabla obezbjeđuje multimedijalni prikaz i interakciju učenika sa prikazanim sadržajima, pa zato predstavlja primjer laganog prelaza između frontalnog tipa nastave i

saradničkog učenja, koji podržava aktivniju ulogu učenika. Korišćenje elektronskih tabli, uz primjenu multimedije i interakcije, pospješuje razumijevanje matematičkih sadržaja u početnoj nastavi matematike. Primjena elektronske table daje odgovor na pitanje kako se ne samo u nastavi matematike, već i u nastavi drugih predmeta mogu jednostavno i efikasno koristiti multimedijalne i web tehnologije elektronske nastave i učenja. Interaktivnom tablom inovira se proces sticanja matematičkih znanja. Ona obezbjeđuje novine u strategiji prezentacije matematičkih sadržaja, povećanje interaktivnosti na školskom času i razvoj kontrole i ocijenjivanja, čak i kada se zadržava frontalni rad sa grupom od 30 učenika, ali istovremeno osigurava očuvanje onih metoda nastave/učenja koje su se pokazale efikasnim (npr. objašnjenje, predavanje, analiza). Prednosti karakteristike interaktivnosti koju imaju ove table jesu u tome što se mogu primijeniti prije svega u saradničkoj nastavi – uz prisustvo učenika ili umreženoj saradničkoj nastavi sa učenikom koji je prisutan „na daljinu”, pod uslovom da je i sama tabla „umrežena”. Korišćenje interaktivne table podstiče raznovrsnost planiranja nastavnog časa, funkcionalno korišćenje medija i sopstveni razvoj samovrednovanjem prezentacija.

Dakle, kvalitetno osmišljena primjena ICT-a u početnoj nastavi matematike integriše aktivnosti učenika i nastavnika, programske ciljeve uspješnije realizuje, pri čemu učenici stiču funkcionalnija znanja o nekom matematičkom pojmu koji se zbog svoje apstraktnosti u tradicionalnoj nastavi teže razumijeva i usvaja. Mogućnost da se neki matematički pojam detaljnije sagleda doprinosi uspješnijem transferu znanja, a pri tome podstiče i razvija stvaralačko mišljenje i omogućuje njegovo kvalitetnije razvijanje. „Paradoksalna je činjenica da se prvi osmišljeni susreti učenika s računarom u našim osnovnim školama dešavaju dosta kasno, jer tek pri kraju osnovnog obrazovanja škola nudi učenicima mogućnost upoznavanja informaciono-komunikacijske tehnologije, a svima nam je jasno da veliki broj djece još na predškolskom uzrastu ostvaruje prve kontakte sa računarom” (Atanasoska, 2005: 204–205). Zato organizaciono-tehnički uslovi koji obezbjeđuju izvođenje nastave matematike primjenom računara u najmlađim razredima osnovne škole moraju biti prioritet savremenog obrazovnog sistema. Škola mora nabaviti savremenu obrazovnu tehniku i obučiti nastavnike za njihovu primjenu. U kojoj će mjeri buduća nastava matematike biti uspješna u kvalitativnom i kvantitativnom smislu, zavisi od stepena transformacije uloge nastavnika i učenika u novim uslovima. U kojoj mjeri će se ta uloga uspješno transformisati prvenstveno zavisi od savremenosti, odnosno intenziteta primjenjivosti računarske tehnologije. U tom procesu ključnu ulogu ima škola i nastavnik koji izvodi nastavu. Tradicionalni pristup je neproduktivan jer ne motiviše ni učenike ni nastavnike i konzervativno djeluje u radu (Jensen, 2003: 104). Zato je neophodno inovirati process učenja, primjenjivati savremena nastavna sredstva, različite oblike i metode rada, kako bi nastavu učinili savremenijom, racionalnijom, zanimljivijom, kreativnijom, efikasnijom, kako bi učenici sticali funkcionalnija

znanja i umijeća. Za veliki broj nastavnika, ICT u nastavnom procesu zahtijeva rad za koji oni nijesu profesionalno pripremljeni. Zato je neophodno nastavnicima obezbijediti stručno usavršavanje, koje će ih osnažiti da postanu kompetentni za uvođenje inovativnih postupaka i metoda u svoju svakodnevnu nastavnu praksu.

Pod uticajem ubrzanog tehnološkog razvoja civilizacije ICT u nastavnom procesu postaje potreba, jer moramo biti svjesni činjenice da danas učenici mnogo brže dolaze do informacija putem informacionih komunikacionih tehnologija koje postaju sastavni dio njihovog života. Zato je zadatak nastavnika da učenike usmjere kako da ICT pravilno koriste, da tragaju za novim informacijama, te da ih povezuju sa prethodnim znanjima i stvaraju uopštenu sliku, jer time postižu bolje razumijevanje stvarnosti koja ih okružuje.

Kvalitetno korišćenje ICT-a u početnoj nastavi matematike treba da zadovolji sva područja dječjeg razvoja kako bi adekvatno odgovorilo prirodnom razvoju djeteta. Svojim performansama ICT pomaže holistički, cjelokupni dječji razvoj. Obično se kao nedostaci primjene ICT-a u nastavnom procesu ističu smanjena aktivnost nastavnika i ostvarena komunikacija sa učenicima. Međutim, nastavnik ima mogućnost da smjenjuje korišćenje ICT-a u nastavi matematike sa vlastitom neposrednom komunikacijom sa učenicima, vodeći računa da predviđene aktivnosti u potpunosti realizuje, a da planirane aktivnosti vode ostvarenju definisanog matematičkog cilja i zadataka. Brojna istraživanja su pokazala da je motivacija učenika u nastavi sa primjenom informacionih tehnologija mnogo veća nego u tradicionalnoj nastavi. Razumijevanje mnogih apstraktnih matematičkih pojmova uz primjenu ICT-a postaje dostupnije nego u uobičajenoj nastavi. Sve ovo zahtijeva veću angažovanost i pripremu nastavnika u fazi pripremanja realizacije nastave. Nastavnik uz primjenu ove tehnologije može da integriše programske ciljeve unutar predmeta ili sa drugim predmetima, što zahtijeva dobar plan slijeda aktivnosti za učenike (Spremić, 2007).

Nastavna praksa pokazuje da u radu najčešće dominira tradicionalan pristup organizaciji i realizaciji nastave uopšte, pa samim tim i nastave matematike, u kojoj učenik još uvijek ima pasivnu ulogu a nastavnik se predstavlja dominantnim izvorom saznanja. Primarni razlog za ovakvo stanje je inertnost i nespremnost škole i nastavnika da prihvate inovativne modele kao bazične i svakodnevne potrebe vaspitno-obrazovnog procesa (Radojičić, 2011). Osavremenjivanje nastavnih planova u osnovnoj školi, u kojima se nudi više praktičnih aktivnosti za rješavanje problemskih situacija, od posebne je važnosti da se učenje doživi kao zabava i zadovoljstvo (Lee, Kim, Yoon, 2015). Tradicionalna nastava, koja uči činjenicama, i to tako što znanja dijeli u pojedinačne oblasti koji nemaju dodira jedne sa drugim, ne može da pripremi i osposobi učenike za savremeni način življenja i svijet koji se transformiše velikom brzinom.

Metodologija istraživanja

Predmet i cilj istraživanja. Predmet istraživanja je mišljenje nastavnika o korišćenju ICT-a u nastavi matematike u mlađim razredima osnovne škole. Cilj istraživanja je da se na temelju iskustvenog mišljenja nastavnika utvrdi potreba korišćenja ICT-a u nastavnom procesu i identifikuju eventualni problemi koji otežavaju i/ili sprečavaju primjenu iste u realizaciji programskih ciljeva iz matematike na ranom školskom uzrastu.

Uzorak istraživanja. Istraživanje je sprovedeno na uzorku od dvjesto dvadeset nastavnika od prvog do petog razreda osnovne škole iz šest gradova u Crnoj Gori. Riječ je o namjernom i prigodnom uzorku.

Metod istraživanja. U istraživanju je korišćen *upitnik*. Upitnik nam je poslužio da dobijemo, neposredno od ispitanika, tražene podatke o proučavanom problemu. Upitnikom su zastupljena pitanja koja su definisana u skladu sa datom problematikom i odnosila su se na utvrđivanje: mišljenja nastavnika o ICT-u kao važnom potpornom sredstvu u početnoj nastavi matematike; zastupljenosti ICT-a u neposrednom radu nastavnika u nastavi matematike; osposobljenosti nastavnika za korišćenje ICT-a u nastavi matematike; dostupnosti ICT-a u neposrednoj nastavnoj praksi u školi (učionici/kabinetu), iskustva nastavnika u realizaciji nastave matematike u mlađim razredima osnovne škole uz primjenu ICT-a; mišljenja nastavnika o ICT-u kao potrebi u početnoj nastavi matematike; mišljenja nastavnika o ICT-u kao izazovu ili potrebi u početnoj nastavi matematike; problema koji otežavaju ili onemogućavaju primjenu ICT-a u realizaciji početne nastave matematike; prijedloga mjera iz ugla nastavnika za unapređenje nastavne prakse u realizaciji matematičkih ciljeva u prva dva ciklusa osnovne škole uz primjenu ICT-a.

Organizacija istraživanja

U organizaciju ovog istraživanja uključen je autor rada. Ispitanicima je bila zagarantovana anonimnost podataka dobijenih upitnikom koji su popunjavali. Na taj način smo smanjili mogućnost davanja „poželjnih” odgovora. Podaci su prikupljeni tokom maja, juna i septembra mjeseca 2017. godine.

Rezultati istraživanja

Istraživanje je obavljeno tokom maja, juna i septembra mjeseca 2017. godine, na uzorku od 220 učitelja u prvom i drugom ciklusu osnovne škole u šest gradova Crne Gore (Podgorica, Nikšić, Budva, Herceg Novi, Berane i Bijelo Polje).

U radu su date frekvencije, kao objektivni statistički pokazatelji varijabli, na osnovu kojih možemo jasno uočiti dinamiku iskazanih odgovora ispitanika koja odslikava stanje proučavanog problema u nastavi matematike u prva dva ciklusa osnovne škole. Zaključci do kojih smo došli produkovali su prijedlog mjera za unapređenje organizacije i realizacije početne nastave matematike u mlađim razredima osnovne škole.

Tabela 1. Stručna sprema ispitanika i radno iskustvo u nastavnom procesu

Stručna sprema ispitanika i radno iskustvo u nastavnom procesu	Broj ispitanika	Procenat
Visoka stručna sprema	212	96.36%
Viša stručna sprema	8	3.63%
Radno iskustvo od 0 do 10 godina	67	30.45%
Radno iskustvo od 11 do 20 godina	108	49.09%
Radno iskustvo od više od 20 godina	45	20.45%
Ukupno	220	100%

Na osnovu prikazanih podataka uočavamo da je istraživanjem obuhvaćena heterogena struktura ispitanika (Tabela 1), kako po stručnoj spremi tako i po radnom iskustvu. Takođe, uočavamo da dominira grupa ispitanika sa visokom stručnom spremom (212 ili 96.36%) u odnosu na ispitanike sa višom stručnom spremom (8 ili 3.63%). Analizom uzorka po radnom iskustvu primjećujemo da je najveći broj ispitanika (108 ili 49.09%) u kategoriji od 11 do 20 godina radnog iskustva, zatim slijedi kategorija od 0 do 10 godina radnog iskustva (67 ili 30.45%) i na kraju kategorija više od 20 godina radnog iskustva (45 ili 20.45%), što govori da je riječ o relativno podmlađenom nastavnom kadru jer imamo približno 80% ispitanika (175) u kategoriji do 20 godina radnog iskustva.

Tabela 2. Frekvencija odgovora ispitanika o ICT-u kao potpornom sredstvu u početnoj nastavi matematike

U kojoj mjeri se ICT može smatrati potpornim sredstvom u početnoj nastavi matematike?	Broj ispitanika	Procenat
U izuzetno velikoj mjeri	128	58.18%
U velikoj mjeri	73	33.18%
U dovoljnoj mjeri	19	8.63%
U maloj mjeri	0	0.00%
U izuzetno maloj mjeri	0	0.00%
Ukupno	220	100%

Na pitanje *U kojoj mjeri se ICT može smatrati potpornim sredstvom u početnoj nastavi matematike?* dobili smo ohrabrujuće odgovore. Nastavnici u najvećem broju slučajeva (128 ili 58.18%) smatraju da se ICT *u izuzetno velikoj mjeri* može smatrati potpornim sredstvom u početnoj nastavi matematike, dok trećina ispitanika (73 ili 33.18%) dijeli mišljenje *u velikoj mjeri*, a svega 19 ili 8,63% ispitanika je pri mišljenju *u dovoljnoj mjeri*. Budući da smo imali ponuđena još dva odgovora, interesantno je da niko od ispitanika ne smatra da se ICT *u maloj mjeri* ili *u izuzetno maloj mjeri* može smatrati potpornim sredstvom u početnoj nastavi matematike. Uzimajući u obzir činjenicu da savremeno društvo karakteriše intenzivan razvoj informacione komunikacione tehnologije to možemo koristiti kao objašnjenje zašto su nastavnici dominantno mišljenja da se *u izuzetno velikoj mjeri* ista može posmatrati jakim potpornim sredstvom u sticanju matematičkih znanja na ranom školskom uzrastu.

Tabela 3. Frekvencija odgovora ispitanika po pitanju zastupljenosti ICT-a u neposrednom radu nastavnika u nastavi matematike

U kojoj mjeri smatrate da je zastupljena ICT u neposrednom radu nastavnika u nastavi matematike?	Broj ispitanika	Procenat
U izuzetno velikoj mjeri	0	0.00%
U velikoj mjeri	0	0.00%
U dovoljnoj mjeri	0	0.00%
U maloj mjeri	89	40.45%
U izuzetno maloj mjeri	131	59.54%
Ukupno	220	100%

Istraživanje je pokazalo da nastavnici u najvećem broju slučajeva smatraju da se ICT *u izuzetno maloj mjeri* (131 ispitanik ili 59,54%) ili *u maloj mjeri* (89 ispitanika ili 40,45%) primjenjuje u nastavnom procesu. Nemamo nijedan odgovor ispitanika koji dijeli mišljenje da je *u izuzetno velikoj mjeri*, odnosno *u velikoj mjeri* ili *u dovoljnoj mjeri* ICT zastupljena u neposrednom radu nastavnika u nastavi matematike. Ako uporedimo dobijene rezultate na ovo pitanje sa prethodnim pitanjem možemo konstatovati da nastavnici imaju izuzetno visoko mišljenje o ICT kao potpornom sredstvu u realizaciji početne nastave matematike, ali i pored takvog mišljenja njena primjena u nastavi je minimalna, što nas upućuje na utvrđivanje razloga takvog stanja. Postavlja se pitanje: *Zašto nastavnici ICT smatraju jakim potpornim sredstvom u nastavi matematike, a s druge strane su njihove procjene zastupljenosti iste u nastavnom procesu izuzetno niske?* Razlozi mogu biti različiti i kreću se u dijapazonu od nekompetentnosti nastavnika za njeno korišćenje u radu do nedostupnosti

pomenute tehnologije u nastavnom procesu (učionici/kabinetu). Zato smo ispitivali i razloge takvog stava ispitanika (Tabela 4 i Tabela 5).

Tabela 4. Frekvencija odgovora ispitanika po pitanju osposobljenosti za korišćenje ICT u nastavi matematike

U kojoj mjeri se smatraje osposobljenim za korišćenje ICT u nastavi matematike?	Broj ispitanika	Procenat
U izuzetno velikoj mjeri	67	30.45%
U velikoj mjeri	125	56.81%
U dovoljnoj mjeri	25	11.36%
U maloj mjeri	3	1.36%
U izuzetno maloj mjeri	0	0.00%
Ukupno	220	100%

Rezultati do kojih smo došli (Tabela 4) pokazuju da nekompetentnost nastavnika nije razlog niskog stepena primjenljivosti ICT u nastavi matematike. Dakle, na pitanje u kojoj mjeri se smatraju osposobljenim za korišćenje ICT u nastavi matematike dominira odgovor *u velikoj mjeri* (125 ispitanika ili 56.81), zatim *u izuzetno velikoj mjeri* (67 ispitanika ili 30.45%), *u dovoljnoj mjeri* (25 ispitanika ili 11.36%) i *u maloj mjeri* (3 ispitanika ili 1,36%), dok nije bilo ispitanika koji smatraju da su *u izuzetno maloj mjeri* osposobljeni za korišćenje ICT-a u nastavi matematike. Odgovori ispitanika ukazuju da u školama nema uslova za primjenu ICT-a, jer činjenica da su nastavnici osposobljeni za korišćenje savremene informacione tehnologije, a ona se ne primjenjuje u radu potvrđuje da škole ne posjeduju datu opremu za njenu primjenu.

Tabela 5. Frekvencija odgovora ispitanika po pitanju dostupnosti ICT-a u neposrednoj nastavnoj praksi u školi (učionici/kabinetu)

U kojoj mjeri je ICT dostupna u neposrednoj nastavnoj praksi u školi (učionici/kabinetu)?	Broj ispitanika	Procenat
U izuzetno velikoj mjeri	0	0.00%
U velikoj mjeri	0	0.00%
U dovoljnoj mjeri	0	0.00%
U maloj mjeri	23	10.45%
U izuzetno maloj mjeri	197	89.55%
Ukupno	220	100%

Odgovori ispitanika na pitanje dostupnosti ICT-a u neposrednoj nastavnoj praksi u školi (učionici/kabinetu) (Tabela 5) nam ukazuju na ozbiljan nedostatak naših škola po pitanju opremljenosti za savremenu nastavu. Interesantno je da niko od ispitanika nije mišljenja da škola u kojoj radi ima dostupnu informacionu komunikacionu tehnologiju (*u izuzetno velikoj mjeri, u velikoj mjeri ili u dovoljnoj mjeri*) u učionicama i kabinetima u kojima izvode nastavu matematike. Izuzetno mali broj ispitanika (23 ili 10.45%) smatra da *u maloj mjeri* imaju dostupnu navedenu opremu u učionici u kojoj rade, dok je ostalih 197 ispitanika ili 89.55% pri stavu da *u izuzetno maloj mjeri* ima dostupnu opremu u neposrednoj nastavnoj praksi u školi u kojoj rade. Dobijeni odgovori potvrđuju našu pretpostavku da i pored afirmativnog mišljenja nastavnika o ICT-u u nastavi matematike ona je na izuzetno niskom nivou primjenljivosti usljed nedostatka iste u radnom prostoru nastavnika.

Tabela 6. Frekvencija odgovora ispitanika po pitanju iskustva u realizaciji početne nastave matematike uz primjenu ICT-a

U kojoj mjeri imate iskustvo u realizaciji početne nastave matematike uz primjenu ICT-a?	Broj ispitanika	Procenat
U izuzetno velikoj mjeri	0	0.00%
U velikoj mjeri	0	0.00%
U dovoljnoj mjeri	0	0.00%
U maloj mjeri	137	62.27%
U izuzetno maloj mjeri	83	37.72%
Ukupno	220	100%

Na osnovu utvrđivanja stava nastavnika o *iskustvu u realizaciji početne nastave matematike uz primjenu ICT-a* dobili smo podatke (Tabela 6) koji nam kazuju da je najveći broj ispitanika (137 ili 62.27%) pri stavu *u maloj mjeri*, dok ostali dio ispitanika (83 ili 37.72%) *u izuzetno maloj mjeri* ima iskustvo u korišćenju informacione komunikacione tehnologije u realizaciji početne nastave matematike. Po pitanju iskustva nastavnika u realizaciji početne nastave matematike uz primjenu ICT-a imamo zaista zabrinjavajuću situaciju koja se može objasniti nedostatkom ICT-a u nastavnom ambijentu (učionici/kabinetu). Dakle, dobijeni odgovori ispitanika upućuju na mišljenje da u školama ne postoje adekvatni uslovi za primjenu ICT-a u realizaciji nastave uopšte, a samim tim i nastave matematike, što je zaista neshvatljivo za organizaciju nastave u eri razvoja i primjene informacione tehnologije.

Tabela 7. Frekvencija odgovora ispitanika po pitaju potrebe za ICT-om u početnoj nastavi matematike

U kojoj mjeri smatrate da je ICT potrebna u realizaciji početne nastave matematike?	Broj ispitanika	Procenat
U izuzetno velikoj mjeri	144	65.45%
U velikoj mjeri	76	34.54%
U dovoljnoj mjeri	0	0.00%
U maloj mjeri	0	0.00%
U izuzetno maloj mjeri	0	0.00%
Ukupno	220	100%

Na osnovu dobijenih podataka možemo konstatovati da nastavnici dominantno smatraju da je ICT potrebna u realizaciji početne nastave matematike. Najveći broj ispitanika (144 ili 65.45%) dijeli mišljenje da je ICT *u izuzetno velikoj mjeri* potrebna, dok je nešto više od trećine ispitanika (76 ili 34.54%) pri stavu da je ICT *u velikoj mjeri* potrebna u realizaciji početne nastave matematike. Dobijeni odgovori ispitanika su ohrabrujući po pitanju shvatanja značaja ICT-a u nastavnom procesu, što je dobra pretpostavka želje i potrebe nastavnika da primijeni tehnologiju novije generacije u realizaciji nastave matematike u mlađim razredima osnovne škole.

Tabela 8. Frekvencija odgovora ispitanika po pitaju mišljenja nastavnika o ICT-u kao izazovu ili potrebi u početnoj nastavi matematike

Da li je ICT po vašem mišljenju više izazov ili potreba u početnoj nastavi matematike?	Broj ispitanika	Procenat
Izazov	0	0.00%
Potreba	220	100%
Ukupno	220	100%

Interesantno je da na pitanje kako nastavnici posmatraju ICT u početnoj nastavi matematike imamo potpuno jednoglasan stav svih ispitanika, bez obzira na strukturu uzorka po radnom iskustvu i stručnoj spremi. Svi nastavnici (220 ispitanika ili 100%) ICT smatraju potrebom, a ne i izazovom u početnoj nastavi matematike. Ovakav odgovor ispitanika je produkovan nedostatkom savremene opreme u nastavi matematike koja postaje njihova sušta potreba u cilju modernizacije procesa učenja, kvalitetnijeg obrazovanja učenika i emancipovanijeg razvoja nastavničke profesije.

Na otvoreno pitanje utvrđivanja realnih problema koji otežavaju ili onemogućavaju primjenu ICT-a u realizaciji početne nastave matematike

ispitanici su iznijeli brojne probleme iz nastavne prakse od kojih izdvajamo najučestalije:

- neopremljenost učionica savremenom informacionom tehnologijom,
- neposvećenost institucije inoviranom načinu učenja,
- nemotivisanost nastavnika za primjenu ICT-a u nastavi,
- nedostatak programa za primjenu ICT-a u realizaciji matematičkih sadržaja,
- preovlađujući tradicionalni pristup učenju,
- neusklađenost udžbenika matematike sa informacionim sistemom poučavanja,
- nekompetentnost nastavnog kadra.

Dobijeni odgovori ispitanika ukazuju na to da nastavnici ističu kao najproblematičnije nedostatak ICT-a u učionicama i tu još ističu neposvećenost institucije inoviranom načinu učenja, ali isto tako uočavamo prisutnu samokritičnost koja se prepoznaje u nemotivisanosti nastavnika za inovativne modele učenja i nekompetentnosti nastavnika za organizaciju nastavnog procesa uz ICT podršku.

Nastavnicima smo na kraju dali mogućnost da daju prijedlog mjera, iz svog ugla, za unapređenje nastavne prakse u realizaciji matematičkih ciljeva u prva dva ciklusa osnovne škole uz primjenu ICT-a. U tom pravcu smo dobili zaista konstruktivne prijedloge koji su se odnosili na: opremanje radnog prostora savremenom informacionom tehnologijom, osposobljavanje nastavnika za primjenu ICT u radu, pripremanje i prilagođavanje udžbeničke literature informacionom sistemu učenja, nabavku i instalaciju matematičkih softvera za sticanje i utvrđivanje matematičkih znanja u školi.

Zaključak sa prijedlogom mjera

Globalno obrazovanje postavlja nove standarde kojih se svako društvo mora prihvatiti ukoliko želi da postane dio razvijenog svijeta. Ti standardi prije svega zahtijevaju prilagođavanje nastavnog procesa stvarnom životu. Zato se čini da će vrlo brzo doći dan uvođenje novih – savremenih sistema za učenje. Savremena informaciona tehnologija je danas postala masovno primjenljiva kako u nastavnom procesu tako u svakodnevnom životu pojedinca. Matematička pismenost postaje prepoznata kao okosnica globalnog društvenog razvitka, što će značajno uticati na osavremenjivanje nastave matematike od njenih najranijih koraka.

Istraživanje je pokazalo da su nastavnici svjesni i podržavaju ICT u nastavi matematike kao izuzetno važno potporno sredstvo, te da se smatraju

u velikoj mjeri osposobljenim za realizaciju nastave matematike uz podršku ICT-a, ali da je vrlo malo ili uopšte ne koriste u radu usljed njene nedostupnosti u neposrednoj nastavnoj praksi (učionici/kabinetu), što implicira minimalna iskustva nastavnika u realizaciji nastave matematike u mlađim razredima osnovne škole uz primjenu ICT-a. No, i pored navedenih poteškoća, mišljenja nastavnika o ICT kao potrebi u početnoj nastavi matematike su izuzetno visoka pa istu doživljavaju isključivo kao potrebu, ali ne i izazov u svom radu. Uvažavajući činjenicu da učenici na ranom školskom uzrastu odrastaju u sredini u kojoj se koristi savremena informaciona tehnologija, to imaju pravo da im se organizuje nastava ne samo matematike već i drugih nastavnih predmeta uz podršku ICT-a. Početna nastava matematike, kao dio ukupnog nastavnog procesa, ne bi trebalo da predstavlja barijeru u razumijevanju i usvajanju matematičkih pojmova uz podršku ICT-a. Uzimajući u obzir sve relevantne faktore do kojih smo istraživanjem došli, uključujući prijedloge ispitanika po pitanju unapređenja procesa sticanja matematičkih znanja u mlađim razredima osnovne škole kroz primjenu ICT-a, predlažemo sljedeće mjere:

- opremanje učionica savremenom ICT opremom,
- inoviranje programskih sadržaja u skladu sa novom tehnologijom učenja,
- obezbjeđivanje adekvatnih programskih softvera,
- organizovanje obuke nastavnika za korišćenje ICT-a u nastavi.

Literatura

Atanasoska, T. (2005). Osposobljavanje nastavničkoga kadra za primenu informacione tehnologije u nastavi, *Tehnologija informatika obrazovanje*, br. 3, Beograd – Novi Sad: Institut za pedagoška istraživanja, Centar za razvoj i primenu nauke, tehnologije i informatike, 203–206.

Berković, I., Brtko, V. (2003). Obrazovni računarski softveri potpomognuti inteligentnim agentima, *Tehnologija, informatika, obrazovanje*, br. 3, Beograd – Novi Sad: Institut za pedagoška istraživanja i Centar za razvoj i primjenu nauke, tehnologije i informatike, 139.

Buljubašić-Kuzmanović, V. (2007): Studentska prosudba učinkovitosti integrativnog učenja, *Odgojne znanosti*, Vol. 9, br. 2. 147–160.

Fields, M. V., Boesser, C. (1988) *Constructive Guidance and Discipline*, Merrill, Prentice Hall: New Jersey, Columbus, Ohio.

Jensen, E. (2003). *Super-nastava: nastavne strategije za kvalitetnu školu i uspješno učenje*, Zagreb: Educa.

Kyriacou, C. (2001). *Temeljna nastavna umjeća*, Zagreb: Educa.

Lee, Y-J., Kim, M., Yoon, H-G. (2015). The Intellectual Demands of the Intended Primary Science Curriculum in Korea and Singapore: An analysis based on revised Bloom's taxonomy, *International Journal of Science Education*.

Mićanović, V. (2007). Računar u početnoj nastavi matematike, *Vaspitanje i obrazovanje*, br. 2, Podgorica: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, 199.

Mićanović, V. (2013). Individualizacija početne nastave matematike, *Vaspitanje i obrazovanje*, br. 2, Podgorica: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, 119–129.

Petrović, N., Pinter, J. (2006). *Metodika nastave matematike*, Sombor: Pedagoški fakultet.

Radojičić, L. (2011). Integrativna nastava u savremenom obrazovnom procesu, *Obrazovna tehnologija*, br. 4, Beograd: Učiteljski fakultet, 367–378.

Spremić, A. (2007): Integrativna nastava, *Obrazovna tehnologija*, br. 1–2, Beograd: Učiteljski fakultet, 74–80.

Stanisavljević-Petrović, N. (2009). Uloga nastavnika i primena obrazovne tehnologije u školi, *Tehnologija informatika obrazovanje za društvo učenja i znanja*, br. 5, II dio, Novi Sad – Beograd, IPI: Fakultet tehničkih nauka, Centar za razvoj i primenu nauke, tehnologije i informatike, Institut za pedagoška istraživanja, Prirodno-matematički fakultet, 247–261.

Veselin Mićanović

University of Montenegro

Faculty of Philosophy – Study program for teacher training

Nikšić

ICT AS A CHALLENGE OR NEED IN INITIAL TEACHING OF MATHEMATICS

Summary: The paper presents a research on the use of ICT in teaching mathematics in lower grades of elementary school. In the initial teaching of mathematics, in spite of numerous curriculum reforms, textbooks, worksheets and workbooks remain predominantly used. Whether they are sufficient and the only source of knowledge in the XXI century is becoming a very sensitive issue. ICT on the other hand offers many possibilities and greatly facilitates the process of understanding the learned content.

The aim of this paper is to examine the opinion of teachers on the use of ICT in teaching mathematics, determine the need for its use in the teaching process and identify problems that impede and/or prevent its application in the implementation of learning outcomes in mathematics at an early school age. The sample of the research included two hundred twenty teachers from first to fifth grade in six cities in Montenegro. The research has shown that ICT is needed in the organization and realization of the initial teaching of mathematics, but due to its lack in educational institutions, its use becomes impossible.

Keywords: ICT, initial teaching of mathematics, students, teachers.

Марија Милинковић
ОШ „Десанка Максимовић”
Београд

DOI: [10.46793/MANM4.146M](https://doi.org/10.46793/MANM4.146M)
УДК: 004:51:373.046-021.64

КРИТИЧКА РАЗМИШЉАЊА О КОРИШЋЕЊУ ИНФОРМАЦИОНИХ ТЕХНОЛОГИЈА У ПОЧЕТНОЈ НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ

Айсџпракџ: Овај рад даје преглед емпиријских студија које су истраживале имплементацију и употребу рачунара у настави математике, односно приказ тренутног стања технологије и њене употребе у математичком образовању. Циљ рада је евалуација истраживачких питања, методологија и теорија кроз оквире метафоре „дидактичког четвороугла”. Наша анализа показује да је потребна синтеза и интегрисање досадашњих теоријских оквира о учењу математике уз помоћ информационих технологија. Иако је значајан број истраживачких питања која се односе на учење математике уз помоћ технологије, многа питања остају без одговора. На крају рада, истичемо недовољно помињане теме и потребе за даљим дискусијама које могу допринети будућим квалитетним студијама.

Кључне речи: почетна настава математике, информационе технологије, дидактички четвороугао, настава, учење.

Увод

Савремена настава је добила своју четврту компоненту и традиционални дидактички троугао увођењем рачунара и образовних софтвера проширила на „дидактички четвороугао”. Ученик, наставник, градиво и рачунари са образовним софтверима постали су нови дидактички систем. Наместовски (2008) сматра да ученици могу своја већ стечена знања да прошире и примене уз помоћ информационо-комуникационих технологија јер савремени приступи у настави имају за циљ да се стечено теоријско знање примени у пракси. Рачунари пружају ученицима прилику да уче математику као истраживачку и динамичну дисциплину, а не као скуп закона који се уче напамет. Иако је језик математике заснован на правилима која се морају научити, за мотивацију ученика је битно да се крећу изван правила како би могли да искажу ствари на језику математике.

Примена компјутера у настави математике укључује напор који се фокусира на проналажење решења и истраживање образаца а не само меморисање формула, као и на формулисање претпоставки а не само обраду задатака.

Познавање и коришћење информационих технологија у савременом свету представља један од основних елемената писмености и опште културе. Развој информационих технологија је у последњих десетак година донео значајне промене у образовању. Опремање школа савременом рачунарском опремом и информатичко описмењивање представља један од приоритета сталног побољшања образовног система. Обухваћена тема укључује преглед студија које су истраживале употребу рачунара у настави математике, ефикасност разних програма за учење и подучавање математике и истраживања која су се бавила предностима подучавања уз помоћ рачунара, али такође се наводе и запажени недостаци као и питања професионалног развоја учитеља. На крају рада истакнуте су теме и потребе за даљим дискусијама које могу допринети будућим студијама о учењу математике уз помоћ технологије.

Приказ тренутног стања технологије и њене употребе у математичком образовању

У овом делу рада дат је приказ тренутног стања технологије и њене употребе у математичком образовању. Иако су сличне теме биле део разних радних група, у овом делу ћемо се осврнути на конференције Конгреса европског истраживања математичког образовања (CERME). Првобитно, питања везана за учење уз помоћ технологије на Конгресу спадала су под категорију „Средства и технологије”. Касније је назив промењен у „Средства и технологија у математичкој дидактици” од другог до петог конгреса и „Технологије и ресурси у математичком образовању” од шестог до осмог конгреса, што је већ указивало на унапређивање. Растући интерес за ову тему и све више истраживања довело је до поделе на две групе на деветом конгресу. Већина радова се фокусирала на понашање ученика и учење приликом коришћења технологија. На пример, квалитативно емпиријска студија чији су аутори Каја, Акчакин и Булут (Kaуа, Аксакin, Bulut, 2013) (о којој се говорило на 8. конгресу) односи се на истраживачко питање: „Да ли употреба Геогебре путем интерактивних белих табли као наставно средство утиче на успех ученика у геометрији?” Исто тако, експериментална истраживања Килка (Kilic, 2013) о софтверима који утичу на развој геометријског мишљења и способности доказивања у геометрији. Мисфелд и Ејсинг Дун (Misfeldt, Ejsing-Duun, 2015) дали су свој допринос учењу математике кроз програмирање. Огроман број студија

показује позитиван однос између употребе компјутера и развоја математичког мишљења у школи, као и да се применом информационих технологија и мултимедијалних презентација многи математички садржаји могу учинити уочљивијим и занимљивијим. Зарнис (Zarnis, 2012) је испитивао утицај информационих технологија на побољшање постигнућа ученика првог разреда при учењу кругова, троуглова, правоугаоника и квадрата. Резултати студија су показали да су настава и учење интерактиван процес захваљујући информационим технологијама и да имају позитиван ефекат на учење кругова, троуглова, правоугаоника и квадрата.

Рачунари су део живота деце још у раном детињству, као и ученика млађих разреда. Размера рачунара и ученика се мења из године у годину, и то од 1:125 1984. године, до 1:22 1990. године и 1:10 1997. године (Clements, 2002). У једном истраживању наставника и деце у четвртном разреду основне школе из 2006. године, примећено је да је, у поређењу са ситуацијом из 2001. године, употреба нових технологија у школи порасла (Eurydice, 2009: 207). Бектин податак из 2009. године показује да информационе технологије користи скоро половина ученика основне школе најмање једном недељно, односно 46% у настави математике (Becta, 2009). У контексту наставе и учења математике, технологија обухвата коришћење рачунара и одговарајућих математичких софтвера, Јава алате за интеракцију са математичким проблемима, софтвере за геометријску анализу података, тестирање знања ученика. У Великој Британији, Европи, САД и на другим местима, последњих година је дошло до стабилног уграђивања дигиталних и умрежених технологија у учионицу, са употребом интерактивне беле табле, виртуелних окружења за учење, образовних компјутерских игара и све већег ослањања на интернет апликације.

Истраживања која су спровеле многобројне институције (Becta, Unesco, ISTE, Iso Dynamic и др.) показују да адекватна употреба информационе технологије повећава квалитет наставе и исходе учења (Ристић, Радовановић, 2013: 93). Адекватно употребљен рачунар са образовним софтверима омогућава да ученици могу напредовати индивидуално, у складу са својим предзнањима и интересовањима. Анализа међународног истраживања ПИСА открила је да они који понекад користе компјутере или интернет у школи остварују боље резултате од оних који их никад не користе. Постоји позитивна повезаност између дужине коришћења информационих технологија и учинка ученика на ПИСА тестовима из математике. „Приступ интернету побољшава резултате ученика у националним тестовима из енглеског језика, математике и природних наука” (Livingstone, 2012). У истраживању из 2007. године које су спровели Леј и Цао (Lei, Zhao, 2007) у основним школама, просечне оцене су побољшане само из предмета везаних за употребу технологије, тј. за софтверске ресурсе или игре које су произведене да подрже елементе плана и програма из

наставе математике и историје. Технологија може пружити ђацима моћне алате за рачунање, конструкцију, визуелно представљање градива и на тај начин им омогућити приступачнијим математичке садржаје и концепте који би им иначе били исувише сложени за истраживање (Милутиновић, 2014: 216). Софтвер за вежбање може да помогне млађој деци да развијају способност у вешинама као што су бројање и разврставање. Нарочито у когнитивном пољу математике, евалуација исхода учења везаних за учење математике на рачунару код ученика је показала да учење уз помоћ рачунара може знатно да помогне у развоју одговарајућих математичких вештина и дубљег концептуалног мишљења у поређењу са традиционалном методом учења. Уколико су правилно одабране, компјутерске игрице могу бити ефективне. Ученици другог разреда који су провели у просеку један сат играјући компјутерске игрице у току две недеље су одговорили тачно на дупло више питања на тесту из математике од ученика у контролној групи (Clements, 2002). У једном приступу, деца су истраживала облике користећи графичке програме. Истраживачи (Zaranis, 2012) су приметили да деца уче и разумеју и примењују појмове као што су симетрија, шеме и просторни ред. На пример, једна девојчица је преклапајући два троугла како би добила квадрат, створила трећи троугао који јој програм није задао. Компјутерско искуство је навело децу да истражују, што је проширило границе онога што они могу да ураде. У Великој Британији је спроведено истраживање које је показало да дигиталне игре у настави код ученика позитивно утичу на решавање проблема, као и на развијање математичког мишљења, моторике и др. У једној студији (Clements, 2002) учитељ је давао помоћне инструкције, подстицао је децу да раде заједно, тражећи од њих да размишљају и разговарају о својим плановима пре рада на компјутеру, испитујући их о њиховим плановима и стратегијама. Деца су заједно радила на задатку и завршила ефикасно своје задатке, показала су висок ниво математичког расуђивања о геомеријским фигурама, као и о бројевима и мерама. Баланс између навођења учитеља и сталног испитивања од стране деце је неопходан како би деца научила да присвоје нову технологију. Дискусија целе групе помаже деци да причају о својим стратегијама решења и да размисле о томе шта су научили, што је такође добра страна подучавања у дидактичком четвороуглу.

Истраживање које је спроведено код нас показало је да учење помоћу компјутера повољно утиче на повећање мотивисаности ученика за учење математике, без обзира на претходни успех из овог предмета. Основни циљеви извођења наставе помоћу компјутера јесу упознавање ученика са математичким појмовима и идејама уз више очигледности, мотивација ученика за самосталан рад и експериментисање. Пружа им се шанса да буду активни у учењу, да сами бирају задатке које ће решавати или да више пута понављају исте, као и да добију брзо решење задатка (Цветковић, 2014: 264).

Лидија Краљ (Краљ, 2008) изваја нека запажања о информационим технологијама, од којих ћемо у раду навести следећа.

1. ИКТ утиче позитивно на образовна постигнућа у основној школи.
2. Постоји позитивна веза између дужине периода употребе ИКТ-а и успеха ученика на ПИСА математичким тестовима.
3. Школе које су боље опремљене ИКТ-ом постижу боље резултате од школа које су недовољно или мало опремљене ИКТ-ом.
4. Преко 86% европских учитеља сматра да су ученици мотивисанији и пажљивији када се у раду користе рачунари и интернет.
5. ИКТ чини учење успешнијим јер мултимедијална наставна средина активира сва чула ученика.

Међутим, у многим школама информационе технологије су непожељне јер запослени нису образовани како да их ефикасно користе у настави. Запажање пројекта „Деца иду онлајн” (Children go online) у Великој Британији извештава о недостацима који се јављају у настави математике уз помоћ рачунара. Наиме, у једној студији случаја десетогодишњакиња је играла математичку игру где је морала да наводи брод око мапе Шкотске уписујући правац у степенима и удаљеност у километрима. Пошто девојчица није прочитала упутства и није схватила суштину, она је изгубила у више наврата, на крају одустајући и не добијајући повратну информацију од учитеља шта је учинила погрешно (Livingston, 2012). Позитивни знаци у студијама случаја као што је овај наводе мотивационе и креативне могућности информационих технологија у почетној настави математике, међутим постоје и они који расправљају о томе да је технологија мање битна у односу на то како се она користи. Наведено је и да је играње игрица одвлачило пажњу ученицима који имају потешкоће у учењу. Кокс и Маршал (Cox, Marshall, 2007: 64) примећују да „до сада нисмо имали лонгитудалних студија великих размера о утицају информационих технологија”. Критички разматрајући, они сматрају да нема довољно убедљивих доказа да информационе технологије подржавају учење у настави математике, нема лонгитудиналних и/или националних процена које су усмерене на доказивање да су побољшани традиционални резултати у почетној настави математике применом технологија. Они су такође истакли да допринос информационих технологија веома зависи од врсте ресурса и предмета у ком се користи, што је у супротности са претпоставкама да само зато што деца воле да користе технологију то им само по себи даје мотивацију која побољшава учење. У већини земаља школе су у фази усвајања информационих технологија и одликује их неуједначена употреба. Баланскат сматра да постоји неко унапређивање учења и развој, али да нема дубљег побољшања у настави (Balanskat et al., 2006: 2). Оно што се може закључи-

ти јесте да коришћење информационих технологија увећава мотивацију ученика и интернет омогућава интерактивне облике наставе, дајући места за заједничко учење, што је такође валидан подухват. Резултати разних истраживања у свету су доступни и треба искористити сазнања других, али не простом имплементацијом већ првенствено прилагођавањем нашем образовном систему уз потребну обуку наставника, чиме би се креирао најбољи концепт примене информационих технологија у почетној настави математике.

Професионални развој

Информационе технологије се третирају као средство за подучавање и учење. Потребно је да се будући наставници и учитељи оспособе, како би успешно примењивали информационе технологије у реализацији математичких садржаја. „Учитељ мора бити компетентан како би могао успешно да планира када ће и у којем обиму моћи да користи информациону технологију за боље разумевање и квалитетније усвајање математичких појмова” (Мићановић, 2012: 56). Активност наставника да интегришу технологију у дидактички троугао и тиме прошире систем на дидактички четвороугао зависи од неколико детерминанти, пре свега личних, институционалних и друштвених. Истраживачи као што су Ратвен (Ruthven, 2009), Дријверс (Drijvers et al., 2010) и Абуд-Бланшард (Abboud-Blanchard, 2014) наглашавају да је неопходно бавити се питањима професионалног развоја оних наставника који нису стручњаци за технологију и по њиховом мишљењу раде у неексперименталним условима. Разна истраживања које су спровели Завод за статистику, Удружење професора информатике Србије, Извршна агенција за образовање медије и културу Европске уније доказују да је на нашим просторима становништво слабо информатички писмено. Истраживања у Србији (Милутиновић, 2014: 215) указују на то да наставници математике технологију углавном користе недовољно и неадекватно у својој настави, како у основним тако и у средњим школама.

Информационе технологије унапређују учење и наставу и подстичу брже усвајање знања, али ипак оне нису толико укључене у праксу свакодневног живота. Школе теже мењају наставне планове како би убациле компјутере у учионицу, учитељи имају тешкоће у успостављању везе између традиционалне наставе и образовне технологије; иако технологије могу учинити учење математике погоднијим, то захтева улагање у обуку наставника и припрему материјала како би такво учење постало ефикасније. Промене носе са собом и могућности и изазове на часовима математике али и у школама уопште, јер увођење информационих технологија подразумева разне обуке, мењање наставног плана и програма и поставља

се питање да ли се друштво заиста жели трансформисати како би се технологије уградиле у образовну структуру. Увођење технологије у учионице је захтеван процес у погледу ресурса, али далеко је захтевније обезбеђивање услова за његово ефикасно коришћење. Промена школа је дуготрајан и захтеван процес и много инвестиција тек треба да покаже значајније побољшање у образовној пракси и исходима. Емпиријска истраживања наше наставне праксе, првенствено ставова наставника разредне наставе и будућих учитеља о употреби рачунара представља одраз стања, али и основа је за будућа истраживања педагошке праксе. Истраживање које је спровео Мићановић (Мићановић, 2012) показује да постоје позитивне тенденције у погледу оспособљавања учитеља да користе информационе технологије, али и да постоје бројни проблеми које треба отклонити. Слажемо се са наводима аутора (Ruthven, 2009; Drijvers et al., 2010; Мићановић, 2012; Сарачевић, 2012; Abboud-Blanchard, 2014) да је неопходно стручно усавршавање учитеља у почетној настави математике за коришћење информационих технологија у наставном процесу, да знатан број учитеља у наставној пракси није оспособљен за практичну примену информационих технологија у реализацији почетних математичких садржаја и у великом броју школа не постоје објективни услови за примену информационих технологија. Занимљиво јесте упоредити налазе истраживања и прегледна истраживања стране теорије и праксе са налазима истраживања из домаће наставничке праксе. Наставницима је потребно обезбедити све услове, адекватно образовање и праксу како би на што бољи начин користили рачунаре у настави математике и оне моделе који су се показали као ефикасни.

Закључак

Ефикасно интегрисање технологије у наставни план и програм захтева напор, време и посвећеност, а наставници морају имати помоћ при учењу како да интегришу компјутере у наставу, користећи оне моделе који су се показали као ефективни. Разна истраживачка питања се брзо појављују и пре него што се претходна довољно истраже, потребна је синтеза и интегрисање досадашњих теоријских оквира о учењу математике уз помоћ технологије. Иако је значајан број радова који се односе на учење уз технологију, многа питања остају као тема неким од наредних истраживања. На пример, шта је најбитнији математички садржај који постоји на интернету и како га пронаћи, који је добар онлајн материјал за учење, како интернет апликације доприносе мотивацији у настави математике. Истраживања која се односе на рад са специфичном групом ученика (ученици са лошим успехом, даровити ученици, ученици са инвалидитетом) у дидактичком четвороуглу остају важна питања за будућа истраживања.

Како бисмо стекли праву слику о стању информатичке писмености код ученика млађих разреда и њихових учитеља на нашим просторима потребно је спровести истраживање, важно је утврдити и слику стања опрема из школа и квалитета стечених знања у случају редовног коришћења информационалних технологија. Емпиријска истраживања наше наставне праксе, првенствено ставова наставника разредне наставе и будућих учитеља о употреби рачунара представља одраз стања, али и основа је за будућа истраживања педагошке праксе. Занимљиво јесте упоредити налазе истраживања и прегледна истраживања стране теорије и праксе са налазима истраживања из домаће наставничке праксе.

Унапређивање наставе је сложен процес, информациона технологија сама по себи неће допринети унапређивању наставног процеса. За ефикасно интегрисање технологије у почетну наставу математике неопходно је оспособљавање наставника, развијање њихових компетенција од почетка њиховог образовања током студија. Неки психолози наглашавају замерку да однос човека са машином никада не може имати онај квалитет као однос човека са човеком, односно да је комуникација ученика и наставника природнија и богатија него када ученик комуницира са рачунаром. Међутим, психолошку баријеру треба премостити, јер рачунар у настави математике не служи да замени наставника него да га допуни и од дидактичког троугла унапреди наставу у дидактички четвороугао. Проблем се не налази у великом очекивању од информационалних технологија у образовању, већ у чињеници да потпуна и квалитетна примена информационалних технологија у организацији наставе математике захтева темељне промене, почевши од окружења у коме се одвија настава и учење било ког предмета. У већини школа у Србији, али и у другим земљама, примењује се традиционалан начин рада уз мање помаке у коришћењу информационалних технологија. Последица тога је спори напредак који је често везан за економски развој државе. Примена информационалних технологија у образовању није само техничко питање, већ се поставља питање приоритета у финансирању, мисији и визији школа. При дефинисању образовних циљева треба узети у обзир нове могућности које пружа технологија, интернет, мултимедија. Резултати бројних истраживања у свету су доступни и треба искористити сазнања других, али не простом имплементацијом већ првенствено прилагођавањем нашем образовном систему, уз потребну обуку стручњака, чиме би се креирао најбољи концепт примене информационалних технологија.

Литература

Мандић, Д. (2003). *Дидактичко-информатичке иновације у образовању*, Београд: Медиаграф.

Милинковић, Ј. (2006). *Оптеди о учењу и настави математике*, Београд: Учитељски факултет.

Милутиновић, В. (2014). Анализа искуства и намере употребе рачунара у настави математике будућих учитеља и наставника математике, *Зборник радова са шреће међународној скуа Методички основи настава математике III*, 213–230.

Мићановић, В. (2012). Информациона технологија у функцији унапређења квалитета почетне настава математике, *Иновације у настави*, XXV (4), 55–66.

Наместовски, Ж. (2008). *Ушцај примене савремених наставних средстава на повећање ефикасности настава у основној школи*, магистарски рад, Зрењанин: Технички факултет „Михајло Пупин”.

Ристић, М., Радовановић, И. (2013). *Интернет у образовању*, Београд: Учитељски факултет.

Сарачевић, М. (2012). Иновације и унапређивање настава математике применом јава аплета у системима за е-учење, *Настава и васпитање*, LXI, (4), 723–739.

Цветковић, Ј. (2014). Развијање интересовања за математику код деце школског узраста применом компјутера у настави, *Зборник радова са шреће међународној скуа Методички основи настава математике III*, 259–275.

Abboud-Blanchard, M. (2009). Teachers and technologies: shared constraints, common responses, *The Mathematics Teacher in the Digital Era: An International Perspective on Technology Focused Professional Development*, London: Springer, 297–318.

Balanskat, A., Balmire, R., Kefala, S. (2006). *The ICT impact report: A review of studies of ICT impact on schools in Europe*, European Schoolnet.

Becta (2009). *Harnessing technology review 2009: The role of technology in education and skills*, Coventry, Becta.

Clements, D. H. (2002). Computers in early childhood mathematics, *Contemporary Issues in Early Childhood*, 3(2), 160–181.

Cox, M. J., Marshall, G. (2007). Effects of ICT: Do we know what we should know?, *Education and Information Technologies*, 12 (2), 59–70.

Dissanayake, S. N., Karunananda, A. S., Lekamge, G. D. (2007). Use of computer technology for the teaching of primary school mathematics, *OUSL Journal*, 4, 33–52.

Drijvers, P. et al. (2010). The teacher and the tool: Instrument orchestrations in the technology-rich mathematics classroom, *Educational Studies in Mathematics*, 75, 213–234.

Eurydice (2009). *Key data on education in Europe*, Brussels: European Commission.

Kaya, G., Akcakin, V., Bulut, M. (2013). The Effects of Interactive Whiteboards on Teaching Transformational Geometry with Dynamic Mathematics Software, In: *Proceedings of CERME* (Vol. 8).

Keong, C. C., Horani, S., Daniel, J. (2005). A study on the use of ICT in mathematics teaching, *Malaysian Online Journal of Instructional Technology*, 2(3), 43–51.

Kilic, H. (2013). The effects of dynamic geometry software on learning geometry, In: *Proceedings of CERME* (Vol. 8).

Lei, J., Zhao, Y. (2007). Technology uses and student achievement, *Computers & Education*, 49, 284–296.

Livingstone, S. (2012). Critical reflections on the benefits of ICT in education, *Oxford Review of Education*, 38(1), 9–24.

Misfeldt, M., Ejsing-Duun, S. (2015). Learning mathematics through programming, In: *Proceedings of CERME* (Vol. 9).

Ruthven, K. (2009). Towards a naturalistic conceptualisation of technology integration in classroom practice: The example of school mathematics, *Education of Didactique*, 3(1), 131–149.

Todorova A., Trgalova, J. (2016). Learning mathematics with technology, In: *Proceedings of CERME* (Vol. 10).

Zaranis, N. (2012). The use of ICT in preschool education for geometry teaching, In: R. Pintó, V. López, C. Simarro (Eds.), *Proceedings of the 10th International Conference on Computer Based Learning in Science, Learning Science in the Society of Computers*, Barcelona, Spain: Centre for Research in Science and Mathematics Education, 256–262.

Marija Milinković

Primary school "Desanka Maksimović"

Belgrade

CRITICAL THINKING OF THE USE OF INFORMATION TECHNOLOGIES IN THE INITIAL TEACHING OF MATHEMATICS

Summary: This paper reviews empirical studies which researched the implementation and use of computers in teaching mathematics, that is the representation of the current state of the technology and its use in mathematics education. The aim of the paper is to evaluate research questions, methodologies and theories through the framework of the "didactical tetrahedron" metaphor. The analysis has showed that it is necessary to synthesize and integrate the previous theoretical framework on learning mathematics with the help of information technologies. Even though there is a significant number of research questions related to learning mathematics using technologies, a lot of questions remain unanswered. The final part of the paper highlights the insufficiently mentioned topics and the need for further discussions that can contribute to future quality studies.

Keywords: initial teaching of mathematics, information technologies, didactical tetrahedron, teaching, learning.

Ирена Б. Голубовић-Илић
Универзитет у Крагујевцу
Факултет педагошких наука у Јагодини

DOI: [10.46793/MANM4.157GI](https://doi.org/10.46793/MANM4.157GI)
УДК: 371.311.4::51
371.311.4::3/5

ПОЧЕТНИ МАТЕМАТИЧКИ ПОЈМОВИ КРОЗ УПОЗНАВАЊЕ ОКОЛИНЕ

Апстракт: С обзиром на чињеницу да једна особа – *васпитач* реализује васпитно-образовни процес из свих области рада и има целовит увид у предзнања, могућности и постигнућа деце, реализација усмерених активности пружа посебне погодности за примену корелације и интегративног приступа. Околина за дете представља неисцрпни извор знања, утисака, емоција, доживљаја. Она подстиче дете да свакодневно богати своја сазнања и искуства, да истражује, открива, развија своје мишљење, вештине и умећа. Особине предмета и појава у својој околини деца би требало да упознају сопственом активношћу – посматрањем, поређењем, практичним радњама, испробавањем и проверавањем претпоставки, функционалним и конструктивним играма, итд. С обзиром на то да своје окружење деца посматрају целовито и синтетички, као јединствену целину, интердисциплинарни и комплексни садржаји Упознавања околине омогућавају различите начине корелације и интеграције са садржајима осталих области рада. У раду ће бити истакнуте и критички сагледане могућности планирања и организације усмерених активности из Методике упознавања околине и Методике развоја почетних математичких појмова применом интегративног приступа и корелације, наведени и илустровани конкретни примери реализације одређених садржаја. Искуства показују да интегративни васпитно-образовни рад, осим усвајања знања, доприноси и развијању мисаоних способности, креативности, физичких, конативних и социјалних компетенција не само деце, већ и васпитача.

Кључне речи: интеграција, корелација, интегративни приступ, Методика упознавања околине, Методика развоја почетних математичких појмова.

Увод

Чињеница од које смо у овом раду пошли јесте да би знања која деца усвајају у предшколским установама требало да буду функционално и смислено повезана. Садржаји једне области рада не би требало да у потпуности буду одвојени, неповезани и изоловани од других области

васпитно-образовног рада, као што је то случај са предметима у основној школи. Строго дисциплинаран приступ, у коме су појаве и догађаји разврстани као предметна подручја одређених наука, на предшколском (деца 3–6 година) узрасту није ни погодан ни пожељан јер деца овог узраста појавама и збивањима из свог окружења прилазе целовито, „полазећи од њихових међусобних и видљивих веза” (Спремић-Солаковић, 2009: 401). Остваривање „дубље” везе међу областима рада и њихово повезивање на вишем нивоу, што за последицу има развој виших облика мишљења и стицање функционалних знања, омогућава *интегративни приступ* васпитно-образовном раду.

Предности и значај интегративног приступа

Интегративни приступ, према Ђорђевићу, подразумева „сагледавање различитих димензија једног проблема, из различитих углова и са различитих страна” (Ђорђевић, 2007: 77). *Интеграција* је процес или појава која за резултат има целовитост, међусобну (унутрашњу или спољашњу) повезаност самих делова одређене области, научне дисциплине, наставног предмета. Подразумева међусобно повезивање васпитно-образовних садржаја из различитих области рада.

Интегративни приступ пружа могућности за учење путем открића, учење истраживањем, кооперативно учење, искуствено учење, учење кроз игру, а дете у игри развија бројне способности (перцептивно-моторне, интелектуалне, социоемоционалне, комуникационе и креативне), које последично постају све отвореније за нове активности, у оквиру „зоне наредног развитака” (Vigotski, 1996).

Интеграцијом садржаја избегава се непотребно понављање, штеди се време и енергија (Спремић-Солаковић, 2009: 408), а знања која се усвајају су систематичнија, квалитетнија и применљивија. Децу нема разлога оптерећивати сличним садржајима у оквиру више васпитно-образовних области и на неколико усмерених активности када се исти¹ ефекти могу остварити током једне активности, тематског дана, седмице или месеца квалитетном и адекватном организацијом и применом интегративног приступа. Васпитно-образовни процес је динамичнији, интелектуално вреднији и емотивно богатији, јер су деца успешнија, више и боље мотивисана ако су садржаји учења „животни и ако задовољавају њихове потребе, циљеве и интересе” (Буљубашић-Кузмановић, 2007: 150). Истовремено, васпита-чи рационалније и економичније врше избор и припремање средстава за

¹ А можда и већи (бољи) – примедба аутора

реализацију усмерених активности, док су деца спремнија и расположена да испуне захтеве које васпитачи постављају (Golubović-Ilić, Ćirković-Miladinović, 2018).

Интегративни приступ подржава целовит развој деце, не усредсређује се на издвојене, углавном когнитивне аспекте; деца су активна – истражују, проверавају, решавају проблеме, постављају питања и трагају за одговорима; омогућава сагледавање различитих димензија једног проблема, што доприноси већем квалитету и трајности стечених знања. Успостављањем веза међу различитим деловима садржаја и васпитно-образовним областима, знања која деца усвајају су повезана у систем који дуже „одолева” процесу заборављања. Интегративни приступ развија и подстиче дискусију, иницијативност, отвореност, флексибилност, критичко мишљење, самовредновање, самокритичност и прилагодљивост новим ситуацијама, а деца такав начин учења доживљавају „као спонтан начин усвајања нових знања, јер они у овом периоду живота и свет око себе доживљавају на исти начин” (Лукић-Радојичић, 2011: 369).

Правила и „рецепти” за успешну и, у сазнајном смислу, квалитетну примену интегрисаног приступа не постоје, али је важно да се она изводи неусиљено, неизвештачено и онда када за то постоје оправдани разлози. Благовремено планирање и осмишљавање које ће области васпитно-образовног рада, садржаје и делове градива повезати и на који начин ће остварити интеграцију једна је од професионалних обавеза васпитача. Такође, интегрисани приступ не би требало примењивати по сваку цену, већ само онда када је могуће успоставити функционалне везе међу областима и њиховим садржајима које ће имати за последицу боље разумевање и схватање, дуже и боље памћење садржаја и могућност практичне примене усвојених знања.

Зашто интегрисати садржаје Методике развоја почетних математичких појмова (МРПМП) и Методике упознавања околине (МУО)

Околина коју упознаје за дете је, после породице, вртића и васпитне групе, непосредно природно окружење. Дете ствари које га окружују додирује, испробава, послушкује, посматра, игра се и манипулише разним предметима. Не задовољава се само пасивним посматрањем природне и друштвене средине и готовим знањима добијеним од стране одраслих, већ у директном контакту са објективном стварношћу стиче прва искуства о облицима и материјалима, појавама, процесима и односима, односно о физичком свету око себе. У раном детињству своје окружење не схвата

реално, већ га доживљава глобално и неиздефинисано, способније је да уочава спољне карактеристике предмета, појава и односа, него да схвата суштинске, битне карактеристике (Цвјетићанин, 2013).

Околина и непосредно окружење за дете узраста од 3 до 6 година представљају неисцрпни извор знања, утисака, емоција и доживљаја. Они подстичу дете да свакодневно богати своја сазнања и искуства о свету око себе, с једне стране, док с друге оно обогаћује своје утиске и „слику” о спољном свету. Средина подстиче развијање различитих облика мишљења детета, а утиче и на развој децијих вештина и умећа. Према Каменову (1997), васпитачи би требало да задовоље тежњу деце за разумевањем збивања у природи, да проширују њихова интересовања и да их при сусрету са многим природним законитостима наводе на разумевање о њој у границама њихових могућности. Само континуираним и адекватним подстицањем, охрабрењима и пружањем помоћи васпитача и родитеља деци током упознавања њиховог природног и друштвеног окружења, она ће бити оспособљена за активно и ставаралачко учествовање у животу.

Развој почетних математичких појмова, као и појмова о природи, мора бити усклађен са развојним карактеристикама и карактеристикама процеса учења предшколског детета. Предшколско дете се одликује многим специфичностима, посебно израженим на пољу сазнајног развоја. Реални свет и дешавања у непосредној околини често делују на децу неразумљиво и збуњујуће. На васпитачима је велика одговорност да сачувају њихову природну радозналост и потребу за сазнавањем, и помогну им да сталним истраживањем богате своје искуство и развијају властити однос према спољашњем свету. Из тих разлога потребно је обезбедити довољно подстицајну средину и ситуације које ће деци бити интересантне, не сузбијати неубичајене идеје и предлоге, невероватне претпоставке и закључке, већ уважавати њихово право на грешке. Мотивација, охрабривање и похваљивање деце да одступају од рутинских поступака, да реструктурирају своја искуства и доводе их у нове односе, испробавају различита оригинална решења имају велики утицај на развој самосталности, самопоуздања и самоуверености деце. Ослобађање од стереотипа у мишљењу, устаљених шема, шаблонских реакција и закључака води развоју децијег дивергентног, хипотетичког и критичког мишљења, а унапређују се њихова самоиницијативност, независност и аутономија.

Област развоја почетних математичких појмова није фиксиран, финални и изоловани систем знања, првенствено из разлога што ће математичка знања деци сутрадан бити неопходна у свакодневном животу. Њихова интеграција у тематске области Упознавања околине (*Жива и мртва природа, Култура понашања, Просјорне и временске релације...*) функционална је и двоструко корисна – деца с једне стране проширују знања о свету који их окружује и развијају почетне математичке појмове (*појам скупа,*

геометријски облици, простор и просторни односи, релације горе–доле, веће–мање, краће–дуже, уже–шире...), док се, на другој страни, припремају за учење садржаја предмета Свет око нас / Природа и друштво у разредној, односно физике, биологије, хемије у предметној настави. Демонстрацијом различитих предмета, слика и илустрација, играчкама и дидактичким средствима, различитим игровним активностима разбија се страх од математике, превазилази виђење математике као (претерано) апстрактне и ирелевантне науке за децу спознају света (Михајловић, Голубовић–Илић, 2018). Истраживања (Копас–Вукашиновић, Стојановић, 2012; Стојановић, 2017) су показала да се применом различитих дидактичких игара (које могу садржати елементе Упознавања околине) код деце развијају појмовно, конкретно и апстрактно мишљење, резонување, „различити механизми увиђања односа између елемената, откривања нових елемената [...] различите активности класификовања” (Стојановић, 2017: 157). Развијање почетних математичких појмова према Моделу А и Моделу Б *Припремној предшколској програми* може се сагледати кроз 4 нивоа у развоју когнитивних способности. „Први ниво се односи на посматрање, опажање, сагледавање, уочавање, препознавање, именовање и прикупљање, што чини основу дечијих перцептивних активности” (Копас–Вукашиновић, Стојановић, 2012: 177). Други ниво подразумева развој сложенијих мисаоних операција – разликовање, распоређивање, упоређивање, измештање, придруживање и поређење; трећи ниво одређен децом радозналосту обухвата експериментисање, откривање и предвиђање, док последњи, четврти ниво подразумева „представљање, закључивање, мењање, формирање, изграђивање, развијање и примену стечених знања и искустава” (Исто: 177).

Интегрисање садржаја МРПМП и МУО може имати мотивациону улогу и на следећи начин: уколико деци неки део садржаја једне од наведених области (нпр. из МРПМП – *упоређивање скупова*) није занимљив, повезујући га са садржајима друге области (МУО – *животиње и њихови младунци; биљке и производи који се од њих добијају; занимања и алати, средства која људи одређених занимања користе у свом раду*), а који је ученицима забаван, интересантан, можемо пробудити радозналост, интересовање и мотивацију за садржаје прве области. Деца ће пребројавати животиње, придруживати производе биљкама од којих се добијају, алате и средства рада одређеним занимањима, али ће истовремено упоређивати скупове чији су то елементи. Исто важи и када су у питању садржаји из МУО који деци нису интересантни. Учење на овај начин постаје атрактивније, привлачније, а деце више заинтересована да у процесу учења активно учествују. „Другачије”, необичне усмерене активности организоване на неуобичајен начин подстичу деци радозналост, али и друштвено пожељне особине личности – посвећеност, истрајност и упорност.

Начини и могућности интеграције МПМП и МУО

Да бисмо представили потенцијалне могућности и начине интегрисања поменутих области пошли смо од питања – Који садржаји УО и ПМП могу да се интегришу? Један од најпогоднијих и најприроднијих садржаја за остваривање интеграције садржаја ове две области је *појам скуиа*, чије формирање углавном тече кроз игру и практичне активности ученика. Када ученици посматрањем нпр. букета цвећа, јата птица, школског прибора, груписањем одређених врста биљака (поврћа, воћа, лековитих биљака и др.), предмета од истог материјала (металних, пластичних, дрвених и сл.) успеју да мисаоно повежу неке објекте у једну целину на основу неког заједничког својства (Дејић, Егерић, 2006), занемарујући остала својства тих објеката, кажемо да су усвојили појмове *скуи* и *елементи скуиа*.

Садржаји који се односе на *Проспторне односе и релације* (*горе, доле, испод, изнад, лево, десно, у, на, ван*) или упоређивање и распоређивање предмета по дужини, величини и облику такође могу кроз игру да се интегришу са садржајима Упознавања околине. Васпитачи у том случају користе играчке, пластичне фигурице животиња, лопте од различитих материјала и друге предмете да би од деце² захтевали да их на одређен начин распореде или „поставе” – нпр. стави кожную лопту *испод* стола; стави гумену лопту *на* сто, лутку *десно* од стола и сл.; распореди животиње од највеће до најмање; коцку стави *између* лопте и ваљка. Сличне циљеве можемо стварити и адекватним питањима: Где се налази камион у односу на сто? Где би требало да ставимо цвеће које смо убрали у башти да се не би осушило?

Посебан значај у планирању и реализацији усмерених активности које подразумевају интегрисани приступ³ има *игра*, која би, као специфичан облик учења деце, требало да има едукативни карактер. Путем разноврсних игровних активности деца теже, настоје да овладају својим окружењем, а тиме и инструментима властитог развоја (Montesori, 2003). Кроз игру они упознају стварност и истовремено делују на њу. Притом, сазнају велики број чињеница из различитих области, повезују их и сређују у мисаоне целине, успостављају односе и различите комбинације, што потврђује *интегративну функцију* игре (Копас-Вукашиновић, 2006).

Учење кроз игру подразумева измишљање, проналажење и истраживање, при чему деца слободно стварају ситуације које су под њиховом контролом, које она у потпуности разумеју и у њима се осећају сигурно.

² Игра може бити и такмичарског карактера – напомена аутора.

³ При чему не морају бити у питању само садржаји Методике развоја почетних математичких појмова и Упознавања околине, већ и осталих васпитно-образовних области рада – напомена аутора.

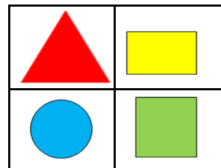
Деца у игри имају слободу да бирају начине долажења до циља, средства којима ће се при томе служити, да путем покушаја и погрешака решавају проблеме, истражују оно што их занима, интересује и посебно привлачи пажњу. У прилици су да бирају понуђене алтернативе, облике и различите варијанте игара, да се договарају око поделе задужења и правила која ће поштовати. Имају могућност да понављају одређену игру на једноставан или сложенији начин и да добровољно улазе у игру или излазе из ње. „У игри се остварује активан однос појединца са другом децом и одраслима, буде се његове интегративне емоције и проширује социјално искуство” (Копас-Вукашиновић, 2006: 180). Правилно одмерене и осмишљене децје активности у адекватно припремљеним условима, уз подршку и подстицај одраслих, доприносе томе да се деца слободно, спонтано и креативно изражавају. „Одрасли интервенишу у току игре само онда када деца то желе или када процес игре то налаже” (Копас-Вукашиновић, 2006: 177).

Истраживања феномена игре указују на њен значај у смислу подстицања интринзичне мотивације детета, јачања самоконтроле, стрпљења, упорности и истрајности док не оствари оно што је замислило, тако да смо могућности интеграције МПМП и МУО одлучили да представимо на примеру теме *Сшари занайи*. Ова тема може се реализовати у току једне седмице, с тим што би јединице активности том приликом биле *ковач*, *бомбонџија*, *сшолар*, *метшлар*, а последњег дана би се кроз јединицу активности поменули и занати који су се одржали до данас – *месар*, *часовничар*, *обућар*, *кројач* и сл.

Недељни план реализације усмерених активности на тему *Сшари занайи*

Понедељак – јединица активности *Ковач*

Уводни део активности васпитач може реализовати решавањем „Скривалице” (Слика 2 – ковач) на којој би свако поље (укупно их има 8) били геометријски облици. Деца бирају поља (нпр. зелени квадрат, црвени троугао), именују и препознају облике и боје, истовремено одговарајући на питања: Чиме се бави човек на слици? Где ради? Шта ковач кује? Шта има на себи? Од чега прави своје предмете? Шта још може да буде од метала?... Игра се завршава најавом јединице активности. Затим се испред деце ставља посуда са кованицама од 1, 2, 5, 10 и 20 динара и 5 обруча. Деца се деле у две групе. Свака група има задатак да разврста сваку кованицу у један обруч,



тако да се направе скупови новчаница од 1, од 2, од 5, 10 и од 20 динара. Следећа игра је да од истих кованица деца направе низове од највеће до најмање и обрнуто. Деца увиђају величину и обим ових кованица, упоређују, уочавају сличности и разлике. Са поменутих кованицама, уколико је у питању припремна предшколска група, може се уз помоћ теразија мерити и упоређивати маса. Завршни део активности може се организовати на различите начине. 1) Деца коришћењем кованица праве отиске на папиру тако што изаберу једну кованицу, ставе је испод папира и графитном оловком прелазе преко ње; увидеће да се рељеф са кованице осликава на папиру – корелација са Методиком ликовног васпитања; 2) Деца праве различите папирне новчанице, распоређују их у кутије шибица (у облику касе) и организује се играње улога „продавац – купац”, где се деца оспособљавају да користе новац, плаћају, враћају кусур и рачунају.

Уторак – јединица активности *Бомбонџија*

Васпитач активност започиње игром меморије (на 8, 10 или 12 поља налазе се парови истих бомбона). Када отворе сва поља, следи разговор: од чега су направљене бомбоне, ког су облика, којих су боја, по чему су сличне, по чему се разликују (упоређивање по облику, величини, укусу и сл.), које је занимање особе која прави бомбоне. Активност се наставља демонстрацијом поступка прављења бомбона (коришћењем слика, РР презентације, видео-снимка), а затим деца имају задатак да различите омоте од бомбона разврстају у скупове или сложе у низове према одређеном критеријуму (величина, број, облик...). У зависности од начина на који је активност завршена претходног дана, васпитач организује игру улога – деца су у улози бомбонџије и коришћењем теста у боји или пластелина праве бомбоне по жељи⁴ или организује игру „купујем – продајем”, при чему деца броје бомбоне, пакују их, „плаћају” и „враћају кусур” новцем⁵ који је направљен претходног дана.

Среда – јединица активности *Сшолар*

Уводни део активности васпитач може реализовати коришћењем картонске или пластичне коцке на чију ће сваку страну залепити слику предмета од дрвета – ормара, клупе, стола, столице, врата и оклагије. Разбрајалицом бира дете које ће бацити коцку, а затим са целом групом разговара о предмету који је на слици. На пример – предмет дрвена столица. Дете које је бацало коцку каже шта је „пало”, односно шта је

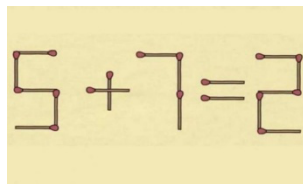
⁴ Корелација са Методиком ликовног васпитања (техника вајања).

⁵ Шрафиране кованице које ће претходно васпитачи или деца маказама изрезати.

на слици (именује предмет), затим каже од чега је направљен, од којих још материјала може да буде направљен, где се налази (где можемо да га видимо), чему служи. Тако за сваки предмет. Интеграција са МРПМП може се остварити пребројавањем страна предмета, односно страна коцке, а разговор се наставља уочавањем сличности међу предметима – сви су од дрвета. Ко прави те предмете и на који начин? Које је занимање човека који прави предмете од дрвета? – то су питања којима васпитач најављује јединицу активности – Столар.

У главном делу активности васпитач организује такмичарску игру. Деца су подељена у две групе. Испред сваке групе се налази врећа са различитим предметима, а испред врећа су четири празне посуде – корпе. У врећи се налазе кашичице од пластике, дрвета, метала, картона; коцке од дрвета, пластике, картона; тањирџи од пластике, картона и дрвета; виљушке од пластике, дрвета, метала, картона и многи други предмети. На знак васпитача, свако дете из једне колоне (групе) има задатак да извуче један предмет из вреће и да га разврста у одговарајућу корпу у зависности од ког је материјала направљен. По завршетку игре, у којој је победник она група која брже разврста предмете у одговарајуће корпе, васпитач организује разврставање и прављење скупова по називу/ намени предмета (све лопте, све коцке – прегруписавање по другом критеријуму), а затим следи пребројавање елемената скупа и упоређивање скупова – Чега је више, лопти или коцака, кашичица или тањирџи...? Који скуп има више елемената?

Активност се завршава комбинацијом методе практичних радова и индивидуалног облика рада. Деца имају задатак да уз помоћ чачкалица, штапића за роштиљ и палидрваца моделује бројеве 1, 2, 3 на хамер папиру, на тај начин што ће их адекватно поређати и залепити. Рад може бити индивидуализован, тј. захтеви и задаци могу бити различите тежине у зависности од предзнања, могућности и способности деце.



Четвртак – јединица активности *Метшлар*

Обраду садржаја о овом старом занату васпитач започиње методом сценског рада. Метла и усисивач су ликови у представи који разговарају о томе ко су, чиме се баве и чији је посао тежи. Једно од њих чисти горње површине, а једно доње површине собе. Током разговора о представи васпитач наглашава просторне одреднице (горе/доле, испод/изнад). Јединицу активности најављује навођењем деце да кажу ко прави метле, односно које је занимање човека који је у прошлости правео метле.

У главном делу активности деца анализирају слике на којима је представљен процес израде метли, прибор и материјале које метлари користе у свом раду и врше поређење метли различите величине – мања/већа, дужа/краћа, тања/дебља. Такође, распоређују метле од веће ка мањој и обрнуто, увежбавају просторне одреднице *лево, десно, између* и пребројавају метле које је васпитач донео. Завршни део може бити реализован покретном игром „Вредне метле” уз песму *Нерадинка*⁶, где деца праве покрете као да чисте метлама док се музика не заустави, а онда „улазе” у обруче, с тим да се број обруча после сваког заустављања музике смањује⁷.

Последњег дана у недељи васпитач може реализовати усмерену активност на тај начин да децу упозна са старим занатима који постоје и данас – кројач, месар, обућар и сл., али да интеграцију са почетним математичким појмовима реализује у зависности од средстава која му стоје на располагању, своје креативности и маштовитости. Током ове активности деца могу да се баве *мерењем* (користе теразије и тегове различите масе), да „шију” одећу коришћењем тканина које су различитих *геометријских облика* (правоугаоник, круг, троугао, квадрат), да распоређују обућу у скупове у зависности од годишњих доба, пребројавају, распоређују у низове и сл.

Уместо закључка

Интегрисање садржаја Упознавања околине и Почетних математичких појмова – две, наизглед, јако различите и удаљене области рада, за васпитаче истовремено представља изазов и простор у коме могу испољити своју креативност, умешност, маштовитост, стваралачке идеје и способности. Правила и „рецепти” за успешно и квалитетно интегрисање помених области рада не постоје, али је реч о једном од начина иновирања и осавременавања васпитно-образовног рада о коме би требало водити рачуна и приликом образовања и обезбеђивања нових кадрова. Васпитач са довољно знања, маште, креативности и мотивације моћи ће да осмисли и испланира усмерене активности тако да свако дете доживи успех, прошири своја искуства новим сазнањима и способностима, без обзира на области које међусобно интегрише. Важни су покушаји, ентузијазам, жеља да се образовна постигнућа наше деце, њихово самопоуздање и сигурност повећају, а васпитно-образовни рад у предшколским установама учини ефикаснијим и квалитетнијим.

⁶ <https://www.youtube.com/watch?v=nydKr0nGwV4>

⁷ По принципу игре *Музичке столице* – напомена аутора

Литература

- Buljubašić-Kuzmanović, V. (2007). Studentska prosudba učinkovitosti integrativnog učenja, *Odgojne znanosti*, 9(2), 147–160.
- Vigotski, L. S. (1996). *Sabrana dela*, Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva.
- Golubovic-Ilic, I., Cirkovic-Miladinovic, I. (2018). Integrative aproach to directed activities in Basic Science and English language, *KNOWLEDGE – International Journal Scientific papers*, vol. 22/6, Institute of knowledge Management, 1641–1646.
- Dejić, M., Egerić, M. (2006). *Metodika nastave matematike*, Jagodina: Učiteljski fakultet u Jagodini.
- Đorđević, V. (2007). Inovativni modeli nastave, *Obrazovna tehnologija*, br. 4, 76–97.
- Kamenov, E. (1997). *Metodika I deo – metodička uputstva za model B Osnova programa predškolskog vaspitanja i obrazovanja dece od 3 do 7 godina*, Novi Sad: Odsek za pedagogiju filozofskog fakulteta.
- Kopas-Vukašinović, E., Stojanović, B. (2012). Razvijanje matematičkih pojmova u preškolskoj ustanovi i školi, u: N. Vulović (ur.), *Metodički aspekti nastave matematike II*, zbornik radova, Jagodina: Fakultet pedagoških nauka Univerziteta u Kragujevcu, 169–181.
- Kopas-Vukašinović, E. (2006). Uloga igre u razvoju dece predškolskog i mlađeg školskog uzrasta, *Zbornik Instituta za pedagoška istraživanja*, vol. 38, br. 1, 174–189.
- Lukić-Radojičić, Ž. (2011). Integrativna nastava u savremenom obrazovnom procesu, *Obrazovna tehnologija*, 4, 367–378.
- Mihajlović, A., Golubović-Ilić, I. (2018). Mogućnosti korelacije i integracije sadržaja Matematike i Sveta oko nas / Prirode i društva u razrednoj nastavi, *Pedagogija*, 1.
- Montesori, M. (2003). *Upijajući um*, Beograd: DN Centar.
- Pravilnik o opštim osnovama predškolskog programa (2006). Beograd: Prosvetni pregled.
- Spremić-Solaković, A. (2009). Integrativna nastava kao sistemski način povezivanja znanja u nastavnom procesu, *Inovacije u nastavi*, 400–409.
- Stojanović, B. (2017). *Didaktičke igre u funkciji razvoja mišljenja*, Jagodina: Fakultet pedagoških nauka Univerziteta u Kragujevcu.
- Cvjetićanin, S. (2013). *Metodika upoznavanja okoline 1*, Sombor: Pedagoški fakultet.

Irena Golubović Ilić

University of Kragujevac

Faculty of Education in Jagodina

BASIC MATHEMATICAL CONCEPTS IN TEACHING ENVIRONMENTAL EDUCATION

Summary: Considering the fact that a kindergarten teacher is the only person in charge of the whole teaching process and therefore he/she has insight into children's prior knowledge, possibilities and achievements, using directed activities in teaching is particularly suitable for the integrative approach. Children's environment is an inexhaustible source of knowledge, impressions, emotions and experiences. It encourages children to constantly enrich their knowledge and experiences, to explore, discover and develop their thinking and competences. Children should become familiar with the characteristics of objects and phenomena from their surroundings using the activities such as observing, comparing, practical work, testing hypothesis, playing constructive games. Given that children consider their environment in an integrative and synthetic way, as being a unique entity, the interdisciplinary approach in teaching Environmental Education offers different ways of correlating and integrating different subjects.

This paper presents and analyses the possibilities of planning and organizing directed activities, proposed by Methodology of Environmental Education and Methodology of Teaching Basic Mathematics Concepts, which include the integrative approach and correlation; the activities are illustrated with some concrete examples of teaching activities. It has been proved that integrative approach in teaching contributes to acquiring knowledge and developing both children's and teachers' thinking ability, creativity, physical, conative and social competences.

Keywords: integrating subjects, correlation, integrative approach, Methodology of Environmental Education, Methodology of Teaching Basic Mathematics Concepts.

Оливера Д. Цекић-Јовановић
Универзитет у Крагујевцу
Факултет педагошких наука у Јагодини

DOI: [10.46793/MANM4.169CJ](https://doi.org/10.46793/MANM4.169CJ)
УДК: 371.311.4::51
371.311.4::3/5

МАТЕМАТИКА У СВЕТУ ОКО НАС – ИНТЕГРИСАНА НАСТАВА

Апстракт: У теоријском делу рада указаћемо на неке аспекте и могућности повезивања садржаја Света око нас и Математике. Посебан акценат ставићемо на анализу (не)усаглашености наставних програма поменутих предмета. У контексту корелацијско-интеграцијског приступа, разматраћемо могућности за унапређење квалитета наставе Света око нас у основним школама. Методолошки део рада биће посвећен емпиријском истраживању чији је циљ испитивање ставова будућих учитеља о корелацијско-интеграцијском приступу. Подаци су прикупљени онлајн, електронским анкетним упитником и петостепеном скалом Ликертовог типа, на узорку од 150 студената Факултета педагошких наука у Јагодини. Резултати добијени применом једноставних статистичких метода показују да студенти имају позитивне ставове о значају примене садржаја математике у настави Света око нас, и препознају могућности за подизање квалитета наставе применом корелацијско-интеграцијског приступа, што упућује на разматрање услова за чешћу примену овог наставног система.

Кључне речи: корелација, интеграција, ставови студената, савремена настава Математике и Света око нас.

Увод

Савремена стремљења образовних система у свету указују на чињеницу да се у једном броју земаља, у области конципирања школских програма, са предметно-часовног модела постепено прелази на интегративни приступ. Иновативни наставни модел који подразумева интегративни приступ почива на међупредметном повезивању и тематском планирању у настави, као и на поступцима који се заснивају на развоју како кључних, тако и трансверзалних компетенција ученика. На основу резултата досадашњих теоријских и емпиријских истраживања, у неким земљама је у већој мери заступљен приступ који се базира на афирмацији и фаворизацији међупредметних области, као што је то случај у финском курикулуму,

а у другим земљама приступ који се заснива на развоју трансверзалних компетенција – у Енглеској, Велсу, француском делу Белгије (Спасеновић, Хебић, 2014).

У прилог овој чињеници иду и стремљења, али и конкретне активности које предузима Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије, а која се односе на *Правилник о плану наставе и учења за први циклус основног образовања и васпитања и програму наставе и учења за први разред основног образовања и васпитања* (Службени гласник РС – Просветни гласник, 2017). Поменути документ предвиђа се да приликом планирања наставе и учења треба инсистирати на **интегрисаном приступу** у ком постоји хоризонтална и вертикална повезаност унутар истог предмета и међу различитим предметима. Осим тога, у оквиру наставе у првом циклусу посебну пажњу треба посветити уважавању свакодневног искуства и знањима која су ученици изградили ван школе, повезивањем активности и садржаја учења са животним искуствима и подстицањем примене наученог у свакодневном животу. Када је реч о настави **Света око нас** и **Математике** важно је да се приступи корелацији и интегрисаном приступу садржајима на међупредметном нивоу кроз наставне и ваннаставне облике рада и активности у школи и изван ње (Службени гласник РС – Просветни гласник, 2017). У складу са претходно поменути, у овом раду најпре ћемо размотрити могућности за реализацију интегрисане наставе које нуде прописани садржаји програма ова два предмета, а потом и ставове будућих учитеља – студената Факултета педагошких наука о интегративном наставном моделу.

Полазне теоријске основе за интеграцију садржаја Света око нас и Математике

Многи аутори (Јовић, Станојевић, 2008; Радојичић Лукић, 2011; Костић-Вранјеж, Виков, 2013; Хурић, 2014; Олајош, 2015; Јовановић, 2016; Kanwar, Shekhawat et al., 2017, итд.) бавили су се теоријским и емпиријским истраживањима корелације, интеграције, интегративне наставе, тематског планирања и међупредметне хоризонталне и вертикалне повезаности наставних садржаја. Већина њих слаже се око тога да интегративно образовање једном линијом пресеца више предмета, повезујући различите аспекте курикулума у смислену целину да би се фокусирао на једну ширу тему из различитих наставних области. Интегративни приступ учењу наглашава интелектуални, друштвени, емоционални и естетски развој, подржава целовит развој ученика, не усредсређује се на издвојене, углавном когнитивне аспекте (Буљубашић-Кузмановић, 2007: 148). Поменути истраживања истичу несумњиве предности и ефикасност интегративне наставе у

погледу мотивације, квалитета и функционалности стечених знања, развоја креативности, критичког мишљења и целовитије ученикове личности. Све истакнуте предности значајно утичу и на развој компетенција неопходних за живот у савременом друштву у коме је нужно свеобухватно сагледавање проблема, приступање решењима са више аспеката, уз примену савремене технологије. Полазећи од ових закључака, анализираћемо садржаје наставних програма Света око нас и Математике за први циклус основног образовања, с циљем идентификације наставних јединица које пружају могућност реализације интегрисане наставе.

Настава Света око нас, с обзиром на интердисциплинарност, односно чињеницу да обједињује садржаје бројних природних и друштвених наука, пружа широке могућности за реализацију интегративне наставе. Поред тога, нови *Правилник о плану наставе и учења за први циклус основног образовања и васпитања и програму наставе и учења за први разред основног образовања и васпитања* предвиђа да приступ настави и учењу овог предмета треба да буде повезан са логиком и методологијом научне дисциплине, одакле произлази одређени садржај. Стога изучавање биолошких садржаја, на пример, нужно треба да укључи посматрање и праћење биолошких феномена; изучавање садржаја хемије и физике – закључивање на основу спроведеног експеримента итд. Правилник даље предвиђа да развијање система појмова у оквиру ове области подразумева континуирани рад учитеља на успостављању хоризонталне (унутар једног разреда) и вертикалне повезаности (између разреда) садржаја унутар Света око нас (касније Природе и друштва). С друге стране, шира примена математичких знања у животу и науци утицала је на заузимање посебног места овог предмета у систему образовања, а од школе се захтева већи ангажман у стварању повољније климе за учење и разумевање апстрактних математичких садржаја на часу (Мићановић, 2008: 353). У складу са тим, математика је веома комплексан предмет који богатством садржаја, ширином циљева и великом дубином апстраховања на специфичан начин развија способности ученика које су неопходне за живот у савременом друштву.

Анализом садржаја програма Света око нас и Математике долазимо до закључка да постоје бројне могућности за интеграцију. У раду ћемо истаћи неке од типичних примера (детаљније о томе у: Секић-Jovanović, 2012 и Jakovljević, Секић-Jovanović, 2014). Сродност садржаја за први разред најпре уочавамо у оквиру наставне јединице *Кретање – промена положаја у простору и времену*, нарочито дела који се односи на просторне одреднице (напред, назад, горе, доле, лево, десно). Ови садржаји се на часовима Математике обрађују као *Релације међу предметима: лево, десно; испред, иза; испод, изнад; горе, доле* итд. Поменуте садржаје можемо обрадити, увежбати или поновити и у оквиру наставне јединице *Оријентација у простору у односу на карактеристичне објекте у непосредном окружењу*

(СОН1). Обзиром на спирално-узлазни модел распоређивања наставних садржаја, аналогно претходном примеру и наставна јединица *Сналажење у насељу (улица, број, карактеристични објекти)* (II разред) може се реализовати применом интегрисане наставе. Даљом анализом уочавамо да интеграцију можемо применити у оквиру лекције *Опис скупа навођењем чланова или својства* (Математика) за коју сродне садржаје налазимо у програму Света око нас – *Групације људи у окружењу и моје место у њима: породица, рођаци, суседи, вршњаци, суграђани; Разлике и сличности међу биљкама на основу спољашње изгледа; Разлике и сличности међу животињама на основу спољашње изгледа; Материјали, њихова својства (тврдо–меко, непровидно–непровидно, хлавно–топло) и понашање у води (лива–шоне, растворљиво–нерастворљиво).*

С обзиром на то да садржаји геометрије заузимају значајно место у математици млађих разреда основне школе, потребно је размотрити и могућности за интеграцију са другим предметима. Ако пођемо од тога да се „геометрија бави проучавањем законитости величине, облика и положаја просторних творевина (геометријских тела, површи, линије и тачака) и да се савладавањем геометријских садржаја постиже правилно схватање простора и просторних односа” (Vukomanović, 2008: 307), можемо претпоставити да у садржајима СОН постоји изванредан број наставних јединица које могу да се интегришу са математиком. Илустроваћемо на примеру наставне јединице *Светлост и сенка: облик и величина сенке* (Свет око нас за I разред) и садржајима о саобраћајним знацима, који имају елементе геометрије и самим тим пружају могућност корелације са математиком. Слично овоме је и наставна јединица *Улица облика предмета на њеново кретање: клизање и котрљање* (СОН 1), која има за циљ да ученици на основу конкретних примера увиде условљеност начина кретања обликом тела. Циљ је да ученици уоче која је заједничка карактеристика предмета који се котрљају, а која оних који се клизају. У другом разреду обрађују се наставне јединице *Предмети облика лопте, ваљка, квадрата и коцке и Упоредно мерење предмета по облику, ширини, висини и дебљини* (Математика), које су сродне садржајима *Шта све утиче на брзину кретања шела (облик и величина шела, материјал од кога је начињено, подлога, средина, јачина деловања)*. Код ових садржаја наилазимо на неусклађеност наставних програма, јер да би прецизно именовали облике тела који се клизају и котрљају морају најпре да науче те математичке појмове. Међутим, садржаји програма Математике за први разред обухватају само облик круга, правоугаоника и квадрата, док се тек у другом разреду говори о лопти, ваљку, квадрату и коцки, а много касније о призми, купу, пирамиди, облим и рогастим телима итд.

Велике могућности за остваривање интеграције поменути два предмета на овом узрасту пружају садржаји наставне јединице *Простор, мер*

и бележим време и растојање (СОН 1). Међутим, и у овом случају наилазимо на проблем који се јавља због неусклађености садржаја програма. Наиме, мерење времена се у оквиру Света око нас и Математике обрађује у другом разреду, а у овом случају од првака се тражи да прате, мере и бележе време, што доводи до повећања захтева за дидактичком трансформацијом садржаја и изналажења алтернативних начина за упоређивање ових величина. Слично томе, јавља се проблем и код мерења растојања. У оквиру садржаја Математике у првом разреду обрађују се само нестандардне мерне јединице, а мерне јединице уче се у другом разреду у оквиру наставне јединице *Мерење дужи помоћу метра, дециметра и центиметра*. У складу са поменутим, неопходно је кориговати и ускладити садржаје програма како би настава била ефикаснија, а примена интегрисаног приступа једноставнија.

Методолошки оквир истраживања

Имајући у виду актуелне чињенице и законске одреднице о којима је било речи и које су разматране у теоријском делу рада, одлучили смо се да *циљ истраживања* буде испитивање ставова студената Факултета педагошких наука (будућих учитеља) о корелацијско-интеграцијском приступу и могућностима за унапређивање квалитета образовања применом интегрисане наставе Света око нас и Математике. Да би се дати циљ истраживања реализовао, потребно је остварити следеће задатке:

1. Утврдити да ли студенти ФПН препознају значај и предности корелацијско-интеграцијског приступа настави Света око нас и Математике;
2. Утврдити да ли студенти ФПН интегративну наставу Света око нас и Математике препознају као претпоставку квалитета стечених знања ученика у наставном процесу;
3. Испитати ставове студената ФПН о фреквентности примене интегративне наставе Света око нас и Математике у основној школи;
4. Испитати ставове студената ФПН о заступљености садржаја о интегративној настави у оквиру универзитетске наставе.

Метода која је коришћена у овом истраживању је дескриптивна, техника за прикупљање података је била анкетање, а као инструмент користили смо онлајн анкетни упитник који је креиран за потребе истраживања. Анкетним упитником желели смо да сазнамо ставове будућих учитеља – студената Факултета педагошких наука о корелацијско-интеграцијском приступу настави Света око нас и Математике. Инструмент је садржао питања отвореног и питања затвореног типа – петостепену скалу процене Ликертовог типа. Анкетирани су будући учитељи – студенти Факултета

педагошких наука Универзитета у Крагујевцу, Јагодина. Истраживање је спроведено маја 2017. године са студентима студијског програма Учитељ (N=150). Добијени подаци су обрађени у статистичком пакету IBM SPSS Statistics 20. У складу са проучаваним предметом и коришћеним истраживачким методама применили смо одговарајуће статистичке поступке (проценат, фреквенцију, медијану).

Интерпретација резултата истраживања

У складу са дефинисаним задацима истраживања, у оквиру овог поглавља извршићемо квалитативну и квантитативну анализу прикупљених података. За реализацију првог истраживачког задатка испитани су ставови студената Факултета педагошких наука о предностима и значају часова интегративне наставе, посебно Света око нас и Математике, са аспекта економичности у погледу времена неопходног за обраду поједних наставних садржаја; утицаја овог наставног модела на мотивацију ученика за учење и подстицања креативног и дивергентног мишљења ученика.

На основу добијених резултата (Табела 1) уочавамо да већина студената (њих 116, што је 77,33% укупног броја испитаника) има позитиван став и слаже се са тврдњом да интегративна настава омогућава економичније, рационалније и успешније реализовање наставе у оквиру више наставних предмета. Вредност медијане потврђује да више од половине студената обухваћених истраживањем има позитиван став о економичности корелацијско-интеграцијског приступа настави СОН и Математике. Чак 29,33% испитаника у потпуности сматра да се корелацијско-интеграцијским приступом настави Света око нас и Математике штеди време за обраду поједних наставних садржаја, остварује принцип економичности, а ученици растеређују сувишних чињеница, што је на овом узрасту веома важно. Неодлучан став има 16,67% студената, а 6% студената се не слаже са претходно поменутом тврдњом. Потпуно негативан став поводом ове тврдње нема ниједан испитаник. Добијени резултати истраживања у складу су са налазима претходних теоријских разматрања различитих аутора, који истичу да је основна претпоставка за успешну рационализацију и економичност у настави природе и друштва способност наставника да високим степеном методичке осмишљености са што мањим утрошком времена, средстава и снаге, с једне стране, постигне што боље резултате (Lazarević, Bandur, 2001: 116). С обзиром на то да се интегративном наставом сродни садржаји више наставних предмета истовремено обрађују, не само да се штеди време, већ се на тај начин једном проблему приступа са више аспеката, што доприноси развоју дивергентног мишљења ученика. Садржај, знање и разумевање „узимају” се из једне дисциплине како би

се обогатили и применили у другој, на тај начин се ученици подстичу да уочавају различите перспективе, да повезују чињенице, критички и креативно размишљају о идејама, да на различите начине обрађују и сазнају, доживљавају садржаје и стварају своје оригиналне индивидуалне радове (Åström, 2008).

Табела 1: Значај и предности интегративне наставе Света око нас и Математике

		Фреквенција	Проценат	Валидни %	Збирно %
Валидних	Слажем се у потпуности	44	29,33	29,33	29,33
	Слажем се	72	48,0	48,0	77,33
	Не знам	25	16,67	16,67	94,0
	Не слажем се	9	6,0	6,0	100,0
	Уопште се не слажем	0	0	0	100,0
	Укупно	150	100,0	100,0	

У оквиру првог задатка, како бисмо сагледали ставове студената о предностима интегрисане наставе, посебно смо издвојили тврдњу која се односи на мотивацију ученика. Одговори испитаника приказани Графиком 1 представљају резултате које смо добили у оквиру питања да ли корелацијско-интеграцијски приступ настави Света око нас и Математике може допринети побољшању мотивације ученика. Уочавамо да велики број студената (њих 123, што је 82% укупног броја испитаника) има позитиван став по овом питању. Чак 44,67% студената у потпуности сматра да корелацијско-интеграцијски приступ настави Математике и Света око нас може допринети побољшању мотивације ученика. Неодлучан став има 10% студената. Само 4% студената се не слаже са претходно поменутом тврдњом, а 6 студената има апсолутно негативан став. С обзиром на то да интегративна настава у основи има активну наставу и учење које је засновано на квалитетној комуникацији и разноврсним активностима, чији је циљ развијање критичког мишљења, креативности, иновативности, флексибилности и других предуслова за живот и рад у 21. веку, претпоставка је да позитивно утиче и на мотивацију ученика (Professional Development Service for Teachers, 2017), што студенти свакако препознају као предност овог наставног модела.

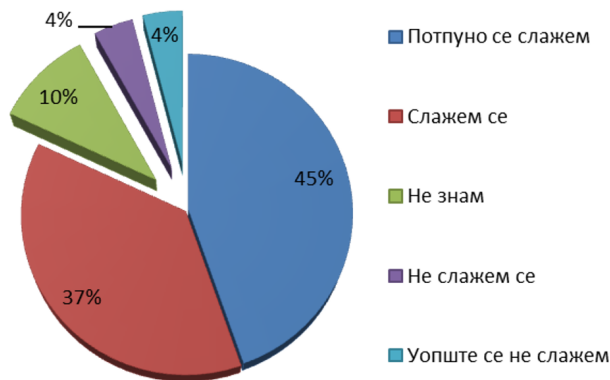


График 1: Ставови студената у односу на утицај часова корелације Света око нас и Математике на мотивацију ученика

У оквиру другог задатка испитали смо ставове студената ФПН о утицају поменутог наставног модела на квалитет знања ученика. Дакле, задатак нашег истраживања био је да испитамо да ли студенти ФПН интегративну наставу СОН и Математике препознају као претпоставку квалитета стечених знања ученика у наставном процесу. У складу са тим податке смо прикупили на основу две тврдње. Прва се односи на утицај интегративног приступа садржајима Света око нас и Математике на квалитет знања ученика, посебно на практичну применљивост у свакодневном животу и даљем учењу. Сходно томе одговори испитаника приказани су Графиком 2, на основу кога уочавамо да се више од половине студената (њих 89, што је 59,33% укупног броја испитаника) слаже са поменутом тврдњом, истичући да примена наставног модела који интегрише сродне садржаје предмета Свет око нас и Математике може допринети подизању квалитета стечених знања ученика, те да су таква знања практично применљивија. Потпуно позитиван став има 48 студената, а неодлучно је било 8 студената. Насупрот томе 4,67% студената сматра да корелацијско-интеграцијски приступ настави Математике и Света око нас не доприноси стицању квалитетних знања, применљивих у свакодневном животу и даљем учењу, већ да су пресудни неки други фактори. Наши резултати истраживања слични су резултатима Спасић-Стошић (2014) која наводи да примена корелације у настави има велики значај, садржаје различитих предмета који су логички повезани у јединствен систем ученици лакше, брже и **квалитетније** усвајају. С друге стране, због природе садржаја поменутих предмета и датих исхода пожељно је активности организовати што чешће изван учионице, односно у ближем природном и друштвеном окружењу, а посебно су погодни организоване посете, шетње, излети, настава у природи (Службени гласник РС, бр. 88/17), што свакако ствара услове за стицање квалитетнијих и практично применљивих знања кроз интегративну наставу.

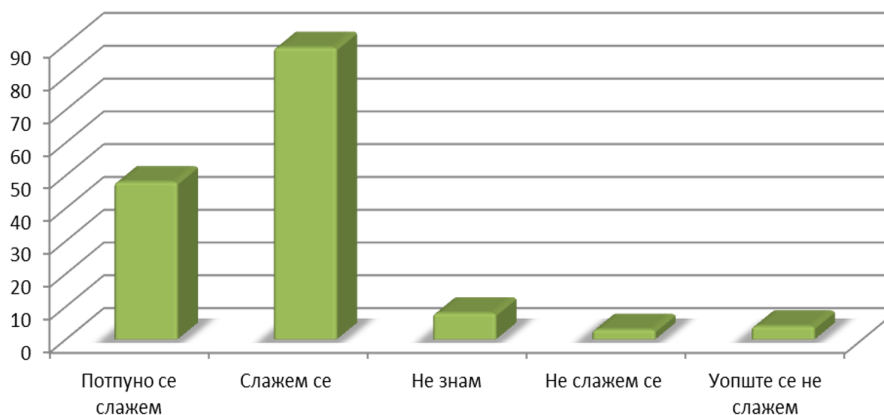


График 2. Дистрибуција одговора студената у вези са тврдњом о утицају часова корелације Света око нас и Математике на квалитет знања ученика

С обзиром на то да је једна од карактеристика квалитета знања и његова трајност, друга тврдња коју разматрамо о утицају корелацијско-интеграцијског приступа настави Света око нас и Математике на квалитет знања ученика односи се управо на тај сегмент. Дескриптивни показатељи приказани Графиком 3 указују на то да се велика већина студената (њих 130, што је 87,63% укупног броја испитаника) слаже са поменутом тврдњом. Тридесет студената (20%) у потпуности сматра да корелацијско-интеграцијски приступ настави утиче на повећање трајности знања ученика. Неодлучан став има 20 студената, док у овом случају није било ниједног испитаника са негативним ставом према о овој тврдњи.

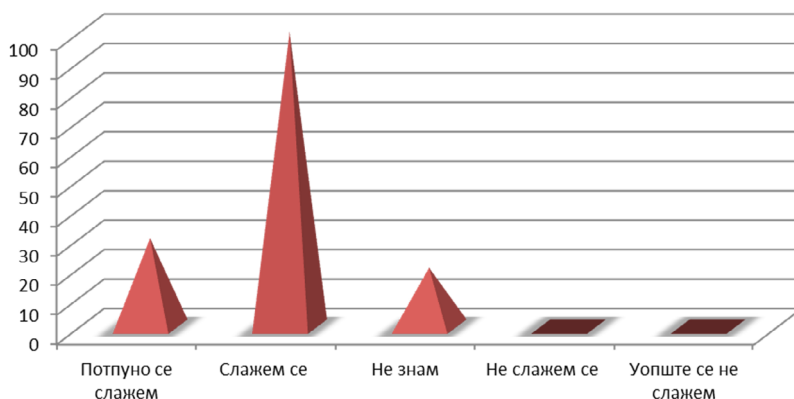


График 3. Дистрибуција одговора студената у вези са тврдњом о утицају часова интегративне наставе Математике и Света око нас на трајност знања ученика

Када је у питању трећи истраживачки задатак, акценат је био на испитивању ставова студената Факултета педагошких наука у Јагодини о фреквентности примене интегративне наставе Света око нас и Математике у основним школама у којима реализују интегрисану праксу током студија. Добијени подаци указују на то да већина студената (њих 128, што је 85,33% укупног броја испитаника) сматра да се интегративна настава ретко реализује. Најчешће је то у виду тематских дана поводом обележавања значајнијих датума (прослава Св. Саве, Дан жена, почетак годишњих доба и сл.). С друге стране, већина студената (112, односно 74,67% испитаника) сматра да је интегративну наставу могуће реализовати у сва четири разреда ОШ, што би требало да допринесе учесталијој примени овог наставног модела.

Актуелна ситуација коју смо поменули у теоријском делу рада, као и законске регулативе које јасно истичу значај интегративне наставе, неминовно повлаче за собом и потребу разматрања унапређења универзитетске наставе, посебно дела који се бави образовањем будућих учитеља. У складу са тим, последњи задатак нашег истраживања односи се на испитивање ставова студената ФПН о заступљености садржаја о интегративном приступу у оквиру универзитетске наставе. Највећи број студената, 118 испитаника (78,67%), сматра да су у оквиру универзитетске наставе недовољно заступљени садржаји који се односе на интеграцију различитих наставних предмета. Двадесет девет студената је имало неутралан став по овом питању, а само три студента негативан став. С обзиром на то да се студентска перцепција посматра као врло значајан ресурс, чија повратна информација, мишљење и образовно искуство значајно доприносе унапређивању квалитета наставног рада и услова студирања на високошколској институцији (Јевремов и др., 2016), не треба занемарити њихове ставове у односу на *интеграцијску наставу* која у систему универзитетске наставе треба да има значајну улогу, јер управо ти будући учитељи у блиској будућности биће у прилици да реализују наставу у складу са Законом о основама система образовања и васпитања (Службени гласник РС, бр. 88/17).

Закључак

Током овог истраживања дошли смо до одређених резултата на основу којих се могу извести следећи закључци.

1. Студенти ФПН препознају значај и предности интегративне наставе и свесни су њеног утицаја на унапређење наставног процеса. Највећи број студената значај интеграције види у њеном утицају на мотивацију ученика;

2. Студенти ФПН сматрају да интегративна настава може утицати на квалитет и трајност стечених знања;
3. Највећи број испитаника сматра да интегративна настава није довољно заступљена у основним школама, упркос чињеници да садржаји програма нуде бројне могућности за реализацију овог наставног модела;
4. Већина испитаника сматра да би наставу на факултету требало унапредити применом интегративног приступа. Да би студенти – будући учитељи, могли да одговоре постављеним захтевима, неминовно морају имати одређене компетенције наведене у оквиру *Правилника о сјталном сјџручном усавршавању и сјџицању звања насјтавника, васјџиџача и сјџручних сарадника* (Сл. гласник РС, бр. 13/2012 и 31/2012). Они би требало да ученике оспособе да боље разумеју и схватају поједине садржаје, сагледавају одређена питања и проблеме из различитих углова и са различитих страна, развијају навике да појаве, процесе и односе у окружењу посматрају дубље и целовитије и, тиме, јединствено и свеобухватно сагледавају свет који их окружује. Зато је важно студенте – будуће учитеље, кроз увођење нових обавезних и изборних предмета, али и измена силабуса постојеће групе дидактичко-методичких предмета у контексту интегративне наставе, оспособити за успешну реализацију интегративне наставе.

На основу наведених закључака, може се извести општи закључак да студенти ФПН имају позитиван став о интегративној настави Света око нас и Математике, свесни су њених предности и значаја, те да би са тим у вези ваљало размотрити могућност унапређења студијских програма новим наставним предметима и изменама постојећих силабуса методичке групе предмета. Креирање електронских база података ↑ наставног материјала, адекватне литературе и конкретних примера припрема за часове интегративне наставе омогућило би учесталију примену овог иновативног модела. На тај начин омогућило би се лакше и брже имплементирање интегративне наставе како у рад са студентима, тако и у праксу учитеља који већ раде у основним школама.

Литература

Åström, M. (2008). *Defining Integrated Science Education and Putting It to Test*, The Swedish National Graduate School in Science and Technology Education, FontD Linköping university: Norrköping.

Buljubašić-Kuzmanović, V. (2007). Studentska prosudba učinkovitosti integrativnog učenja, *Odgovorne znanosti*, Vol. 9, br. 2, 147–160.

Cekić-Jovanović, O. (2012). Mogućnosti korelacije nastave prirode i društva i matematike u okviru obrazovno-računarskog softvera, *Zbornik radova sa II međunarodne konferencije „Metodički aspekti nastave matematike” (MATM2011 – Methodological Aspects of Teaching Mathematics)*, Jagodina: Fakultet pedagoških nauka Univerziteta u Kragujevcu, 435–448.

Gulab, K., Shekhawat, M., Saxena, N., Mehra, M. C. (2017). Introduction and Impact of Integrated Teaching Learning Method for First Professional Medical Students, *Journal of Research & Method in Education*, Vol. 7, No 1, 10–13. Posećeno 27. 2. 2018. godine <http://www.iosrjournals.org/iosr-jrme/papers/Vol-7%20Issue-1/Version-3/C0701031013.pdf>

Hurić, Z. (2014). Korelacija matematike i ostalih nastavnih predmeta, *Nastava matematike*, Vol. LIX, br. 4, 41–44.

Jakovljević, A., Cekić-Jovanović, O. (2014). Svet oko nas / Priroda i društvo i Matematika u sistemu međupredmetne povezanosti – stavovi učitelja, *Zbornik radova sa III međunarodne konferencije „Metodički aspekti nastave matematike” (MATM2014 – Methodological Aspects of Teaching Mathematics)*, Jagodina: Fakultet pedagoških nauka Univerziteta u Kragujevcu, 341–350.

Jevremov, T., Lungulov, B., Dinić, B. (2016). Zadovoljstvo studenata kvalitetom nastave: efekti godine studija i akademskog postignuća, *Nastava i vaspitanje*, Vol. LXV, br. 3, 491–508.

Jović, N., Stanojević, D. (2008). Korelacija nastavnih sadržaja – problem i primeri pozitivne prakse, *Zbornik sa naučne konferencije Tehnika i informatika u obrazovanju*, 9–11. maj 2008, Čačak, 402–408.

Kostović-Vranješ, V., Vickov, G. (2013). Interdisciplinary teaching of Science and English at an Early School Age, *Croatian Journal of Education*, Vol. 15, No. 3, 823–848.

Lazarević, Ž., Bandjur, V. (2001). *Metodika nastave prirode i društva*, Beograd: Učiteljski fakultet.

Mićanović, V. (2008). Organizaciono-tehnički uslovi primene računara u početnoj nastavi matematike, *Pedagoška stvarnost*, br. 3–4, 350–363.

Nađ Olajoš, A. (2016). *Mogućnosti primene korelacijsko-integracijskog metodičkog sistema u razrednoj nastavi* (doktorska disertacija), Novi Sad: Filozofski fakultet. [http://www.cris.uns.ac.rs/DownloadFileServlet/javniUvid146978219060436.pdf;jsessionid=31C60A420E8A543E1A644F58BD4147E5?controlNumber=\(BISIS\)101625&fileName=146978219060436.pdf&id=6630](http://www.cris.uns.ac.rs/DownloadFileServlet/javniUvid146978219060436.pdf;jsessionid=31C60A420E8A543E1A644F58BD4147E5?controlNumber=(BISIS)101625&fileName=146978219060436.pdf&id=6630), posećeno 23. 9. 2017.

Pravilnik o nastavnom planu i programu za prvi i drugi razred osnovnog obrazovanja i vaspitanja (2011). *Službeni glasnik Republike Srbije, Prosvetni glasnik*, br. 10/2004, 20/2004, 1/2005, 3/2006, 15/2006, 2/2008, 2/2010, 7/2010, 3/2011, 7/2011-I i 7/2011-II.

Professional Development Service for Teachers PDST (2017). *An Integrated Approach to Learning, Teaching & Assessment*, Dublin. http://www.pdst.ie/sites/default/files/Integrated%20Approach_0.pdf, posećeno 20. 2. 2018.

Radojičić Lukić, Ž. (2011). Integrativna nastava u savremenom obrazovnom procesu, *Obrazovna tehnologija*, 4/2011, 367–378.

Službeni glasnik RS – Prosvetni glasnik, broj 10/17.

Spasenović, V., Hebib, E. (2014). Programi obaveznog obrazovanja u evropskim zemljama: osnovne odlike i pravci promena, u: R. Nikolić (ur.), *Nastava i učenje, savremeni pristupi i perspektive*, Užice: Učiteljski fakultet, 37–44.

Spasić-Stošić, A. (2014). Korelacija nastavnih predmeta Svet oko nas i Srpski jezik u I razredu osnovne škole, *Godišnjak Učiteljskog fakulteta u Vranju*, knjiga V, 499–509.

Vilotijević, N. (2006). *Integrativna nastava prirode i društva*, Beograd: Školska knjiga.

Olivera Cekić Jovanović

University of Kragujevac

Faculty of Education in Jagodina

MATHEMATICS IN WORLD AROUND US – INTEGRATED TEACHING

Summary: The theoretical part of this paper deals with some aspects and possibilities of linking the contents of the World Around Us and Mathematics. Special emphasis was put on the analysis of (in)compliance of the two subjects. In the context of the correlation-integration approach, possibilities for improving the quality of the teaching World Around Us in elementary schools are considered. The methodological part of the paper is dedicated to empirical research aimed at examining the attitudes of future teachers about the correlation-integration approach. Data were collected online, with an electronic questionnaire and a 5-point Likert-type scale, on a sample of 150 students of the Faculty of Education in Jagodina. The results obtained by applying simple statistical methods show that students have positive attitudes about the importance of applying the content of Mathematics in teaching of the World Around Us, and recognize possibilities for raising the quality of teaching using the correlation-integration approach, which suggests considering conditions for more frequent application of this teaching system.

Keywords: correlation, integration, student attitudes, contemporary teaching of Mathematics and World Around Us.

Arzija Mahmutović
JU „Djeca Sarajeva”
Sarajevo
Bosna i Hercegovina

DOI: [10.46793/MANM4.183M](https://doi.org/10.46793/MANM4.183M)
УДК: 373.3.091

INTEGRISANE NASTAVNE AKTIVNOSTI U PRVOM RAZREDU DEVETOGODIŠNJE OSNOVNE ŠKOLE

Apstrakt: Putem integrisanih nastavnih aktivnosti obezbjeđujemo primjenu kvalitetnih veza i odnosa koji postoje među komponentama raznih sadržaja. Na taj način se svakom pitanju, problemu, temi i pojmu proučavanja pristupa posmatrajući ga iz svih perspektiva, sakupljajući o njemu podatke iz različitih disciplina. Takvo učenje matematičkih pojmova obuhvata različite discipline, slijedi prirodnu životnu situaciju u kojoj se neki pojam posmatra kao biološka i istorijska pojava koja ima matematička, a istovremeno likovna, jezička i druga svojstva. Takvo učenje karakteriše: sadržaj koji se odnosi na pojmovni svijet koji nas okružuje, važna znanja i činjenice bez obzira na nastavni predmet. Provjera znanja se vrši dobivenim rezultatom, uratkom, rješavanjem problema i primjenom naučenog, mijenjajući ulogu učitelja i učenika, dajući učeniku više vremena za povezivanje i razumijevanje pojmova i pojava u stvarnosti.

Rad sadrži rezultate eksperimentalnog istraživanja koje je provedeno na uzorku od stotinu učenika. Dobiveni rezultati ukazuju da smo primjenom integrisanih aktivnosti u odnosu na tradicionalni model dobili bolje rezultate u formiranju matematičkih pojmova. Primjenom različitih didaktičko-metodičkih postupaka, metoda, oblika, izvođenjem praktičnih operacija, do izražaja su došle brojne psihičke funkcije, na potrebu čega ukazuje pedagogija uopšte.

Ključne riječi: tradicionalni model, korelacijske discipline, međupredmetno povezivanje, integrisane aktivnosti.

Uvod

Sve promjene kroz koje djete prolazi u fazama svoga razvoja stavljaju pred njega izazove i nove probleme za koje je neophodno pronaći rješenja. Još je J. A. Komenski, mada je velik pristalica predmetnog sistema nastave, uočio negativne strane predmetnog sistema nastave i upozorio na nedostatke koje krije. Obistinila su se predviđanja Komenskog da aktivnosti po sistemu strogo odvojenih predmeta ne vode do jedinstva svijesti djece, ne vode stvaranju

jedinstvenog pogleda na svijet, već daju parcijalna i nepovezana znanja i ne osposobljavaju u dovoljnoj mjeri za život. Prema tome, strogo predmetni sistem aktivnosti ima svoje prednosti i nedostatke. Mnogobrojna istraživanja koja su u tom smislu poduzeta, iako ih je još nedovoljno, čine napore da se u domenu strateškog razvoja pojmova nađu rješenja koja će dovesti do kvalitetnijih ishoda u neposrednoj odgojno-obrazovnoj praksi.

Značaj igre i didaktičkog materijala u integrisanim nastavnim aktivnostima na formiranje matematičkih pojmova

Govoreći o formiranju matematičkih pojmova, Montessori govori prije svega o materijalu koji je koristila u radu s djecom na razvijanju njihove kompetencije i matematičkog uma. Ona senzorni materijal smatra sistemom materijalizovanih aplikacija ili bazičnim matematičkim materijalom. Vjeruje da je matematički um u djetetu aktivan od samog početka i da je zbog toga od najveće važnosti utjecaj sredine na njega kako bi se ove sposobnosti dalje razvijale. Dobro odabran didaktički materijal sam po sebi mami radoznalost djeteta motivišući ga na istraživanje, rad i učenje.

Mnogi autori ističu da je igra veoma značajna u usvajanju matematičkih i naučnih pojmova. Navode da važni dijelovi matematike i nauke uključuju učenje o brojevima i numeričkim reprezentacijama, razumijevanje oblika i veza među njima, razvoj pojmova o oblicima i prostoru, kao i mjerenje i rješavanje različitih problema. Oni predlažu da se u učionicama formiraju centri koji bi omogućili djeci manipulaciju različitim materijalima, a to bi, s druge strane, dovelo do razvoja pojmova i vještina, kao što su klasifikacija, serijacija, razumijevanje prostornih odnosa i sl.

Najznačajnije igre za formiranje matematičkih pojmova, prema Milijević S., su: *Gdje je moje mjesto (složi me po visini)*, *Igra aviona*, *Sakrivanje*, *Koji je dan poslije toga*, *Školica*, *Mi slikamo krugovima*, *Dobar dan, gdje je moj stan*, *Sastavi i broji*, *Igra s parnim slikama*, *Broj dalje*, *Čime se mjeri, čime se mjeri...*, *Šta se mjeri, šta se mjeri...*, *Traži isti oblik*, *Brzo razvrstaj*, *Imenovanje predmeta*, *Ko ima veći ili manji broj*, *Pronađi isti skup*, *Domino-geometrijski likovi*, *Dani u sedmici* i druge igre. Didaktičke igre i njihova didaktičko-metodička pravila tematski olakšavaju i usmjeravaju formiranje misaone radnje, samim tim i pojmova u našem eksperimentalnom faktoru.

Metodologija istraživanja

Problem ovog istraživanja je bio naučno rasvjetljavanje pedagoških i didaktičko-metodičkih aspekata i efekata integrisanih nastavnih aktivnosti u odnosu na tradicionalni model.

Cilj ovog istraživanja je dvojak:

- a) na osnovu kritičke analize tradicionalnog modela utvrditi mogućnost njegove rekonstrukcije u okviru integrisanih nastavnih aktivnosti,
- b) eksperimentalno provjeriti moguće efekte integrisanih nastavnih aktivnosti.

Osnovna hipoteza istraživanja je da se putem integrisanih nastavnih aktivnosti u devetogodišnjoj osnovnoj školi postiže u prosjeku statistički bolji rezultat na Testu razvijenosti matematičkih pojmova u mlađem osnovnoškolskom uzrastu u odnosu na nastavu po predmetima.

Metode koje smo koristili u ovom radu su: metoda teorijske analize i sinteze, survey istraživačka metoda i eksperimentalna metoda

Priroda problema, cilj i zadaci našega istraživanja uslovili su da na osnovu naučno-teoretskog osnova za planiranje integrisanih nastavnih aktivnosti u mlađem osnovnoškolskom uzrastu prihvatimo sljedeći *instrument*: Test razvijenosti matematičkih pojmova (inicijalni i finalni).

Populacija i uzorak istraživanja dati su u Tabeli 1.

Tabela 1. Struktura i veličina uzorka

Uzrast	Broj grupa		Broj djece		Ukupno E+K
	eksperimentalna	kontrolna	dječaka	djevojčica	
Prvi razred devetogodišnje osnovne škole	2	2	E=10+12	E=15+13	100
			K=12+12	K=13+13	

Statistički postupci

Prilikom statističke obrade podataka korišten je IBM SPSS 19 i IBM SPSS 17 (Statistical Product and Service Solution), uz primjenu najrelevantnijih postupaka za analizu rezultata i provjeru postavljenih hipoteza. Kroz odabir statističkih postupaka nastojali smo doći do rezultata koji su jasni i nedvosmisleni i koji će imati svoje opravdanje kroz mogućnost primjene u obrazovnoj i pedagoškoj praksi. U obradi rezultata korišteni su sljedeći statistički postupci:

1. Paried Samples Test ili test uparenih uzoraka ili Studentov test za testiranje hipoteze istraživanja,
2. Hi kvadrat za analizu distribucije rezultata.

Dobijene rezultate uz interpretacijski osvrt prikazujemo kombinovanjem tekstualne, tabelarne i grafičke forme u okviru narednih poglavlja, kako bismo imali što očigledniji uvid u nalaze ovog eksperimentalnog istraživanja.

ANALIZA I INTERPRETACIJA REZULTATA EMPIRIJSKOG ISTRAŽIVANJA

Utjecaj integriranih nastavnih aktivnosti na razvijenost opštih matematičkih pojmova u osnovnoj školi u odnosu na nastavu po predmetima

Formiranje pojmova kod djeteta započinje posmatranjem i manipulacijom konkretnim predmetima, što je u integriranim aktivnostima omogućeno, između ostalog, govornim reprodukovanjem radnje s didaktičkim materijalom. Rezultat tog rada su percepcije i predstave, od kojih se formiraju pojmovi. Posmatrajući predmete i pojave u okolini, dijete počinje rano uočavati sličnosti i razlike, dakle, počinje proces apstrahovanja i generalizacija. U početku dijete nije svjesno postupaka zanemarivanja nebitnih i uopštavanja bitnih osobina, ali s razvojem djetetova mišljenja i taj proces postaje svjesniji.

Za potrebe našeg istraživanja izvršeno je inicijalno mjerenje razvijenosti matematičkih pojmova u osnovnoj školi. Rezultate prikazujemo u Tabeli 2.

Tabela 2. Test razvijenosti matematičkih pojmova – devetogodišnja osnovna škola, inicijalno ispitivanje

Grupa	N	M	SD	<i>t-omjer</i>	df	Sig.
K	50	28,800	3,728			
E	50	28,880	4,813			
				-0,073	49	0,942

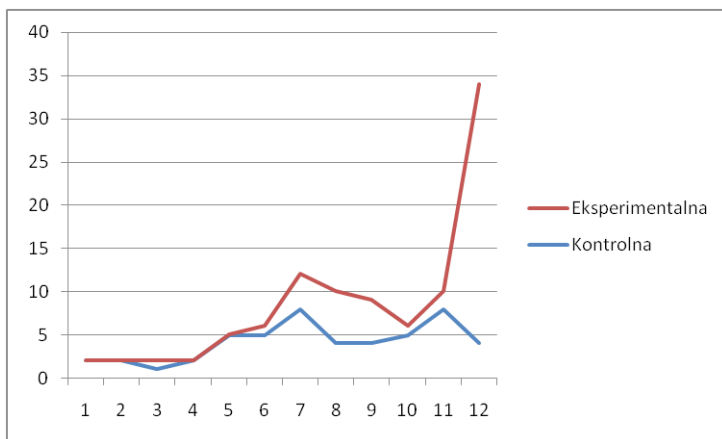
Dobijeni rezultati prikazani na Tabeli 2 imaju sljedeće vrijednosti: $t = -0,073$, $df = 49$ i $p = 0,942$, što nam ukazuje da ne postoji statistički značajna razlika između eksperimentalne i kontrolne grupe.

Nakon što smo zamijenili nastavu po predmetima s integriranim nastavnim aktivnostima i nakon završetka eksperimenta pristupili smo finalnom mjerenju. Rezultate donosimo u Tabeli 3.

Tabela 3. Test razvijenosti matematičkih pojmova – osnovna škola, rezultati finalnog ispitivanja

Grupa	N	M	SD	<i>t-omjer</i>	df	Sig.
K	50	29,640	3,042			
E	50	32,440	2,224			
				5,172	49	0,000

Na osnovu Tabele 3 vidimo da je $t = 5,172$, $df = 49$, $p = 0.000$ i da se kontrolna i eksperimentalna grupa statistički značajno razlikuju. Eksperimentalna grupa je postigla bolje rezultate na Testu razvijenosti matematičkih pojmova od kontrolne grupe, gdje nije bio uključen eksperimentalni faktor. Vrijednost standardne devijacije je manja u eksperimentalnoj grupi, što znači da su ispitanici postigli rezultate bliže srednjoj vrijednosti.



Grafikon 1. Rezultati finalnog ispitivanja razvijenosti matematičkih pojmova u devetogodišnjoj osnovnoj školi

Na Grafikonu 1 vidljiv je napredak eksperimentalne grupe. Grafikon ukazuje da se ne radi o normalnoj distribuciji rezultata, pa smo izračunali χ^2 . Tabela prikaz dobijenih rezultata nalazi se u prilogima. Na osnovu analize utvrđenih pokazatelja $\chi^2 = 41,660$, $df = 11$, $sig. = 0,000$, konstatujemo da se kontrolna i eksperimentalna grupa statistički razlikuju, odnosno razlikuju se distribucije rezultata u okviru kontrolne i eksperimentalne grupe.

Dobijeni rezultati s finalnog mjerenja na Testu razvijenosti matematičkih pojmova u osnovnoj školi potvrđuju osnovnu hipotezu koja glasi: *Pretpostavlja se da će se putem integriranih nastavnih aktivnosti u devetogodišnjoj osnovnoj školi postići u prosjeku statistički bolji rezultati na Testu razvijenosti matematičkih pojmova u mlađem osnovnoškolskom uzrastu u odnosu na nastavu po predmetima.*

Logičko-matematičko saznavanje je autentično i formira se prerađom iskustava i mogućnostima njihove primjene u situacijama rješavanja problema, tako da je rad na razvijanju matematičkih pojmova strukturiranje sredine bogate podsticajima za što bogatija i autentičnija iskustva djece. Razvijati matematičke pojmove u mlađem osnovnoškolskom uzrastu znači pomoći djetetu da u svojoj okolini:

- uočava kvantitativne osobine pojava i predmeta;
- grupiše i klasifikuje prema sličnosti, a odvaja na osnovu razlike;
- pri tome se oslobađa zavisnosti perceptivnih mehanizama upotrebljavajući zakonitosti logičko-matematičkog zaključivanja;
- u tako specifičnom vidu rada postupno otkriva zakonitosti apstraktnog mišljenja i priprema se za usvajanje vaspitno-obrazovnih sadržaja i vaspitno-obrazovnih metoda s jedne strane i zahtijeva i zakonitosti matematike kao nauke s druge strane.

Integrисане наставне активности морају бити такве да омогућају даља продубљивања и проширивања градива и пригодан наставак математичког образовања на вишем нивоу и у њиховом мишљењу формирају оне математичке појмове који су данас научно потврђени.

Принцип научности у наставним интегрисаним активностима састоји се у нужном складу педагошких и дидактичко-методичких аспеката и заhtјева и законitosti математике као научне дисциплине с друге стране. То значи да учитељ треба да упознаје ученике с оним чињеницама које ће у њиховом мишљењу формирати научно потврђене математичке појмове. Развивање појмова почиње манипулисањем конкретним предметима и посматрањем. Резултат тог рада су перцепције и представе – основни материјал из којег се развивају појмови. Предмет дечијег посматрања нису увјек били предмети, него и њихови односи који ће се илустровати различитим дидактичким материјалом (да би их дјеца лакше уочила и разумјела).

Осим чулног и мисаоног фактора, у процесу формирања математичких појмова важну улогу има и развој говора. Појмови се код дјеце не развивају само под утјецајем перцепције и мишљења, него и под утјецајем говора. Употребљавајући исту ријеч за перцептивно различите садржаје (два дјечака, два дрвета...), дијете уочава у њима оно што је исто – тј. два. Ријеч *два* симбол је онога што је заједничко и битно у свим тим skupовима и што, према томе, у овом случају омогућава стјечање појма броја.

ZAKLJUČAK

Процес формирања математичких појмова је поступан процес:

- a) почетни и најједноставнији степен формирања појма је посматрање и упознавање конкретних објеката и њихових конкретних својстава повезаних с појмом, односно, чулно запажање;
- b) други степен је уочавање општег и заједничког међу елементима у посматраном skupu објеката, што чини представу о појму;

- c) treći stepen je izdvajanje bitnog opšteg svojstva posmatranih objekata koje vodi formiranju i usvajanju pojma.

To znači da bilo koji pojmovi, a među njima i matematički, nakon pažljive analize apstrahiranjem svojstava predmeta, koji stvarno postoje u prirodi, nastaju uopštavanjem. Na taj način matematički pojmovi, iako apstraktni, ipak odražavaju neke strane stvarnog svijeta i samim tim pridonose njegovom spoznavanju. Učitelji ostvaruju načelo naučnosti ako pravilno provode process formiranja pojma (opažanje, predstava o pojmu, formiranje pojma) i pridržavaju se osnovnih pravila koja mora zadovoljavati definicija pojma kao što su primjerenost, minimalnost sadržaja, sažetost, prirodnost, prikladnost, primjenjivost, savremenost.

LITERATURA

Antonijević, R. (2008). Uloga i značaj pojmova u procesu intelektualnog vaspitanja, *Pedagogija*, 3/08, 391–401.

Bežen, A. (2008). *Metodika znanost o proučavanju nastavnog predmeta*, Zagreb.

Čudina-Obradović, M., Brajković, S. (2009). *Integralno poučavanje*, Zagreb: Pučko otvoreno učilište „Korak po korak”.

Ilić, M. (1987). *Nastava različitih nivoa težine u poznavanju prirode i društva*, Banja Luka: Nastava.

Ilić, M. (2005). Planiranje efikasne nastave u obrnutom dizajnu, *Naša škola*, br. 1–2. 141–156.

Lazarević, D. (1995). Nastava i razvoj pojmova: Neovigotskijanski pristup, *Zbornik Instituta za pedagoška istraživanja*, br. 27, 121–138.

Mahmutović, A. (2011). Korelacija i razvijanje pojmova u starijem predškolskom i mlađem osnovnoškolskom uzrastu, *Didaktički putokazi, časopis za teoriju i praksu*, br. 60.

Markovac, J. (2001). *Metodika početne nastave matematike*, Zagreb: Školska knjiga.

Milijević, S. (1989). *Zbirka didaktičkih igara*, Sarajevo: „Svjetlost”, OOUR Zavod za udžbenike i nastavna sredstva.

Nastavni plan i program za prvi razred devetogodišnje osnovne škole (2008). Sarajevo: Kanton Sarajevo, Ministarstvo obrazovanja.

Stepanova-Sidenko, A. (2009). O inovacionim i tradicionalnim modelima, *Nastava i vaspitanje*.

Arzija Mahmutović

PI „Djeca Sarajeva”

Sarajevo

Bosnia and Herzegovina

INTEGRATED TEACHING ACTIVITIES IN THE FIRST GRADE OF NINE-YEAR ELEMENTARY SCHOOL

Summary: Integrated teaching activities enable the connection of the contents of different subjects. This approach is characterized by the examination of every problem, subject or research topic from a multitude of perspectives, thus gathering a number of information from different disciplines. It is in line with real life situations in which a problem is seen as a biological and historical circumstance that is made of mathematical and at the same time artistic, linguistic and other characteristics. Ultimately, the assessment is carried out by the ending result, essay or a problem solution and application of knowledge, thus changing the teacher|student relationship by giving the student more time for interconnection and comprehension of terms and phenomena that describe our reality.

This paper contains results of an experimental study that was carried out on a sample of hundred students. The resulting data point to a conclusion that the application of integrated teaching activities gives better results with respect to the traditional model when it comes to the formation of mathematical terms. Moreover, it must be noted that a greater expression of psychological functions was achieved by the application of different didactical and methodological methods and forms.

Keywords: traditional model, correlative disciplines, interdisciplinary connections, integrative teaching activities.

Vera M. Savić

University of Kragujevac
Faculty of Education in Jagodina
Department of Philology

DOI: [10.46793/MANM4.191S](https://doi.org/10.46793/MANM4.191S)

УДК: 37.091.3::51-028.31(811.111)

INTEGRATING MATHEMATICS CONTENT INTO PRIMARY ENGLISH CURRICULUM THROUGH CONTENT-BASED INSTRUCTION

Abstract: Success in learning a foreign language is seen as the ability to use a foreign language in a variety of life contexts. Integration of mathematics content into a grade-appropriate English curriculum has the potential to enlarge the possibilities for young learners to experience more authentic and meaningful communication and more varied life-like interaction in a number of content-based activities. The aim of the paper was to study mathematics content in international coursebooks used for teaching English as a foreign language (EFL) in grades 1–4 in Serbian primary schools and to explore the means for integrating mathematics content into English classes. The study was based on a content analysis of seven EFL coursebook sets and focused on mathematics content analysis in relation to six study questions. The results revealed four distinct key content integration categories and showed that some of the coursebooks surveyed in the study contain mathematics content that is well integrated into language curriculum and supports deeper learning of both mathematics and language through cross-curricular links. However, the results also indicated that mathematics content in the coursebooks surveyed is mainly not grade appropriate or cognitively challenging enough, which requires EFL teachers to provide more materials for expanding the cross-curricular links. Pedagogical implications of the study refer to EFL teachers' professional development needs for enhancing their own skills to implement content-based instruction by introducing creative and motivating content-based and grade appropriate materials and tasks into their classrooms and thus engage the flexible minds of young learners in a holistic learning experience.

Keywords: young learners, content-based instruction, mathematics content, primary English curriculum, EFL coursebooks.

Introduction

The status of English as an international language is being strengthened throughout the globe, affecting the role English as a foreign or second language (EFL/ESL) plays in education systems worldwide (McKay, 2018). Firstly, governments are introducing EFL/ESL programmes earlier than they did several decades ago, mostly at primary school or even preschool levels, and secondly, the choice of English as a foreign language prevails over other languages offered in schools (Enever & Moon, 2009; Pinter, 2011). In some contexts, like in Serbia, English has gained the status of a compulsory school subject from grade one (Official Gazette 10, 2017; Savić & Shin, 2013), while a second foreign language is introduced later, mainly in primary grade five, meaning that all young learners (children aged 7–11) in Serbian state schools attend English classes from the very beginning of their primary education.

To be effective and sustainable, these early foreign language learning programmes need to meet a number of requirements and challenges, most of which relate to learners themselves and to their learning environment. Current EFL/ESL pedagogy proposes creating a context for communicative language use similar to native language learning. This can be done by designing classroom activities and tasks that are full of practice, offer a plenty of repetition and recycling of the new language, are supported with visual materials, realia, gestures and a lot of praise, and provide opportunities for meaningful and purposeful use of the language in situations that are connected to learners' interests and lives, and are also social and enjoyable (Read, 2003; Shin & Crandall, 2014). Content-based approaches, like Content-Based Instruction (CBI) or Content and Language Integrated Learning (CLIL), can contribute to creating such conditions because they connect language teaching and subject content teaching, like mathematics, geography, history, social studies, art or physical education, and thus respond to learners' interests, bring the world into the classroom and create conditions for meaningful and purposeful communication (Bentley, 2010; Coyle, Hood, & Marsh, 2010; Curtain & Dahlberg, 2010; Enever & Moon, 2009; Shin, 2007; Shin & Crandall, 2014).

An important prerequisite for making early language learning programmes successful and sustainable is policy support in terms of specifically trained teachers of young learners, child-friendly curricula and materials, and teaching approaches adopted. The following section describes the primary language learning context in Serbia and the policy that supports the introduction of innovative approaches for achieving the effectiveness of primary language learning programmes.

Background to the Study

Striving to increase the quality of the process of education and of its outcomes, in 2012 the Serbian Ministry of Education, Science and Technological Development (MoESTD) adopted the Strategy for Education Development in Serbia by 2020 (MoESTD, 2018). The Strategy and the corresponding Action Plan resulted in an extensive reform of primary education in Serbia: first, in 2017 the new Rulebook on the Teaching and Learning Plan for the First Cycle of Primary Education (Rulebook), and the teaching and learning curriculum for the first grade of primary education were introduced (Grade One Curriculum) (MoESTD, 2018; Official Gazette 10, 2017); then, in the period 2018–2019 the teaching and learning curricula for the second, third and the fourth grades of primary education were also introduced (Grade Two/Three/Four Curriculum) (Official Gazette 16, 2018; Official Gazette 5, 2019; Official Gazette 11, 2019). The Rulebook (MoESTD, 2018) and Grade One Curriculum have been implemented since September 2018, while Grade Two/Three/Four Curricula have been implemented since September 2019.

Both the Rulebook (MoESTD, 2018) and grades 1–4 curricula comprise new general competence-based requirements for primary education, focusing on attainment targets (functional knowledge and skills) and including interdisciplinary themes into the core subjects. One of the most significant changes introduced by the new curricula is that “instead of obligatory and recommended contents currently in place, the new programs should include key concepts of curricular content” (MoESTD, 2018: 23). The curricula are oriented towards achieving outcomes, rather than on teaching the subject content, and the teachers are instructed to apply active teaching methods, draw on cross-curricular connections by implementing thematic teaching, and apply project-based teaching at all levels of education. Apart from strengthening learners’ key competences, teachers are required to focus on inter-curricular competences by promoting information technologies and skills needed for lifelong learning (MoESTD, 2018). These modifications have created a framework for teaching in a more comprehensive way by applying the methods and subject pedagogies oriented towards outcomes and learners’ competences. The Rulebook gives a common framework for teaching all curricular subjects, while grade curricula determine more specifically the teaching content and approaches.

English possesses a status of a compulsory subject in the first cycle of primary education (grades 1–4) and is taught from primary grade one. The changes introduced by the reformed primary grades 1–4 curricula give teachers a lot of freedom in lesson planning, from selecting the content, to deciding on methods, materials and activities appropriate to their teaching contexts, i.e. responding to the needs, interests and background knowledge of their

learners. Teachers are further directed towards contextualising the curriculum by selecting the materials from various resources, designing life-like interactive activities, and explicitly teaching the cultural content for developing learners' intercultural awareness. What is more, English language teachers are instructed to integrate cross-curricular themes and non-linguistic subject content into the language classroom. Thematic language teaching through non-linguistic subject content is an approach to foreign language teaching known as Theme-Based Instruction (TBI), a language focused variety of CBI/CLIL, which will be explained in the following section.

Content-Based Instruction in Teaching English to Young Learners

Language approaches, like TBI, that use content from non-linguistic subjects to contextualise foreign language teaching and learning and to enhance language proficiency, are regarded language-driven CBI because the teaching focuses mainly on linguistic development, while content learning is mainly incidental (Curtain & Dahlberg, 2010; Shin, 2007; Shin & Crandall, 2014). On the other hand, CLIL is more content-driven and focuses on simultaneous learning of subject content and a foreign language (Bentley, 2010; Coyle, Hood, & Marsh, 2010). Two basic varieties are distinguished among numerous models on the soft CLIL – hard CLIL continuum applied in education systems worldwide: soft CLIL is applied in programmes that “teach topics from the curriculum as part of a language course” (Bentley, 2010: 6); but if a half of the curriculum is taught in a foreign language, the approach can be referred to as hard CLIL (Bentley, 2010). This means that content-based programmes range from subject-led, like total immersion, bilingual education, or partial immersion, to language-led, like different models of thematically based language teaching, from teaching some curricular topics in language lessons once a week or once a month, to planning and teaching a thematic unit (TU), i.e. series of four to five language lessons connected by a common theme and incorporating content from other subjects in a grade curriculum (Cenoz, 2015; Shin, 2007; Shin & Crandall, 2014). In language-driven CBI, lessons are taught by an EFL teacher, who uses the content from the regular L1 subject curriculum to enhance learners' language development (Coyle, Hood, & Marsh, 2010; Banegas, 2013).

The principal rationale behind CBI/CLIL programmes lies in their ability to enhance educational outcomes. Research in the area of CBI points to a number of benefits of applying content-based approaches, seen mainly in learners' cognitive and linguistic development, like problem solving skills, higher order thinking, listening and reading skills, increased motivation and

more active engagement in classroom activities (Coyle, Hood, & Marsh, 2010; Ioannou-Georgiou, 2012). Furthermore, task-based and/or project-based learning, which is often part of a CBI/CLIL/TBI approach, provides an authentic context for meaningful communication, increases exposure to a foreign language, develops learners' social skills, their creative and critical thinking, and a number of learning skills and strategies that can be applied across the curriculum (Ioannou-Georgiou, 2012).

Integrating Mathematics Content into Primary English Curriculum

Content-based language teaching mainly draws upon learners' everyday experience and general knowledge and is thus able to connect school and home through themes and topics, which makes language lessons interesting, engaging and motivating (Brewster, Ellis & Girard, 2004). Mathematics topics and issues for young learners include numbers, counting, measuring, shapes, telling the time, and money, and are often introduced through rhymes, chants, songs and games, integrating all four language skills in the process.

One of the factors that plays a crucial role in CBI/CLIL is the availability of teaching materials in a foreign language. Studies related to coursebook evaluation, both general language coursebooks and CLIL ones, show varied results. A study of CLIL content in international EFL coursebooks for teenagers in Argentina (Banegas, 2013) showed that there was little correlation of the subject-specific content in English and the corresponding content in the native language (L1), and that the subject content in EFL coursebooks was oversimplified and focused on lower-order thinking tasks. Studies conducted in the Czech Republic considered authentic mathematics textbooks in English used in CLIL classrooms, and found linguistic and cultural obstacles related to mathematical terminology, grammar and general vocabulary (Novotná & Moraová, 2005; Novotná, Moraová, & Hofmannová, 2009). The authors suggested that teachers should help students develop vocabulary through using games, crosswords, and illustrations, by frequent repetition and by keeping a balance between language and mathematics learning (Novotná & Moraová, 2005; Novotná, Moraová, & Hofmannová, 2009).

Mathematics Content in International Primary EFL Coursebooks

Bearing in mind the new curricula prescriptions, the benefits of CBI/CLIL highlighted by a number of studies, as well as the varied results of the studies of mathematics content in EFL coursebooks, we aimed to explore the ways international primary EFL coursebooks integrate mathematics content

into Serbian EFL classrooms. We were mainly interested to evaluate the mathematics content provided in the coursebooks selected by primary English teachers in Serbia for their regular practice.

It is significant to point out that EFL teachers in Serbia are allowed to choose a grade coursebook that can best meet the needs of their respective learners and teaching contexts, but the choices are limited by a severe accreditation process all coursebooks on the market must undergo before being added to the list of the coursebooks accredited for regular use. This process is the responsibility of the Institute for the Improvement of Education in Serbia, an agency trusted by the MoESTD with training coursebook evaluators, collecting three independent evaluations for each coursebook set (usually involving a pupil's book, an activity book, a teacher's book, audio CD and DVD, iTools, flashcards, story cards, and/or posters), and submitting to the Minister a list of books suggested for accreditation for an unlimited period of time (see <http://www.mpn.gov.rs/udzbenici/>). Book accreditation is necessary before adding a new title to the list and is usually done upon introduction of reformed curricula to make sure that a coursebook complies with the grade curricula requirements. Consequently, the EFL coursebooks accredited by the Minister and selected for use in grades 1–4 in Serbia, should comply with current grade 1–4 curricula referred to in the above sections.

Another important fact related to EFL coursebooks selected by EFL teachers of young learners in Serbia is a long tradition of using international coursebooks, mostly published in Great Britain by well-known publishers. During the last educational reform some adaptations of the coursebook content have been made to respond to the accreditation and curricular requirements: introduction of cross-curricular content, cultural references and aspects of intercultural communication. Our specific interest in the study presented in this paper was mathematics content as a form of cross-curricular content required by the reformed primary curriculum.

Aims of the study

In the light of the above discussion, the study aimed to examine mathematics content provided in general EFL coursebooks used by teachers and learners in grades 1–4 in Serbia. Mathematics content in the EFL coursebooks was analysed and evaluated in relation to the following study questions (based on Banegas, 2018: 26–27):

1. whether mathematics content is a regular or add-on component;
2. whether mathematics content is the core of a unit or only appears as illustrative or disjointed from the rest of the unit;
3. whether the mathematics content is relevant and cognitively challenging;

4. whether mathematics content is related to the grade curriculum or it is completely unrelated;
5. whether mathematics content is presented through different formats and modalities (oral, audio, visual and written);
6. whether there are activities which integrate the mathematics content and language.

These six study questions allowed a comprehensive analysis of the relationship between mathematics content and language in the selected coursebooks.

Methodology

The study was based on a content analysis of seven international general EFL coursebook sets available for teaching English to learners aged 7–11. The titles were selected from the list of accredited coursebooks, and their frequency of use in local state primary schools was a significant criterion. Two titles were selected for grades 1, 2 and 3, respectively, and one title for grade 4 (see Table 1). Each book was part of a series, and six of them were published by Pearson Akronolo (Great Britain, Serbia), and one by Oxford University Press (Great Britain). Being widely adopted, these coursebooks were considered by the author of this paper to have been evaluated as quality materials by local EFL teachers.

Table 1: The list of coursebooks surveyed in the study.

Grade	Title	Author(s)	Publisher(s)
One	<i>Our Discovery Island Starter</i>	Tessa Lochowski	Pearson Akronolo, UK, Serbia
One	<i>New English Adventure Starter A</i>	Regina Raczynska, Cristiana Bruni	Pearson Akronolo, UK, Serbia
Two	<i>Our Discovery Island 1</i>	Linnette Ansel Erocak, Jeanne Perrett	Pearson Akronolo
Two	<i>New English Adventure Starter B</i>	Tessa Lochowski, Cristiana Bruni	Pearson Akronolo
Three	<i>Discover English Starter</i>	Judy Boyle	Pearson Akronolo
Three	<i>Family and Friends 1, second edition</i>	Naomi Simmons	Oxford University Press, UK
Four	<i>Discover English Level 1</i>	Kate Wakeman	Pearson Akronolo, UK, Serbia

Our study focused on the content analysis of mathematics content in the above coursebooks, its comparison with the mathematics content in the grade curriculum, and its integration into the linguistic content.

Results and discussion

Content analysis of the mathematics content in the surveyed EFL coursebooks revealed four distinct key categories: 1. Mathematics content; 2. Language content into which mathematics content is integrated; 3. Modality of presentation of the mathematics content (oral, audio, visual and written); and 4. Skill(s) practised through the mathematics content (listening, speaking, reading, and writing). The identified content categories were further analysed and evaluated with reference to the six study questions (see *Aims of the study*). The key categories of content analysis will be presented and discussed per individual grade coursebooks and in relation to the study questions.

Results and discussion of grade one EFL coursebook mathematics content

The results (see Table 2) showed that both grade one coursebooks surveyed in the study, i.e. *Our Discovery Island Starter*, by Tessa Lochowski, published by Pearson Akronolo, and *New English Adventure Starter A*, by Regina Raczynska and Cristiana Bruni, published by Pearson Akronolo, have a similar treatment of the mathematics content by considering numbers 1–10 as a lexical set and a linguistic content, rather than as a cross-curricular content. Besides numbers, in the coursebooks there is also reference to orientation in space and to sizes. All number concepts are introduced and practised in different contexts created in units with varied thematic foci, lexis and structures. These include language content related to asking and answering questions about the number of objects and people, about somebody's age, and also saying how old someone is, what someone has got, describing a picture or the size of animals, and naming left and right hand.

Table 2: Analysis of grade one EFL coursebook mathematics content.

Grade One				
Coursebook title, author(s) and publisher	Mathematics Content	Language Content (examples)	Modality of Presentation (oral, audio, visual and written)	Skill(s) Practised
<i>Our Discovery Island Starter</i> , by Tessa Lochowski (Pearson Akronolo)	Numbers 1–10 (introduced in sets 1–5, 6–10); Number concepts; Counting 1–10 (forwards and backwards), guessing the numbers (in L1); Size (big, small) Orientation in space (left, right).	<i>How many (balloons)?</i> <i>How many (books) can you see?</i> <i>How old are you?</i> <i>I'm seven.</i> <i>How old is he? He's ten.</i> <i>Three purple cakes. I've got two arms. It's a small rabbit.</i> <i>Left. Right.</i>	Written (digits), visual (pictures, flashcards, objects, mime, colouring, TPR – clapping, stamping, jumping, games, drawing, matching), audio & oral (chants, songs, repetition, games, drawing, pointing, answering a question, describing)	Listening, speaking. (listen and chant; listen and circle; listen and number; match and count, then say)
<i>New English Adventure Starter A</i> , Regina Raczynska, Cristiana Bruni (Pearson Akronolo)	Numbers 1–10 (introduced in sets 1–5, 6–10); Counting 1–10 Counting (forwards and backwards) Size (big, small) Orientation in space (left, right).	<i>How many (fish/dolls/shells)?</i> <i>What is number (one)?</i> <i>What animals are big?</i> <i>They're big sisters.</i> <i>I've got a big book.</i> <i>I've got two books.</i>	Written (digits), visual (pictures, flashcards, objects, mime, colouring, TPR – clapping, stamping, jumping, games, drawing, matching), audio & oral (audio CD, chants, songs, repetition, games, drawing, pointing, answering a question, describing).	Listening, speaking. (listen and tick, listen and match, listen and colour, listen and circle, listen and point, count and tick or cross, count and draw).

Although numbers 1–10 and counting are a regular component of almost all the units in the coursebooks, mathematics content cannot be regarded as a regular component or core of the units for several reasons. First, mathematics content in grade one curriculum is much wider and involves numbers 1–100. Second, mathematics content in grade one curriculum is more complex and includes counting, adding, subtracting, and geometry. Third, grade one mathematics curriculum also includes measurement and orientation in space. Consequently, mathematics content in these two EFL coursebooks is related to the grade curriculum to a very limited level.

Considering the formats and modalities for introducing numbers and counting, all channels that support learning and comprehension are used: oral, audio, visual and written. What is more, these formats are rather varied and involve modalities like pictures, flashcards, objects, mime, colouring, total physical response (TPR) activities like clapping, stamping, jumping, and then games, drawing, matching, chants, songs, repetition, games, drawing, pointing, answering a question, and describing. These activities integrate mathematics content with language in an appropriate way, making mathematics content the core of the language activities. As for the language skills, since only listening and speaking are developed in foreign language classrooms in grade one, these skills are dominant in the activities surveyed. Importantly, a great variety of well-sequenced activities is included in both coursebooks.

On the one hand, the mathematics content in grade one coursebooks surveyed is appropriate considering the fact that children are beginners in foreign language learning and do not possess enough language to comprehend other mathematics components (like mathematical operations) except numbers. On the other hand, it is strange that the numbers are not extended to at least 20, or that simple addition or subtraction problems are not introduced. Children are cognitively ready to do for simple addition and subtraction problems, while linguistically it does not require more than introducing a few new phrases.

Results and discussion of grade two EFL coursebook mathematics content

The results (see Table 3) showed that two grade two coursebooks surveyed in the study, i.e. *Our Discovery Island 1*, by Linnette Ansel Eroca and Jeanne Perrett, published by Pearson Akronolo, and *New English Adventure Starter B*, by Tessa Lochowski and Cristiana Bruni, published by Pearson Akronolo, have a totally different treatment of the mathematics content: the former involves four lessons with key focus on numbers 1–20, addition and subtraction problems, and different geometrical shapes, while the latter has no real focus on mathematical content, but uses numbers 1–10 and geometrical

shapes as add-ons only, mainly for counting and naming activities. What is more, the former coursebook introduces signs for doing addition and subtraction, and provides a number of cognitively challenging mathematics problems, as well as highly creative tasks based on geometrical shapes and sizes, with a true cross-curricular focus, accompanied with a number of lexical phrases for expressing sums, describing the arrangement of geometrical shapes and sizes, and for developing spacial sense. On the contrary, the latter coursebook has scarce and a disjointed use of numbers in oversimplified contexts.

Table 3: Analysis of grade two EFL coursebook mathematics content

Grade Two				
Coursebook title, author(s) and publisher	Mathematics Content	Language Content (examples)	Modality of Presentation (oral, audio, visual and written)	Skill(s) Practised
<i>Our Discovery Island 1</i> , by Linnette Ansel Eroca, Jeanne Perrett (Pearson Akronolo)	Numbers 1–20 Counting 1–20 Sums (cross curricular focus): addition problems, subtraction problems; plus sign, minus sign, equals sign; doing sums on the board; Size (big, small, long, short) Shapes (circle, triangle, square, rectangle; cross curricular focus – the whole lesson).	<i>How many (cars)? Fifteen (cars). How many (trains) can you see? I can see (seven trains). Plus, minus, equals Four bikes minus three bikes equals one bike. I've got two feet/arms I've got ten toes I've got big eyes/ small ears. He's got long/short hair. She's got ten triangles. It's got six circles.</i>	Written (digits), visual (pictures, flashcards, objects, mime, colouring, TPR – clapping, stamping, jumping, games, drawing, matching), audio & oral (audio CD, chants, songs, repetition, games, drawing, pointing, answering a question, describing).	Listening, speaking, reading, writing. (listen and say; find and count; find and count, then write; match the number and say; ask and answer; listen and number; look and write; listen and point; draw sums; write the missing signs and say the sums; draw, then write and say; find shapes; listen, then look and circle; point to a triangle).
<i>New English Adventure Starter B</i> , by Tessa Lochowski, Cristiana Bruni (Pearson Akronolo)	Numbers 1–10 (introduced in sets 1–5, 6–10); Counting 1–10 Shapes: circle, square, triangle, rectangle; Size (big, small).	<i>How many doors/windows? How many fingers? How many cows (can you see)? Is it big or small?</i>	Written (digits), visual (pictures, flashcards, objects, mime, colouring, TPR – clapping, games, drawing, matching), audio & oral (audio CD, chants, songs, repetition, games, drawing, pointing, answering a question, describing).	Listening, speaking, reading, writing. (count and write; read and draw; listen and say, then listen and colour the shapes; make a shape picture; count and match).

Table 3 also shows that all four modalities of presentation (written, visual, audio and oral) are applied by both coursebooks, but that *Our Discovery Island 1* provides a much bigger number of different activities for practising all four language skills. Moreover, in case of *Our Discovery Island 1* the activities are much more varied and involve not only modalities like pictures, flashcards, objects, mime, colouring, total physical response (TPR) activities like clapping, stamping, jumping, then games, drawing, matching, chants, songs, repetition, drawing, pointing, answering a question and describing, but also gap-filling, solving puzzles and designing. These activities integrate the mathematics content with language in an appropriate way, making mathematics content the core of the language activities.

However, it must be stressed that although mathematics content in *Our Discovery Island 1* is comprehensive and complex, it does not reflect the scope of mathematics content in grade curriculum which includes addition and subtraction operations with numbers to 100, multiplication of single digit numbers, measurement and units for measuring length. Children's cognitive readiness allows introduction of numbers to 100, addition and subtraction problems to 100, and various examples of measurement in a foreign language as well. Importantly, measurement tasks or puzzles related to real life examples of geometrical shapes can bring the real world into the classroom and make language use more interesting, meaningful and purposeful.

Results and discussion of grade three EFL coursebook mathematics content

The results (see Table 4) showed that two grade three coursebooks surveyed in the study, i.e. *Discover English Starter*, by Judy Boyle, published by Pearson Akronolo, and *Family and Friends 1*, by Naomi Simmons, published by Oxford University Press, differ substantially in the scope and treatment of the mathematics content: while the former contains several lessons with clear focus on numbers 0–100 (presented in two sets, as 0–20 and 21–100), counting and number sequence practices, and also includes the topics of money and time, the latter deals only with numbers 1–20 (introduced as sets 1–10 and 11–20), counting and geometric shapes.

Table 4: Analysis of grade three EFL coursebook mathematics content.

Grade Three				
Coursebook title, author(s) and publisher	Mathematics Content	Language Content (examples)	Modality of Presentation (oral, audio, visual and written)	Skill(s) Practised
<i>Discover English Starter</i> , by Judy Boyle (Pearson Akronolo)	Numbers 0–100 (introduced in sets 0–20, 21–100); Counting 1–100 Number sequences Money (pounds, pence) Telling the time.	<i>What's your phone number? It's ...</i> <i>Written number words: eleven, twelve, thirteen, ..., twenty</i> <i>How old are you? I'm eleven.</i> <i>Are you eleven?</i> <i>How much is the robot? It's twenty-two pounds fifty.</i> <i>There is a CD player on the desk. There are three photos on the desk.</i> <i>What time is it? It's two o'clock. It's half past three.</i>	Written (digits and words), visual (pictures, flashcards, objects, mime, games, drawing, matching), audio & oral (audio CD, chants, songs, repetition, games, drawing, pointing, answering a question, role play).	Listening, speaking, reading, writing. (listen and circle the numbers; write the next number; listen and complete the phone numbers; match the words with numbers; read and match; complete the numbers; listen and repeat; write a party invitation; draw times on the clocks).
<i>Family and Friends 1, second edition</i> , by Naomi Simmons (Oxford University Press)	Numbers 1–20 (introduced in sets 1–10 and 11–20); Counting 1–20 Shapes: circle, square, triangle, rectangle.	<i>How old are you? I'm seven.</i> <i>Ten fingers.</i> <i>I've got two sandwiches.</i> <i>It's got three sides. It's a triangle.</i> <i>There are two beds.</i> <i>There are ten in the bed.</i>	Written (digits and words), visual (pictures, flashcards, objects, mime, games, drawing, matching), audio & oral (audio CD, chants, songs, repetition, games, drawing, pointing, answering a question).	Listening, speaking, reading, writing. (listen and tick; sing and do; read the chant; listen and sing).

In both coursebooks numbers are integrated into language content related to practising plural of the nouns, mainly in questions and answers about the number of objects or persons and about somebody's age. However, only in *Discover English Starter* are learners encouraged to use numbers bigger than 20 to talk about the age of family members, to express money values, or to tell the time. What is more, the same coursebook contains the functional language for asking about someone's telephone number, as well as for asking about the time and for telling the time by expressing it in hours and minutes.

Both coursebooks contain the language for integrating mathematics content that applies all four modalities of presentation (written, visual, audio and oral) and integrates all four language skills (listening, speaking, reading and writing). However, *Discover English Starter* uses mathematics content accompanied with a lot of visuals, in a variety of activities that support understanding, and allows learners to personalise the language and mathematics content through activities like writing their own phone numbers, asking about somebody's phone number, and writing an invitation to a party that includes information about the scheduled time.

The analysis of mathematics content in grade three coursebooks shows that in *Discover English Starter* mathematics content is integrated into language as core content of several lessons, appears as a regular component of the lessons presented through different formats and modalities in activities which integrate the mathematics content and language in a successful way. On the other hand, mathematics content in *Family and Friends 1* is just an add-on component, mainly illustrative, applied in a rather limited number of activities. What is missing in both coursebooks is a cognitive challenge and greater relevance of mathematics content to the grade curriculum which involves numbers to 1000, mathematical operations with three-digit numbers, measurement of length, mass, volume and time. Some of the mathematics content that is relevant to grade-three learners life experience, like measurements, should be integrated into the language content as well.

Results and discussion of grade four EFL coursebook mathematics content

The results of grade four coursebook (see Table 5) *Discover English Level 1*, by Kate Wakeman, published by Pearson Akronolo, show that the mathematics content is rather varied and very well integrated into language content. Numbers 0–100 are practised for asking and answering about the number of things and people, for expressing somebody's age, and for telling the time. Ordinal numbers are introduced and practised in telling the date, giving information about the date of birth and birthday.

Table 5: Analysis of grade four EFL coursebook mathematics content.

Grade Four				
Coursebook title, author(s) and publisher	Mathematics Content	Language Content (examples)	Modality of Presentation (oral, audio, visual and written)	Skill(s) Practised
<i>Discover English Level 1</i> , by Kate Wakeman (Pearson Akronolo)	Numbers 0–100 Telling the time. Orientation in space (left, right) Size (short, long) Calendar and ordinal numbers.	<i>We finish school at three o'clock.</i> <i>It's a quarter past three.</i> <i>It's ten to nine.</i> <i>Turn right.</i> <i>He's fourteen years old.</i> <i>There are sixty stories.</i> <i>Is he in twenty-one films?</i> <i>You can read them in sixty-three languages.</i> <i>It's a short month.</i> <i>Mum's birthday is on March 1st.</i> <i>It's the twentieth.</i> <i>On September 26th.</i>	Written (digits and words), visual (pictures, flashcards, objects, mime, games, drawing, matching), audio & oral (audio CD, chants, songs, repetition, games, drawing, pointing, answering a question; dialogues).	Listening, speaking, reading, writing. (read and listen; listen and number the actions; write the times; listen and complete the rap; match the directions to the pictures; listen, chant and match; play word tennis; read and complete, use these numbers).

The analysis of shows a comprehensive integration of mathematics content into language as core content of several lessons that appears as a regular component of the lessons that focus on giving information about habitual activities and their time schedule, talking about the calendar and dates, describing size of things, and orienting in space. These functions are a regular component of the lessons, and are presented through different formats and modalities in activities which integrate all language skills. The activities are very well sequenced and innovative in terms of introducing rap songs, o playing games, like word tennis. Although they may seem not cognitively challenging enough, they represent an appropriate challenge in terms of recycling the language for telling the time and dates, which is rather difficult to master in English.

Still, mathematics content in this particular coursebook can be extended to include tasks for guessing number sequences, written textual problems with relevance to real life contexts which require adding, subtracting, multiplying or dividing numbers to 1000, simple fractions, and even posing problems and formulating questions from everyday life. These extensions will allow greater relevance of *Discover English Level 1* mathematics content to grade curriculum, and also give opportunities to learners to develop their mathematical skills and language skills simultaneously.

Conclusion

The aim of the study was to investigate mathematics content in general international EFL coursebooks used for teaching English in grades 1–4 in Serbian primary schools. The focus was on evaluating mathematics content in each coursebook in terms of its scope, relevance to grade curriculum, cognitive challenge, and its integration into language in terms of formats and modalitis of presentation, language skills and type and number of activities. The results indicate that most of the coursebooks surveyed in the study contain mathematics content that is very well integrated into language content and supports language learning by creating opportunities for more authentic and meaningful communication (topics of age, time, date, size, measure, price, space orientation), more varied interaction in a number of activities, and deeper learning of both mathematics and language through cross-curricular links.

However, there is the need to extend mathematics content in EFL coursebooks for all young learner grades to include more mathematics grade content and raise the cognitive challenge with real life problems related to basic mathematical operations, measurement of length, size, space, mass and volume. As a consequence, pedagogical implications of our study should involve the need

for encouraging EFL teachers to select and/or create materials and activities that should make up for the mathematics content missing in the coursebooks surveyed in the study. Such materials and activities should contribute to joint solving of mathematical problems, promote critical and creative thinking and interaction (Mehisto, 2012), and should also provide the necessary meaningful and purposeful context for genuine communication, help children to gain confidence in using English, enhance their understanding of mathematics concepts, and contribute to their overall academic development. Some highly useful materials are freely available on the internet, like international TIMSS tests in the English language, which contain mathematics problems at three levels of difficulty for grade four learners, appropriate to be used with learners in Serbia (Kadijevich, 2019). Teacher provided materials should involve charts, maps, short videos or animations, and should prepare learners for hands-on activities like cooking food (real and imaginary) and writing recipes, planning imaginary journeys and holidays, and designing an imaginary world. Furthermore, learners should be taught how to express results of their classroom surveys both in numbers and in the form of bar charts, and thus get a general understanding of how information may be presented through graphic organisers.

Providing content-based materials may be a challenge for EFL teachers and may require focused professional development in this area (Savić & Shin, 2016), both for enhancing their awareness of the benefits of integrating mathematics content into language teaching for developing learners' communication skills, cultural awareness, and group-work collaboration skills, and for improving learners' reasoning skills, precision and accuracy of expression, which can also have positive effects on language learning. Further studies are needed to identify factors of cross-curricular links between mathematics content and language, on the one hand, and learners' competence development, on the other hand. Still, educators should be encouraged to apply a content-based approach as the one that has been shown to effectively promote a holistic approach to teaching and learning, and to greatly contribute to developing core skills and a range of learners' competences prescribed by the new Serbian Rulebook (MoESTD, 2018).

References

- Banegas (2013): Darío Luis Banegas, An investigation into CLIL-related sections of EFL coursebooks: issues of CLIL inclusion in the publishing market, *International Journal of Bilingual Education and Bilingualism*, Vol. 17, No. 3, 345–359.
- Banegas (2018): Darío Luis Banegas, Evaluating language and content in coursebooks. In M. Azarnoosh, M. Zeraatpishe, A. Faravani, H. R. Kargozari (Eds.), *Issues in Coursebook Evaluation* (pp. 21–29). Leiden: Brill.
- Bentley (2010): Kay Bentley, *The TKT course: CLIL module*, Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Binkley, Erstad, Herman, Raizen, Ripley, Miller-Ricci, Rumble (2012): Marilyn Binkley, Ola Erstad, Joan Herman, Senta Raizen, Martin Ripley, May Miller-Ricci, Mike Rumble, Defining twenty-first century skills. In P. Griffin et al. (Eds.), *Assessment and teaching of 21st century skills* (pp. 17–66). Melbourne: The University of Melbourne.
- Brewster, Ellis, Girard (2004): Jean Brewster, Gail Ellis, Denis Girard, *The Primary English Teacher's Guide* (5th ed.), Harlow, UK: Pearson Education Limited.
- Cenoz (2015): Jasone Cenoz, Content-based instruction and content and language integrated learning: the same or different?, *Language, Culture and Curriculum*, Vol. 28, No. 1, 8–24.
- Coyle, Hood, Marsh (2010): Do Coyle, Philip Hood, David Marsh, *Content and language integrated learning*, Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Curtain, Dahlberg (2010): Helena Curtain, Carol Ann Dahlberg, *Languages and children – Making the match: New languages for young learners*, 4th ed, Boston, MA: Pearson.
- Enever, Moon (2009): Janet Enever, Jayne Moon, New global contexts for teaching Primary ELT: Change and challenge. In Janet Enever, Jayne Moon, Uma Raman (Eds.), *Young Learner English Language Policy and Implementation: International Perspectives* (pp. 3–21), Reading, UK: Garnet Publishing Ltd.
- Ioannou Georgiou (2012): Sophia Ioannou Georgiou, Reviewing the puzzle of CLIL. *ELT Journal*, Volume 66, Issue 4, 495–504, <https://doi.org/10.1093/elt/ccs047>.
- Kadijević (2019): Djordje M. Kadijevich, Influence of TIMSS research on the mathematics curriculum in Serbia: Educational standards in primary education, *The Teaching of Mathematics*, Volume 12, No. 1, 33–41.
- Mehisto (2012): Peeter Mehisto, Criteria for producing CLI learning material, *Encuentro* 21, 15–33.
- MoESTD (2018): Ministry of Education, Science and Technological Development (MoESTD), Republic of Serbia, *Progress report on the action plan for implementation of the strategy for education development in Serbia by 2020*. Retrieved from <http://www.mpn.gov.rs/wp-content/uploads/2018/08/AP-SROS-IZ-VESTAJ-15jun-Eng.pdf>

Novotná, Moraová (2005): Jarmila Novotná, Hana Moraová, Cultural and linguistic problems in the use of authentic textbooks when teaching mathematics in a foreign language, *ZDM 2005*, Vol. 37, No. 2, 109–115.

Novotná, Moraová, Hofmannová (2009): Jarmila Novotná, Hana Moraová, Marie Hofmannová, Using original textbooks when teaching mathematics in a foreign language. In *European Research in Mathematics Education III*.

Official Gazette 10 (2017): Official Gazette of the Republic of Serbia 10: Rule Book on the First Cycle Primary Education Curriculum and the First Grade Curriculum, *Education Gazette*, 10/17. Retrieved from <http://www.pravno-informacioni-sistem.rs/SlGlasnikPortal/viewdoc?uuid=f5a145fb-96a0-44ed-bcb3-b00cfb189a72>

Official Gazette 16 (2018): Official Gazette of the Republic of Serbia 16, Rule Book on the Second Grade Curriculum, *Education Gazette*, 16/18. Retrieved from <https://zuov.gov.rs/download/pravilnik-o-nastavnom-programu-za-drugi-razred-osnovnog-obrazovanja-i-vaspitanja/>

Official Gazette 5 (2019): Official Gazette of the Republic of Serbia 5, Rule Book on the Third Grade Curriculum, *Education Gazette*, 5/19. Retrieved from <https://zuov.gov.rs/download/3-razred-osnovne-skole-nastavni-program/>

Official Gazette 11 (2019): Official Gazette of the Republic of Serbia 11, Rule Book on the Fourth Grade Curriculum, *Education Gazette*, 11/19. Retrieved from <https://zuov.gov.rs/download/4-razred-nastavni-program/>

Pinter (2011): Annamaria Pinter, *Children learning second languages*, Basingstoke: Palgrave Macmillan.

Read (2003): Carol Read, Is younger better?, *English Teaching Professional*, Vol. 28, 5–7.

Savić, Shin (2013): Vera Savić, Joan Kang Shin, Contextualising language learning through stories in Serbia, *Teaching Innovations*, Vol. 26, No. 1, 62–83.

Savić, Shin (2016): Vera Savić, Joan Kang Shin, Improving quality of primary English language teaching in Serbia through Theme-Based Instruction. In: J. Teodorović (Ed.), *Improving Quality of Elementary Education* (pp. 328–338). Jagodina: Faculty of Education.

Shin (2007): Joan Kang Shin, Developing dynamic units for EFL, *English Teaching Forum*, Vol. 45, No. 2, 2–9.

Shin, Crandall (2014): Joan Kang Shin, Jodi Crandall, *Teaching young learners English: From theory to practice*, Boston: Heinle ELT, Cengage Learning.

Vera M. Savić

Univerzitet u Kragujevcu

Fakultet pedagoških nauka u Jagodini

Katedra za filološke nauke

INTEGRACIJA MATEMATIČKIH SADRŽAJA SA SADRŽAJIMA ENGLESKOG JEZIKA PRIMENOM INTEGRATIVNOG PRISTUPA

Rezime: Uspešnost u učenju stranog jezika ogleda se u sposobnosti da se strani jezik koristi u različitim kontekstima. Da bi se učenici mlađeg uzrasta u Srbiji pripremili da engleski jezik svrsishodno koriste u različitim životnim situacijama, potrebno je da se u nastavi kreiraju raznovrsni konteksti, što se uspešno može ostvariti integracijom nastavnih sadržaja drugih predmeta sa nastavom predmeta Engleski jezik. Integracija matematičkih nastavnih sadržaja sa jezičkim sadržajima može se realizovati primenom integrativnog pristupa u nastavi engleskog jezika, kojim se istovremeno mogu razviti jezičke veštine učenika i njihovo razumevanje matematičkih pojmova na zabavan i motivišući način. Cilj rada bila je analiza matematičkih sadržaja u udžbenicima stranih izdavača, koji se koriste u nastavi engleskog jezika na mlađem uzrastu u Srbiji, sa fokusom na modele integracije tih sadržaja sa jezičkim sadržajima. Primenjena je metoda analize sadržaja sedam udžbeničkih kompleta, pri čemu su matematički sadržaji analizirani u odnosu na šest istraživačkih pitanja. Rezultati su ukazali na četiri ključne kategorije integrisanih sadržaja, na osnovu kojih je zaključeno da je u nekim od analiziranih udžbenika matematički sadržaj uspešno integrisan sa jezičkim i da omogućava dublje razumevanje kako matematičkih, tako i jezičkih sadržaja koji su sa njima povezani. Međutim, rezultati su takođe ukazali i da analizirani matematički sadržaji nisu u potpunosti usklađeni sa razrednim kurikulumom, kao i da su kognitivno nezahtevni, što ukazuje na potrebu da nastavnici engleskog jezika obezbede dodatne nastavne materijale kojima bi se proširile postojeće kroskurikularne veze između sadržaja matematike i engleskog jezika. Pedagoške implikacije vezane su za potrebu za stručnim usavršavanjem u ovoj oblasti kako bi integrativna nastava engleskog jezika omogućila da učenici dožive iskustvo holističkog obrazovanja.

Ključne reči: učenici mlađeg uzrasta, integrativna nastava engleskog jezika, matematički sadržaji, plan i program osnovnog obrazovanja i vaspitanja, udžbenici engleskog jezika.

Милош М. Ђорђевић

Миа Арсенијевић

Универзитет у Крагујевцу

Факултет педагошких наука у Јагодини

DOI: 10.46793/MANM4.212DJ

УДК: 37.016:[51:73/76]

САДРЖАЈИ ЛИКОВНЕ УМЕТНОСТИ У НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ

Апстракт: У овом раду размотрићемо могућности, начине и бенефите укључивања садржаја ликовне уметности у наставу математике у циљу превазилажења дихотомног погледа на ове предмете у настави. Одељени на афективно и когнитивно подручје, ликовна уметност и математика се предају као наставни предмети са врло мало или без успостављених веза. Лако се превидља њихова развојна и историјска компатибилност и међузависност. Узајамна фактичка повезаност ликовне уметности и математике омогућује обострану примену наставних садржаја у реализацији наставе према принципу хоризонталне корелације и са елементима интегративног приступа наставном процесу. Овакав начин извођења наставе подстиче развој флексибилности у мишљењу, способност дивергентног мишљења, успостављање функционалних веза између знања и оспособљавање ученика за самостално трагање за информацијама (учење учења) у циљу целовитог развоја личности ученика и укупних креативних потенцијала. У раду ће посебна пажња бити посвећена конкретним примерима из плана и програма ових предмета који у реализацији наставе на врло лак и спонтан начин подстичу повезивање чињеница.

Кључне речи: ликовна уметност, математика, корелација, интегрисана настава, дивергентно мишљење.

Увод

Функција основног образовања као првог степена обавезног образовања је да осигура функционални и примењив корпус знања и вештина који треба да пружају основу у даљем образовању. Међутим, у многим обавезујућим законским документима и стратегијама развоја образовања често се као опште место у критици постојећег стања помиње застарелост образовног система, потреба за модернизацијом наставних програма и наставног процеса и за усавршавањем наставника (Стратегија развоја образовања у Србији до 2020. године; Закон о основама система образовања и васпитања).

Имајући у виду савремене друштвене, технолошке и економске околности и критеријуме у којима функционише образовни систем у Србији, јавља се оправдана потреба да се образовни систем реконфигурише мењањем наставних садржаја сходно актуелним привредним и друштвеним областима примене знања, и кроз мање комплексан захват – променом приступа настави и учењу и ученику.

Значај међупредметне повезаности

Међу значајне факторе за постизање успеха у учењу свакако треба уврстити и субјективне елементе у процесу наставе, попут става који ученик заузима према градиву које треба научити. У широко заступљеном схватању наставе доминатно трансмисивног карактера, улога предавача је првостепена. Традиционална концепција развила је одређене конвенције у приступу које карактерише усмереност на процедуре и резултате. Овај статички модел полази од установљених процедура у којима предавач кроз инструкције, корак по корак води ученика кроз процес наставе често без мотивације и објективног ангажовања његовог искуства, маште или емоција. Оваква настава подразумева преношење знања које тек у мањој мери активира различите облике перцепције, доживљаја и мишљења ученика, што се манифестује ниским квалитетом знања, умења и система вредности које ученици стичу у основном образовању. Као кључни узроци ниског квалитета основног образовања помињу се:

1. обимни, нефлексибилни, неусклађени планови и програми;
2. преоптерећени ученици, без могућности за рад на разумевању, повезивању и примени знања;
3. мала заступљеност модерних облика рада у школи – мало се примењују активно учење, истраживачке методе, индивидуализована настава и други начини рада који развијају више менталне процесе, мотивацију за учење, оспособљавају за функционалну примену знања и даље учење и рад;
4. слаба повезаност предмета што онемогућава интегрисање садржаја и тематску наставу (Službeni glasnik, 2012).

У васпитно-образовном раду у школи, кумулативни исход стицања знања највишег нивоа подразумева овладаност садржајима наставних програма са претходних нивоа, али се тиме не гарантује функционална повезаност знања различитих дисциплина. Због општег наглог раста знања, образовање се више не може сводити на репродуктивно учење, тј. на једноставно саопштавање постојећих знања. У савременим развијеним

облицима наставе, један од важних дидактичких захтева јесте веће ангажовање ученика у трагању за решењима и одговорима, као и њихова самостална примена стечених знања. У *Закону о основама система образовања и васпитања* у Ставу 2, Члана 7 (Општи принципи образовања и васпитања), између осталог наводи се обавеза усмерености образовања и васпитања на ученика кроз разноврсне облике наставе и учења којима се излази у сусрет различитим потребама ученика, развија његова мотивација за учење и подиже квалитет постигнућа (Službeni glasnik, 2017). Као препорука за реализацију садржаја програма за образовање у основној школи, помиње се додатна стандардизација програма како би се допринело повећању вероватноће да ће бити усвојени код свих, или скоро свих ученика. Такво форсирање остварености исхода образовања и васпитања ствара опасност да они буду тек формално испуњени. Уместо нових промена програма за основне школе, реалистичнија варијанта јесте нешто другачија интерпретација постојећих програма. Један од начина да се нормирано и стандардизовано градиво приближи подједнако свим ученицима и поред њихових различитих личних циљева и интересовања јесте свакако примена корелације у настави. Задржаћемо фокус на примени **корелације у разредној настави**.

Досадашња пракса извођења наставе у нижим разредима основне школе познаје координисан и симултан рад кроз две или више дисциплина при обради једне теме. Овај приступ извођењу наставе првенствено поштује дефинисане системске и курикуларне образовне циљеве, али и потенцира успостављање логичких веза између два или више предмета. Организација наставе на овакав начин од изузетног је значаја с обзиром да традиционална трансмисивна настава, једна од најстаријих и још увек доминантна наставна концепција, подразумева низак степен интеракције између ученика и учитеља. У свим варијантама трансмисивна настава почива на претпоставци да се знање може, у готовом и унапред припремљеном облику, непосредно преносити са учитеља на ученика од којег се очекује проста репродукција градива. Нажалост, механичка репродукција градива данас је још увек приметна пракса у школама. Када се градиво не користи за усмеравање подстрекa и навика према значајним циљевима, онда је оно само нешто што треба научити. Празно усвајање речи и голог вербализма само симулира постојање одговарајућих појмова код ученика, а у ствари прикрива празнину. Ученик у таквим случајевима усваја не појмове него речи, служи се више памћењем него мишљу и неспособан је да са разумевањем примени усвојено знање (Vigotski, 1977). Чест је случај да је однос ученика са градивом или према градиву посредан – ученик прилагођава усвајање градива према захтеву наставника. Ученик учи, али није свестан да су предмет његовог учења усвојена правила понашања и норме школског система (Djui, 1966: 111). Када се извесно градиво учи механички, без

схватања логичке везе у његовим деловима, резултат таквог учења је веома слаб, а градиво се заборавља брзо. Ефекти таквог учења могу се избећи ако се обезбеде услови за успостављање веза и међудејства појмова, наставних садржаја и претходних искустава. Да би научено градиво било функционално а стечено знање дугорочно, треба успостављати смислене везе у запамћеном садржају тако да је накнадна репродукција намерна, потпуна, па и контекстуална. То важи подједнако и за садржаје појединачних наставних предмета и за повезане садржаје два или више наставних предмета.

У суштини, међупредметна повезаност није конкурентна раду на садржајима који су непосредно везани за појединачне предмете. Напротив, међупредметна повезаност представља даљи корак ка бољем разумевању градива и његовој примени у ситуацијама које нису пука репродукција или реплика околности у којима је оно претходно усвојено. У већини случајева ученици напамет науче градиво које као такво има реторичко својство. То значи да иако ученици умеју да усвојено знање примене у програмским задацима, често не успевају да га примене у решавању проблема из других предмета или у свакодневним животним ситуацијама. За успешну реализацију међупредметне повезаности треба примењивати активне облике наставе, односно на различите начине презентовати градиво, на различите начине организовати информације, користити разноврсне изворе информација, повезивати нова знања са животним искуствима ученика, повезивати нова знања са претходним знањима из датог предмета и из других предмета. Такви модели наставе пре свега треба да буду реалистични и остварљиви, али и интелектуално подстицајни. Другим речима, у наставном процесу ученика треба интелектуално подстицати да постигне највиши (когнитивни) исход учења – синтезу и евалуацију знања (Blum, 1956). На овом нивоу когнитивног развоја ученик демонстрира способност да организује и повезује постојећа и креира нова знања, те на основу њих да упоређује и утврђује сличности и разлике, процењује вредност и аргументује ваљаност идеја. У разредној настави учитељ има већу могућност реализације међупредметне повезаности него што је то случај са предметном наставом. Интегративна настава, хоризонтална корелација или тематски дан само су неки од начина да се оствари поменути приступ настави. Репродуктивни облици могу бити обрасци стваралачких активности (рад по обрасцу), у смислу арсенала могућности које се примењују у атипичним ситуацијама. Изнад свега није императив откривање конкретних веза између садржаја на основу очигледних примера које користи предавач (по принципу датих инструкција или готових решења), већ откривање да знање није монолитно и да је могуће успоставити структурне везе између садржаја појединачних предмета. Циљ оваквог приступа извођењу наставе је оспособљавање ученика за самостално уочавање и откривање веза коришћењем менталног напора.

Садржаји ликовне уметности у настави математике

Полазна основа за примере који следе јесу радозналост и емоционалност као карактеристике деце психичког развоја. Правилно подстицање и каналисање радозналости може да изазове јаке емоције и реакције важне за васпитно-образовни процес. Постигнути осећај задовољства услед успеха код ученика покреће унутарњу мотивацију, тј. снажну вољу за учењем (чак и када се не мора или онога што није обавезно). За такав исход није одговоран једнострано ни ученик ни учитељ. Учење као интерактивни процес треба организовати као заједничку активност ученика и учитеља, чија структура и ток зависе од обе стране. Са једне стране, систематско школско образовање и васпитање засновано као процес усвајања система знања чији је регулатор учитељ, представља својеврсну асиметричну социјалну интеракцију. Међутим, та „неравнотежа“ се превазилази стратегијама које учитељ примењује у реализацији наставе. Учитељ креира ситуације у којима (привремено) подупире ученике у процесу учења, пружа дозирану помоћ кроз коју ученик изграђује нови начин разумевања и решавања проблема. Потпоре могу бити разни наставни садржаји, као што су плански осмишљени инструктивни материјали (илустрације, шаблони и сл.) који комбинују садржаје више наставних предмета у циљу решавања конкретних задатака, али и организовања и повезивања информација и знања. У том смислу, елементи предмета Ликовна култура примењени у настави других предмета ученицима могу бити подстицајни. Оправданост за коришћење неких видова и садржаја уметности као методе активног усвајања делова програма предмета Математика налазимо у *Образовним стандардима за предмет Математика у обавезном образовању* (Službeni glasnik, 2010), према дефинисаним областима на основном нивоу знања и вештина који одговарају узрасту нижих разреда основне школе.¹ Употреба компатибилних и аналогних садржаја предмета Математика и Ликовна култура подстиче вештину асоцијативне констатације и визуелног учења. Претпоставке и препоруке које ћемо изнети у својству су тренда повећања нивоа знања и вештина на прелазу у више разреде и одговарају процесу интериоризације, тј. постепеном кретању од представног мишљења ка појмовном размишљању. Развојем поменутих и других когнитивних способности могуће је превазићи актуелни проблем усвајања наставних садржаја само на нивоу репродукције, што је један од основних проблема савременог образовања. Препоруке се односе и на случајеве на које учитељи немају већи утицај, попут организације и концепције уџбеника. Додатни

¹ Посебно се односи на исказе умења и знања из области Бројеви и операције са њима (МА.1.1.3, МА.1.1.4. и МА.1.1.6.) и Геометрија (МА.1.3.1, МА.1.3.2, МА.1.3.3. и МА.1.3.4.).

начин да се и оперативно изврши потребна реинтерпретација постојећих програма јесу уџбеници који би били урађени у складу са стандардима квалитета уџбеника. Према препорукама Националног просветног савета, у документу *Образовање у Србији: Како до бољих резултата. Правци развоја и унапређивања квалитета предшколској, основној, ошћей средњей и уметничкој образовања и васпићања 2010–2020*, усвојени стандарди квалитета уџбеника не испуњавају те услове и морају се мењати (Nacionalni prosvetni savet, 2011: 65).

Уџбеници за ниже разреде основе школе у значајној се мери ослањају на визуелно-дидактичке материјале у представљању и појашњењу градива, што је свакако у складу са интересовањима и узрастом ученика који похађају разредну наставу. Ипак, ти визуелно-дидактички материјали нису увек адекватно одабрани нити су у функцији текста, односно конкретного градива које уџбеник обрађује, што ћемо касније на једном од примера и показати. Ситуације у којима су слика и текст у дисхармонији, односно „говоре супротно“, воде стварању забуне код ученика јер им се шаље двосмислена порука, а то би се морало избећи. Претпоставка је да овакви проблеми настају у случајевима када се приликом финалног обликовања уџбеника више пажње посвећује изгледу уџбеника који, када је разредна настава у питању, изгледају врло атрактивно и допадљиво, него оној основној функцији слика као дидактичких материјала. Богато илустровани уџбеници неретко личе на сликовнице, са стилски уједначеним илустрацијама одабраног илустратора. Овакав приступ визуелном обликовању уџбеника није добар јер ученицима одвраћа пажњу од самог градива и притом може негативно утицати на формирање визуелног укуса ученика. Сlike у уџбенику нису декорација, већ су увек део визуелно-дидактичког материјала, и та се њихова функција не сме превидети нити занемарити. Одабир визуелно-дидактичких материјала за један уџбеник се зато не сме вршити по критеријумима допадљивости, атрактивности или стилског јединства уџбеника, већ све одабране слике, фотографије, схеме, илустрације, али и уметничка дела као визуелно-дидактички материјали, морају бити најпре у функцији наставног градива. Визуелни материјали морају се пажљиво одабрати у зависности од тога шта најбоље демонстрира одређени проблем или тему, а за постизање стилске уједначености свакако да постоје модели који ће у финалном графичком обликовању уџбеника дати добар резултат.

Посредством адекватно одабраних и квалитетних визуелно-дидактичких материјала и репродукција могуће је успостављање хоризонталне корелације Ликовне културе и других наставних предмета, па тако и Математике. Квалитетан и мотивационо-инспиративан визуелно-дидактички материјал може представљати и ликовно уметничко дело чијим коришћењем је могуће остварити поменућу корелацију. Наравно, уметничко

дело мора бити пажљиво и адекватно одабрано, уз поштовање свих наставних принципа методике ликовног образовања и васпитања; посебно се морају испоштовати принцип квалитета и васпитне усмерености, принцип одмерености узрасту, принцип егземпларности и економичности, принцип мотивације. Одабир репродукције, тј. визуелно-дидактичког материјала према принципу квалитета и васпитне усмерености подразумева: 1) коришћење репродукција проверених уметничких вредности или фотографија, 2) избегавање илустрација кад год је то могуће, 3) избегавање коришћења сопствених цртежа, и 4) избегавање лоше технички припремљених репродукција.

За потребе овог истраживања направили смо преглед уџбеника за предмет Математика од 1. до 4 разреда основне школе. Одабир укључује уџбенике три домаћа издавача, и то Завода за уџбенике и наставна средства, БИГЗ-а, и издавачке куће Клет. Преглед уџбеника показао је да илустрације имају апсолутну доминацију када су у питању визуелно-дидактички материјали у уџбеницима за предмет Математика поменутих издавача. Уметничко дело као визуелно-дидактички материјал заступљено је тек у једном примеру и то у Клетовом уџбенику за 4. разред, где је уз текст о Фибоначијевим бројевима стављена репродукција, тј. фотографија Кривог торња у Пизи. Некоришћењем уметничког дела као визуелно-дидактичког материјала у уџбеницима пропуштена је прилика за успостављање корелације Ликовне културе и Математике; свакако да наставник сам може направити и реализовати овакву корелацију, али било би добро да подсетник, или пак подстицај за то има и у самом уџбенику. У наставку ћемо указати на тек неколико примера из одабраних уџбеника где би ликовна уметничка дела могла бити искоришћена уместо постојећих илустрација.

У уџбенику за 1. разред Завода за уџбенике и наставна средства у лекцији „Сабирак замењујемо збиром” за сабирање ученици користе јабуке, тј. илустрације јабука које су приказане типски и без свих оних финих разлика које сваку јабуку чине посебном (Прилог, Слика 1). На овом месту ученицима је битно да имају објекте, јасно представљене, који могу да материјализују сабирање, односно који ће им помоћи у разумевању конкретне математичке радње; тако, уместо искоришћених илустрација јабука овде би могле да се нађу и Сезанове (Paul Cézanne) јабуке – минималном интервенцијом ове јабуке могу се извући са сликаревих мртвих природа, а материјал који би се у овом случају понудио ученицима кроз уџбеник свакако би био знатно интересантнији, за око ученика интригантнији. Наравно, можда би се негде на овој страници у функцији потенцијалног математичког задатка могла наћи и оригинална Сезанова слика са које су јабуке „исечене”, што би ученицима додатно појаснило читаву ситуацију, и у оквиру уџбеника Математике им понудило један интересантан додаток, неочекиван искорак у сферу уметности. У истом уџбенику, у лекцији

„Поредимо. Пребројавамо” приказане су илустрације различитих гранчица (Прилог, Слика 2). У складу са принципом квалитета и васпитне усмерености, овде нема оправдања за коришћење илустрације која у овом случају само понавља оно што би фотографија конкретне багремове или храстове гране много боље приказала. Исту ситуацију налазимо и у Клетовом уџбенику за 4. разред где се као пратећа слика уз текст о множењу у старом Египту нашла илустрација рађена по узору на египатску уметност. Овде би се као визуелно-дидактички материјал морала наћи оригинална репродукција египатског рељефа или сликаног папируса јер нема ни разлога ни оправдања да се ученицима нуди илустраторова копија, сведена и свакако урађена у складу са његовим укусом и његовим ликовним језиком, када се ученицима може посредством фотографије понудити оригинал. Илустрација се овде нашла највероватније како би се одржао континуитет у ликовном обликовању уџбеника – све странице имају илустрације и највероватније да је фотографија на овом месту сувише „одударала”. Како је већ речено, ово не би смело да буде критеријум одабира визуелно-дидактичких средстава, и на овом месту илустрација би морала да се заобиђе.

Корелација Ликовне културе и Математике може се остварити и коришћењем материјала који припадају примењеној уметности и дизајну. На пример, међу илустрацијама за лекцију „Тела облика коцке и квадра” у Клетовом уџбенику за 2. разред нашао се и класичан фрижидер. Уместо овог фрижидера ученицима би се овде могли понудити модели савременог дизајна, баш као и неки од модела који су обележили историју дизајна попут SMEG-ових разнобојних фрижидера који су и данас врло популарни (Прилог, Слика 4).

Врло интересантан пример налазимо у БИГЗ-овим уџбеницима за 3. разред, где су на чак два места коришћене слике које се читају, односно боје по бројевима. Заправо, ради се о варијацијама на тему *бојанки по бројевима* (у складу са бројем одређени део слике се боји одговарајућом бојом) које су овде прилагођене конкретним математичким задацима. Овај изузетно интересантан и по децу мотивишући задатак могао је да буде искоришћен за корелацију Математике и Ликовне културе да је цртеж боров под снегом анонимног аутора, вероватно илустратора овог уџбеника, замењен једним од дела Ендија Ворхола (Andy Warhol) из његове чувене серије „Уради сам” (Do It Yourself, 1962) која се заснива на истим принципима – аутор уџбеника могао је овде да искористи оригинално уметничко дело којем је само бројчане вредности приказане на цртежу требало да замени предвиђеним математичким задацима. Уколико пак избор не би били Ворхолони цртежи, уместо зимског пејзажа који се нашао у уџбенику ученици су за сабирање/одузимање и бојење могли да добију било које дело из историје уметности обрађено тако да представља „бојанку” – у том случају ученици би решавањем математичког задатка заправо бојењем

добили Леонардову (Leonardo da Vinci) *Мона Лизу* (Lise del Giocondo, 1505) или Ван Гогове (Vincent van Gogh) *Сунцокреће* (Tournesols, 1888) или неко друго ремек-дело ликовне уметности (Прилог, Слика 5).

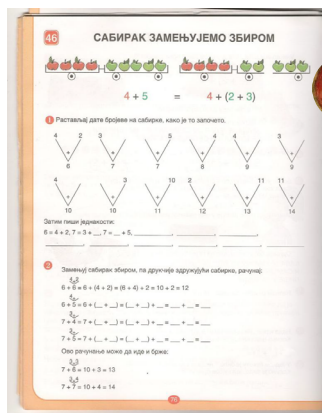
Као насловна страна за наставну област „Предмети у простору и односи међу њима” у Клетовом уџбенику за 1. разред дата је наизглед врло интересантна и атрактивна илустрација, али, како ћемо видети, прилично проблематична. Иако би требало да најави област кроз коју ће ученици саавладати просторне одреднице попут У, НА, ИСПРЕД, ИЗА, ЛЕВО, ДЕСНО и друге, за које је неопходно посматрати их унутар просторне ситуације која подразумева тродимензионални простор, илустрација у уџбенику урађена је као плошни цртеж, односно простор који је приказан нема дубину. Занимљиво је да се илустратор овде чак послужио египатским моделом за приказивање простора који не познаје трећу димензију (дубину), већ се радња по плановима поставља у траке при чему је она најниже постављена заправо она која је посматрачу најближа. Ово је један од примера где слика и текст „говоре супротно”, односно где се ученицима вербалним и ликовним језиком дају контрадикторне информације. Уместо поменуте илустрације, али и као примери за обраду просторних одредница на наредним странама уџбеника, могле би добро послужити слике већ поменутих уметника или нека друга ремек-дела историје уметности попут Сераове (Georges-Pierre Seurat) слике *Недељно поподне на острву Гран Жат* (Un dimanche après-midi à l'Île de la Grande Jatte, 1886), да наведемо бар неки пример (Прилог, Слика 6).

Закључак

Када се у настави Математике примењују уметничка дела проверених и високих естетских вредности која парирају прозаичним и естетизованим наставним материјалима, она имају позитиван утицај на квантитет, квалитет и трајност знања и развој способности ученика. Одабрана и примењена према принципима квалитета и васпитне усмерености и егземпларности и економичности, уметничка дела као садржаји наставних материјала имају нарочиту дидактичку вредност. Уметничка дела пружају погодност лакшег усвајања појмова визуелним путем, ученик је применом оваквих елемената више мотивисан и концентрисан, ангажован је у настави и емотивно и интелектуално и, надасве, уметничка дела као културни артефакти обогаћују личност ученика и подстичу његов свеукупан развој.

Прилог

Слика 1



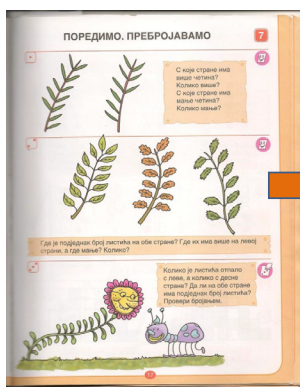
Завод за уџбенике, 1.разред

СЕЗАНОВЕ ЈАБУКЕ
УМЕСТО
ИЛУСТРАЦИЈЕ



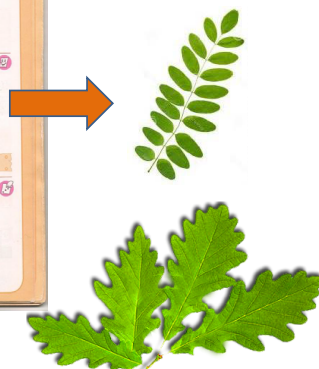
Пол Сезан, Мртва природа са јабукама, импресионизам

Слика 2

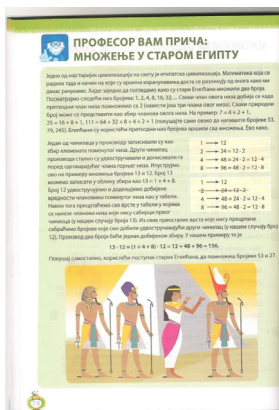


Завод за уџбенике, 1.разред

ФОТОГРАФИЈА
УМЕСТО
ИЛУСТРАЦИЈЕ



Слика 3

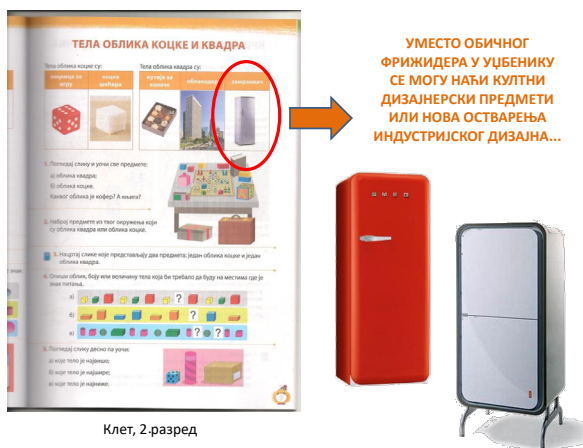


Клет, 4.разред

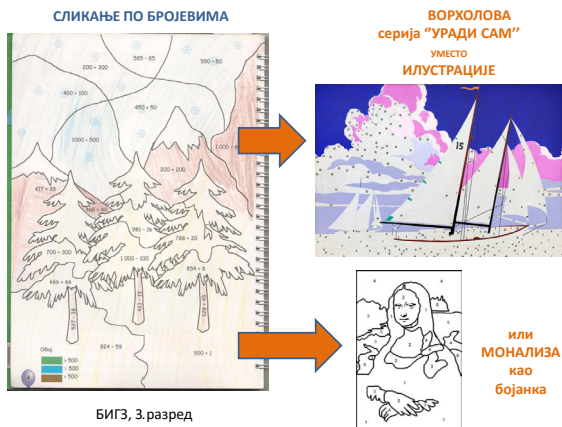
РЕПРОДУКЦИЈА
УМЕСТО
ИЛУСТРАЦИЈЕ



Слика 4



Слика 5



Слика 6



Литература

Blum, B. S. (1956). *Taxonomy of Educational Objectives, Handbook 1: Cognitive Domain*, New York: Longman.

Vigotski, L. (1977). *Mišljenje i govor*, Beograd: Nolit.

Djui, Dž. (1966). *Vaspitanje i demokratija – uvod u filosofiju vaspitanja*, Cetinje: Obod.

Zakon o osnovama sistema obrazovanja i vaspitanja (2017). *Službeni glasnik*, br. 88/2017, Beograd: Službeni glasnik Republike Srbije.

Pravilnik o opštim standardima postignuća – obrazovni standardi za kraj obaveznog obrazovanja (2010). *Službeni glasnik*, br. 5/2010, Beograd: Službeni glasnik Republike Srbije – Prosvetni glasnik.

Strategija razvoja obrazovanja u Srbiji do 2020. godine (2012). *Službeni glasnik*, br. 107/2012, Beograd: Službeni glasnik Republike Srbije.

Miloš M. Đorđević

Mia Arsenijević

University of Kragujevac

Faculty of Education in Jagodina

CONTENTS OF FINE ARTS IN TEACHING MATHEMATICS

Summary: This paper considers the possibilities, ways and benefits of including the content of fine arts in mathematics teaching in order to overcome the dichotomy of these subjects in teaching. Divisioned into affective and cognitive areas, fine arts and mathematics are instructed as teaching subjects with very little or no connections between them. Their developmental and historical compatibility and interdependence are easily overlooked. Factual connection between fine arts and mathematics enables the mutual application of teaching contents in education by applying the principle of horizontal correlation and the integrative approach to the teaching process. Such approach to teaching stimulates the development of flexibility in thinking, the ability of divergent thinking, the establishment of functional relationships between knowledge, and independent searching for information (learning how to learn) in order to achieve more complete personal development of students and their creative capacities. In this paper, special attention is given to specific examples from the curricula of these subjects, which in the realization of teaching in a very easy and spontaneous way encourage the connection of facts.

Keywords: fine arts, mathematics, correlation, integrative teaching, divergent thinking.

Ивана М. Милић

Универзитет у Крагујевцу

Факултет педагошких наука у Јагодини

DOI: [10.46793/MANM4.225M](https://doi.org/10.46793/MANM4.225M)

УДК: 37.016:[615.835:511.11]

ВЕЖБЕ ДИСАЊА У ФУНКЦИЈИ РАЗВИЈАЊА ПОЈМА ПРИРОДНИХ БРОЈЕВА

Апстракт: О значају и важности музичког васпитања за даљи развој деце предшколског узраста данас постоје многа педагошко-психолошка и методичка сазнања. Циљеви и задаци музичког васпитања у предшколским установама, поред тога што предвиђају усклађен развој сваког детета и ангажовање његове целокупне личности, умногоме доприносе стварању темеља каснијем музичком васпитно-образовном раду кроз школско образовање. Управо овако формулисани циљеви и задаци одређују улогу музичког васпитања, која мора бити мултифункционална и остварена кроз конкретне активности у интеграцији са другим областима рада.

Стога ће у раду бити представљени примери интегрисања садржаја музичког васпитања и упознавања почетних математичких појмова. С обзиром на то да је у музичком васпитању један од најзаступљенијих облика рада певање дечјих песама, а за чије је извођење неопходно припремити дечји певачки апарат на почетку сваке усмерене активности, представимо вежбе дисања као средство које можемо користити да бисмо код деце развили појам природних бројева.

Кључне речи: музичко васпитање, песма, вежбе дисања, појам природних бројева.

Увод

Значај и важност музичког васпитања за даљи развој предшколског детета данас је потврђен од стране многих педагога и методичара. Суштина циљева и задатака музичког васпитања у предшколским установама огледа се у полагању темеља каснијем музичком васпитно-образовном раду и ангажовању целокупне дечје личности. Тежња да музичко васпитање као област рада буде мултифункционално може бити остварена кроз интеграцију са другим областима, у овом случају са садржајима математике.

Међутим, у данашње време традиционални систем предшколског васпитања и образовања не нуди иновативна решења за усвајање

интегрисаних садржаја, а самим тим не припрема децу за свет који се трансформише великом брзином. Такође, на националном нивоу не постоји стратегија за имплементацију интегративног приступа, те је потребно направити креативне искораке кроз едукацију, израду дидактичких материјала и праксу. Овим је јасно предочено да су увођење и примена иновација препуштени васпитачима, њиховом ангажовању и ентузијазму.

Стога смо настојали да представимо примере добре праксе интегрисања садржаја Методике музичког васпитања и Методике развоја почетних математичких појмова. С обзиром на то да је у музичком васпитању један од најзаступљенијих облика рада певање дечјих песама, а за чије је извођење неопходно припремити дечји певачки апарат на почетку сваке усмерене активности, представимо вежбе дисања као средство које можемо користити да бисмо код деце развили појам природних бројева.

Потреба за интегрисањем садржаја као део савременог васпитно-образовног процеса

Упоредо са развојем друштва треба да тече и осавремењивање васпитно-образовног процеса. Организација и сама реализација усмерених активности подразумева дидактичко и методичко деловање васпитача, планирање, анализу и свесно проматрање и проналажење могућности повезивања и интеграције садржаја различитих области. Интегрисање садржаја не треба да представља само збир саставних елемената појединачних области, већ целовити контекст који ће омогућити формирање нових веза, сагледавање проблема са другог аспекта и решавање проблема. Интердисциплинарни приступ подразумева зналачко прожимање садржаја, планирање, сарадњу и добру организацију од стране васпитача из више различитих области како би били решени одређени проблеми и задаци. Овим приступом се не доводи у питање самосталност, интегритет Методике музичког васпитања и Методике развоја почетних математичких појмова, већ се активност деце и функционалност знања подиже на виши ниво, наводећи их да мисле, изводе закључке, осећају, помажу једни другима и примењују раније стечена искуства. Обезбеђивање и подела средстава рада за појединачне области може се избећи брисањем оштрих граница међу областима и заједничком применом средстава рада и дидактичких материјала. Да би до промене начина организације рада и увођења иновација дошло, неопходна је подршка од стране свих запослених у предшколској установи, додатна мотивација, континуирана комуникација и размена идеја и промена улоге васпитача.

Улога песме и вежби дисања у музичком васпитању

Развијању музичких способности детета, али и његовом свеобухватном развоју умногоме доприносе музичке активности певање, слушање музике, извођење музичких игара и свирање на деčјим инструментима.

Певање је одувек било примарни облик изражавања људи (Phillips, 1996). У предшколским установама певање је најзаступљенији облик музицирања детета. Захтева од детета свесну активност, усаглашавање физичких и менталних процеса, тј. свих функција гласа и тела, доприноси развоју самодисциплине и већем ангажовању емоција и интелекта (Ђурковић-Пантелић, 1998). Кроз певање као најприступачнију активност, деца лако и спонтано изражавају осећања и проширују своја музичка искуства. Песму, најчешће уз пратњу инструмента, као уметничко дело одликује спајање поезије и музике, литерарног текста и мелодије. Као музичка форма најчешће има структуру периода или мале дводелне песме (8+8 тактова), строфична је, ређе прокомпонована, а у зависности од узраста, деčјих музичких искустава и способности, за певање могу бити одабране формално једноставније или захтевније песме. Уметничка и васпитна вредност текста, звучност и метрика речи, артикулација, садржај, на првом месту утичу на доживљај детета, аперцепцију односа и промена у окружењу, на проширивање сазнајних представа, а потом и на формирање естетског односа према музици, културних навика детета и доживљавање мелодије, ритма и темпа. Приступачна мелодија је она која се лако памти, поседује једноставан ритам, без захтевних ритмичких фигура у почетном раду у двочетвринском такту, лаганом (*Andante*) или умереном темпу (*Moderato*), у почетку у обиму кварте e^1-a^1 или квинте d^1-a^1 , касније сексте d^1-h^1 , па све до октаве c^1-c^2 , без великих интервалских скокова и динамичких нисансирања, извођења *crescenda* и *decrescenda*.

Вршећи избор песама за певање према наведеним критеријумима, предшколском детету обезбеђујемо подстицајну васпитно-образовну средину, а музику/песму чинимо добрим и погодним средством којим проширујемо дијапазон деловања у правцу његовог квалитетног развоја (Копас-Вукашиновић, 2009). Да добра песма позитивно утиче на развој омладине, знали су још Стари Грци у Атини, јер су веровали да неговање и извођење добре музике утиче на стабилност и боље стање у држави (Платон, 2002).

Посматрано са уметничког аспекта, језик музике јесте комплексан, али универзалан, због чега је моћ песме као једног вида њеног деловања потребно искористити у обликовању психофизичких и интелектуалних способности детета, а са методичког аспекта у циљу интегрисања одређених тема и садржаја различитих области, путем иновативних искорака.

Дете на предшколском узрасту усваја нове песме кроз игру, опонашајући васпитача, понављајући и имитирајући. Међутим, да би функционална и васпитна улога песме била испуњена, а због специфичних особина дечјег певачког апарата, неопходна је припрема пре певања. Познавање технике певања је неопходно јер се неправилним вокалним поступцима, неадекватном негом, претераним коришћењем гласа и извођењем песама у *f* и *ff* динамици могу појавити неправилности које је веома тешко отклонити, а могу довести до озбиљних оштећења, па чак и до губитка гласа. Иако је дисање основна животна функција човека, физичко и певачко дисање се разликују. Правилно певање треба да се одвија без напора, контролисано, да се поступним, свакодневним вежбама дисања постигне координација и усаглашеност удисаја и издисаја и код детета формира навика и вештина косто-абдоминалног певања. Стога је импостација, правилна поставка, од примарног значаја за обликовање и развој дечјег гласа. С обзиром на то да ангажује велики број мишића, певање се често пореди са спортом, за чије бављење је неопходна припрема, загревање и упорно вежбање (Alderson, 1979).

У вокалној педагогији и певачкој пракси основна функција вежби дисања је овладавање процесом равномерног, уједначеног и контролисаног коришћења ваздуха, као и ангажовање свих органа (за припрему, стварање и обликовање тона) за произвођење гласа. У методичкој пракси, у области музичког васпитања, примарна функција вежби дисања је припрема и распевање гласних жица у циљу лепог певања и неговања дечјег гласа.

Дефинисање појма природног броја

Поћи ћемо од чињенице да је математика „настала из практичних потреба, па је аритметика настала бројањем предмета, а геометрија мерењем величина”, те да математички појмови, даље, потичу од реалних ствари и предмета, а неки се чак њиховом апстракцијом трансформишу у математичке моделе (Егерић, 2006). Кроз истраживање окружења, конкретне примере и чулна искуства започиње формирање појмова код деце. Потребно је осмислити и планирати разноврсне активности и проблемске ситуације, па тако дете усмерити на мисаоно и практично ангажовање, чиме ће бити подстакнут и његов интелектуални развој.

У области рада на усвајању почетних математичких појмова дидактичка средства и материјали који се користе при организацији и реализацији усмерених активности „представљају спољашње подстицаје развоја мишљења код деце” (Егерић, 2006: 38). Дете је по природи радознано, заинтересовано за истраживање окружења и манипулацију предметима, при чему користи сва своја чула. Неопходно је ту потребу детета задовољити и

тиме подстаћи његове сазнајне потенцијале. Програмске садржаје из области развијања почетних математичких појмова, али и садржаје свих других области, треба реализовати кроз игру која је основ сваке активности детета.

Циљеви рада на почетном математичком образовању деце предшколског узраста су усвајање математичких знања прилагођених њиховим психофизичким могућностима, подстицање развоја интелектуалних и других способности, обogaћивање и развијање својства личности, а све то кроз остваривање задатка, усвајање природних бројева до десет и развијања способности бројања унапред и уназад до десет. Развијању појма природног броја претходи развијање претпојмова: скуп, класификација, серијација, конзервација, адитивност, инклузија, бројање и мерење (Дејић, 2016), а у зависности од узраста и способности деце примењују се два методичка прилаза, и то скуповни и бројевни. Из фазе разбацивања предмета и насумичног понављања изговорених бројева, деца до треће године вежбањем почињу да усвајају низ природних бројева од један до три, а већ у периоду до четири године схватају да називи бројева имају своје место и редом их ређају. Деца уче да пребројавају, а потом разврставају елементе скупа кроз манипулацију предметима, где подстицајна околина има велики утицај.

Могућности повезивања вежби дисања у циљу развијања појма природних бројева

Желећи да покажемо постојање чврсте повезаности различитих васпитно-образовних области рада у вртићу, представимо примере из праксе у оквиру музичког васпитања где вежбе дисања под вођством васпитача могу мотивисати и побудити пажњу деце за усвајање математичких појмова, али и допринети усвајању програмских садржаја обе области. Апстракцијом ситуација, звукова, покрета и ритмичких трајања, чак и само размишљањем деце, музичко окружење ће постати трансфер за усвајање појма природних бројева. С обзиром на то да је још у раном узрасту у вртићу код деце могуће изграђивати осећај за разликовање дужег и краћег трајања звука кроз разне игре, примерима ће бити представљене ритмички обликоване вежбе дисања у циљу развијања ритмичке перцепције код деце (Плавша, 1989).

Табела 1. Методички подаци прве припреме за усмерену активност Музичког васпитања

Врста активности:	Усмерена активност
Тип активности:	Обрада нових садржаја
Тема активности:	Моја мама
Јединица активности:	А) Интерпретација песме „Мама волим те” (кроз разговор о песми и извођење вежби дисања) Б) Обрада песме по слуху „Мама, мама да ли знаш” – Надежда Хиба В) Игра препознавања ритмичких трајања слогова и представљање ритмичким сликама
Уводни део:	Представљам се деци и говорим да пажљиво слушају о чему говори песма (Прилог 1). Изражајно рецитујем песму, затим постављам питања: • О чему говори песма? • Ко се помиње у песми? • Шта дете тражи од птице? Објасните. • Како птица у песми помаже детету? • Како се оглашава птица?  Ћи – ју ћиии!  Ћи – ју ћиии! Хајде да опонашамо како мама мирише цвет који јој је измамио осмех. Хајде да шапнемо мами да је волимо („Ма-ма во-лим те”, изговарамо тихо као бројалицу по слоговима, прво ја, потом деца понављају на мој знак) Хајде сада гласно да позовемо маму да би чула коју песму учимо за њу.

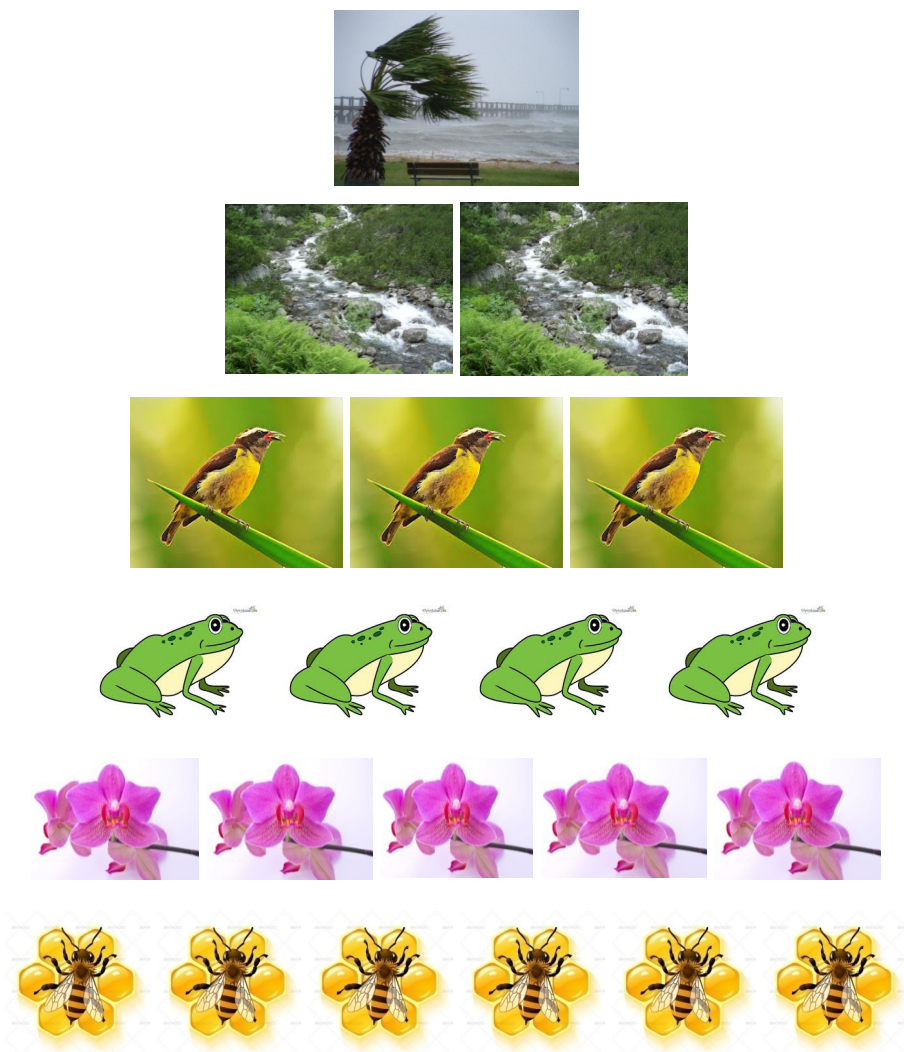
У процесу рада музичких активности вежбе дисања се реализују у уводном делу, па смо их тако у свим примерима предвидели одмах на почетку. У Табели 1 представљена је артикулација активности где деца имају задатак да опонашају оглашавање птице, изводећи ритмички обликовану вежбу дисања, тј. ритмички мотив у двочетвртинском такту. С обзиром на то да програмским садржајима у оквиру области музичког васпитања није предвиђено да деца уче нотно писмо, већ да све нове садржаје уче имитирањем, понављањем и опонашањем васпитача, деца имају игровни задатак да препознају како птица пева користећи само чуло слуха. У складу са музичким развојем, деца узраста до пет година осећају метрику текста, повезаност речи и ритма, у шестој години нагло им се развијају ритмичке способности, те могу гласом да изводе сложеније ритмичке фигуре, а покретима једноставније ритмичке фигуре, очекујемо да ће препознати, а потом извести два краћа и један дужи звук (две осмине и једну четвртину).

После ритмички тачно изведене вежбе дисања, за коју смо користили ономотопејске слоге *ћи-ју ћиии*, јер одговарају звучној карактеристици приказане апликације птице, деци показујемо само нотна трајања представљена ритмичким сликама у приближној сразмери 1:2 и постављамо задатак да, користећи чуло вида, изброје колико птица виде на грани при чему користимо математички бројевни приступ. Одговор на питање је број који представља колико ритмичких трајања има мотив, тј. три. Директном опсервацијом деца треба да опишу карактеристике птица, да уоче да им је само једно својство различито – величина, две мале и једна већа птица. Подсећамо децу да су препознали два краћа и један дужи звук, а сада уочили две мале и једну велику птицу, наводећи их да упоређују скупове (звучне и визуелне), да размишљају и изводе закључке, те да на крају разумеју појам једнакобројности скупова, применом скуповног приступа. Очекивано је да деца повежу краћа ритмичка трајања са апликацијама мање птице, а дуже трајање са апликацијом веће птице. Тако ће процес аперцепције различитих ритмичких трајања тећи паралелно са формирањем појмова природних бројева, а вежбе дисања имаће мултифункционалну улогу.

Табела 2. Методички подаци друге припреме за усмерену активност Музичког васпитања

Врста активности:	Усмерена активност
Тип активности:	Обрада нових садржаја
Тема активности:	Пролеће се буди
Јединица активности:	А) Реализација вежби дисања кроз игру „Баца коцку, откриј поље” Б) Обрада песме по слуху: „Пролећна песма” – непознати аутор В) Ликовно стваралаштво уз игру препознавања звукова
Уводни део:	Деца седе на столицама у полукругу. Представљам се деци и уводим их у игру. У циљу мотивације деце изводимо игру „Баца коцку, откриј поље”. <i>Прилој број 1</i>  Игру изводимо тако што по једно дете излази, баца коцку, на којој се налазе бројеви од 1 до 6, у виду тачака. Број који дете добије, бацајући коцку, открива поље на скривалици, а испод поља се налазе мотиви који упућују на пролеће. (<i>Прилој 1</i>) На скривалици се налазе апликације 4 жабе, 2 потока, 3 птице, 5 цветова, 6 пчела и ветра (<i>Прилој 2</i>). Када откријемо сва поља, разговарамо о апликацијама и о томе шта на њима уочавају. Када открију поље на којем се налази слика жабе, питам: • Како се оглашава жаба? Када одговоре на питање, опонашамо крекет жабе и на тај начин изводимо вежбе дисања (кре-кре кре-кре; у двочетвртинском такту, у ритму четири осмине).

	Игра тече за свих шест поља. Када открију поље са илустрацијом цвета, замислићемо да имамо цвет у руци и да га миришемо (мммм; изводимо умерено гласно <i>mf</i>, у трајању једне половине ноте). Када открију поље са илустрацијом ветра, имитираћемо фијукање ветра (фијууу; гласно <i>f</i>, у трајању једне половине ноте). Када откријемо илустрацију потока, опонашаћемо звук жубора потока (кло-кло; у двочетвртинском такту, у ритму две четвртине).Када открију поље са илустрацијом пчеле, опонашаћемо звук зујања пчела (ззззз; гласно <i>f</i>, у трајању једне половине ноте). Након вежби дисања, анализирамо скривалицу и питам децу за које годишње доба су везани мотиви на њој. Када добијем одговор да је то пролеће, питам: • Како се радујемо пролећу? Зашто? Показујем им слику пастира који свира фрулу и чува овце (Прилој 3). Питам их: • Шта виде на слици? • Опишите природу на слици. • Шта ради дечак на слици? • Како се зове особа која чува овце? • Како се пастирче радује пролећу? Показујем слику фруле (Прилој 4) • Шта свира пастирче? Покажите ми како. Опонашамо свирање фруле покретима. Говорим да ћемо данас певати „Пролећну песму”.
--	---



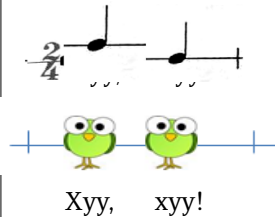
Слика 1. Прилоџ број 2 из предложене друге припреме за усмерену активност Музичког васпитања

У Табели 2 представљен је пример активности где кроз игру „Баци коцку, откриј поље” деца имају комплекснији задатак. Да би открили поља на скривалици, прво бацају коцку и на њој пребројавањем одређују број тачака, а затим упоређују скупове тачака на папирима скривалице и проналазе једнакобројне. Потом именују боју папира на скривалици, што је васпитачу повратна информација да ли је дете повезало скупове са истим бројем елемената, тачака. Да би деца задржала менталну слику у глави, испод сваког папира у боји са тачкама, крије се и слика која им одговара:

један ветар, два потока, три птице, четири жабе, пет цветова и шест пчела (Слика 1). Скривалица је сада откривена и са математичког аспекта деца скупове треба да посматрају занемарујући природу елемената и задржавајући само својство бројности (Егерић, 2006). Са музичког аспекта, деца кроз разговор са васпитачем анализирају апликације које представљају тематску садржину теме музичке активности и опонашају ономотејско оглашавање, тј. изводе ритмички обликоване вежбе дисања.

Континуираним и упорним вежбањем, подстицањем деце да пажљиво посматрају и изводе закључке, те интеграцијом садржаја, биће створена могућност за напредовање у процесу усвајања природних бројева и развијању вокалних и ритмичких способности деце, док ће у васпитном погледу вежбе дисања допринети култури и нези дечјих гласова.

Табела 3. Методички подаци треће припреме за усмерену активност Музичког васпитања

Врста активности:	Усмерена активност
Тип активности:	Обрада нових садржаја
Тема активности:	Истражујемо звук
Јединица активности:	А) Интерпретација песме „Звук–тон” и реализација вежби дисања кроз разговор о садржају песме Б) Обрада песме по слуху: „Висибаба” – Ст. Коруновић В) Свирање на ритмичким инструментима песме „Висибаба” (звечке)
Уводни део:	Представљам се и говорим да пажљиво слушају о чему се ради и ко се помиње у песми „Звук–тон” (Прилог 1). Интерпретацију прате звуци у складу са текстом песме. Након рецитације водим разговор: • О чему се ради у песми? • Ко се спомиње у песми? • Како се назива када чујемо да ковач кује или пева ћук? (Звук) Хајде сада да опонашамо како се оглашава ћук.  Хуу, хуу!

У песми се чују и други звуци – мукање краве и фијук ветра. Замислимо онда да смо ветар, удахнимо дубоко и опонашајмо дување ветра.



Фијууу!



Фијууу!

- Како крава муче?

Хајде сада, заједно, да опонашамо мук краве.



Му, му, му, му!



Му, му, му, му!

Чули смо још и звук звона, па хајде да га опонашамо.



Динг, динг, динг!



Динг, динг, динг!

Након тога, показујем слику са разбацаним нотама, солистом, певам и свирам део песме.

- Шта сам сада урадила?
- Шта сте видели и чули? (Неко свира и пева, чује се песма, мелодија)
- Како се назива када чујемо песму или када неко свира, сетите се речи песме (Изговарам поново део песме која их наводи на тачан одговор)? (Тон)

Сада ћемо ми заједно да стварамо тон, певаћемо песму о једном веснику пролећа, показујем слику висибаве и питам

- Који је ово цвет? (Висибоба)

У Табели 3 представљен је пример активности где деца имају задатак да опонашају оглашавање ћука, ветра, краве и звона. Деца кроз разговор, имитирајући васпитача, изводе ритмичке мотиве у двочетвртинском такту користећи само чуло слуха. На узрасту четири, пет и шест година, развијене ритмичке способности дозвољавају да деца прате и повезују речи и ритам, те лако могу гласом извести ритмички обликоване вежбе дисања. Подстичемо децу да буду пажљива и ритмички прецизно понављају нотна трајања, за које смо опет користили одговарајуће ономотопејске слоге. У току извођења вежби дисања свако нотно трајање одбројавамо прстима једне руке, а ако желимо да отежамо задатак убацићемо и покрете где ће свако нотно трајање пратити одређен покрет, то може бити тапшање, пуцкетање прстима, удар ноге о под, клађење тела и сл. Покрети ће деци послужити у апстраховању појма броја. Потом деци показујемо апликације са истим нотним трајањима која су извели аудитивно, само представљене ритмичким сликама у истој сразмери, желећи да деца визуелно посматрају и преброје елементе сваког скупа, показујући у којем је један, у којем су два, а у којем су четири члана. „Пребројавањем елемената истог скупа на различите начине и различитих скупова са истим бројем елемената деца се припремају за схватање броја као нечега чиме се исказује колико елемената има у неком скупу” (Дејић, 2016: 29). Сада имамо два скупа, аудитивни и визуелни, са одређеним бројем ритмичких трајања, тј. формираним скуповима са задатим бројем елемената. Будући да деца већ имају представу о квантитативним односима скупова, даље кореспонденцијом вршимо упоређивање два скупа, аудитивног и визуелног, и деца имају задатак да повежу скупове са истим бројем елемената, закључујући да је у оба скупа једнак број елемената: једна половина – један дах ветра, две четвртине – два ћука, три осмине – три звука звона и четири осмине – четири мука краве.

Тако ће процес дечје ритмичке перцепције кроз извођење вежби дисања тећи паралелно са формирањем појмова природних бројева, а све даље може бити примењено за развијање појма бројевног низа.

Закључак

За касније свесно упознавање музичке писмености у школи, неопходно је константно, континуирано, спонтано и кроз игру, дечје извођење и доживљавање различитих ритмичких облика (Плавша, 1961). Даље, функционално повезивање појединих тематских целина у оквиру различитих области треба да представља незаобилазну одлику савременог курикулу-ма васпитно-образовног рада у предшколским установама. Уз нова научна сазнања, која такође могу допринети бољем сагледавању и евалуацији

процеса рада у предшколским установама, те разменом идеја и тимским радом васпитача, па чак и укључивањем наставника у структурално обликовање подстицајне средине за децу, примена интегративног приступа створиће услове за квалитетнију припрему све деце за полазак у школу, што је само додатни допринос оваквог начина рада.

ЛИТЕРАТУРА

Alderson, R. (1979). *Complete handbook of voice training*, West Nyack, NY: Parker Publishing Company, Inc.

Дејић, М. (2016). *Предшколац у свету математике*, Београд, Креативни центар.

Dryden, G., Vos, J. (2004). *Револуција у учењу: како променили начин на који свет учи*, Београд: Тимграф.

Ђурковић-Пантелић, М. (1998). *Методика музичког васпитања деце предшколског узраста*, Шабац: Виша школа за образовање васпитача.

Егерић, М. (2006). *Методика развијања почетних математичких појмова*, Јагодина: Учитељски факултет.

Копас-Вукашиновић, Е. (2009). *Перспективе квалитетног развоја предшколског детета*, Јагодина: Педагошки факултет у Јагодини.

Плавша, Д., Поповић, Б. (1961). *Музика у школи I*, Београд: Завод за издавање уџбеника Народне Републике Србије.

Плавша, Д. (1989). *Музичко-педагошке дилеме и теме*, Нови Сад: Академија уметности у Новом Саду.

Платон (2002). *Држава*, пето издање, Београд: Београдски издавачко-графички завод.

Phillips, K. H. (1996). *Teaching kids to sing*, Belmont: California.

Ivana Milić

University of Kragujevac

Faculty of Education in Jagodina

USING BREATHING EXERCISES IN TEACHING NATURAL NUMBERS

Summary: Today, there are many pedagogical-psychological and methodological research studies which highlight the importance of music education for the further development of preschool children. The goals of music education in preschool institutions, in addition to envisaging the harmonious development of each child and the engagement of his/her entire personality, greatly contribute to the creation of a basis for later musical education. These goals determine the role of music education, which must be multifunctional and achieved through specific activities in integration with other disciplines.

Therefore, the paper presents examples of integrating content of music education and initial mathematical concepts. Considering that singing children's songs is one of the most common forms of work in music education, and that is necessary to prepare children's singing apparatus at the beginning of each activity, the paper presents breathing exercises as a tool for developing the concept of natural numbers.

Keywords: music education, song, breathing exercises, concept of natural numbers.

Слађана Станковић

Универзитет у Крагујевцу

Факултет педагошких наука у Јагодини

Александра Алексић Вељковић

Универзитет у Нишу

Факултет спорта и физичког васпитања

DOI: [10.46793/MANM4.240S](https://doi.org/10.46793/MANM4.240S)

УДК: 159.943:51

МОТОРИЧКЕ ВЕШТИНЕ, ПОКРЕТ И МАТЕМАТИКА

Апстракт: Учење елементарних математичких појмова уз ангажовање читавог тела кроз физички покрет може побољшати математичке перформансе код деце. Стицање и развој математичких вештина може се посматрати као централни когнитивни атрибут у савременом друштву. Уопштено, не размишљамо о развоју моторичких вештина и манипулативних вештина као што је координација рука–око код беба, као основног елемента когнитивног развоја. Фине моторичке вештине снажан су предиктор каснијег постигнућа у области математике. Аутори упућују на то да постоје велике разлике у нивоу математичких способности између деце са најснажнијим и најсиромашнијим моторичким вештинама и да су узети заједно, fine моторичке вештине, покрет и игра, много јачи општи предиктори за остваривање добрих резултата у математици.

Кључне речи: моторичке вештине, покрет, игра, математика.

Увод

Учење елементарних математичких појмова уз ангажовање читавог тела кроз физички покрет може побољшати математичке перформансе код деце (Beck et al., 2016). У садашњем времену активно се истражују могућности за ажурирање и унапређење квалитета образовања у предшколском узрасту. У овом узрасту, формирање елементарних математичких појмова треба организовати на тај начин да деца увиде да математика не постоји сама по себи, да математички појмови одражавају везе и односе својствене предметима који их окружују. У пракси, услови за примену математичких знања код предшколаца присутни су у визуелним и моторичким активностима, као и приликом постављања различитих задатака (нпр. да се израчуна број објеката или да се предмети поређају по облику и величини и слично). Опште је познато да савремена деца воде седентарни

начин живота а да без покрета дете не може израсти у здраву особу. Резултати великог броја истраживања (Hillman et al., 2005; Pesce, 2012; Vazou, Skrade, 2016; Donnelly et al., 2016) указују на то да, што су разноврснији покрети и кретања, више информација долази до мозга, тиме је и интензивнији интелектуални развој детета. Познати педагози од давнина до данашњих дана указују на то је кретање најважније средство за упознавање света око нас. Током моторичких активности деца активно перципирају нове предмете и њихове особине. Због тога не треба ограничавати активности у предшколским условима на само један вид активности. Што су различитији захтеви по питању активности и дидактичких материјала, то ће бити и ефектније. Што више информација дете добије од својих чула, то ће бити успешнији и разноврснији његов развој. Ово је фаза емпиријског знања о утицају моторичких активности на тело. Дете их прима као резултат свакодневних активности. Акумулација емпиријског знања доводи до тога да дете схвати ефекат моторичких активности и на тај начин упозна своју околину. Свака активност из математике може укључивати моторичке вежбе и игре тако да деца имају прилику да се активно крећу у току активности.

Ми уопштено не размишљамо о развоју спретности (као што је координација рука–око код беба) као основног елемента когнитивног развоја. Заправо, само научна терминологија – „моторичке вештине” за кретање и „когнитивне вештине” за менталну обраду – ствара јасно и дефинитивно раздвајање између ове две врсте функција. Како се испоставило, такво размишљање нас може одвести од иновација у образовању које би заиста могло да утиче на велики број деце. Недавна истраживања показала су јасну везу између развоја финих моторичких вештина у раном животу и каснијег успеха у математици, читању и науци (Lopes et al., 2013; Senturk et al., 2015; Станковић, 2017). Упркос релативно комплетном теоријском развоју проблема истовременог развоја менталних и моторичких способности деце у процесу физичког васпитања, ове идеје нису добијале адекватно признање и широку примену у предшколским образовним институцијама. Новија истраживања усредсређена су на истраживање односа између физичке активности, когнитивних функција и академских достигнућа код деце (Hillman et al., 2005; Donnelly et al., 2016; Vazou et al., 2016; Tomporovski et al., 2015). Одређени број студија имао је за циљ истраживање диференцијалних ефеката физичке активности на когнитивно функционисање и академско постигнуће у вези са основним перформансама деце (Mahar et al., 2006; Pontifek et al., 2013; Drollette et al., 2014). Наведене чињенице указују на постојање контрадикције између бројних теоријских података који потврђују постојање блиског односа између моторичког и менталног развоја деце и недостатка метода за њихов придружени развој. Из контрадикције следи проблем проналаска средстава и метода за

истовремено повећање нивоа менталног и моторичког развоја деце предшколског узраста. Помагање деци да развију своје фине моторичке вештине и повећање разумевања о основним математичким концептима важни су циљеви у раном периоду образовања. Укључивање активности у оквиру којих ће се учење математике реализовати кроз манипулативне вештине у предшколским установама даће деци прилику да побољшају своју координацију, науче о бројању и сортирању предмета и прошире своје вештине решавања проблема. Овакве могућности за учење помоћи ће деци у њиховом свакодневном животу и припремити их да науче напредније математичке концепте у свом будућем образовању.

Термин *физичке активности* је свеобухватан концепт који покрива различите активности. Ове активности обухватају кардиоваскуларне вежбе које се фокусирају на квантитативним карактеристикама физичких активности (нпр. интензитет и трајање) са циљем побољшања кардиоваскуларне способности, као и активности које се тичу квалитативних карактеристика физичке активности (нпр. координативни захтеви и когнитивно ангажовање), а све у циљу побољшању моторичких вештина (Pesce, 2012; Diamond, 2015). Недавне унакрсне студије позитивно су повезивале моторичке вештине са когнитивним мерама (Kantomaa et al., 2013; Lopes et al., 2013; Naarala et al., 2016; Geertsen et al., 2016) и недавне критике су нагласиле значај квалитативних карактеристика извршене физичке активности у односу на квантитативне карактеристике физичке активности (Pesce, 2012; Diamond, 2015; Beck et al., 2016). Уопштено гледано, међутим, мање пажње је посвећено квалитативним карактеристикама физичке активности и њиховом односу на когнитивне функције и академска достигнућа.

Повезивање моторике и когниције

За време прве когнитивне фазе најважнији циљ детета јесте да схвати основне компоненте моторичког обрасца покрета. Ова фаза се назива когнитивном због тога што је деци потребно много менталне активности како би могла да разумеју образац покрета и према томе координирају руке и ноге. Током ове фазе дете има два главна циља: да схвати координацију покрета неопходну за извођење задатка и да утврди регулаторне и нерегулаторне услове покрета. За време почетне фазе моторичког учења, покрети су невешти и увелико зависе од повратне информације око-рука и захтевају велику концентрацију детета приликом извођења покрета. Кроз вежбу деца постају вештија, тачнија и бржа у извођењу акција и покрета, а све то заједно захтева мању концентрацију након великог броја понављања радње. На крају покрети постају аутоматски и вешти (Schmidt, Lee, 2014). Неопходно је време да би се нешто научило. За васпитаче је веома важно да схвате и прихвате ову чињеницу.

Способности комуникације, решавање проблема, грубу и фину моторику истаживали су Пик, Досон, Смит и Гасон (Piek, Dawson, Smith, Gasson, 2008) са циљем да утврде да ли су моторичке перформансе од рођења до четврте године предиктори моторичких способности и когнитивног развоја код деце. Резултати су показали да три од четири когнитивна подручја имају утицаја на фину моторику. Даље анализе показале су значајну предиктивну везу између грубе моторике и радне меморије и брзине когнитивне обраде код деце. У већем броју истраживања (Grissmer et al., 2010; Naapala et al., 2014; Senturk et al., 2015; Tomporowski et al., 2015; Naapala et al., 2016) уочено је да су могућности вештине визуелно-моторне координације повезане са спремношћу за полазак у школу и са вештинама учења. Поједине академске вештине (читање, писање, математика) уско су повезане са моторним вештинама. Способности копирања геометријских, односно апстрактних узорака, повезане су са учењем писања, математике и читања у првим годинама образовања (Станковић, 2017). Све ово говори о важности визуелно-моторне координације руку као темеља при развоју академских вештина.

Алберт Ајнштајн је интуитивно схватио везу између физичког покрета и математике. На питање како је дошао до Опште теорије релативности (која је вероватно најпознатија математичка једначина свих времена), Ајнштајн се нашао: „Мислио сам о томе док сам возио мој бицикл”. Велики број истраживања последњих година повезује интелектуалне перформансе, тренутке „Еурека” и физичку активност. Резултати тих истраживања показују да се стицање и развој математичких вештина може посматрати као централни когнитивни атрибут у савременом друштву. Успешно стицање основних математичких вештина у раном животу обезбеђује оквир на коме се заснивају каснија академска достигнућа (Duncan et al., 2007) и представља предиктор будућих академских и професионалних успеха (Butterworth, 2005; Parsons, Bynner, 2005). Адел Дајмонд (Diamond, 2000) у свом истраживању открива „значајне доказе” да се когнитивне способности могу активирати током решавања одређених моторичких задатака. Истраживачи Адолф и Бергер (Adolph, Berger, 2006) сугеришу да постоји сложена веза између когнитивних и моторичких вештина код деце. С обзиром на то да деца уче о свему што их окружује у исто време када уче и фине моторичке вештине, у стању су константне адаптације. Њихова тела се мењају истовремено док добијају нове информације из света око њих. Самим тим, њихово физичко постојање у свету и њихов покрет захтевају стално решавање когнитивних проблема. Већи број радова (Piageta, Gesell и Montessori) указује на то да су деца побољшала своје когнитивне способности када су била укључена у перцептивни моторни програм за који сматрају да олакшава читање, правопис и математику. Према тиму истраживача (Grissmer et al., 2010), „[п]остоји неколико истраживања која

директно доказују да ће јачање ране пажње, финих моторичких вештина или знање о свету побољшати касније резултате у математици и резултате читања". Неке чињенице изнесене у овом истраживању су сасвим јасне:

- постоји јасна веза у делу мозга између области које контролишу fine моторичке вештине и дела који контролише когницију,
- ове области се развијају истовремено, изузетном брзином током раног развоја мозга и
- моторичке вештине су доказани индикатор будућег успеха у математици и успеха у читању.

Са неуролошког гледишта, резултати вишеструких истраживања (код испитаника свих узраста) показују да је умерена до снажна физичка активност повезана са побољшаним когнитивним функционисањем (Napala et al., 2016).

Са једне стране, унакрсна истраживања позитивно су повезала моторичке вештине са когнитивним и академским способностима (Егерић, 2006; Castelli et al., 2007; Мрђа, 2007; Kantomaa et al., 2013; Lopes et al., 2013; Napala et al., 2013; Chaddock-Heymann et al., 2014; Geertsens et al., 2016), а са друге стране, поједина истраживања су нагласила значај квалитативних карактеристика извршене физичке активности у односу на квантитативне карактеристике физичке активности (Pesce, 2012; Цвејић, Буишић 2012; Diamond, 2015). Уопштено гледано, међутим, мање пажње је посвећено квалитативним карактеристикама физичке активности и њиховом односу на когнитивне функције и академска достигнућа.

Моторичке вештине као предиктор

Првенствени циљеви учења јесу развој личности, емоционални развој, развој језика, математички развој, знање и разумевање света око нас, физички и кретивни развој. Циљ физичког развоја јесте да сва деца развијају и примењују fine и грубе моторичке вештине, уз разумевање како функционише њихово тело. Физички развој односи се на побољшање дететове координације, манипулативних вештина, доприноси повећању самопоуздања и сл. У првим годинама живота дете мора савладати три категорије покрета: стабилност, локомоцију и манипулацију (Коцић и сар., 2009). Код манипулативних вештина користе се мање групе мишића и оне се сврставају у фину моторику. Манипулативне вештине омогућавају човеку да истражује свет око себе, привлачи предмете и осети њихову величину и текстуру како би их препознао. Неке физичке активности су посебно усмерене ка руковању предметима, као што су стреличарство или стрељаштво. Код ових задатака и најмање померање може знатно да угрози резултат.

Моторичко учење представља специфичан вид учења који укључује когнитивне и вербалне процесе, а самим тим особа која учи моторички задатак у различитој фази се фокусира на различите аспекте учења, што доводи до различитог моторичког извођења, различите појаве грешака, различите усмерености пажње на поједине аспекте покрета и различитих стратегија учења (Schmidt, Lee, 2014).

Резултати истраживања које су спровели Сентурк и сарадници (Senturk et al., 2015) и Алтинкок (Altinkok, 2015) указују на то да у развоју моторичких вештина и компатибилности развојних вредности већи значај имају различите стратегије учења које се одвијају на планиран и дугорочан начин. Међутим, Станковић (2017) долази до закључка да у предшколским установама постоји потреба за васпитачима који су искусни и едуковани за рад у области покрета и кретања и да је активности из физичког васпитања потребно реализовати са лицима која су стручна за ту област. Сентурк и сарадници (Senturk et al., 2015) су у свом истраживању закључили да васпитачи у Бугарској и Турској раде на томе да слободно време искористе за развој грубих и финих моторичких вештина у психомоторном пољу, да васпитачи у Турској веома мало времена издвајају за развој равнотеже и координације код деце у поређењу са васпитачима у Бугарској, који слободно време користе за трчање и скакање, као и за развој финих моторичких вештина.

Погрешно је мишљење да само сазревање покреће моторички развој код беба и деце. Иако се чини да се код детета преко ноћи развија нека моторичка вештина (трчање, скакање, хватање и сл.), ове вештине се не појављују саме од себе већ морају да се уче и вежбају. Моторичке вештине се изоштравају адаптацијом на измењене услове и током процеса учења. Формирање физичких и психичких квалитета који су неопходни детету у наредном периоду живота, њихова количина и својства, чине га човеком. Посебна карактеристика овог периода, која га разликује од других, јесте то што утиче на свеукупни развој, служи као основ за стицање посебних знања и вештина и савладавање различитих активности. Формирају се не само квалитет и својства когнитивних и моторичких способности које одређују опште понашање детета и његов однос према свему што га окружује, већ и оне способности које представљају „резерву“ за будућност. Поједина истраживања о факторима који предвиђају будуће достигнуће у читању, математици и науци најчешће укључују дискусије о раним математичким вештинама, вештинама раног читања, друштвеним вештинама и вештинама везаним за пажњу као што су радозналост, интересовање и жеља за учењем. Ниједна од горе поменутих способности нема компоненту физичке активности деце. Међутим, истраживачи попут Грисмера и сарадника (Grissmer et al., 2010) довели су у питање напредак развоја моторичких вештина код деце. Анализирали су податке из шест сетова

података и утврдили да су, у ствари, фине моторичке вештине снажан предиктор каснијих постигнућа. Аутори закључују да су узети заједно пажања, фине моторичке вештине и опште знање много јачи општи предиктори за успех у математици, читању и научним резултатима. Неопходно је комбиновати различите способности (читање, писање, математику и сл.) и укључивати децу у покретне активности које интегришу перцепцију и кретање. Нова норвешка истраживања обухватала су моторичке вештине 450 испитаника узраста од две до три године. Истраживачи (Beck et al., 2016) су посматрали децу како склапају одећу, слажу слагалицу, користе маказе, шетају по соби, односе се према одређеним предметима и слично. Затим су децу поделили у групе према моторним вештинама (добро, просечно и лоше). Свака група добила је „математичке задатке”. С обзиром на узраст, од њих је затражено да користе прсте да открију своје године, користе кутију у којој ће категорисати предмете према облику, величини, боји, да користе бројеве у реченици и слично. Аутори су открили да су деца која су имала добре моторичке вештине боља у математици, деца са просечним моторичким вештинама су била рангирана негде у средини, а деца која су имала лоше моторичке вештине рангирала су се при крају табеле.

Резултати истраживања (Beck et al., 2016) наглашавају да многа деца у математици остварују боље резултате када су њихова тела ангажована током активности. „Деца сазнају више ако се померају и користе цело тело за учење”, каже истраживач и професор Jacob Vienecke са Универзитета у Копенхагену. „У поређењу са претходним студијама које су показале да интензивна физичка активност може побољшати резултате учења, успели смо да покажемо да су активности нижег интензитета једнако ефикасне или чак ефикасније све док је покрет интегрисан у ту тему.” Након само шест недеља истраживања, сва деца су побољшала своје резултате у стандардизованом тесту. Деца чије су активности укључивале и активност целог тела показала су боље резултате. Њихов учинак је побољшан за 7,6% и двоструко побољшан у односу на контролну групу која је активности из математике обављала без моторичких активности. Сви подаци приказаних истраживања указују на то да моторичке вештине представљају снажан предиктор за будући развој деце.

Моторичке вештине и математика

Моторичко понашање делује као повезујући и интегрирајући развојни механизам. Холистичка природа развоја указује на велику важност физичког развоја. Покрет представља потпору и потребу свеукупном дечјем развоју. Деца уживају у моторним активностима, покрету и играма било које врсте (Копас-Вукашиновић, 2006; Стојановић, Трајковић, 2009; Li,

2011; Knežević, 2014). Кроз учење покретом омогућавамо деци да усвајају знања кретањем у простору, методама игре развијају различите мишљење, осећања и идеје. То се преноси на критичко мишљење, фонд речи, анализирање и спретност у решавању проблема. Развој моторичке интелигенције повећава развој других способности у различитим подручјима: математика, читање, графомоторичке способности и сл. Темпо и брзина покрета, усмереност и координација целог тела чине добро организовани психомоторни систем детета. Самим тим, и циљеви математичког образовања дефинисани су у складу са захтевом да се створе услови за активизацију деце у свакодневним животним ситуацијама, играма и осталим активностима (стваралачко-изражајним, уметничким, говорним, спортско-рекреативним, друштвеним и сл.). Неопходна је добро организована подстицајна средина у којој ће деца испољавати своје укупне потенцијале тако што ће кроз сопствено откриће моћи да експериментишу, манипулишу, посматрају, опажају, разликују и откривају свет који их окружује; облике, величине и боје; физичка својства предмета који их окружују; да користе односе међу предметима и појавама да би изградила логичко-математичка сазнања; постављају другима задатке, уочавају логичке последице, разумеју и користе почетне математичке операције придруживања, процењивања; развијају осећај да су способна да реше постављене проблеме и задатке; примењују дидактичка средства у решавању проблема и слично. Математика је људска активност, друштвени феномен и део људске културе. Свако дете има урођену способност да решава проблеме и осмисли свет кроз математику. Учење математике почиње од рођења, док дете открива свет око себе. Деца предшколског узраста показују спонтани интерес у математичким категоријама: количина, облик, време, простор, а моторичке активности им помажу да се боље оријентишу у стварима и ситуацијама, да их науче и повежу једне с другима. Животна средина је богати ресурс за ангажовање у области математике, нарочито када се пружи могућност да се слуша и примењује математички језик и примењује математички начин решавања у свакодневним искуствима. Уз помоћ осталих, пажња деце и активности које обављају могу бити усмерене на начин који им омогућава да схвате и расту у могућностима да комуницирају помоћу математике. Док деца то раде, развијају и афинитете према математичким алатима и почињу да уживају у интересовањима да „размишљају математички”. Стицање и развој математичких вештина може се посматрати као централни когнитивни атрибут у савременом технолошком друштву. Савладавање основних математичких вештина у раном животу обезбеђује оквир на коме се заснивају каснија академска достигнућа (Duncan et al., 2007) и представља предиктор будућих академских и професионалних успеха (Butterworth, 2005; Parsons, Bynner, 2005). Сходно томе, важно подручје за истраживаче јесте да идентификују стратегије за побољшање

стицања математичких вештина код деце и истражују механизме укључене у стицање академских вештина.

Теоријско и научно утемељење о вишеструкој интелигенцији (психолога Хауарда Гарднера) огледа се у логичко-математичким способностима, али и у низу других способности као што су просторно-визуелне, музичке, кретне и друге. Код већине мале деце веома је изражена моторичка интелигенција. У том узрасту учестало је реаговање телом и кретањем на разне стимулансе. Са тог становишта, математика је више него добар избор. Поред ангажоване математичке интелигенције, веома су активне и моторичка и просторно-визуелна. Теоријски став је да се деци, кад год је то могуће, поред класичног начина усвајања математичких садржаја, понуди и могућност да се ти садржаји усвоје и посредством неких других активности, у овом случају моторичких. У процесу игре се, на пример, појављују квантитативни односи (много, мало, више), могућност разликовања геометријских фигура, оријентације у простору и времену. Посебна пажња посвећена је формирању могућности груписања предмета према карактеристикама (особинама), прво по један, а затим два (облик и величина). Игре треба да имају за циљ развијање логичког размишљања, односно способност успостављања најједноставнијих шаблона: поређати предмете по боји, облику и величини.

Један од закључака истраживања (Beck et al., 2016) јесте да деца у математици побољшавају резултате ако у току усмерене активности или наставе ангажују своја тела. Пројекат је био усмерен на истраживање да ли примене различитих стратегија математике мењају начин на који деца решавају математичке проблеме. Сви добијени подаци указују на то да деца сазнају више и показују боље резултате уколико се крећу и користе цело тело за учење. У поређењу са предходним истраживањима чији резултати указују на то да интензивна физичка активност може побољшати исходе учења, резултати овог пројекта указују на то да су и активности нижег интензитета једнако ефикасне, или чак ефикасније, све док је покрет интегрисан у ту тему.

Закључак

У предшколском узрасту формира се темељ за знања која су неопходна деци за даљи живот. Познато је да је математика моћан фактор у интелектуалном развоју детета, формирању његових когнитивних и креативних способности. Најбитније је на време развити интересовање за учење код деце. Најједноставнији начин јесте кроз покрет и игру. У почетку децу привлаче саме кретне активности, а затим се постепено буди интерес за сам предмет учења. Усклађивањем делова тела и ума побољшавају се

моторичке способности, координација, памћење, читање, изражавање, језичке и математичке вештине, постиже се боља емоционална равнотежа и смањује стрес, напетост и хиперактивност код деце. Чињеница је да су моторичке вештине позитивно повезане у свим доменима са когнитивним и академским способностима. Досадашња истраживања потврдила су да деца која имају добре моторичке вештине показују и боље успехе у математици. Неопходно је пратити развој деце и на време идентификовати децу која показују да могу имати потешкоћа у разумевању математике.

Из свега изложеног, очигледно је да нам се пружа низ истраживачких прилика да свеобухватније наставимо да истражујемо и покушамо да разумемо везе између моторичких вештина, покрета и математике. Резултати добијени новим истраживањима могли би нас довести у позицију да створимо нове, ефикасније корелације које стратешки интегришу формирање моторичких и когнитивних вештина и олакшавају деци да се припреме за будуће успехе. Евидентно је да код деце морамо подстицати физичку активност, грубу и фину моторику, комплексне покрете и тиме помажемо развој укупних способности детета, а самим тим и математичких. Помагање деци да развију своје fine моторичке вештине и повећају разумевање основних математичких концепата јесу два веома важна циља у почетном периоду васпитања и образовања. Ове могућности за учење ће помоћи деци у њиховом свакодневном животу и припремити их да лакше савладају напредније математичке концепте у свом будућем образовању.

Када се узму у обзир истраживања везана за покрет, физичку активност и здрав развој предшколске деце (у домаћој и међународној литератури), сматра се да се смернице за физичку активност, покрет и игре морају хитно припремити за едуковање првенствено породице, а затим и стручњака и институција и да се деци морају пружити и погодни и једнаки услови у погледу физичке активности и кретања и развоја когнитивних способности у предшколским установама.

Литература

Adolph, K. E., Berger, S. E. (2006). Motor development, In: W. Damon, R. Lerner (Series Eds.), D. Kuhn, R. S. Siegler (Vol. Eds.), *Handbook of child psychology: Vol 2: Cognition, perception, and language*, 6th ed., New York: Wiley, 161–213.

Altinkok, M. (2015). Examining the effects of “activity education with coordination” on the development of balance and arm power in 6-year-old primary school children, *International Online Journal of Educational Sciences*, Vol. 7, No. 4, 140–147.

Beck, M. M., Rune, L. R., Geertsens, S. S., Ritz, C. G., Lundbye-Jensen, J., Wienecke, J. (2016). Motor-Enriched Learning Activities Can Improve Mathematical Performance in Preadolescent Children, *Frontiers in Human Neuroscience*, 10, 1–14.

Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities, *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 46, 3–18.

Castelli, D., Hillman, C., Buck, S., Erwin, H. (2007). Physical fitness and academic achievement in third- and fifth-grade students, *International Journal of Sport Exercise Psychology*, 29, 239–252.

Chaddock-Heyman, L., Erickson, K. I., Holtrop, J. L., Voss, M. W., Pontifex, M. B., Raine, L. B., Hillman, C. H., Kramer, A. H. (2014). Aerobic fitness is associated with greater white matter integrity in children, *Frontiers in Human Neuroscience*, Vol. 8, No. 584, 1–7.

Donnelly, J. E., Hillman, C. H., Castelli, D., Etnier, J. L., Lee, S., Tomporowski, P., Lambourne, K., Szabo-Reed, A. (2016). Physical activity, fitness, cognitive function, and academic achievement in children, *Medicine and Science in Sports and Exercise*, 48, 1197–1222.

Diamond, A. (2000). Close interrelation of motor development and cognitive development and of the cerebellum and prefrontal cortex, *Child Development*, Vol. 71, 44–56.

Diamond, A. (2015). Effects of physical exercise on executive functions: going beyond simply moving to moving with thought, *Annals of Sports Medicine and Research*, Vol. 2, No. 1, 1011–1015.

Drollette, E. S., Scudder, M. M., Raine, L. B., Moore, D. R., Saliba, B. J., Pontifex, M. B., Hillman, C. H. (2014). Acute exercise facilitates brain function and cognition in children who need it most: an ERP study of individual differences in inhibitory control capacity, *Developmental Cognitive Neuroscience*, 7, 53–64.

Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, H. K., Klebanov, P., Pagani, L. S., Feinstein, E. L., Brooks-Gun, M., Sexton, J., Deckwort, H., Crista, K. J. (2007). School readiness and later achievement, *Developmental Psychology*, Vol. 43, No. 6, 1428–1446.

Егерић, М. (2006). *Методика развоја почетних математичких појмова*, Јагодина: Учитељски факултет.

Geertsen, S. S., Thomas, R., Larsen, M. N., Dahn, I. M., Andersen, J. N., Krause-Jensen, M., Korup, V., Nielsen, K. M., Wienecke, J., Ritz, C., Krustru, P., Lundbye-Jensen, J. (2016). Motor skills and exercise capacity are associated with objective measures of cognitive functions and academic performance in preadolescent children, *PLoS ONE*, Vol. 11, No. 8, 1–16.

Grissmer, D., Grimm, K., Aiyer, S., Murrah, W. M., Steele, J. (2010). Fine Motor Skills and Early Comprehension of the World: Two New School Readiness Indicators, *Developmental Psychology*, Vol. 46, No. 5, 1008–1017.

Haapala, E. A., Poikkeus, A.-M., Tompuri, T., Kukkonen-Harjula, K., Lepänen, P. H. T., Lindi, V., Lakka, T. A. (2014). Associations of Motor and Cardiovascular Performance with Academic Skills in Children, *Medicine & Science in Sports & Exercise*, Vol. 46, No. 5, 1016–1024.

Haapala, E. A., Vaisto, J., Lintu, N., Westgate, K., Ekelun, U., Poikkeus, A.-M., Brage, S., Lakka, T. A. (2016). Physical activity and sedentary time in relation to academic achievement in children, *Journal of Science and Medicine in Sport*, Vol. 20, No. 6, 583–589.

Hillman, C. H., Castelli, D. M., Buck, S. M. (2005). Aerobic fitness and neurocognitive function in healthy preadolescent children, *Medicine & Science in Sports & Exercise*, Vol. 37, No. 11, 1967–1974.

Kantomaa, M. T., Stamatakis, E., Kankaanpää, A., Kaakinen, M., Rodriguez, A., Taanila, A., Ahonene, T., Jarvelin, M.-R. (2013). Physical activity and obesity mediate the association between childhood motor function and adolescents' academic achievement, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, Vol. 110, No. 5, 1917–1922.

Коцић, Ј., Алексић, Д., Тошић, С. (2009). *Основе кинезиологије и спортова естетско-координационог карактера*, Јагодина: Педагошки факултет.

Копас-Вукашиновић, Е. (2006). Улога игре у развоју деце предшколског и млађег школског узраста, *Зборник Института за педагошка истраживања*, Vol. 38, No. 1, 174–189.

Knežević, A. (2014). *Poticanje vizualno-motoričke integracije djece predškolske dobi*, Zagreb: Edukacijsko-rehabilitacijski fakultet.

Li, T. D. (2011). *Motorička kontrola u svakodnevnim radnjama*, Kanada: University Mekmaster.

Lopes, L., Santos, R., Pereira, B., Lopes, V. P. (2013). Associations between gross motor coordination and academic achievement in elementary school children, *Human Movement Science*, Vol. 32, No. 1, 9–20.

Mahar, M. M. T., Murphy, S. S. K., Rowe, D. A., Golden, J., Shields, T. A., Raedeke, T. D. (2006). Effects of a classroom-based program on physical activity and on-task behavior, *Medicine & Science in Sports & Exercise*, Vol. 38, No. 12, 2086–2094.

Montesori, M. (2013). *Упијајући ум*, Београд: DN Centar, MIBA books.

Мрђа, М., Петронијевић, А., Петровић, Н. (2007). Модел интегрисане наставе математике и физичког васпитања, *Педагогика*, Vol. 62, No. 4, 620–626.

Pesce, C. (2012). Shifting the focus from quantitative to qualitative exercise characteristics in exercise and cognition research, *Journal of Sport and Exercise Psychology*, Vol. 34, No. 6, 766–786.

Piek, J. P., Dawson, L., Smith, L. M., Gasson, N. (2008). The role of early fine and gross motor development on later motor and cognitive ability, *Human Movement Science*, Vol. 27, No. 5, 668–681.

Parsons, S., Bynner, J. (2005). *Does Numeracy Matter More?*, London: National Research and Development Centre for Adult Literacy and Numeracy.

Pontifex, M. M. B., Saliba, B. B. J., Raine, L. B., Picchietti, D. L., Hillman, C. C. (2013). Exercise improves behavioral, neurocognitive and scholastic performance in children with ADHD, *The Journal of Pediatrics*, Vol. 162, No. 3, 543–551.

Schmidt, R., Lee, T. (2014). *Motor learning and control*, 5th edition, USA: Human kinetics.

Senturk, U., Beyleroglu, M., Guven, F., Yilmaz, A., Akdeniz, H. (2015). Motor skills in pre-school education and effects to 5 year old children's psychomotor development, *Turkish Journal of Sport and Exercise*, Vol. 17, No. 2, 42–47.

Станковић, С. (2017). Могућности корелације физичког васпитања и математике у предшколском узрасту, *Узданица*, XIV, 1, 197–205.

Стојановић, Б., Трајковић, П. (2009). *Математика у децејем вршћу*, Нови Сад: Драгон.

Tomprowski, P. D., McCullick, B., Pendleton, D. M., Pesce, C. (2015). Exercise and children's cognition: the role of exercise characteristics and a place for metacognition, *Journal of Sport and Health Science*, Vol. 4, No. 1, 47–55.

Цвејић, Д., Буишић, С. (2012). Интегрисање наставе у циљу повећања физичке активности деце, *Настава и васпитање*, Vol. 61, No. 4, 754–765.

Vazou, S., Skrade, M. A. B. (2016). Intervention integrating physical activity with math: math performance, perceived competence, and need satisfaction, *International Journal of Sport Exercise Psychology*, Vol. 15, No. 17, 508–522.

Sladana Stanković

University of Kragujevac

Faculty of Education in Jagodina

Aleksandra Aleksić Veljković

University of Niš

Faculty of Sport and Physical Education

MOTOR SKILLS, MOVEMENT AND MATHEMATICS

Summary: Learning basic mathematical concepts with the involvement of the whole body through physical movement can improve mathematical performance in children. The acquisition and development of mathematical skills can be seen as a central cognitive attribute in contemporary society. In general, we do not think about the development of motor skills and manipulative skills, such as hand–eye coordination in babies, as a basic element of cognitive development. Fine motor skills are a powerful predictor of later achievements in the field of mathematics. The authors point out that there are great differences in the level of mathematical abilities between children with the most powerful and the ones with the poorest motor skills, and that when taken together, fine motor skills, movement and play, are much stronger general predictors for achieving good results in mathematics.

Keywords: motor skills, movement, game, mathematics.

Мирко Р. Дејић
Универзитет у Београду
Учитељски факултет

DOI: [10.46793/MANM4.254D](https://doi.org/10.46793/MANM4.254D)

УДК: 371.3::51
371.3::796

Сандра Р. Милановић
Универзитет у Крагујевцу
Факултет педагошких наука у Јагодини

Весна В. Миленковић
ОШ „17. октобар”, Јагодина

Ивана Р. Јовановић
ОШ „Свети Сава”, Ваљево

СТАВОВИ УЧИТЕЉА О КОРЕЛАЦИЈИ ПОЧЕТНЕ НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ И ФИЗИЧКОГ ВАСПИТАЊА

Апстракт: Корелацијом почетне наставе математике и физичког васпитања ученици могу да се адекватно мотивишу и припреме за час и на тај начин дубље продру у суштину садржаја који уче и сагледају његове елементе са више аспеката. Циљ рада односи се на утврђивање ставова учитеља из Јагодине и Ваљева о предности часова корелације ова два наставна предмета. У истраживању је коришћена дескриптивна метода, а учитељи су испитани анкетним упитником. Резултати истраживања показали су да већина учитеља има позитивно мишљење о оваквом виду наставе и да користе већ постојеће припреме које проналазе на различите начине, али их у томе ограничавају неопходна материјална средства и недостатак времена. Међутим, истраживање показује да постоји мало материјала који се односе на корелацију, конкретно почетне наставе математике и физичког васпитања, што нас је и навело да се бавимо овим питањем.

Кључне речи: корелација, почетна настава математике, физичко васпитање, ученици, учитељ.

Увод

Циљ савремене школе је да се сваки ученик максимално развије. Потребно је примењивати нове савремене наставне системе и на тај начин превазилазити ограничења традиционалне наставе. „Педагошки смисао савремених иновација у настави, казано у најопштијим линијама, јесте у

следећем: систем образовања се мења да би био флексибилнији и животињи, садржаји образовања се усмеравају на то да се уз минимум чињеница развије код ученика максимум идеја и способности за даљи рад; облици рада се реорганизују с циљем да доминира индивидуални рад и рад у малим групама над радом у великој групи” (Мандић, према: Јукић, 1995: 180). Према речима М. Дејића и Д. Мартиновића, „циљ сваке савремене наставе јесте интегрисано учење, при чему знања повезујемо хоризонтално и вертикално” (Дејић, Мартиновић, 2012: 220).

Настава физичког васпитања утиче на јачање здравља, усавршавање моторике, развијање физичких и функционалних способности. Математика се примењује у свим областима људске делатности и зато је веома важно да се приближи ученицима. „Корелацијом ова два наставна предмета ученици могу да се адекватно мотивишу и припреме за час и на тај начин дубље продру у суштину садржаја који уче и сагледају његове елементе са више аспеката” (Бранковић, Милановић, Миленковић, 2017: 116). Повезивањем ова два наставна предмета, ученицима можемо приближити математичке садржаје, да их ученици усвајају и увежбавају путем игре и вежби. „Уколико се математика предаје сувопарно, постаће ученицима досадна, неразумљива и одбојна. Велика је улога учитеља да код деце упале варницу интереса за математику и да је стално распламсавају” (Дејић, Егерић, 2003: 292). О важности корелације наставе математике са осталим предметима сведоче и речи В. Андрића и П. Спасојевића, који истичу: „Како је математика, као ниједна друга наука, присутна у природи, друштву и многим другим сферама свакодневног живота, то је корелација наставе математике са другим наставним областима не само могућа и пожељна, него и неопходна” (Андрић, Спасојевић, 2012: 199).

Циљ овог рада је да се утврде ставови учитеља из Јагодине и Ваљева о корелацији ова два наставна предмета.

Корелација наставе математике и физичког васпитања

Повезаност математике и физичког васпитања потиче из природе самих предмета. Настава физичког васпитања доприноси свестраном развоју личности, утиче на јачање здравља, усавршавање моторике, развијање физичких и функционалних способности. Физичка култура човека приближава природи. Циљ и задаци наставе физичког васпитања могу се, поред редовне наставе, остваривати и у ваннаставним активностима, као што су спортска такмичења, зимовања, летовања, излети, камповања. Међутим, многе ситуације и препреке у природи, поред физичке и здравствене спреме, захтевају солидно математичко знање. Уочавајући математику у природи, оспособљавамо се за сналажење у природи. Помоћу

елементарног математичког знања, могуће је оријентисати се без компаса, одредити висину објекта, ширину реке, удаљеност небеских тела итд.

Сам појам *корелација* значи „међусобни однос, узајамна зависност, повезаност, сразмера” (Клајн, Шипка, 2007: 661). Дакле, корелација подразумева повезивање. Када говоримо о школи, односно о настави, под корелацијом подразумевамо повезивање наставних садржаја из више наставних предмета, како би знања која ученици стичу била ефикаснија, целовитија, а тиме и трајнија.

Настава математике има посебну улогу у развијању интелектуалних способности ученика. Наставним планом и програмом (НПП, 1996) прописани су циљ и задаци наставе математике. Истиче се да је у основној школи циљ наставе математике „да ученици усвоје елементарна математичка знања која су потребна за схватање појава и зависности у животу и друштву; да оспособи ученике за примену усвојених математичких знања у решавању разноврсних задатака из животне праксе, за успешно настављање математичког образовања и за самообразовање; као и да допринесе развијању менталних способности, формирању научног погледа на свет и свестраном развоју личности ученика” (НПП, 1996: 3).

Значај физичког васпитања је вишеструк. Физичко вежбање има позитиван утицај, пре свега, на телесни раст и развој. Љ. Милановић и М. Стаматовић наводе да је значај и допринос физичког васпитања у успостављању нормалног функционисања мишићног система, лигамената и зглобова, као и унутрашњих органа и система, формирање правилног држања тела, стварање отпорности према болестима, стварање и учвршћивање хигијенских навика, формирање навика правилног коришћења слободног времена, васпитање воље, дисциплине, позитивног односа према раду, свестрана физичка оспособљеност за рад, развој координације покрета, формирање моторичких навика и др. (Милановић, Стаматовић, 2004: 21–26).

У оквиру неопходне модернизације рада од изузетног значаја је повезаност физичког васпитања са осталим предметима у настави. Данас се све више истиче значај физичког вежбања у школи у оквиру свих наставних предмета. Повезивањем физичких вежби и наставе математике ученици могу усвајати и утврђивати математичке садржаје путем игре и физичке активности. На тај начин настава ће ученицима постати интересантнија, а знања трајнија. О важности корелације физичког васпитања и математике говоре и Н. Петровић и Б. Лазић, који истичу: „Савремене теорије образовања препоручују примену игре и забавних телесних активности вежбовањем и рекреативног карактера у настави математике. Имплементацијом комплекса вежби обликовања, односно разгибавања локомоторног система у поједине делове часова математике, они ће постати интересантнији ученицима и у целини ефикаснији” (Петровић, Лазић, 2012: 270).

Методологија истраживања

Проблем истраживања

Проблем истраживања су ставови и мишљења учитеља о корелацији наставе математике и физичког васпитања у млађим разредима основне школе.

Циљ и задаци истраживања

Из самог проблема истраживања произлази и циљ истраживања, а то је *утврдити мишљења и ставове учитеља о корелацији наставе математике и физичког васпитања у млађим разредима основне школе.*

Из постављеног циља истраживања произлазе следећи задаци истраживања.

1. Испитати ставове учитеља о корелацији наставе математике и физичког васпитања у млађим разредима основне школе;
2. Утврдити колико често учитељи примењују корелацију наставе математике и физичког васпитања;
3. Утврдити како учитељи долазе до материјала који им помажу у планирању и реализацији часова применом корелације наставе математике и физичког васпитања;
4. Утврдити мишљења учитеља о доступности материјала за припрему и реализацију часова применом корелације наставе математике и физичког васпитања;
5. Установити које су то, према мишљењима учитеља, предности корелације наставе математике и физичког васпитања у млађим разредима основне школе;
6. Установити који су то, према мишљењима учитеља, фактори који ометају корелацију наставе математике и физичког васпитања у млађим разредима основне школе.

Хипотезе истраживања

На основу циља истраживања могуће је поставити следећу општу хипотезу истраживања: *Учитељи углавном имају позитиван став о корелацији наставе математике и физичког васпитања у млађим разредима основне школе.*

На основу задатака истраживања могуће је поставити следеће посебне хипотезе.

1. Учитељи имају позитиван став о корелацији почетне наставе математике и физичког васпитања;

2. Учитељи, када је то могуће, примењују корелацију почетне наставе математике и физичког васпитања;

3. Учитељи у свом раду за припремање и реализацију часова корелације најчешће користе готове припреме које сами проналазе;

4. Учитељи сматрају да нема довољно материјала који им помаже у припремању и реализацији часова корелације почетне наставе математике и физичког васпитања;

5. Могуће је идентификовати предности примене корелације наставе математике и физичког васпитања у млађим разредима;

6. Могуће је идентификовати факторе који ометају корелацију наставе математике и физичког васпитања у млађим разредима основне школе.

Методе, технике и инструменти истраживања

У складу са природом проблема, предметом, циљем, задацима и постављеним хипотезама истраживања, коришћена је метода теоријске анализе и дескриптивна метода. Метода теоријске анализе коришћена је током стварања теоријске основе, а дескриптивна метода приликом прикупљања и обраде података, као и при упоређивању и интерпретацији резултата.

У истраживању је од техника коришћено анкетирање, а као инструмент анкетни упитник. Упитник за учитеље је посебно конструисан за потребе овог рада. Упитник је анониман и састоји се из два дела: први део се односио на опште податке о испитанику, а други део на информације о корелацији наставе математике и физичког васпитања, на основу којих су дефинисани задаци и хипотезе истраживања.

Узорак истраживања

Популацију из које је узет узорак истраживања чине учитељи запослени у основним школама у општинама Јагодина и Ваљево. Хотимично (намерно) смо узели узорак од 109 учитеља, запослених у три основне школе у Јагодини и шест основних школа у Ваљеву (Табела 1).

Табела 1. Структура узорка истраживања по школама

Основна школа	Број учитеља	%
ОШ „17. октобар”	17	15,6
ОШ „Бошко Ђуричић”	14	12,8
ОШ „Рада Миљковић”	21	19,3
ОШ „Свети Сава”	6	5,5
ОШ „Владика Николај Велимировић”	12	11,0
ОШ „Здравко Јовановић”	7	6,4
ОШ „Нада Пурић”	11	10,1
ОШ „Милован Глишић”	7	6,4
ОШ „Сестре Илић”	14	12,8
Укупно	109	100,0%

Организација и шок истраживања

Истраживање је анонимно и обављено је школске 2016/2017. године. Учитељи који су чинили узорак истраживања добили су неопходна упутства о начину попуњавања упитника и упознати су са циљем истраживања.

Резултати истраживања

Статистичкој обради података и анализи резултата приступљено је након обављеног анкетирања учитеља.

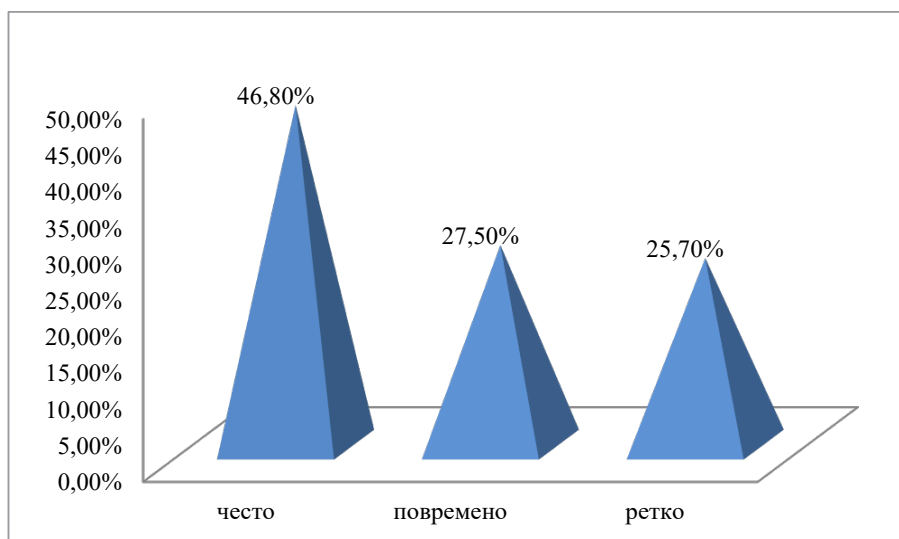
Првим питањем смо желели испитати ставове учитеља о корелацији наставе математике и физичког васпитања у млађим разредима основне школе. Добијени резултати су представљени табеларно (Табела 2).

Табела 2. Ставови учитеља о корелацији наставе математике и физичког васпитања у млађим разредима основне школе

Ставови	Број испитаника	Проценат
Изразито негативан став	6	5,5 %
Негативан став	28	25,7%
Ни негативан ни позитиван	28	25,7%
Позитиван став	47	43,1%
Изразито позитиван став	0	0,0%
Укупно	109	100,0%

Као што се из табеле види, највећи проценат учитеља (43,1%) има позитиван став о корелацији наставе математике и физичког васпитања у млађим разредима, док 25,7% учитеља има негативан став о оваквој корелацији. Такође, 25,7% учитеља нема ни позитиван ни негативан став о оваквој корелацији, док је 5,5% учитеља изнело изразито негативан став о корелацији наведених предмета.

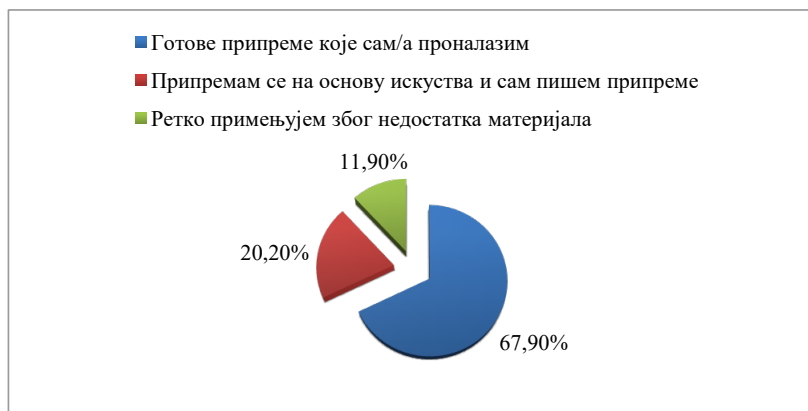
Другим питањем смо желели испитати колико учитељи, према сопственом мишљењу, примењују корелацију ова два наставна предмета. Добијени резултати су приказани графички (Графикон 1).



Графикон 1. Учесталост реализације корелације наставе математике и физичког васпитања

Као што се са графикона види, највећи проценат учитеља (46,8%) изјаснио се да често примењује корелацију наставе математике и физичког васпитања, њих 27,5% повремено, док 25,7% учитеља за себе кажу да ретко примењују корелацију ова два предмета.

На питање како долазе до материјала (литературе, припрема, упутстава) који им помажу у припреми и реализацији корелације наставе математике и физичког васпитања, већина учитеља (67,9%) користи готове припреме које сами проналазе, док се 20,2% учитеља самостално припрема ослањајући се на своје искуство. Чак 11,9% учитеља је рекло да ретко реализују корелацију ова два предмета, управо због недостатка материјала који би им олакшао припремање и реализацију. Резултати су приказани графички (Графикон 2).



Графикон 2. Мишљења учитеља о материјалу за реализацију корелације наставе математике и физичког васпитања

Четвртим питањем смо желели испитати мишљења учитеља о доступности материјала који би им били од помоћи у припремању и реализацији наставе путем корелације математике и физичког васпитања у млађим разредима основне школе. Добијене резултате смо представили табеларно (Табела 3).

Табела 3. Мишљења учитеља о доступности материјала који би били од помоћи при корелацији наставе математике и физичког васпитања

Мишљење	Број испитаника	%
Нема уопште	24	22,0
Нема довољно	63	57,8
Неодлучан сам	15	13,8
Има у довољној мери	7	6,4
Има доста	0	0,0
Укупно	109	100,0

Као што се из табеле види, највећи проценат (57,8%) учитеља сматра да нема довољно литературе која би им била од помоћи при припремању часова корелације наставе математике и физичког васпитања, чак 24 учитеља (22,0%) сматра да овакве литературе нема уопште. Да овакве литературе има у довољној мери, сматра тек 7 учитеља (6,4%).

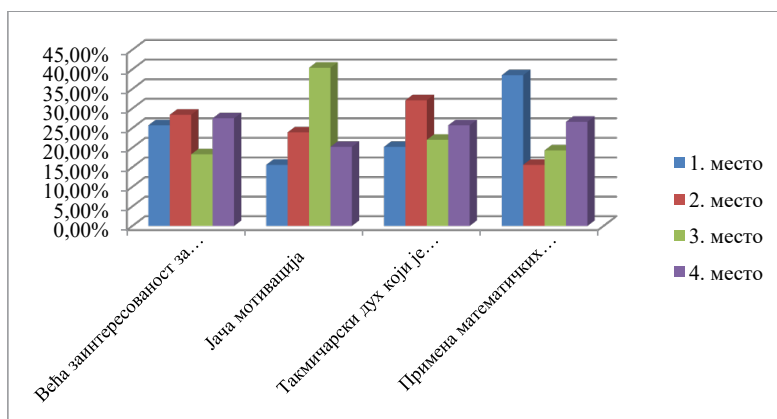
Како бисмо испитали мишљења учитеља о предностима корелације почетне наставе математике и физичког васпитања, пред учитеље смо ставили неке од предности ове корелације. Од њих се очекивало да редним бројевима од 1 до 4 рангирају предности према њиховој важности.

Добијени резултати су представљени табеларно (Табела 4) и графички (Графикон 3). Израчунали смо укупан скор за сваку понуђену предност, тако што смо редном броју 1 доделили 4 поена, редном броју 2 додељена су 3 поена, редном броју 3 додељена су 2 поена, редном броју 4 додељен је 1 поен. На основу скорa смо израчунали скалну вредност за сваки понуђени фактор и одредили ранг.

Табела 4. Предности корелације наставе математике и физичког васпитања

	1.	2.	3.	4.	Скор	Скална вредност	Ранг
Већа заинтересованост за садржаје	28 25,7%	31 28,4%	20 18,3%	30 27,5%	275	2,52	II
Јача мотивација	17 15,6%	26 23,9%	44 40,4%	22 20,2%	256	2,35	IV
Такмичарски дух који је заступљен током игара	22 20,2%	35 32,1%	24 22,0%	28 25,7%	269	2,47	III
Примена математичких знања	42 38,5%	17 15,6%	21 19,3%	29 26,6%	290	2,66	I

Као што се из табеле види, ранг 1 додељен је *примени математичких знања*. Ову предност су на прво место ставила 42 учитеља (38,5%). Ранг 2 додељен је *већој заинтересованости за садржаје*, за коју је добијена скална вредност 2,52. Затим следи *такмичарски дух*, за који је добијена скална вредност 2,47 и додељен ранг 3. На крају је *јача мотивација*, за коју је добијена скална вредност 2,35 и додељен ранг 4.



Графикон 3. Предности корелације наставе математике и физичког васпитања

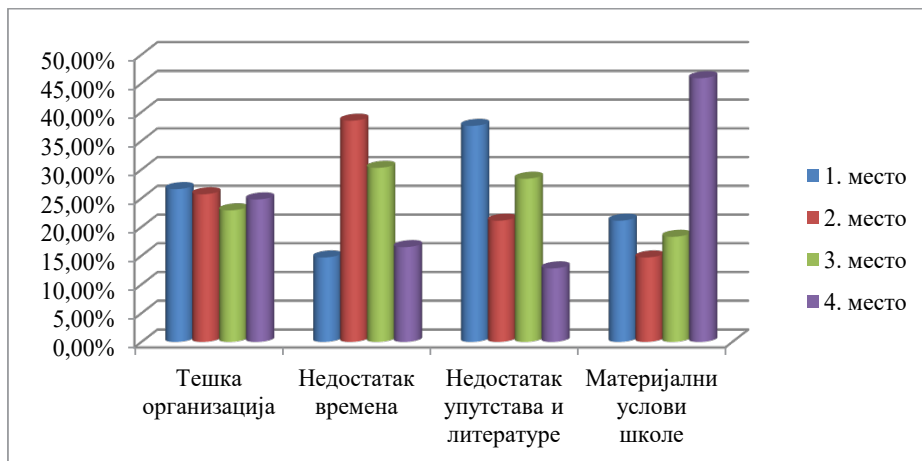
Како бисмо испитали мишљења учитеља о факторима који ометају корелацију наставе математике и физичког васпитања у млађим разреди-ма основне школе, пред учитеље смо ставили неке од фактора који могу ометати примену наведене корелације. Од њих се очекивало да редним бројевима од 1 до 4 рангирају дате факторе. Добијени резултати су представљени табеларно (Табела 5) и графички (Графикон 4). Израчунали смо укупан скор за сваки понуђени фактор који омета корелацију, тако што смо редном броју 1 доделили 4 поена, редном броју 2 додељена су 3 поена, редном броју 3 – 2 поена, редном броју 4 смо доделили 1 поен. На основу скорa смо израчунали скалну вредност за сваки понуђени фактор и одредили ранг.

Табела 5. Фактори који, према мишљењима учитеља, ометају примену корелације наставе математике и физичког васпитања

	1.	2.	3.	4.	Скор	Скална вредност	Ранг
Тешка организација	29 26,6%	28 25,7%	25 22,9%	27 24,8%	277	2,54	II
Недостатак времена	16 14,7%	42 38,5%	33 30,3%	18 16,5%	274	2,51	III
Недостатак упутстава и литературе	41 37,6%	23 21,1%	31 28,4%	14 12,8%	309	2,83	I
Материјални услови школе	23 21,1%	16 14,7%	20 18,3%	50 45,9 %	230	2,11	IV

Као што се из табеле види, највећу сметњу у примени корелације наставе математике и физичког васпитања, према мишљењима учитеља, представља *недостатак упутстава и литературе* о корелацији ова два наставна предмета. Овом фактору је на основу добијене скалне вредности 2,83 додељен ранг 1. Следећа сметња у корелацији наведених предмета, према мишљењима учитеља, је *тешка организација* корелације ова два предмета. Овом фактору је на основу добијене скалне вредности 2,54 додељен ранг 2. Затим следе фактори *недостатак времена* и *материјални услови школе*.

Графикон 4. Фактори који, према мишљењима учитеља, ометају примену корелације наставе математике и физичког васпитања



Закључак

На основу анализе резултата истраживања потврђена је полазна хипотеза да *учитељи углавном имају позитиван став о корелацији наставе математике и физичког васпитања у млађим разредима основне школе.*

Истраживањем је потврђено да учитељи настоје да често примене корелацију наведених предмета, као и да су свесни предности које корелација ових предмета носи. Такође, учитељи јасно препознају и факторе који их ометају у реализацији корелације наставе математике и физичког васпитања. Када је реч о литератури која се бави проблематиком корелације наставе математике и физичког васпитања у млађим разредима, учитељи сматрају да такве литературе нема довољно и да се у раду, углавном, ослањају на оскудне материјале које сами проналазе, при чему су свесни да то представља једну од главних сметњи у реализацији наставе путем корелације математике и физичког васпитања.

За припрему и реализацију часова корелације наставе математике и физичког васпитања, неопходно је да су учитељи креативни, стрпљиви и да поседују педагошко-психолошко и дидактичко-методичко знање. Као велику сметњу учитељи, поред недостатка литературе и упутстава, истичу да је организација оваквих часова веома тешка.

На основу свега наведеног, надамо да ће овај рад подстаћи учитеље на припрему и реализацију оваквих часова.

Литература

Андрић, В., Спасојевић, П. (2012). Korelacija nastave matematike i ostalih nastavnih oblasti u mlađim razredima osnovne škole, *Metodički aspekti nastave matematike*, No. 2, 199–212.

Бранковић, Н., Милановић, С., Миленковић, В. (2017). Спортске активности у функцији ефикасне диференциране почетне наставе математике у инклузивном образовању, *Узданица, часопис за језик, књижевност и педагошке науке*, XIV/1, 115–126.

Дејић, М., Егерић, М. (2003). *Методика наставе математике*, Јагодина: Учитељски факултет.

Dejić, M., Martinović, D. (2012). Corellation of Mathematics and Physical Education, *Quarterly Journal*, Published by “Aurel Vlaicu” University, Arad.

Doçi, Đ. (2005). *Моћ пропорција*, Novi Sad: Stylos.

Јукић, С. и др. (1998). *Дигакшика, избор текстових*, Јагодина: Учитељски факултет.

Клајн, И., Шипка, М. (2007). *Велики речник страних речи и израза*, Нови Сад: Прометеј.

Милановић, Љ., Стаматовић, М. (2004). *Методика наставе физичког васпитања*, Ужице: Учитељски факултет.

Наставни програм математике за основну школу у Републици Србији (1996). Београд: Архимедес.

Петровић, Н., Лазић, Б. (2012). Модел повезане и интегрисане наставе математике и физичког васпитања, *Методички аспекти наставе математике*, No. 2, 267–279.

Mirko R. Dejić
University of Belgrade
Faculty of Techer Education

Sandra R. Milanović
University of Kragujevac
Faculty of Education in Jagodina

Vesna V. Milenković
Elementary school „17. oktobar”, Jagodina

Ivana R. Jovanović
Elementary school “Sveti Sava”, Valjevo

ATTITUDES OF TEACHERS TOWARDS THE CORRELATION OF MATHEMATICS AND PHYSICAL EDUCATION IN TEACHING

Summary: By correlating the initial teaching of mathematics and physical education, students can be adequately motivated and prepared for classes and thus penetrate deeper into the essence of the content that they learn and perceive its elements from several aspects. The aim of this paper was to determine the attitudes of teachers from Jagodina and Valjevo about the advantages of correlating these two subjects. Descriptive method was used in the research, and teachers were examined with the questionnaire. The results showed that the majority of teachers have positive opinion about this form of teaching and that they use already existing lesson plans, found in variety of ways, but they are limited by the necessary material resources and lack of time. However, the research shows that there is little material related to correlation, specifically the initial teaching of mathematics and physical education, which has led us to deal with this issue.

Keywords: correlation, initial teaching of mathematics, physical education, students, teacher.

Радојко Дамјановић
Министарство просвете,
науке и технолошког развоја

DOI: [10.46793/MANM4.267D](https://doi.org/10.46793/MANM4.267D)
УДК: 37.014.5(497.11 Крагујевац)
371.3::51

Марко Славковић
Универзитет у Крагујевцу
Економски факултет
Бранислав Поповић
Универзитет у Крагујевцу
Природно-математички факултет

ЛАТЕРАЛНО УНАПРЕЂИВАЊЕ ОБРАЗОВНЕ ЕФЕКТИВНОСТИ ШКОЛА – НАСТАВА МАТЕМАТИКЕ

Апстракт: Рад јесте предлог пројекта унапређивања образовне праксе или образовне ефективности на примеру једне конкретне локалне самоуправе (Крагујевац) и то латералном интервенцијом, преко једног наставног предмета (Математика). Представљене су све заинтересоване стране, њихова улога и могућност да се на нивоу јединице локалне самоуправе интервенише, независно од националног нивоа, заправо да је у легислативно и регулаторно задатом оквиру са националног нивоа могуће самостално и независно осмишљавати унапређивање микросистема образовања.

Кључне речи: образовање, ефективност, латерално, образовна ефективност.

Школска управа у Крагујевцу, као деташирана служба ресорног министарства за територију Шумадијског управног округа, непрекидно је у претходном периоду (од 2008. године), обављањем редовних (планираних) активности у оквиру свог делокруга рада, доминантно реализовала *посебан стручно-педагошки надзор* у областима *Настава и учење* и *Руководјење и организација рада школе*. Ове области су произашле као неопходне за праћење усклађивањем захтева из седишта министарства (руководилаца надлежног сектора) и радних циљева саветника запослених у Школској управи у Крагујевцу (у даљем тексту само Школска управа). Ово је употпуњено и праћењем израде и реализације *годишњих планова рада* школа кроз област *Школски програм* и *годишњи план рада*. На овај начин су све школе

у Школској управи, а самим тим и у граду Крагујевцу¹, прошле кроз овај вид вредновања и о томе добиле извештај тима саветника.

Наведене информације су добра основа за *Пројекат латералног унапређивања образовне ефикасности школа побољшавањем наставе математике*, а током његове реализације преношењем добре праксе на остале сегменте школског рада уз помоћ школских руководиоца. Пројекат се односи на све основне школе у Крагујевцу, а учествује локална самоуправа, Школска управа, Центар за стручно усавршавање запослених у образовању, Универзитет (ПМФ), стручна лица, стручна друштва, и стручне и научне институције на националном нивоу (Завод за вредновање квалитета образовања и васпитања, Завод за унапређивање образовања и васпитања, Институт за педагошка истраживања).

Пројекат латералног унапређивања образовне ефикасности школа – настава математике

Циљ Пројекта² јесте да низом активности побољша наставу математике у крагујевачким основним школама у складу са *Стандардима за крај обавезног образовања* (на одговарајући начин пратити повећање усвојености знања математике од стране ученика), а онда тај приступ пренесе на остале сегменте школског рада и на тај начин, латералном интервенцијом, унапреди образовна ефикасност школе, али и осталих школа које су умрежене јединственом хоризонталном стручном разменом. Једноставно, Пројекат је усмерен ка постигнућима ученика у наставном предмету математике, да се то пренесе на друге наставне области и да то буде у маниру добробити за сваког ученика (Hargreaves, Halász, Pont, 2007: 9).

Пројекат ће се реализовати тако што ће се између два тестирања ученика у знању математике на националном нивоу (на крају првог и на крају другог циклуса обавезног образовања) формирати јединствена база података за напредовање сваког ученика, вршити интервенција у сетингу наставника (методици рада у одељењу, управљању школским процесима и процесима наставе, школско лидерство), осмислити праћење ученичких постигнућа на нивоу школских стручних органа, вршити анализа и повратне интервенције на нивоу стручних органа, сачињавати периодични извештаји, а онда да школски руководиоци педагошко-инструктивним

¹ На територији Шумадијског округа има 45 основних и 16 средњих школа, а Град Крагујевац на својој територији има 22 основне и 8 средњих школа (нису урачунате специјалне и музичке школе).

² Мисли се на *Пројекат латералног унапређивања школске ефикасности, побољшавањем наставе математике* и у даљем тексту ће се тако подразумевати.

радом (ефектним лидерством) пренесу добру праксу на остале сегменте школског рада.

На иницијативу Школске управе, у сарадњи са локалном самоуправом Града Крагујевца³, основати *Савети за унапређивање образовне ефикасности школа*, чији би чланови били: представник Школске управе, представник Градске управе из области образовања, представник Центра за стручно усавршавање запослених у образовању, представник Универзитета (наставник методике наставе математике на Природно-математичком факултету), стручњак из области информационих технологија (запослен у једној од градских основних школа), представник Центра за социјални рад, представник Јединственог ученичког парламента (градског) и представник родитеља (из удружења родитеља), руководиоца градског Актива директора основних школа, наставник математике, два стручна сарадника (школски педагог и школски психолог).

Савети за унапређивање образовне ефикасности школа имаће у овом случају једнократну сврху мониторинга над Пројектом, заправо да осмисли предвиђене акте, прати реализацију, даје повратне информације школама и службама, дизајнира, наручује и реализује програме стручног усавршавања наставника и програме за унапређивање школске праксе, анализира извештаје и сâм периодично израђује извештај о стању пројекта и свом раду (Школској управи, локалној самоуправи, школама и осталим заинтересованим субјектима), поспешује мреже стручних субјеката (школа, стручних органа, наставника, руководиоца).

Важно је да Пројекат избегава линеарна посредовања типа *top-down* или *down-up*, већ предвиђа простор мултифреквенцијских и вишеструких комуникација свих са свима, формалним равнима и линијама комуникација унутар установа и служби, предвиђених регулативом, али и комуникацијама стручне међуповезаности и размене знања и међусобног учења – *interlinked changes* (Hargreaves, Halász, Pont, 2007: 7). Овако представљена слика комуникације није метеж и неуређени скуп посредовања, већ ефектна размена притисака очекивања споља ка унутра и обрнуто, тако да се постиже да свака установа образовања добрим лидерством прво постане *орјанизација која учи*, организација која је заинтересована да се рапидно мења, да постане комплексан и међуповезан систем (Hargreaves, Halász, Pont, 2007: 7). Организација која учи временом, када се интелектуални процеси са повратним механизмима уграде у ставове, понашања и општу културу свих, постаје *заједница која учи* (Hargreaves, Halász, Pont, 2007: 7).

³ Обратити се *Градоначелнику*, односно *Градском већу*, посредством члана Градског већа задуженог за послове образовања.

Истовремено, Пројекат уважава и *хијерархизовану структуру образовања* (Kyriakides, Creemers, Antoniou, 2009: 12), тако да ће испоштовати све нивое дешавања (ученик, одељење, школа, систем), анализирати податке и представљати их у извештајима, али ће се и према свим нивоима различито интервенисати, заправо комуницирати (како и када буде предвиђено). Изложени приступ је у складу са *динамичним моделом образовне ефективности*, који предвиђа мноштво различитих фактора са различитим груписањем у складу са околностима конкретног реалитета (Antoniou, Kyriakides, Creemers, 2011: 17; Kyriakides, Creemers, Antoniou, 2009: 14), али је доминантно усмерен на активности наставника, наставничке вештине, што је и средство промене праксе које води до постављеног циља.

Први сеіменї

Оснивањем Савета за унапређивање образовне ефективности школа⁴, учинили смо предрађњу. Ово тело ће одмах сачинити један акт, *Смернице за наставнике математике*, које ће бити низ упутстава за делотворан рад са ученицима, а на основу научних резултата добијених из области *образовне ефективности школа* (нпр. Teodorović, 2011).

Једновременно, на предлог Савета, посебна радна група, састављена од наставника информатике и стручних сарадника, сачиниће програм за *електронску базу података о ученичком знању математике* (свако име под шифром, пол, број поена на тесту из математике на крају првог циклуса обавезног образовања, социоекономски статус, стање породице, припадност маргинализованим групама, припадност одељењу, наставник математике, допунска или додатна настава, ваннаставне активности, проблеми у развоју, постигнућа у знању математике током сваког разреда у другом циклусу, резултат на тесту из математике на крају другог циклуса обавезног образовања).

База података о ученичком знању математике биће инсталирана у свакој основној школи и о томе ће преузети одговорност руководицац установе, а попуњаваће је одељењски старешина, предметни наставник и школски информатичар, а користиће је, на нивоу школе, примарно стручно веће за математику. Ова база података биће јединствена на нивоу града и у њу ће имати увида Савет и Школска управа.

Други сеіменї

Наставници математике похађају програме обуке, које су сачинили универзитетски наставник методике наставе математике у сарадњи

⁴ У даљем тексту ћемо скратити пун назив овог тела само на *Савет*.

са стручним сарадником (педагог или психолог) по наруџбини Савета и упућени на литературу из области образовне ефективности⁵. Овај програм обуке јесте прилагођавање методике наставе математике захтевима образовне ефективности.

Затим, наставници математике пролазе кроз следеће обуке:

- програме обуке у вези са PISA методиком (прилагођавање методике рада са ученицима захтевима PISA тестова) – осмишљавају и реализују саветници из Школске управе;
- програм обуке *Моштивација и психолошки принципни учења (стипраше-тије и поштујуци у раду са ученицима)*, из DILS-а – реализују обучени саветници из Школске управе;
- програми обуке из области *Активної учења/наставе* – реализују обучени саветници из Школске управе или друга лица по одобрењу носиоца ауторских права;
- програми обуке из области *интерактивне наставе* и програм *Reading and Writing for Critical Thinking* – реализују лица по одобрењу Центра за интерактивну педагогију из Београда;
- програм обуке о савременом школском лидерству (управљање одељењем, наставним процесом, учењем, процесима школе, и школом као целином процеса) – наручен од стручњака из *Института за педагошка истраживања* или једног од завода из области образовања;
- обука наставника за функционалну примену у настави математике *Стандарда квалитета рада образовно-васпитних установа* и *Стандарда компетенција за професију наставника и њиховој професионалној развоја* (оба су национални документи) – реализују саветници из школских управа, педагошки саветници из школа.

Заједно са наставницима, кроз ове програме обуке пролазе и руководиоци школа, и по потреби стручни сарадници. Школе су произвољно подељене у четири групе и тако се реализује обука (сваки програм обуке држи се за четири групе школа – групе су хетерогене у односу на установљени квалитет рада, због ефектније размене). Програми обуке из области *активної учења* и *интерактивне наставе*⁶ одабрани су због бољих резултата у усвајању знања од стране ученика (Вуловић, 2011: 538).

⁵ Нпр. погледај део Литература (1), (3)–(6).

⁶ Програм који се односи на *критичко мишљење* у ствари је обука у примени великог броја наставних техника и техника учења из области активног (интерактивног) учења/наставе.

Пре свих програма обуке, чланови Савета пролазе кроз иницијални четвородневни програм Образовна ефикасност и развој школа, који реализује др Јелена Теодоровић са Факултета педагошких наука у Јагодини.

Трећи сејменџ

Пред крај другог полугодишта школске године, све основне школе добијају од Завода за вредновање образовања и васпитања тестове из математике⁷ за ученике 4. разреда, који су усмерени на стандарде за крај обавезног образовања. Тестирање спроводе наставници разредне наставе / одељењске старешине или стручно веће за разредну наставу. Резултати са теста се уносе у електронску базу података о ученичком знању математике и то са осталим доступним подацима представља улаз у други циклус образовања.

Четврти сејменџ

У периоду након преласка ученика у други циклус обавезног образовања, стручна већа за математику, на нивоу школа, а на основу обука које су прошли, сачињавају оперативне планове, тј. прилагођавају Школски програм условима сваког одељења и даље прилагођавају наставу потребама сваког ученика, тако што пројектују ученичка постигнућа и то у личним евиденцијама бележе и ажурирају базе података. На нивоу одељењских већа разматра се промена података из електронске базе за сваког ученика и то се опет редовно ажурира. Школа, стручно веће за математику, доставља периодичне извештаје (квартално) градском Савету на разматрање. Савет на основу приспелих извештаја из школа сачињава интегрални извештај и доставља школама и Школској управи, а са Школском управом по потреби сачињава акте са препорукама или предлозима мера, како за све школе, тако посебно за одређену школу (опет по потреби).

Свака школа може током трајања циклуса да наручује од одговарајућег завода или да сама израђује годишње тестове (или полугодишње, кварталне) којима ба пратила ученичка постигнућа из математике на нивоу школе. На основу добијених резултата, којима се ажурира база, раде се школске анализе и доносе одговарајући акциони планови. Овако свака школа има професионалну аутономију да сама одлучује о сетовима мера, а на основу смерница, препорука, предлога мера од стране Савета или Школске управе.

⁷ Школе добијају и тестове из матерњег језика, тј. српског језика, али нам то сада није од непосредног интереса за овај текст.

Петти сеіменї

За време док се реализују изложене активности, школе се умрежавају у јединствену мрежу на нивоу града, али и остварују партнерске односе размене или по неколико школа заједно. Ово је препоручљиво из разлога што школе и колеге из струке размењују своја искуства и добру праксу једних прилагођавају сопственим условима или разматрају заједничке проблеме и препреке и покушавају да дођу до заједничког решења или неке помогну да дође до решења (Fulan, 2005: 101). Овако се изграђује школско лидерство и стварају организације које уче и мења школска клима (Hargreaves, Halász, Pont, 2007).

Шестти сеіменї

За све ово време руководиоци школа обезбеђују да *педагошко-инструктивним радом* Пројекат добије подршку, тако да се на нивоу установе обезбеди проток комуникација и посредовање информацијама и да се у другим сегментима рада пренесе приступ из стручног већа за математику. Сада је на нивоу школа могуће организовати хоризонталну стручну размену, пренос знања, тако да у зависности од квалитета школског лидерства живи педагошко-инструктивни рад, али и улога педагошког колегијума. Свакако да и директори школа међусобно размењују и дају иницијативе на основу налаза из школског педагошко-инструктивног рада, самовредновања школе, али и самовредновања које је прилагођено динамичном моделу образовне ефективности. Наставници математике, са стручним већем за математику, сада су у функцији дисеминације сопствене праксе, која школу треба да повеже у јединствену целину процеса, у заједницу која учи.

Седми сеіменї

На крају другог циклуса обавезног образовања, ученици полажу тест из математике на националном нивоу – део завршног испита на крају обавезног образовања. Овај тест је урађен према стандардима ученичких постигнућа. Резултати овог теста се уносе у електронску базу података о ученичком знању математике и након тога школа врши свеобухватну анализу исхода пројекта о различитим линијама из базе и о томе сачињава извештај који се доставља Савету и Школској управи. Савет, уз помоћ Школске управе, саставља коначан извештај о реализацији и резултатима пројекта. У овај извештај се укључује и извештај директора школа о резултатима преноса добре праксе, или активности у вези са наставом математике на остале делове школског живота.

Упоредо са претходно изложеним активностима, директори школа се састају у Активу директора на нивоу града и дискутују о проблемима, размењују и доносе одлуке у вези са развојем и унапређењем Пројекта.

Одрживост Пројекта

Да би пројекат био одржив, неопходно је да локална самоуправа донесе одлуку о оснивању сталног *Савета за образовну ефективност школе* на нивоу града, који би преузео улогу претходног Савета из пројекта, тако да се може обезбедити континуитет послова на унапређењу образовне ефективности. Истовремено, за одрживост пројекта је неопходно неговати културу привржености професионалном развоју и да активности које су предвиђене овим пројектом буду синхронизоване *just in time* и међусобно хармонизоване са осталим пројектованим сегментима рада (Harris, 2000: 4).

Евалуација Пројекта је садржана у свеобухватном извештају на крају реализације, који заједнички сачињавају Савет и Школска управа и у њему је садржана оцена побољшања наставе математике, користећи се информацијама из електронске базе података о ученичком знању математике, али и о унапређењу образовне ефективности свих основних школа, деловањем бочно на установе система, латерално.

Финансирање Пројекта⁸

За реализацију овог пројекта неопходна су средства за програме предвиђених обука. Оне се према важећој легислативи у образовању обезбеђују у финансијским плановима школа као индиректних корисника буџета локалних самоуправа. Из овога произлази да ће овај пројекат финансирати локална самоуправа. Остале активности улазе у структуру радног времена, тако да су финансиране кроз зараде запослених у образовању и не представљају посебне трошкове. Неке од трошкова за хонораре запослених (нпр. у Школској управи) могуће је изоставити, уношењем активности у План рада Школске управе (као подршка школама), тако да оне постају део редовних радних обавеза и обухваћене су зарадама саветника. Трошкови коришћења простора, информационих технологија и друге логистичке потребе нису урачунате из разлога што су део текућих трошкова у школама, службама или институцијама образовања и тамо се могу користити.

Укупна сума за реализацију овог Пројекта јесте 3.840.000 RSD (табела трошкова је дата у Прилогу).

⁸ Суме новца су у бруто износима.

Закључак

На основу литературе из области образовне ефективности знамо да је развој школа повезан са наставничким професионалним усавањањем/растом и усмерењем на одговарајући развој школских капацитета и унутрашњих школских услова. Успешне школе користе спољне агенде за унутрашње сврхе, тако да и овај пројекат, као и извештаји Школске управе са почетка текста јесу одлична сила или инструмент промене за школе (Haris, 2000: 1).

Поједини ауторитети тврде да „регулатива, циљеви и процедуре се морају развити како би пружили подршку развоју школе у контексту системских очекивања” (Fulan, 2005: 105), и управо овде се темеље две основне интенције овог пројекта; прва се односи на циљеве, заправо на основно/најшире усмерење образовне ефективности на когнитивни развој, без повређивања детета, а друга на системску заинтересованост државе (Школска управа) да утиче да прописане процедуре, механизми и функција образовања заживе у пуном обиму, и одговори подршком стварању простора за пружање оптимума квалитета образовних услуга. Одавде произлази и непосредан интерес локалне самоуправе да прихвати Пројекат и помогне у реализацији (као носилац) у интересу квалитетног образовања за своје становништво.

ПРИЛОГ – Табела финансијских трошкова⁹

Програм обуке	Хонорари за реализаторе	Ауторски, административни трошкови, материјали	Укупно
Иницијални четвородневни програм <i>Образовна ефикасности и развој школа</i>	Један реализатор, четири дана, 4 x 15.000 RSD		60.000 RSD
Прилагођавање методике наставе математике захтевима образовне ефикасности	Два реализатора, до четири дана, четири групе, 4 x 4 x 2 x 15.000 RSD	Трошкови радионица по дану, 4 x 4 x 5.000 RSD	560.000 RSD
Програм обуке у вези са PISA методиком	Два реализатора, до два дана, четири групе, 2 x 4 x 2 x 15.000 RSD		240.000 RSD
Програм обуке <i>Мотивација и психолошки принципи учења</i>	Два реализатора, два дана, четири групе, 2 x 4 x 2 x 15.000 RSD	Трошкови радионица по дану, 2 x 4 x 5.000 RSD	280.000 RSD
Програм обуке из области <i>Активност учешћа/наставе</i>	Два реализатора, два дана, четири групе, 2 x 4 x 2 x 15.000 RSD	Трошкови радионица по дану, 2 x 4 x 5.000 RSD	280.000 RSD
Програми обуке из области <i>иницијативне наставе</i>	Два реализатора, до два дана, четири групе, 2 x 4 x 2 x 15.000 RSD	Трошкови радионица по дану, 2 x 4 x 5.000 RSD	280.000 RSD
Програм <i>Reading and Writing for Critical Thinking</i>	Два реализатора, до два дана (четири пута), четири групе, 2 x 4 x 2 x 15.000 RSD	Трошкови радионица по дану, 4 x 4 x 100.000 RSD	1.840.000 RSD
Програм обуке о савременом школском лидерству	Један реализатор, четири дана, 4 x 15.000 RSD		60.000 RSD
Обука наставника за функционалну примену у настави математике <i>Standarda</i>	Два реализатора, до два дана, четири групе, 2 x 4 x 2 x 15.000 RSD		240.000 RSD
Укупно			3.840.000 RSD

⁹ Цене услуга из табеле су одређене произвољно (апроксимативно) у јулу месецу 2012. године, што представља оквирне трошкове пројекта.

Литература

Antoniou, P., Kyriakides, L., Creemers, B. (2011). Investigating the Effectiveness of a Dinamic Integrated Approach to Teacher Professional Development, *CEPS Journal*, Vol. 1. No. 1, 13–41.

Fulan, M. (2005). *Sile promene: nastavak*, Beograd: Dereta.

Hargreaves, A., Halász, G., Pont, B. (2007). *School leadership for systemic improvement in Finland. A case study report for the OECD activity – Improving school leadership*, OECD Rapport.

Haris, A. (2000). Successful School Improvement in the United Kingdom and Canada, *Canadian Journal of Educational Administration and Policy*, Issue #15.

Kyriakides, L., Creemers, B., Antoniou, P. (2009). Teacher behavior and student outcomes: Suggestions for research on teacher training and professional development, *Teaching and Teacher Education*, 25, 12–23.

Teodorović, J. (2011). Classroom and school factors related to student achievement: what works for students?, *School Effectiveness and School Improvement*, Vol. 22, No. 2, 215–236.

Вуловић, Н. (2011). Диференцијација геометријских садржаја и активно учење у почетној настави математике, *Настава и учење*, Београд, бр. 3, 529–539.

Radojko Damjanović
Ministry of Education,
Science and Technological Development

Marko Slavković
University of Kragujevac
Faculty of Economics

Branislav Popović
University of Kragujevac
Faculty of Science

LATERAL IMPROVEMENT OF EDUCATIONAL SCHOOL EFFICIENCY – TEACHING MATHEMATICS

Summary: The paper is a project proposal for improving educational practice or educational effectiveness on the example of a specific local government (Kragujevac) by applying lateral intervention through one subject (Mathematics). All stakeholders were presented, their role and the possibility to intervene at the level of the local self-government unit, regardless of the national level, that is, the possibility to improve independently the education microsystem in the legislatively and regulatory framework from the national level.

Keywords: education, effectiveness, lateral, educational effectiveness.

Емина М. Копас-Вукашиновић
Универзитет у Крагујевцу
Факултет педагошких наука у Јагодини

DOI: 10.46793/MANM4.279KV
UDK: 373.2.016:51
373.3.016:51

МАТЕМАТИКА У ПРЕДШКОЛСКОЈ УСТАНОВИ И ШКОЛИ: ПРОГРАМСКА ОДРЕЂЕЊА И МОГУЋНОСТИ ОСТВАРИВАЊА КОНТИНУИТЕТА¹

Апстракт: Преласком из предшколске установе у школу, деца и даље имају интензивну потребу за игром. У овом периоду интериоризације практичних радњи, игра има посебну функцију. Мада у систему наставе она не представља основну активност, што јесте била у организованим активностима у предшколској установи, организација наставних активности кроз игру доприноси лакшој адаптацији ученика на школске обавезе, успешнијем повезивању наставних садржаја и усвајању знања. Ове констатације значе полазну основу за анализу програмских садржаја који се односе на усвајање математичких појмова у предшколској установи и садржаја наставе математике у првом разреду основне школе. Циљ нашег истраживања је конкретизован у два правца: 1) анализом поменутих програмских садржаја испитати могућности реализације ових наставних активности кроз игру; 2) утврдити могућности за остављање континуитета у систему предшколског и школског образовања и васпитања, организацијом наставе математике кроз игру, за ученике првог разреда основне школе. Истраживање је обављено применом дескриптивне методе и поступком анализе садржаја примарних извора истраживања, програмских докумената. Резултати истраживања су потврдили да програмски садржаји наставе математике, за ученике првог разреда основне школе, нуде могућности реализације наставних садржаја кроз игру. Тиме се потврђује и

¹ Чланак представља резултат рада на пројектима: „Од подстицања иницијативе, сарадње, стваралаштва у образовању до нових улога и идентитета у друштву” (бр. 179034), „Унапређивање квалитета и доступности образовања у процесима модернизације Србије” (бр. 47008), које финансира Министарство просвете и науке Републике Србије (2011–2018), „Претпоставке и могућности развијања иновативних модела наставе у функцији остваривања транспарентности универзитетског образовања и подизања конкурентности на домаћем и иностраном тржишту знања”, билатерални пројекат који реализују и финансирају Факултет педагошких наука Универзитета у Крагујевцу, Јагодина (Р. Србија) и Педагошки факултет Универзитета у Приморском, Копар (Р. Словенија) (2017–2019).

могућност остваривања континуитета у систему институционалног предшколског и школског образовања и васпитања.

Кључне речи: основни математички појмови, настава математике, игра у настави, *Пријемни предшколски програм*, образовне активности кроз игру, континуитет у систему образовања и васпитања.

Увод

Континуитет у систему предшколског и основношколског образовања и васпитања јесте предуслов остваривања квалитета у образовним активностима у основној школи. Када знамо да је основна активност деце у предшколској установи игра, док је основна активност деце у основној школи настава, претпоставка је да су постигнућа деце у наставним активностима, у периоду када се адаптирају на школске обавезе и задатке, одређена могућностима организације наставних активности кроз игру. Очекивано је да су дидактичко-методичка упутства за реализацију наставе математике у првим разредима основне школе комплементарна са захтевима и задацима васпитача у односу на реализацију садржаја у области развоја математичких појмова у предшколској установи. Овај рад представља покушај аутора да јединствено сагледа поменута упутства, захтеве и задатке, који су одређени програмом рада основне школе и *Општим основама предшколског програма*, те да утврди да ли и у којој мери њихова конкретизација доприноси остваривању континуитета у систему предшколског и школског образовања у области математике (математичких појмова). Овај проблем је могуће и значајно сагледати и у контексту актуелних стратешких праваца развоја система институционалног предшколског и школског образовања и васпитања, када знамо да се они заснивају на стратешком опредељењу да је „квалитет примарни развојни циљ на сваком нивоу образовања, [...] и да ниједан други циљ не сме бити оствариван на рачун квалитета” (*Strategija razvoja obrazovanja...*, 2012: 8).

Очекивано је да методичка упутства за реализацију наставе математике нуде могућност обраде наставних садржаја на начине којима се подстиче развој интересовања ученика за математику, што ће одредити квалитет њиховог учења и створити оптималне услове за разумевање и усвајање наставних садржаја.

Теоријски приступ проблему

Поменутим стратешким правцима развоја образовања до 2020. године конкретизоване су основне функције, како система предшколског тако и основношколског образовања и васпитања. Констатовано је да се у пред-

школској установи морају створити услови за квалитетно рано учење деце предшколског узраста, који подразумевају „стварање добрих услова [...] за игру усмерену ка учењу, као развојно најзначајнији облик активности деце предшколског узраста и за друге разноврсне облике дечјих активности” (*Strategija razvoja obrazovanja...*, 2012:13).

Када је реч о основној школи, истакнуто је да је квалитет наставе одређен могућностима подстицања „креативних и иновативних капацитета ученика, оспособљених за отворен и флексибилан приступ учењу, те да разноврсне методе рада омогућавају бољу индивидуализацију наставе, излазе у сусрет специфичним потребама ученика, било да је реч о талентованим и обдареним ученицима или о ученицима који имају сметње и тешкоће у раду” (*Strategija razvoja obrazovanja...*, 2012: 43). Када знамо да је игра креативан чин детета и да креативност подразумева флексибилан приступ решавању проблема, можемо претпоставити да развој математичких појмова кроз игру у најстаријем предшколском узрасту представља добру полазну основу за овладавање образовним садржајима у настави математике у првим разредима основне школе (Kopas-Vukašinović, 2015). Самим тим што је код деце у предшколској установи подстицан развој креативних потенцијала, у складу са њиховим индивидуалним могућностим и интересовањима, преласком у школу она су припремљена да на исти или сличан начин усвајају образовне садржаје, када год је то могуће. У том контексту треба трагати и за могућностима развијања интересовања ученика за наставу математике, од првих школских дана, које подразумевају деловање наставника на два нивоа, од стварања подстицајне средине за учење, у којој ће се код деце пробудити интересовање за математику, до организације наставних активности које ће допринети да се подстакнуто интересовање одржи и даље развија (Dejić, Egerić, Mihajlović, 2015; Malinović-Jovanović, Stojanović, 2015; Maričić, Špijunović, 2015; Mirkov, 2013). У прилог томе, учитељи у наставним активностима користе занимљиве и шаливе математичке задатке, задатке са необичним одговорима, математичке приче и игре, дидактичке игре, чиме подстичу развој логичко-математичких способности и интелектуалне радозналости, а истовремено потврђују могућност организације наставних активности кроз игру (Dejić, Ćebić, Mihajlović, 2009; Kopas-Vukašinović, 2006).

Методологија истраживања

Циљ овог теоријског истраживања је био да се анализом садржаја наставног програма за математику за ученике првог разреда основне школе и *Ойшћих основа предшколској програма* (у делу *Припремној предшколској програма*) утврди да ли постоје заједничке програмске основе које упућују

на могућност организације ових наставних активности кроз игру, што би конкретизовало могућности за остваривање континуитета у систему предшколског и школског образовања и васпитања, када је реч о садржајима математике у предшколској установи и школи.

Овај циљ је конкретизован кроз два истраживачка задатка.

1. Испитати да ли у дидактичко-методичким упутствима за реализацију наставе математике у млађим разредима основне школе, у оквиру наставног програма, има садржаја који упућују на могућност њихове реализације кроз игру;
2. Утврдити да ли садржаји *Пријремної предшколскої програма*, који се односе на развој математичких појмова, конкретизују могућности остваривања континуитета у систему предшколског и основношколског образовања и васпитања.

Истраживање је обављено применом дескриптивне методе и поступком анализе садржаја примарних и секундарних извора истраживања (програмских докумената, методичких упутстава, стратешких праваца развоја образовања и др.).

Резултати истраживања са дискусијом

Према *Закону о основном образовању и васпитању*, након завршетка основног образовања и васпитања ученици ће бити функционално математички писмени, умеће да ефикасно и критички користе научна знања и технологију, биће оспособљени за самостално учење, да прикупљају, анализирају и критички процењују информације, идентификују и решавају проблеме и доносе одлуке, користећи критичко и креативно мишљење и релевантна знања (*Закон о основном образовању...*, 2017). У складу са овако датим законским одредницама, детерминисане су и програмске циљне оријентације у наставном програму математике за први и други разред основног образовања и васпитања. Овим програмом су јасно одређени циљеви, задаци и оперативни задаци наставе математике, као и садржаји овог програма. Циљ наставе математике у основној школи „јесте да ученици усвоје елементарна математичка знања која су им потребна за схватање појава и зависности у животу и друштву, да оспособи ученике за примену усвојених математичких знања у решавању разноврсних задатака из животне праксе, за успешно настављање математичког образовања и за самообразовање, као и да доприносе развијању менталних способности” (*Nastavni program obrazovanja i vaspitanja...*, 2010: 113). Из овако одређених циљних оријентација, у програму су конкретизовани многобројни задаци наставе математике. Издвајамо оне за које можемо претпоставити

да се могу реализовати кроз игру у образовним активностима, а који се, у нешто једноставнијој конкретизацији, могу наћи и у актуелним *Ойшћим основама ђредшколској ђрођрама*: да ученици стичу знања неопходна за разумевање квантитативних и просторних односа и законитости у разним појавама у природи, друштву и свакодневном животу, да се развија способност ученика за посматрање, опажање, логичко, критичко, стваралачко и апстрактно мишљење, да се развијају културне, радне, етичке и естетске навике ученика, као и математичка радозналост у посматрању и изучавању природних појава, да ученици стичу способност изражавања математичким језиком, јасност и прецизност изражавања у писменом и усменом облику, да ученици усвоје основне чињенице о скуповима, релацијама и пресликавањима, да ученици савладају основне операције с природним, целим, рационалним и реалним бројевима, као и основне законе тих операција (*Nastavni program obrazovanja i vaspitanja...*, 2010).

Оперативни задаци за први и други разред основне школе такође су конкретизовани. Ученици првог разреда треба да препознају, разликују и исправно именују облике предмета, површи и линија, да на једноставнијим, конкретним примерима из своје околине уочавају односе између предмета по облику, боји и величини, да успешно одређују положај предмета према себи и предмета према предмету, да уочавају разне примере скупова, припадање елемената скупу, упознају метар, динар и пару. Ученици другог разреда треба да се оспособе да решавају текстуалне задатке, да схвате појам половине, да уочавају и стичу одређену спретност у цртању праве и дужи као и разних кривих и изломљених линија, да упознају и примењују мере за дужину и време. Овде су побројани оперативни задаци који су у једноставнијем контексту конкретизовани и у *Ойшћим основама ђредшколској ђрођрама*. То подразумева да се задаци, у односу на исте или сличне садржаје у предшколској установи и млађим разредима оновне школе, на старијим узрастима усложњавају и уводе се постепена отежања у односу на захтеве ученицима и исходе програма. С обзиром на то да деца у предшколским установама основне математичке појмове усвајају кроз игру и на тај начин васпитачи реализују оперативне задатке, верујемо да је и за учитеље могућ изазов да за одређене наставне садржаје организују наставне активности кроз игру.

У овом тренутку је значајно нагласити да се у *Приђремном ђредшколском ђрођраму*, који је саставни део *Ойшћих основа ђредшколској ђрођрама*, конкретизују задаци васпитача у односу на специјалну припрему деце за школу. Истакнуто је да она (специјална припрема) „обухвата садржаје и активности којима се доприноси лакшем остваривању наставног програма у првом разреду основне школе” (*Ойшће основе ђредшколској ђрођрама*, 2006: 60). Даље је у актуелном предшколском програму истакнуто да поменута припрема подразумева да деца до поласка у школу науче да

разликују боје, облике и величине и количине предмета, а на ова знања и умења ће се касније надовезати усвајање образовних садржаја, између осталог и наставе математике. Према Моделу А *Пријемној предшколској програма*, констатовано је да почетно математичко образовање у деčјем вртићу има за циљ подстицање логичко-математичког мишљења и когнитивних способности детета. Истакнуто је да у том контексту треба створити услове да деца у свакодневним животним ситуацијама, кроз игру, посматрају, опажају, експериментишу, разликују и окривају физичка својства предмета који их окружују, њихову величину, облик и боју. Препоручени садржаји у области почетног математичког образовања су представљени кроз следеће области: 1) опажање и схватање простора и просторних односа; 2) логичке операције на конкретним предметима и појавама; 3) развијање појмова геометријских облика у равни и простору; 4) мере и мерење; 5) временски односи (*Ойшће основе предшколској програма*, 2006). Према Моделу Б *Пријемној предшколској програма*, развој математичких појмова представља једну од области васпитно-образовног рада у оквиру програма припреме деце за школу. У оквиру ове области су конкретизовани садржаји којима ће деца овладати до поласка у школу: 1) положаји у простору; 2) кретање кроз простор; 3) поређење и процењивање; 4) области, линије и тачке; 5) облици; 6) образовање скупова; 7) бројност скупова; 8) временско сазнање.

За разлику од *Ойшћих основа предшколској програма*, где се васпитачима дају основна методичка упутства како деца најбоље могу усвојити садржаје о основним математичким појмовима, затим могући начини остваривања програма, избор и извори садржаја, у *Наставном програму образовања и васпитања за први и други разред основног образовања и васпитања* таквих упутстава нема, него она представљају саставни део методике наставе математике. Јасно је да професионалне компетенције васпитача и учитеља, које они стичу током свог академског образовања, подразумевају њихову методичку обученост за реализацију образовних садржаја у области математике и основних математичких појмова. Међутим, сматрамо да би конкретизација поменутих основних методичких упутстава за васпитаче и учитеље допринела њиховом заједничком трагању и проналажењу могућих методичких модела рада са децом најстаријег предшколског и најмлађег школског узраста. Ови модели подразумевају могућности учења деце кроз различите врсте и варијанте игара, уз постепено увођење поменутих отежања, у односу на могућности и интересовања деце старијег узраста. То је могуће учинити у односу на одређене захтеве који су програмски постављени за ученике првог и другог разреда (да ученици умеју да уоче различите примере скупова, да уоче положај предмета у непосредној околини, да разликују предмете по облику и величини, да умеју цртати изломљену линију, одредити половину броја и сл.). Ово су само

неки од основних програмских захтева у погледу математичких знања и умења ученика првог и другог разреда основне школе. За овај наш рад су посебно интересантни садржаји за први и други разред основне школе. Они се односе на почетке формирања математичког језика, који је тачан, јасан и прецизан, а чине га основни симболи, изрази и формуле (симболи за записивање непознатог броја, слово као симбол променљиве и сл.). У програму је јасно истакнуто да, користећи се елементима математичког језика, ученици усвајају знања с већим степеном уопштености (*Nastavni program obrazovanja i vaspitanja...*, 2010). Овакво заједничко трагање за могућим решењима сигурно би значајно допринело остваривању континуитета у систему јединственог институционалног предшколског и школског васпитања и образовања.

Ради боље прегледности истраживачких података до којих смо дошли анализом садржаја *Опшћих основа предшколској програма* (у делу *Пријемној предшколској програма*) и *Наставној програма образовања и васпитања за први и други разред основној образовања и васпитања*, табеларно смо представили задатке васпитача и образовне садржаје у предшколској установи који подразумевају усвајање основних математичких појмова деце најстаријег предшколског узраста и задатке које ученици првог и другог разреда треба да усвоје кроз наставу математике. Представљени су само они задаци који подразумевају усвајање истих или сличних образовних садржаја, чиме би се могла правдати претпоставка да је могуће у млађим разредима основне школе организовати образовне активности кроз игру, као што то чинимо у раду са децом предшколског узраста (Табела 1).

Табела 1. Задаци васпитача у предшколској установи и учитеља у основној школи и образовни садржаји који се односе на усвајање основних математичких појмова и елементарних математичких знања

Задаци васпитача и образовни садржаји у области почетног математичког образовања деце најстаријег предшколског узраста	Задаци учитеља и образовни садржаји у првом и другом разреду основне школе у настави математике
<u>Деца до поласка у школу треба да науче:</u> • да разликују боје, облике, величине и количине <i>предмета</i>; • да опажају и схвате простор и просторне односе, положаје предмета и особа у простору, кретање кроз простор; • да разумеју логичке операције на конкретним предметима и појавама; • да усвоје појмове о геометријским облицима у равни и простору, областима, линијама и тачкама, образовању скупова и бројност скупова; • да усвоје знања о основним мерама, мерењима као и времену; • да схвате временске односе; • да развију способности поређења и процењивања.	<u>Ученици треба да:</u> • препознају, разликују и исправно именују <i>облике предмета</i>, површи и линија; • на једноставнијим, конкретним примерима из своје околине уочавају односе између предмета по облику, боји и величини; • да успешно одређују положај предмета према себи и предмета према предмету; • да уочавају разне примере скупова, припадање елемената скупу; • упознају метар, динар и пару; • схвате појам половине; • уочавају и стичу одређену спретност у цртању праве и дужи као и разних кривих и изломљених линија; • упознају и примењују мере за дужину и време.

На основу представљених програмских задатака за васпитаче и учитеље, у области почетног математичког образовања деце најстаријег предшколског узраста и у настави математике у основној школи, запажамо да се и у предшколској установи и у школи реализују идентични образовни садржаји (облици, боје и величина предмета, образовање, бројност и припадање скупу, мере, мерења и време итд.). Ови и остали задаци и садржаји се у основној школи усложњавају, када се уводе и одређена отежања, у складу са узрасним и индивидуалним могућностима деце/ученика. Полазећи од чињенице да се у предшколској установи поменути и други садржаји реализују кроз игру, као основну активност деце предшколског узраста, те да игра остаје једна од потреба деце и њиховим поласком у основну школу, можемо претпоставити да је могуће ове и друге наставне садржаје реализовати кроз игру и у млађим разредима основне школе.

Такође, у реализацији поменутих образовних садржаја у настави математике могуће је применити различите врсте и варијанте дечјих игара. Пре свега, овде се мисли на дидактичке игре предметима и речима, у којима деца проналазе сличности и разлике међу предметима и појавама – шта је дуже, а шта краће; шта је ближе, а шта даље; чега има више, а чега мање; шта је горе, а шта доле; испод и изнад; испред и иза; лево и десно и сл. Овакве и сличне дидактичке игре доприносе развоју дечјих способности закључивања, повезивања, груписања, нумеричке кореспонденције и других. Осим дидактичких игара сигурно је да се у настави математике садржаји могу реализовати и применом конструкторских и игара улога (нпр. када дете треба да одреди по чему су исти, а по чему различити скупови рибица у мору, реци или рибњаку, које су сами конструисали, или када се ученици нађу у улогама патуљака, који имају задатке да открију где су сакривени различити геометријски облици који су боје капа које патуљци носе). Посебан значај имају наставне активности у којима је евидентна корелација наставних садржаја у оквиру различитих наставних предмета. С обзиром на то да до сада нисмо поменули категорију покретних игара, значајно је у овом делу рада истаћи и могућности да се корелацијом наставе математике и физичког васпитања стварају услови да ученици на занимљив начин овладају основним математичким знањима (нпр. организацијом штафетних игара у којима ће ученици постепено научити да препознају, разликују и исправно именују *облике предмета*, да успешно одређују положај предмета према себи и предмета према другом предмету, да примењују мере за дужину и сл.).

Могућности за организацију оваквих игара у настави математике у првом и другом разреду основне школе су различите и оне су одређене добром дидактичко-методичком обученошћу и спремношћу учитеља да уз своје креативне потенцијале наставу математике учине занимљивом, а исходе оваквог учења ефикаснијим. То подразумева да се у систему високог образовања будућих учитеља развијају њихове компетенције у односу на наставну област, предмет и методику наставе, као и поучавање и учење деце млађег школског узраста. Ове компетенције, између осталог, подразумевају да учитељ познаје опште принципе, циљеве и исходе образовања и васпитања, као и опште и посебне стандарде постигнућа ученика и њихову међусобну повезаност, да поседује знања о природи учења, различитим стиливима и стратегијама учења деце млађег школског узраста, као и знања о когнитивним ступњевима и зони наредног развоја ученика (*Standardi kompetencija za profesiju nastavnika...*, 2011).

На основу изнетих констатација, до којих смо дошли анализом поменутог предшколског и школског програма, можемо констатовати да у наставном програму за реализацију наставе математике у млађим разредима основне школе има садржаја који упућују на могућност њихове

реализације кроз игру. То даље потврђује нашу претпоставку да садржаји *Пријремної предшколскої програма* и школског наставног програма, који се односе на развој математичких појмова и математичко образовање, нуде могућности остваривања континуитета у систему предшколског и основношколског образовања и васпитања. У том контексту значајно је трагати за могућностима креативног тематског повезивања образовних садржаја и то у два правца: а) вертикалним повезивањем садржаја у области математике, на предшколском и школском узрасту и б) хоризонталним корелационим тематским повезивањем образовних садржаја из различитих наставних предмета.

Закључак

Трагајући за могућностима организације наставних активности кроз игру, када је реч о настави математике у првом и другом разреду основне школе, у овом раду смо се бавили образовним садржајима који су одређени *Пријремним предшколским програмом* и *Наставним програмом образовања и васпитања за први и други разред основног образовања и васпитања*, а који се односе на усвајање основних математичких појмова и елементарних математичких знања.

Циљ овог теоријског истраживања је био да се анализом поменутих садржаја утврди да ли постоје заједничке програмске основе које упућују на могућност организације ових наставних активности кроз игру, што би конкретизовало могућности за остваривање континуитета у систему предшколског и школског образовања и васпитања, када је реч о садржајима математике у предшколској установи и школи. Овај циљ је конкретизован кроз два истраживачка задатка, којима је требало испитати да ли у дидактичко-методичким упутствима за реализацију наставе математике у млађим разредима основне школе има садржаја који упућују на могућност њихове реализације кроз игру и утврдити да ли садржаји *Пријремної предшколскої програма*, који се односе на развој математичких појмова, конкретизују могућности остваривања континуитета у систему предшколског и основношколског образовања и васпитања.

Потврђено је да се садржаји у поменутом предшколском програму делом усложњавају у првом и другом разреду основне школе и као такви поново обрађују. Ова констатација нам даје могућност да размишљамо о могућим методичким приступима у настави математике који у основи имају игру као могућу активност којом је пожељно оплеменили већ устаљене и применљиве наставне облике и методе рада са ученицима.

Када знамо да је игра основна активност деце предшколског узраста и да преласком у основну школу она и даље остаје једна од њихових потреба

и могућности, јасно је да се у једном делу настава математике може организовати кроз различите врсте и варијанте дечјих игара, што на врло конкретан начин доприноси остваривању континуитета у систему предшколског и школског васпитања и образовања. У том контексту, васпитачима у предшколској установи и учитељима у основној школи континуирано се намеће задатак конкретизације методичких упутстава којима ће се створити услови и развити поступци за организацију наставних активности кроз игру. То би омогућило постепени развој система дидактичких и других игара у настави, са могућностима увођења постепених отежања, све у циљу квалитетне реализације образовних садржаја у области почетног математичког образовања и наставе математике.

Литература

Dejić, M., Ćebić, S., Mihajlović, A. (2009). *Matematička darovitost i kreativnost*, Pančevo: Regionalni centar za talente „Mihajlo Pupin”.

Dejić, M., Egerić, M., Mihajlović, A. (2015). *Metodika matematike u razrednoj nastavi*, Jagodina: Fakultet pedagoških nauka Univerziteta u Kragujevcu.

Kopas-Vukašinović, E. (2006). Uloga igre u razvoju dece predškolskog i mlađeg školskog uzrasta, *Zbornik Instituta za pedagoška istraživanja*, 38/1, 174–189.

Kopas-Vukašinović, E. (2015). Značaj igre za razvoj matematičkih pojmova kod dece u predškolskoj ustanovi i školi, u: A. Mihajlović (ur.), *Metodički aspekti nastave matematike III, Zbornik radova sa trećeg međunarodnog naučnog skupa*, Jagodina: Fakultet pedagoških nauka Univerziteta u Kragujevcu, 305–318.

Malinović-Jovanović, N., Stojanović, S. (2015). Operacionalizacija programskih zadataka i ishoda početne nastave matematike, u: S. Marinković (ur.), *Nastava i učenje: evaluacija vaspitno-obrazovnog rada*, Užice: Učiteljski fakultet, 357–372.

Maričić, S. M., Špijunović, K. (2015). Obrazovni standardi u planiranju i pripremanju početne nastave matematike iz ugla učitelja, u: A. Mihajlović (ur.), *Metodički aspekti nastave matematike III, Zbornik radova sa trećeg međunarodnog naučnog skupa*, Jagodina: Fakultet pedagoških nauka Univerziteta u Kragujevcu, 131–142.

Mirkov, S. (2013). *Učenje – zašto i kako: pristupi u proučavanju činilaca koji deluju na učenje*, Beograd: Institut za pedagoška istraživanja.

Nastavni program obrazovanja i vaspitanja za prvi i drugi razred osnovnog obrazovanja i vaspitanja (2010), sajt posećen 15. 3. 2018. na internet adresi <https://www.scribd.com/doc/231254218/2-Nastavni-Program-Za-Prvi-i-Drugi-Razred-Osnovnog-Obrazovanja-i-Vaspitanja>

Pravilnik o Opštim osnovama predškolskog programa (2006). Beograd: Prosvetni pregled.

Standardi kompetencija za profesiju nastavnika i njihovog profesionalnog razvoja (2011), sajt posećen 22. 3. 2018. na internet adresi http://www.cep.edu.rs/sites/default/files/Standardi_kompetencija_za_profesiju_nastavnika.pdf

Strategija razvoja obrazovanja u Srbiji do 2020. godine (2012). *Sl. glasnik RS*, br. 107.

Zakon o osnovnom obrazovanju i vaspitanju (2017). *Sl. glasnik RS*, br. 101.

Emina Kopas Vukašinić
University of Kragujevac
Faculty of Education in Jagodina

MATHEMATICS IN PRESCHOOL INSTITUTIONS AND SCHOOLS: PROGRAM DETERMINATIONS AND POSSIBILITIES FOR ACHIEVING CONTINUITY

Summary: During the transition from preschool institutions to schools, children still possess an intense need for play. In this period of internalization of practical actions, playing has a special function. Although it does not represent a basic activity in the teaching system in schools, as was the case in the organized activities in preschool institutions, the organization of teaching activities through play contributes to an easier adaptation of students to school obligations, to a more successful linking of teaching contents and knowledge acquisition. These statements represent the starting point for the analysis of program contents related to the adoption of mathematical concepts in preschool institutions and the content of mathematics in the first primary school grade. The goal of our research was specified in two directions: 1) to examine the possibilities for the realization of these teaching activities through play, by means of comparative analysis of the mentioned program contents; 2) to determine the possibilities for achieving continuity in the system of preschool and school education, by organizing teaching of mathematics through play, for first grade primary school students. The research was carried out by using the descriptive method and the procedure of content analysis of primary research sources, program documents. The results of the research have confirmed that the program contents of mathematics, for first grade primary school students, do offer possibilities for the realization of teaching contents through play. This also confirms the possibility of achieving continuity in the system of institutional preschool and school education.

Keywords: basic mathematical concepts, teaching mathematics, play in teaching, *Preparatory preschool program*, curriculum, continuity in educational system.

Александра Михајловић

Ненад Вуловић

Милан Миликић

Универзитет у Крагујевцу

Факултет педагошких наука у Јагодини

DOI: [10.46793/MANM4.292M](https://doi.org/10.46793/MANM4.292M)

УДК: 37.091.3:51

37(520+497.11)

ПРИМЕНА ЈАПАНСКЕ СТУДИЈЕ ЧАСА У ПРИПРЕМИ БУДУЋИХ ВАСПИТАЧА ЗА ИЗВОЂЕЊЕ УСМЕРЕНИХ АКТИВНОСТИ У ОБЛАСТИ РАЗВОЈА МАТЕМАТИЧКИХ ПОЈМОВА

Апстракт: Циљ нашег рада је испитивање ставова будућих васпитача о корисности примене два модела реализације практичног дела предмета Методички практикум развоја почетних математичких појмова за развој њихових професионалних компетенција у области развоја математичких појмова. У истраживању је примењен квазиекспериментални дизајн са две паралелне групе. Узорак истраживања састојао се од 49 студената будућих васпитача који су подељени у контролну (27) и експерименталну (22) групу. Студенти експерименталне групе радили су по експерименталном програму који је подразумевао примену студије часа, док је контролна група радила на традиционалан начин. Резултати указују да, мада студенти експерименталне групе процењују корисност примењеног модела рада за развој својих професионалних компетенција у области развоја математичких појмова вишом оценом у односу на студенте контролне групе, ипак не постоји статистички значајна разлика у оценама група. Као најкориснији сегмент експерименталног програма студенти издвајају могућност држања усмерених активности најпре у симулираном окружењу, а након корекције припреме држање исте активности у реалном окружењу у вртићу. Без обзира на то што ограничења која простичу из величине узорка на којем је спроведено истраживање не дозвољавају да се изврши генерализација добијених резултата, сматрамо да резултати имају значаја за све оне који се баве образовањем будућих васпитача.

Кључне речи: студија часа, развој почетних математичких појмова, будући васпитачи, професионалне компетенције.

Увод

У складу са Основама предшколског васпитања и образовања (2018), као једне од кључних компетенција за целоживотно учење наводе се математичке, научне и технолошке компетенције, где се као специфичност у реализацији предшколског програма наглашава подстицање развоја и примене логичко-математичког мишљења у сагледавању и разумевању појава и односа и решавања проблема. За успешно развијање математичких потенцијала деце потребно је да васпитачи који раде са њима добро познају математичке садржаје (Qian, Youngs, 2016). Међутим, математичка знања са којима будући васпитачи уписују факултет су на веома ниском нивоу. Штавише, уочљиви су значајни недостаци у познавању елементарне аритметике, алгебре, геометрије и мерења и мера (Jakimovik, 2014). Овај податак је од посебног значаја имајући у виду и чињеницу да истраживања показују да је познавање математичких садржаја и у директној вези са ставовима студената о начину на који ће развијати знања код деце (Newton et al., 2012). Како на часовима методике није могуће у значајној мери утицати на претходна знања студената која су у вези са математичким садржајима, битна је чињеница да промена традиционалног начина рада са студентима на часовима методике математике позитивно утиче на промену ставова студената према математици. Међутим, и поред промене уверења, будући васпитачи имају значајне потешкоће у активирању математичког мишљења код деце, како у фази планирања тако и у фази реализације активности (Qian, Youngs, 2016).

У овом раду представимо, за наше услове, један могући иновативни приступ настави на часовима методике у циљу побољшања нивоа знања и спремности за будући посао васпитача у предшколским установама.

Теоријски део истраживања

На учитељским факултетима студенти стичу неопходна дидактичка и методичка знања кроз наставу методика. Садржаји одговарајућих методика студентима обезбеђују неопходну теоријску основу за извођење наставе, али рад у учионици је компликован и комплексан процес, те је стога будућим наставницима тешко да примене теорију у пракси (Kennedy, 1999). Са друге стране, рад у учионици обезбеђује аутентично искуство учења за будуће учитеље и васпитаче, тако да би програми образовања учитеља требало да се фокусирају на развијање практичних програма који би будућим наставницима омогућили не само да уче да изводе наставу, већ и да кроз извођење наставе уче (Sims, Walsh, 2009). Другим речима, факултетски програми морају бити дизајнирани тако да помогну новим наставницима да развију способност целоживотног учења кроз извођење наставе.

Висока постигнућа ученика из Јапана и још неких азијских земаља у међународним студијама попут TIMSS и PISA довела су у жижу интересовања образовне системе и праксу ових земаља. Како наводи Луис (Lewis, 2000), за побољшање наставне праксе у Јапану заслужно је то што се велики део времена посвећује опсервацији часова, дискусији међу наставницима и сарадничком раду наставника како би се ови часови прерадили и побољшали. Управо ово је суштина тзв. „студије часа” (енгл. *Lesson Study*, јап. *jugyō kenkyū*).

Студија часа представља јапански приступ унапређивању наставне праксе. Може се описати као један свеобухватан и добро артикулисан процес испитивања праксе (Lenski, Caskey, 2009). То је процес који се фокусира на успешно поучавање и учење коришћењем систематске методе преградe часова кроз сарадничко планирање, примену плана, тестирање плана у раду са ученицима (кроз тзв. истраживачки час) и ревидирање плана на основу повратне информације (Mostofo, 2013).

Циклус студије часа, по Луис (Lewis, 2011), има следеће карактеристике (према Fujii, 2015).

1. *Проучавање курикулума и формулисање циљева.* У обзир се узимају дугорочни циљеви који се односе на учење и развој ученика. Проучавају се курикулум и стандарди и идентификује се одговарајућа тема.
2. *Планирање.* Изабере се нови или ревидира већ изведени истраживачки час. Тим наставника израђује детаљан план наставе који садржи: дугорочне циљеве, предвиђен процес мишљења и одговоре ученика, начине прикупљања података, модел путање учења, образложење изабраног приступа.
3. *Извођење истраживачког часа.* Један члан тима држи час, остали посматрају и бележе и прикупљају податке.
4. *Рефлексија.* Кроз формалну анализу часа међусобно се размењују запажања и белешке о часу како би се расветлили неки аспекти као што је учење ученика, неусаглашеност у садржајима, часу и дизајну наставне јединице, као и шири проблеми у процесу поучавања/учења. Све се документује како би се научено, као и нова питања пренели у наредни циклус студије часа.

Мада је студија часа првобитно замишљена као процес усавршавања наставника практичара, свој пут налази и у иницијалном образовању наставника (Chassels, Melville, 2009; Mostofo, 2014). Нека истраживања показују да се адаптирана верзија студије часа може користити ефективно и са студентима наставничких факултета (Cajkler, Wood, 2015; Chassels, Melville, 2009; Cohan, Honigsfeld, 2006; Fernandez, 2005; Ganesh, Matteson, 2010; Sims, Walsh, 2009; Mostofo, 2013).

Показало се да примена студије часа у настави методика има позитиван утицај на извођење часова у школама служећи као мост између часова методике и теоријских сазнања и искустава у пракси (Chassels, Melville, 2009; Ganesh, Matteson, 2010). Омогућавање студентима – будућим наставницима да кроз сараднички рад планирају, а затим поново одрже часове након примања повратне информације и њихове ревизије показало се да има позитивне ефекте у смислу да побољшава квалитет њихових часова, развија и унапређује наставне вештине (Chassels, Melville, 2009; Ganesh, Matteson, 2010), ревидирани часови постају више усмерени на ученика (Fernandez, 2005), разумевање ученика и њихових потреба је боље и постоји већа отвореност према различитим стиливима наставе и учења (Chassels, Melville, 2009; Ganesh, Matteson, 2010), развија се дубље разумевање садржаја предмета (Chassels, Melville, 2009; Fernandez, 2005; Ganesh, Matteson, 2010), повећава се самопоуздање наставника (Matanluk, Johari, Matanluk, 2013). Са друге стране, посматрање часова других студената побољшало је њихове наставне способности у критичкој анализи часова, као и у истраживању ефективних и неефективних наставних стратегија (Chassels, Melville, 2009). Студија часа помаже наставницима да схвате да њихови часови могу да се побољшају и да ће се побољшати кроз опсервацију и повратну информацију (Sims, Walsh, 2009). Ово схватање омогућава им да прихвате и уче из конструктивне критике коју им студија часа обезбеђује.

У нашем раду представимо сегмент једног обимног истраживања које се реализује као део билатералног пројекта чији су учесници Факултет педагошких наука Универзитета у Крагујевцу, Јагодина и Педагошки факултет у Копру, Универзитет Приморска (Словенија). Ово истраживање има за циљ испитивање ефеката примене студије часа на развој професионалних компетенција будућих васпитача и учитеља, као и на њихову самоефикасност, анксиозност према држању часова (усмерених активности) када је у питању настава математике (развој математичких појмова). У оквиру истог истраживања, раније је утврђено да примена студије часа позитивно утиче на неке аспекте анксиозности према држању усмерених активности у области математичких појмова (Михајловић, Миликић, 2018), као и самоефикасности наставника (Михајловић, 2019). У сегменту истраживања које је представљено у овом раду усредсредили смо се на примену студије часа у раду са студентима – будућим васпитачима и на њен значај када је у питању оспособљавање студената за будући рад и развој професионалних компетенција.

Методологија истраживања

Циљ нашег рада је утврдити да ли студенти препознају значај примене студије часа у процесу припреме за будуће занимање васпитача.

Основни истраживачки задатак био је да се испита да ли постоји разлика у проценама степена корисности примене експерименталног програма и традиционалног начина реализације методичког практикума када је у питању развој професионалних компетенција и припрема за будући рад.

Узорак

Истраживање је реализовано школске 2017/2018. године. Учесници истраживања били су студенти четврте године основних академских студија на смеру Васпитач у предшколским установама, на Факултету педагошких наука Универзитета у Крагујевцу, Јагодина. Истраживање је реализовано у склопу наставног предмета Методички практикум развоја почетних математичких појмова (МПРПМП). Сви студенти експерименталне и контролне групе имали су положен условни предмет са претходне године студија (како би студенти стекли услов да држе усмерене активности морају имати положен испит из предмета Методика развоја почетних математичких појмова са треће године студија). Методички практикуми имају за циљ оспособљавање студената за планирање, припрему и реализацију усмерених активности у вртићима. Током наставе практикума студенти први пут у току студија имају могућност да, осим пуког посматрања активности у вртићу, учествују и у њиховој припреми и реализацији.

Сви учесници подељени су у две групе, експерименталну (22 студента) и контролну (27 студената). С обзиром на то да је 48 студената било женског, а само један студент мушког пола, можемо констатовати да су групе биле уједначене према полу. Групе су такође биле уједначене у односу на године старости (просек година контролне групе био је $M = 22,39$, $SD = 0,95$, а експерименталне групе $M = 22,48$, $SD = 1,12$), као и у погледу оцена на предмету Методика развоја почетних математичких појмова са треће године студија ($U = 251,00$; $Z = -0,294$; $p = 0,768$).

Инструменти

Примењене су квантитативне и квалитативне методе истраживања. Као инструмент коришћен је упитник, форма А и форма Б. Упитник форме А био је намењен студентима контролне групе, а упитник форме Б студентима експерименталне групе. Оба упитника садржала су ставке Ликертовог типа, обе форме садржале су једну исту тврдњу, а форма Б још једну додатну. Од учесника обе групе тражено је да процене у којој мери је примењени начин рада (експериментални програм или традиционални начин рада) био користан за развој њихових професионалних компетенција у области развоја почетних математичких појмова, а од експерименталне групе да процене у којој мери је примена студије часа допринела побољшању њиховог васпитног рада (Табела 1). Од студената експерименталне групе тражило се и да анонимно дају запажања о примењеном начину рада.

Табела 1. Упитник, форма А и форма Б

Тврдња	Форма А	Форма Б
P1	Моје целокупно искуство (планирање, припремање, држање и посматрање усмерених активности) током МПРПМП је корисно за мој будући рад и развој професионалних компетенција.	
P2	/	Мој васпитни рад се побољшао након оваквог начина рада.

Процедура

У истраживању је коришћен квазиекспериментални дизајн. Студенти експерименталне групе су радили по експерименталном програму који је подразумевао примену студије часа. Сви студенти су одржали укупно две усмерене активности у вртићу. При томе, студенти су у малим групама (2–3 студента) планирали, припремали и реализовали прву усмерену активност. Другу усмерену активност студенти су планирали, припремали и реализовали самостално.

Пре држања усмерених активности у реалном окружењу, односно у вртићу, држане су симулације на Факултету. Симулације усмерених активности су реализоване са целокупном групом студената. Остали студенти из групе имали су улогу деце, и покушавали да предвиде неке могуће ситуације у реалном окружењу. Након одржане симулације, вршена је анализа и рефлексција активности, при чему су најпре своје мишљење и предлоге за побољшање износили студенти који су реализовали активност, а тек онда други студенти, и на крају наставник – ментор. Група студената је затим на основу анализе и рефлексције и добијених коментара вршила корекцију припреме и након одобравања ментора кроз недељу дана држала је ту исту усмерену активност у вртићу. Након одржане активности у вртићу рађена је анализа и рефлексција са целом групом студената.

Контролна група радила је на традиционалан начин. Студенти су обе активности самостално планирали, припремали и реализовали у вртићу. Пре држања активности у вртићу имали су консултације са наставником – ментором, и у складу са добијеним коментарима вршили су корекцију припреме. Као и студенти експерименталне групе, имали су недељу дана да коригују припрему. Након одржане усмерене активности у вртићу рађена је анализа и рефлексција са целокупном групом. Најпре је своје мишљење давао студент који је реализовао активност, а затим остали студенти из групе, и на крају ментор.

Резултати истраживања и дискусија

На крају спроведеног истраживања од свих учесника експерименталне и контролне групе тражено је да процене целокупно своје искуство током планирања, припреме и реализације усмерених активности, али и учешћа у њиховој анализи и рефлексiji са аспекта корисности за развој њихових професионалних компетенција у области развоја математичких појмова.

Студенти експерименталне групе су своје искуство проценили вишом оценом ($M = 4,64$, $SD = 0,79$) у односу на студенте контролне групе ($M = 4,41$, $SD = 0,75$). Ипак, показало се да не постоји статистички значајна разлика у оценама група ($U = 236,50$; $Z = -1,44$; $p = 0,149$). Од студената експерименталне групе се, такође, тражило да процене у којој мери је примењени начин рада утицао на побољшање њиховог васпитног рада у области развоја математичких појмова. Резултати указују да студенти сматрају да је примена студије часа у великој мери побољшала њихов васпитни рад, и да је њихово мишљење по овом питању хомогено ($M = 4,54$; $SD = 1,06$; $C_v = 23,25$).

Студенти експерименталне групе су такође имали могућност да у писаној форми, анонимно, дају коментаре о експерименталном програму. Као најкориснији сегмент експерименталног програма студенти су издвојили симулације усмерених активности, као и њихову анализу и рефлексiju. Сматрају да им је држање активности у симулираном окружењу, као и могућност кориговања припреме пре држања активности у вртићу била од великог значаја („Похваљујем то што смо имали прилике пре реализације саме активности да одржавамо симулације истих, и ова идеја је уродила плодом, јако нам је значила.”).

Неки од студената сматрају да би овакав начин рада требало увести и у практикуме других методика („Ову идеју би требало сви да примењују.”). Истакли су важност симулације усмерене активности у окружењу које што верније осликава атмосферу каква влада у предшколској установи. Зато је од изузетне важности активно учешће осталих чланова групе у улози деце који су допринели стварању такве атмосфере.

Ако узмемо у обзир ове резултате, као и резултате на које указују Михајловић и Миликић (2018), као и Михајловић (2019), можемо констатирати да примена студије часа има позитиван ефекат на различите аспекте оспособљавања будућих васпитача за васпитно-образовни рад. Ипак, не би требало занемарити чињеницу да је истраживање спроведено на малом узорку, и да би ове резултате требало проверити у неким будућим студијама.

Закључак

Циљ нашег рада био је да утврдимо да ли су студенти у могућности да препознају значај примене студије часа у процесу припреме за бављење васпитно-образовним радом. Задатак који је произашао из овако формулисаног циља био је да уочимо евентуално постојање разлике у процени степена корисности примене експерименталног програма у односу на традиционални начин реализације методичког практикума са становишта развоја професионалних компетенција. Анализа добијених резултата након обављеног истраживања показала је да, иако су студенти експерименталне групе своје искуство проценили вишом оценом, не постоји статистички значајна разлика у нумеричким оценама студената. Такође, закључено је и да су студенти експерименталне групе става да је начин рада који је обухватао примену студије часа у многоструком допринео побољшању њиховог будућег васпитног рада у области развоја математичких појмова. Ограничења која простичу из величине узорка на којем је спроведено истраживање не дозвољавају да извршимо генерализацију добијених резултата, али је вредност обављеног истраживања свакако у томе што смо се бавили ефектима примене студије часа на повећање професионалних компетенција будућих васпитача. Резултати овог истраживања могу послужити као подстицај за даља истраживања ефеката примене студије часа како би се променио став будућих васпитача према васпитно-образовном раду, повећало самопоуздање и ефикасност у раду.

Литература

- Cajkler, W., Wood, P. (2015). Adapting 'lesson study' to investigate classroom pedagogy in initial teacher education: what student-teachers think, *Cambridge Journal of Education*, 46:1, 1–18, DOI: 10.1080/0305764X.2015.1009363
- Chassels, C., Melville, W. (2009). Collaborative, reflective, and iterative Japanese lesson study in an initial teacher education program: Benefits and challenges, *Canadian Journal of Education*, 32(4), 734–763.
- Cohan, A., Honigsfeld, A. (2006). Incorporating lesson study in teacher preparation, *The Educational Forum*, 71(1), 81–92.
- Fernandez, M. L. (2005). Exploring "lesson study" in teacher preparation, *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 305–312.
- Fujii, T. (2015). The Critical Role of Task Design in Lesson Study, In: A. Watson, M. Ohtani (Eds.), *Task Design In Mathematics Education*, New ICMI Study Series. Springer, Cham, https://doi.org/10.1007/978-3-319-09629-2_9

Ganesh, B., Matteson, S. M. (2010). The benefits of reteaching lessons in preservice methods classes, *Action in Teacher Education*, 32(4), 52–60. doi: 10.1080/01626620.2010.549718

Jakimovik, S. (2014). Matematičko znanje vaspitača, *Godišnjak Učiteljskog fakulteta u Vranju*, 5, 11–21.

Kennedy, M. (1999). The role of preservice teacher education, In: L. Darling Hammond, G. Sykes (Eds.), *Teaching as the learning profession: Handbook of policy and practice*, San Francisco: Jossey-Bass, 54–85.

Lenski, S. J., Caskey, M. M. (2009). Using the Lesson Study Approach to Plan for Student Learning, *Middle School Journal*, 40(3), 50–57.

Lewis, C. (2002). *Lesson Study: The Core of Japanese Professional Development*, Invited Address to the Special Interest Group on Research in Mathematics Education, Retrieved on January 3rd, 2016 from <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED444972.pdf>

Matanluk, K., Johari, K., Matanluk, O. (2013). The Perception of Teachers and Students toward Lesson Study Implementation at Rural School of Sabah: A Pilot Study, *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 90, 245–250.

Mihajlović, A., Milikić, M. (2018). The Impact of Lesson Study on Pre-service Kindergarten Teachers' Mathematics Teaching Anxiety, In: E. Kopas-Vukašinović, J. Lepičnik-Vodopivec (Eds.), *Innovative teaching models in the system of university education: opportunities, challenges and dilemmas*, 107–119.

Mihajlović, A. (2019). Increasing Pre-service Kindergarten Teachers' Mathematics Teaching Efficacy through Lesson Study, *The New Educational Review*, 55(1), 89–99, DOI: 10.15804/tner.2019.55.1.07.

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије (2018). *Основе предшколског васпитања и образовања*, Београд.

Mostofo, J. (2013). *Using lesson study with preservice secondary mathematics teachers: Effects on instruction, planning, and efficacy to teach mathematics* (doctoral dissertation), Arizona State University, <https://repository.asu.edu/items/16460>.

Mostofo, J. (2014). The Impact of Using Lesson Study with Pre-Service Mathematics Teachers, *Journal of Instructional Research*, 3, 55–63.

Newton, K., Leonard, J., Evans, B., Eastburn, J. (2012). Preservice Elementary Teachers' Mathematics Content Knowledge and Teacher Efficacy, *School Science and Mathematics*, 112, 289–299.

Sims, L., Walsh, D. (2009). Lesson study with prospective teachers: Lessons from lessons, *Teaching and Teacher Education*, 25, 724–733.

Qian, H., Youngs, P. (2016). The effect of teacher education programs on future elementary mathematics teachers' knowledge: A five-country analysis using TEDS-M data, *Journal of Mathematics Teacher Education*, 19, 371–396.

Aleksandra Mihajlović

Nenad Vulović

Milan Milikić

University of Kragujevac

Faculty of Education in Jagodina

USING JAPANESE LESSON STUDY IN PREPARING PRESERVICE KINDERGARTEN TEACHERS FOR PERFORMING DIRECTED ACTIVITIES IN THE FIELD OF DEVELOPMENT OF ELEMENTARY MATHEMATICAL CONCEPTS

Summary: The presented study aimed to investigate the attitudes of pre-service kindergarten teachers about the effects of two models of Mathematics Teaching Practicum teaching practice (Lesson Study model and traditional model of teaching practice) on the development of their professional competences to teach mathematics concepts. The quasi-experimental design with two parallel groups was used. The sample of research consisted of 49 students which were divided into control (27) and experimental group (22). The experimental group worked according to the experimental program which included the application of the Lesson Study design of teaching practice, while the control group worked in the traditional way. The results indicate that, although the students of the experimental group expressed more positive attitudes towards the usefulness of the applied model of teaching practice for the development of their professional competences, there was no statistically significant difference in attitudes between the two groups. As the most useful segment of the experimental program, students singled out the possibility of carrying out directed activities in a simulated environment and, after the evaluation, carrying out the same activity in a real environment in the kindergarten. Although the findings of the study cannot be generalized due to the small sample size, we believe that the results of this research have significance for both researchers and educators involved in teacher education preparation programmes.

Keywords: Lesson study, development of elementary mathematics concepts, preservice kindergarten teachers, professional competences.

Vana Colić

Univerzitet u Beogradu
Matematički fakultet
Student master studija

DOI: [10.46793/MANM4.302C](https://doi.org/10.46793/MANM4.302C)

УДК: 37.091.3::51-028.31

POZITIVNE I NEGATIVNE STRANE PET METODIČKIH PRISTUPA U RANOM MATEMATIČKOM OBRAZOVANJU

Apstrakt: Danas je prisutna tendencija, u svetu i kod nas, da se deca od sve ranijih uzrasta obrazuju. U tom kontekstu se i sa matematičkim obrazovanjem počinje rano, pre polaska dece u školu, pri čemu se koriste različiti pristupi. U radu će biti predstavljeno pet poznatih metodичких pristupa u ranom matematičkom obrazovanju, uz isticanje dobrih i loših strana svakog od njih. Ukazaćemo na prednosti i nedostatke rada po metodici Marije Montessori, zatim po metodici ruskog autora Nikolaja Zajceva, kao i sistema razvijajućih igara koji su osmislili braćni par Nikitini. Predstavićemo rad po Valdorf pedagogiji i kod nas sve popularniju metodu Suan Pan. Većina ovih pristupa se primenjuje u okviru institucionalizovanih oblika ranog obrazovanja, sa izuzetkom sistema razvijajućih igara koji su Nikitini osmislili za primenu u porodičnim uslovima. Neki od pristupa su imali veoma veliki uticaj na razvijanje programa rada u predškolskim vaspitnim institucijama, kao što su stanovišta Marije Montessori i Valdorf pedagogija, a neki od pristupa su manje poznati i zastupljeni u našoj praksi. Smatra se da je veoma važno poznavati različite teorije i pristupe u radu sa decom da bi praktični pedagoški rad bio naučno zasnovan. Uklapanje raznih pristupa u jedinstven koncept nije jednostavno, jer su neke od ovih teorija ne samo različite, već i kontradiktorne. To samo potvrđuje potrebu i neophodnost da se ranom obrazovanju generalno, pa i matematičkom obrazovanju, pristupi interdisciplinarno, uzimajući u obzir saznanja iz različitih oblasti nauke, kao i interaktivno, uključujući sve učesnike detetovog razvoja, decu, stručnjake i roditelje.

Ključne reči: rano matematičko obrazovanje, metodika, interdisciplinarno, interaktivno.

Uvod

Matematičko obrazovanje generalno ne treba posmatrati usko u smislu ovladavanja računskim operacijama, nego u širem smislu podsticanja razvoja intelektualnih sposobnosti. U tom smislu, i rano matematičko obrazovanje

služi podsticanju razvoja kognitivnih sposobnosti i razvoju inteligencije. Ne posmatramo ga u uskom kontekstu pripreme dece za školu, već u širem kontekstu podsticanja razvoja logičko-matematičkog mišljenja, raznovrsnih načina sticanja i sređivanja iskustva, rešavanja problema, razvoja intelektualne samostalnosti, razvoja stvaralačkih sposobnosti. Ono treba da doprinosi unapređivanju saznavnih sposobnosti, olakšava saznavanje sveta oko sebe, razvija raznovrsne načine delovanja, pomaže potpunijem otkrivanju i upoznavanju samoga sebe, kao i uspostavljanju komunikacije sa drugim ljudima. Matematičko obrazovanje izgrađuje logiku, sposobnosti i umenja da u bilo kojoj situaciji, praktičnoj, životnoj, ne samo školskoj, rešavaju različite probleme, koristeći logičko matematičko mišljenje.

U ovom radu ćemo predstaviti pet različitih metodičkih pristupa u ranom matematičkom obrazovanju: rad po metodici Marije Montesori, metodički pristup Nikolaja Zajceva, Valdorf pedagogiju, metodiku Nikitinih i Suan Pan metodu. Trudićemo se da posebno istaknemo njihove prednosti i nedostatke u radu sa decom.

Rad po metodici Marije Montesori

Pedagogija Marije Montesori je usmerena na duhovno-filozofska promišljanja smisla i svrhe ljudskog života. Ona smatra da je shvatanje vaspitanja i obrazovanja kao pukog prenošenja znanja beskorisno i da se ne sme zanemarivati celovitost ličnosti. Uloga odraslih u procesu vaspitanja i obrazovanja je pre svega da prepoznaju, razumeju i podstaknu proces koji dete samostalno izgrađuje. U centru njenog pedagoškog pristupa je dete. Naglasak je na izgradnji individualnog puta i obrasca učenja, kao i maksimalnom razvoju potencijala svake jedinke.

Poseđovala je veliku veru u razvojne mogućnosti deteta. Sloboda koju deca imaju u smislenom radu u Montesori vrtićima i školama omogućava im da razvijaju intelektualne potencijale, sposobnosti promišljanja, intuicije, samostalnog rada i učenja, samodiscipline, kao i socijalne svesti. Dete u svojoj celovitosti nosi u sebi vaspitne ciljeve usklađene sa pojedinim uzrasnim dobima. Deca poseduju upijajući um koji ima jedinstvenu sposobnost prijema svih fizičkih, mentalnih i duhovnih aspekata okruženja, bez napora. Svako dete u sebi nosi plan sopstvenog sazrevanja i deca poseduju snažnu motivaciju za samoizgrađivanjem. Najvažniji cilj vaspitanja jeste omogućiti deci slobodan razvoj tako da se vaspitnim postupcima ne smemo direktno mešati u dečji razvoj, već mu samo pružiti podršku za razvoj sposobnosti samovaspitanja i samoobrazovanja.

Postoji jaka veza između postojanja dečje mogućnosti da imaju pravo izbora sopstvenih aktivnosti i razvoja njihovih pozitivnih intelektualnih

dispozicija. Deci se pruža mogućnost izbora aktivnosti i načina provođenja vremena u obrazovnoj insituciji, kao i mogućnost izbora načina realizacije date aktivnosti. Po mišljenju Marije Montessori, deca dominantno uče putem čula. Stoga je vrlo važno da se za decu kreiraju specijalni materijali, didaktička sredstva, koja će im omogućiti kvalitetno i bogato opažanje i podstaći upotrebu i razvoj većeg broja čula. Razum se razvija preko pokreta, jer kretanje podstiče duhovni i psihički razvoj deteta.

U pedagoškim pogledima Marije Montessori stadijumi posebne osetljivosti čine životne periode u kojima individua poseduje izražene posebne sklonosti ka primanju određenih vrsta nadražaja na koje organizam spontano reaguje. Postoje stadijumi posebne osetljivosti za govor, red, uočavanje malih delova, pobošljanje čulnih sposobnosti, spretnost u kretanju i društveno ponašanje. Stadijumi su sveprisutni, preklopivi, vremenski ograničeni i uočljivi. Cilj učitelja je da u obrazovno-vaspitnom radu sa svakim detetom ponaosob prepozna njegove stadijume posebne osetljivosti i pruži mu maksimum povoljnih uslova za razvoj onih sposobnosti koje su posebno karakteristične za dati razvojni stadijum. Dete ne treba nastavnim materijalom da se igra samo igre radi, već da ujedno upoznaje unutrašnje zakonitosti u materijalu i da ga upotrebljava u skladu sa tim zakonitostima. Proces rada sa didaktičkim materijalima podstiče vežbu dečjih intelektualnih moći i ujedno širi njihove mentalne sposobnosti.

Didaktički materijal koji je Montessorijeva razvila kroz dugogodišnju pedagošku praksu je nadovezujući, postupno postaje sve teži, samoregulatoran je, omogućava dečji samostalni rad, raznovrstan je i kompatibilan sa ostalim vidovima učenja. Montessorijeva je razvila koncept objedinjene škole u kojoj nema striktno diferencijacije prema razredima i uzrastima, već se formiraju kombinovani razredi od tri godišta. Karakteristična su otvorena vrata u školskoj zgradi, deca mogu slobodno prelaziti iz odeljenja jednog uzrasta u odeljenje drugog uzrasta. Na taj način maksimalno se poštuje individualnost deteta i pruža mu se mogućnost da pronađe sebi adekvatan kutak za rad, adekvatne sadržaje i načine rada.

Montesori sistem vaspitanja je orijentisan na adaptaciju programa obuka nastavnog kadra i nastavnih metoda u skladu sa kulturnim kontekstom društva u kome se model implementira. Najčešće zamerke su preterani individualizam i preterani intelektualizam. Prisutna je dominacija individualnog rada deteta, bez značajne mogućnosti i prostora za grupni rad, dečju razmenu iskustava, razvoj veština komunikacije i kooperacije, te sveukupnu socijalizaciju ličnosti. Takođe, dominantni su didaktički zadaci, igra, didaktički materijali, a deca su u toku dana pretežno orijentisana na razvoj intelektualnih sposobnosti. Sam didaktički materijal ima jak intelektualni naglasak i ne ostavlja dovoljno prostora za dečju slobodnu i nesputanu igru i eksperimentisanje sa datim materijalima.

Prednosti ovog metoda rada su da razvija zapažanje, pažnju, samostalnost, disciplinu, kao i sitnu motoriku šake važnu za početnu pismenost. Takođe, smatra se da podstiče razvoj leve hemisfere mozga, koja je zadužena za logiku, motoriku i analitičke sposobnosti. Međutim, u metodici Montesori se uopšte ne razvija desna hemisfera mozga koja je odgovorna za stvaralačke sposobnosti. Ovaj sistem rada ne odgovara svoj deci, aktivna deca se neće dobro osećati tokom rada, zatvorena deca mogu još više da se zatvore u sebe, a kreativnoj deci se neće svideti taj način rada. Malo pažnje je posvećeno fizičkom razvoju i razvoju komunikacije sa drugima. Prednost se daje individualnom radu deteta umesto kolektivnih igara.

Metodički pristup Nikolaja Zajceva

Glavna ideja metodičkog pristupa Nikolaja Zajceva je da učenje mora da se oslanja na sve oblike opažanja – razmišljanje, aktivno praktično delovanje, slušno i vizuelno pamćenje i, što je najvažnije – potrebno je da pomogne detetu da uči kroz igru, veselo, bez mučnih sedenja za stolom.

Zajcev se zalaže za rano matematičko obrazovanje, pre polaska u školu. Smatra da nema uzrasnog ograničenja – čim dete progovori, treba početi da mu se pokazuju kartice sa brojevima i imenuju ih. Rad se postepeno produžava i postaje sistematičniji, ali i dalje ima igrovnu formu. Tako se mozak deteta postepeno privikava na nova znanja, priprema se za učenje i detetu se takav rad sviđa, nema otpora prema učenju. Obuka se vrši pomoću kartica, koje se sastoje od brojeva do 100 i strukture broja. Kartice se postavljaju na zidove, u nivou očiju deteta i svaki put kada se proučavaju novi brojevi, samo se dodaju kartice. Tako dete vidi redosled brojeva, sastav broja i odnose. Postepeno kroz spontanu igru dete usvaja znanja o brojevima. Zanimljivo je to da čim savlada prvu deseticu, odmah počinju sa operacijama sabiranja i oduzimanja. Dete brzo savlada prvu deseticu i uskoro slobodno radi do stotine. Posle toga se mogu probati i druga sredstva za učenje do hiljadu, kompleksne operacije sa brojevima, tablica množenja, geometrija.

Zajcev smatra da upoznavanje sa brojevima i matematičkim operacijama mora da počne pre polaska deteta u školu, kada su deca spremna da ga prihvate u igrovnoj formi. On smatra da kada se deca bave matematičkim aktivnostima u igrovnoj formi i ne dugim po trajanju, ona lakše uče i izbegavaju većinu školskih grešaka zahvaljujući tome što su im te aktivnosti zanimljive i dopadaju im se. Zato se i dogodi da deca koja se obučavaju po metodici Zajceva nauče da brzo i sa lakoćom rešavaju složene matematičke zadatke.

Kao što smo rekli, obučavanje matematičari sprovodi se uz pomoć kartica koje se sastoje iz brojeva do sto i njihovog sastava. Na primer, kada se uče brojevi do deset sve karte predstavljaju tablice u dva reda sa pet kolona kružića

i svaki broj je označen količinom obojenih kružića. Pri prelazu na izučavanje desetica, koristi se nekoliko kartica, kartice sa obojenih svih deset kružića se stavljaju jedne ispod drugih sa leve strane, a desno se stavljaju kartice sa brojem jedinica na kojoj je obojen odgovarajući broj kružića.

Zajcev ne preporučuje da se primeri zapisuju, već da se vizuelno rešavaju uz pomoć trake koja se sastoji od kartica sa brojevima poređanim na zidu. Predlaže da se deca upoznaju i sa složenijim aritmetičkim aktivnostima. Na primer, za usvajanje tablice množenja razrađeno je didaktičko sredstvo „Pitagora”. Geometrijska znanja takođe nisu ostavljena po strani. Za učenje te oblasti postoje „Platonova tela” i „Ornament”.

Po mišljenju Zajceva, najbolji način učenja je kada je autor programa samo dete, što znači da se detetu nude sadržaji, a svako uzima onoliko koliko može. Po toj metodici nema teških i lakih zadataka jer svako dete radi svojim tempom i prema njemu primerenom programu. Zbog toga se za ovu metodiku kaže da nije agresivna u odnosu na dete. Deca nemaju strah od greške, a uz pomoć kartica se kod njih održava interesovanje. Po ovoj metodici se može raditi i kod kuće, ali se ipak preporučuje da se radi van kuće, u društvu vršnjaka, kako bi dete moglo da uči u interakciji sa drugom decom. Ovoj autor smatra da nije naročito korisno proveravati znanja dece, već je mnogo korisnije učestvovati u procesu učenja. Ova se metodika smatra jednom od najprogresivnijih. Neki je proglašavaju metodikom budućnosti. U praksi su najpoznatije kocke i tablice Zajceva, ali njegovu metodiku, pored toga, čine i razne zabavne igre, muzičke igračke, puzzle i kompleti konstruktivnih materijala.

Rad po ovoj metodici pomaže deci da brzo uče računanje, deca se mnogo kreću tokom učenja, razvijaju stvaralačko mišljenje, a obučavanje protiče kroz igru. Vežba se i dobro razvija vizuelno pamćenje i generalno sposobnost pamćenja. Zajcev je osmislio bogat didaktički materijal, kocke Zajceva i tablice za aritmetičke operacije. Ovaj postupak se kritikuje jer je nedovoljno pažnje posvećeno razvoju sitne motorike šake i često se kod dece javlja preceunjavanje sopstvenih sposobnosti i osećaj da znaju sve.

Valdorf pedagogija

Prvu Valdorfsku školu osnovao je Rudolf Štajner, još početkom 20. veka, kao školu za obrazovanje radnika. Valdorf pedagogija se naziva i pedogogijom jednakih mogućnosti. Ovaj pedagoški pristup je imao i danas ima značajan uticaj na obrazovne sisteme u celom svetu. Štajner je smatrao da se čovekov razvoj odvija u sedmogodišnjim razdobljima. Prvi period karakteriše oponašanje i upijanje. Drugi period karakteriše učenje preko autoriteta učitelja kojeg dete voli, a poseban naglasak je na razvoju dečjeg osećajnog života i umetničkog izražaja. Treći period je doba puberteta i adolescencije. Kod učenika

se razvija moć apstraktnog mišljenja i konceptualnog prosuđivanja. Četvrto sedmogodišnje razdoblje karakteriše pojava vlastitog *ja*, formirani su telo i duša, čovek je osposobljen za puno, slobodno i samostalno prosuđivanje. Za ovaj pedagoški pristup karakteristično je zalaganje za sveobuhvatno shvatanje vaspitanika, holistički pristup u vaspitanju i obrazovanju. Štajner je nastojao da objedini umetnost, nauku i religiju, i na njima zasnuje celokupan vaspitno-obrazovni proces. Vaspitanje i nastava u Valdorfskoj pedagogiji se ne razlažu na teoriju i praksu. Zato u školi nema sasvim odvojenih predmeta, a sve što dete uči je celovit doživljaj njega samog i sveta koji ga okružuje. Jedan od osnovnih ciljeva vaspitno-obrazovnog procesa treba da bude da se mlade generacije nauče živeti i učiti, što podrazumeva usklađenost mladog čoveka sa samim sobom i sa svetom koji ga okružuje i čiji je neodvojivi deo.

Čula su veoma važna za sveukupan čovekov razvoj. Štajner ih definiše kao vrata kroz koja svet ulazi u čoveka. On navodi 12 čula koja deli u tri kategorije, to su: spoljašnja čula koja su podređena mišljenju, spoljašnje-unutrašnja čula podređena osećanjima i unutrašnja čula podređena htenju. Holistički pristup i sveobuhvatan pristup detetu podrazumeva ravnopravan tretman i razvoj svih dvanaest čula. Učenici treba da budu maksimalno aktivirani u vaspitno-obrazovnom procesu, nastavnim pristupima i interaktivnim metodama, dok puko memorisanje gradiva treba izbeći. Elementarno čulno iskustvo preko prirodnih materijala i prirodnih praoblika jeste temelj svakog učenja. Mnogo toga što se u redovnim školama sa teškom mukom prenosi na apstraktan način i od učenika zahteva previše, ulazi preko čulnog iskustva u osećanja Valdorfskih učenika, pa se tako lakše i pamti. Deci je sasvim dovoljno malo podsticajnih sredstava za razvoj čula. Posebno važnu ulogu u tim procesima imaju grupne igre, slobodna igra, igre u krugu, igre sa muzičkim instrumentima, rad u vrtu i bavljenje životinjama.

U prvom sedmogodišnjem periodu dete treba štititi i posmatrati sa divljenjem i strahopoštovanjem prema onome što je donelo sa sobom na svet. Kvalitetan ambijent za nesmetan razvoj deteta je ambijent pun zaštite, topline, blagih ritmova i zdrave hrane. Osnovnu igračku dete dobija rođenjem, to je njegovo telo. Telo je tokom celog dana instrument za igru i učenje i predstavlja prvi susret sa svetom. Dobra igračka treba da bude izrađena od prirodnih materijala, u svojim izvornim geometrijskim oblicima (krug, trougao, četvorougao) i bojama. Detetu treba pružiti lutku realnih oblika i izgleda. Deci trebaju čiste, nepomešane boje, one deluju blagotvorno na dečju psihu. U toku radnog dana deci se čitaju brojne pesme i priče, značajno vreme se posvećuje pevanju i plesu, slobodnim ili didaktičkim strukturiranim igrama. Izrazita pažnja se posvećuje obeležavanju značajnih nacionalnih, internacionalnih ili religijskih praznika i festivala koji ih prate.

Valdorfska škola je obrazovna institucija koja je u punoj meri posvećena da pomogne učeniku u otkrivanju i razvoju sopstvenih potencijala i da

u punoj meri iskaže svoje individualne talente. Nema ponavljanja razreda i nema selekcije učenika prema uspehu. U svedočanstvima se nalaze opisne ocene učeničkog postignuća i procena celovitog psihofizičkog i duhovnog razvoja u toj godini. Razredi obuhvataju decu istog godišta u kojima se kreira radna atmosfera, atmosfera zajedništva, učenja i kooperacije. Težište ne leži u sticanju znanja u pojedinim predmetima nego je najvažnije celovito razumevanje i duboka spoznaja sveta i čoveka. Reč je o integrisanoj nastavi koja podrazumeva proučavanje određenih širih tematskih celina, pojmova i koncepata i njihovog sagledavanja iz ugla različitih nastavnih disciplina. Nastava se ne realizuje kroz vremenski determinisane nastavne časove. Nastava se odvija relaksiranijim ritmom i obrada jednog pojma ili teme se odvija kroz tri do četiri nedelje. Smatraju da ovako savladano gradivo ima daleko veću trajnost i dubinu i da se ovako uči za život.

U učionicama ima vrlo malo gotovih knjiga, nastavnih sredstava i didaktičkih materijala, već je jak naglasak na učeničkoj samostalnoj izradi nastavnih sredstava od prirodnih materijala. Sedam osnovnih formi nastavnog rada su: istraživanje, empatija, pričanje priča, crtanje, diskusija, drama i rutine. Jak naglasak je stavljen na slobodu i kreativnost učenika i učitelja, pa tako postoji i velika sloboda u kreiranju kurikuluma, kao i odabiru oblika i metoda rada. Cilj vaspitanja u Valdorfskoj pedagogiji za svako dete jeste puno ispunjenje njegove jedinstvene sudbine. Da bi se to ostvarilo, treba osluškivati pravu detetovu prirodu. Individualnost čoveka je slobodna, besmrtna i jedinstvena. Učitelj treba sa strahopoštovanjem da se odnosi prema duhovnom poreklu deteta, njegova glavna funkcija u vaspitno-obrazovnom procesu je da bude duhovni pomagač detetovog razvoja. Vaspitava se ono što čovek nosi sa sobom, pa vaspitne ciljeve i postupke treba izvesti iz prirode i sposobnosti samog vaspitanika.

U ovakvom pedagoškom pristupu kod dece se razvija stvaralačko mišljenje, dok je u drugim metodikama tome posvećeno mnogo manje pažnje. Dete se ne boji da greši jer ne postoji sistem ocena, što učenje i obučavanje po ovoj metodi čini više harmoničnim. Razvijene su raznovrsne igrovne forme i postoji velika količina igračaka napravljenih od prirodnih materijala. Međutim, ovaj način rada ne odgovara deci koja imaju matematički sklad uma jer im neće uvek biti zanimljivo. Opismenjavanje dece počinje vrlo kasno, pa se ne pripremaju za školu. Televizor i mediji su zabranjeni, jer smatraju da masovni mediji imaju rušilačko dejstvo na razvoj deteta.

Prednosti Valdorfskog obrazovanja su rano uvođenje dece u savremene strane jezike, kombinacija razredne i predmetne nastave, razvoj govora i slušanja kroz naglašenu oralnu aktivnost, dobra usklađenost gradiva sa tempom napredovanja učenika, kreiranje kurikuluma i načina ocenjivanja na osnovu dečijih razvojnih potencijala, aktivan pristup umetnostima i kreativnosti, naglasak na učiteljskoj reflektivnoj aktivnosti i visokom nivou samoosvešćenja

sopstvene nastavne prakse, sveobuhvatno, ekstenzivno i kvalitetno beleženje i procena učeničkih postignuća i visok nivo menadžmenta mikropedagoških procesa. U školi je kreirano pozitivno okruženje za učenje u kome su učenički potencijali i kulturno nasleđe iz koga potiču tretirani sa punim poštovanjem. Primena Valdorf pedagogije pomaže da se uočene razlike i netrpeljivosti prevaziđu na adekvatan način i da se kod učenika pronade način da svoj odnos prema školskom drugu zasnivaju pre svega na upoznavanju njegove ličnosti.

Metodika Nikitinih

Bračni par Nikitin smatra da roditelji moraju da se pobrinu za intelektualni razvoj svog deteta od najranijeg uzrasta. Smatraju da je prva etapa u formiranju sposobnosti deteta aktivan fizički razvoj (plivanje, gimnastika, kretanje), a sledeći važan faktor je rani kontakt sa slovima, ciframa, kockama, priborom za crtanje, što predstavlja neraskidivu povezanost fizičkog i intelektualnog razvoja. Pozivaju se na rezultate neuronauke, koja je dokazala da za razvoj mozga nije dovoljna samo pravilna ishrana nego i stimulacija. Predlažu sistem razvijajućih igara, po kome deca već u predškolskom uzrastu uče brojeve i osnovne matematičke operacije. Njihova metodika razrađena je za roditelje, svaki roditelj može samostalno da je razume i primeni u svakodnevnom životu. Deca nisu podvrgnuta nikakvom specijalnom programu obučavanja, već se pred njih stavlja sistem zadataka koji se postepeno usložnjavaju. Deca o njima samostalno razmišljaju i rešavaju ih, a ukoliko ne uspeju nešto da reše treba ih vratiti na lakše zadatke, a ne podučavati ih. Deca su tokom igre sve vreme angažovana. Prolazeći kroz sistem zadataka, deca otkrivaju i uče da samostalno aktivno misle. Igre su zanimljive deci raznog uzrasta, pa i odraslima. Na prvi pogled deluje da roditelji moraju jako puno vremena da odvoje za primenu ovog metoda, što nije tačno. Kritični momenti su samo kada se uvodi nova igra. Kasnije su deca potpuno samostalna. U radu po ovoj metodici dominantno je postepeno usložnjavanje sistema aktivnosti, učenje kroz igru, sloboda izbora i samostalnost deteta.

Metodika Nikitinih se razlikuje od uobičajenih formi obučavanja kao što su pokazivanje, objašnjavanje, ponavljanje. Suština njihove metodike je u tome da se dete ne podvrgava nikakvom određenom programu obučavanja, već se uvodi u svet igre u kome samostalno bira aktivnost. Detetu se ne objašnjava nova igra, ono se u nju uvlači pomoću priče, uz podršku starijih, učešćem u kolektivnim igrama. Ovladavanje novom igrom po pravilu se odvija uz aktivno učešće starijih, a kasnije se dete može samostalno igrati. Kada dete izgubi interes za igru, treba da je napusti.

U ovoj metodici se ne postavlja pitanje uzrasta u kome deca treba da počnu da uče. Ovde se predlaže da se što je moguće ranije deca okruže takvim

uslovima i takvim sistemom odnosa koji će stimulirati njihovu raznovrsnu samostalnu aktivnost: raznovrsne karte i knjige sa krupnim slovima, papir i pribor za pisanje, konstruktivni građevinski materijal, sitni alati, jednostavni sportski rekviziti (merdevine, kanapi, обручи i dr.), što će proširiti iskustvo deteta. Radoznalost deteta, njegovo ineteresovanje i oduševljenje za podsticajnu sredinu će obezbediti aktivno istraživačko ponašanje deteta, koje je na ranim uzrastima mnogo efikasnije od verbalnog objašnjavanja. To ne isključuje učešće i pomoć odraslih, pri čemu je osnovno pravilo da odrasli ne treba da rade umesto deteta ništa što dete može da uradi samo, bez obzira na uzrast deteta.

Razvijajuće igre koje predlažu Nikitini imaju sledeće karakteristike: svaka igra predstavlja komplet zadataka koje dete rešava koristeći konstruktivne elemente različitih oblika; zadaci se daju deci u različitim formama u vidu trodimenzionalnog modela, dvodimenzionalnog crteža, izometrijske slike, čime se dete upoznaje sa raznim načinima prenošenja informacija; zadaci su poređani po principu od prostog ka složenom i postoje različiti nivoi složenosti, od zadataka dostupnih deci od 2 do 3 godine, do zadataka za odrasle. Nije dozvoljeno podučavati decu niti navoditi na tačna rešenja ni rečima ni gestovima i mimikom, ne treba očekivati da će dete rešiti zadatak iz prvog pokušaja nego mu treba dati dovoljno vremena da svojim tempom reši zadatak. Tačna rešenja su predstavljena ne u obliku broja ili slova, već u obliku crteža ili uzora tačnog rešenja, što omogućava detetu da samostalno proverava tačnost rešenja zadatka.

Većina preporučenih igara su fleksibilne i otvorene, tako da omogućavaju deci i roditeljima da ih sami dalje razvijaju i izmišljaju nove varijante i nove igre na osnovu ponuđenih. Razvijajuće igre omogućavaju svakom detetu da maksimalno razvije svoje mogućnosti i postepeno ih proširuje, pre svega zahvaljujući principu od prostog ka složenom i veoma važnom uslovu, samostalne aktivnosti. Ove igre kod dece razvijaju intelektualne sposobnosti, kao što su pažnja, pamćenje, posebno vizuelno pamćenje, umeće uočavanja uzročno-posledičnih veza i zakonitosti, uočavanje grešaka i nedostataka, sposobnost klasifikovanja i sistematizovanja materijala, sposobnost kombinovanja, predstavljanja i zamišljanja prostora, predviđanja rezultata aktivnosti. Pored bogatog izbora, konkretnih igara za decu različitih uzrasta, predloga didaktičkih materijala koji se koriste u tim igrama, sastavni deo ove metodike su i saveti roditeljima, na koji način da provode vreme sa decom, organizuju igre i u njima učestvuju, tako da ih ne sputavaju.

Ova metodika je dobra jer deca mnogo vremena provode sa roditeljima i primenljiva je u svakodnevnom životu. Podjednaka pažnja je posvećena kako intelektualnom tako i fizičkom razvoju deteta. Razrađen je sistem aktivnosti koje se postepeno usložnjavaju, što pomaže racionalnoj organizaciji vremena. Takođe, dobro je što deca imaju slobodu izbora, uče kroz igru i samostalno su u procesu učenja. Loša strana ove metodike je što nema individualnog

pristupa detetu. Kritikuje se da je nedovoljno pažnje posvećeno razvoju govora, a stvaralaštvo je isključeno. Takođe, fizičko jačanje deteta se sprovodi prilično žestokim metodama, kao što su obliivanje ledenom vodom, hodanje bosim nogama po snegu, što ne prihvataju svi roditelji.

Suan Pan metoda

Tehnika Suan Pan mentalne aritmetike predstavlja izvođenje osnovnih računskih operacija koje ne uključuje nikakve fizičke i spoljašnje instrumente kao što su digitron, papir, olovka ili računar. Od pomagala se koristi računaljka Abakus, a postoje i pomoćni materijali, testovi, da bi se na kraju obuke dete osposobilo da se oslanja samo na misaone procese. Uz pomoć organizovanih vežbi deca stiču sposobnost da vizualizuju računaljku. Prilagođena je različitim uzrastima dece i sve popularnija i na istoku i na zapadu.

Zasniva se na sistemu rada dve ruke istovremeno, što podstiče istovremeni rad leve i desne hemisfere mozga, pa mozak kod dece radi mnogo brže i efikasnije. Veruje se da navika korišćenja obe hemisfere istovremeno nakon osam meseci obuke ostaje za ceo život. Ova metoda rada pogodna je za svako dete i ona daje rezultate koji se vide na svim poljima rada deteta. Ima merljivost razvoja, iz nedelje u nedelju se može videti napredak deteta. Jača se pažnja, memorija i koncentracija. Način rada ima sličnosti sa radom po metodu Marije Montessori, jer je dete postavljeno u situaciju samoobrazovanja, ali se ovde aktivira i kreativnost, za razliku od Montessori metode. Međutim, u Suan Pan metodi fizička aktivnost je ograničena samo na šake. Aktivnosti se odvijaju u zatvorenom prostoru. Za decu obučavanje po ovoj metodi predstavlja posebnu školu, još jednu obavezu. Takođe je veoma skupo pohađati ovakvu školu. Deca koja pohađaju obuku provode manje vremena sa roditeljima.

Zaključno razmatranje

Možemo zaključiti da svaki od prikazanih pristupa ima određene prednosti i nedostatke, te da ni jedan ne može odgovarati svoj deci, niti dati rešenje svakom problemu koji može da iskrсне u svakodnevnoj praksi ranog matematičkog obrazovanja. Smatra se da je veoma važno poznavati različite teorije i pristupe u radu sa decom, da bi praktični pedagoški rad bio naučno zasnovan. Uklapanje raznih pristupa u jedinstven koncept nije jednostavno, jer su neke od ovih teorija ne samo različite, već i kontradiktorne. Potrebno je mnogo znanja, iskustva i osetljivosti za prepoznavanje individualnih stilova učenja, kako bi se pronašao najbolji pristup za razvoj logičko-matematičkih sposobnosti svakog deteta.

To potvrđuje potrebu i neophodnost da se ranom obrazovanju generalno, pa i matematičkom obrazovanju, pristupi interdisciplinarno, uzimajući u obzir saznanja iz različitih oblasti nauke, kao i interaktivno, uključujući sve učesnike detetovog razvoja, decu, stručnjake i roditelje.

Literatura

Baucal, A. (2012). *Standardi za razvoj i učenje dece ranih uzrasta u Srbiji*, Beograd: Institut za psihologiju Filozofskog fakulteta Univerziteta u Beogradu, UNICEF Srbija.

Kopas-Vukašinović, E. (2015). Značaj igre za razvoj matematičkih pojmova kod dece u predškolskoj ustanovi i školi, *Zbornik radova sa trećeg međunarodnog naučnog skupa Metodički osnovi nastave matematike III*, Jagodina: Fakultet pedagoških nauka Univerziteta u Kragujevcu. 305–318.

Milić, S. (2008). *Savremeni obrazovni sistemi*, Podgorica: Univerzitet Crne Gore.

Montesori, M. (2016). *Otkriće deteta*, Beograd: Propolis Books, Srpska Montesori asocijacija.

Никитины, Л. А., Б. П. (1990). *Развивающие игры для детей*, Москва: Физкультура и спорт, ТОМО.

Philipps, S. (2003). *Montesori priprema za život: odgoj neovisnosti i odgovornosti*, Jastrebarsko: Naklada Slap.

Polk Lillard, P. (2012). *Montesori danas*, Beograd: Propolis Books.

Szilagyine Szinger, I. (2012). Should Parents Help or How Should They Do It in Solving Open Sentences in Lower Primary Classes?, *Zbornik radova sa trećeg međunarodnog naučnog skupa Metodički osnovi nastave matematike III*, Jagodina: Fakultet pedagoških nauka Univerziteta u Kragujevcu, 83–91.

Internet izvori

<https://malenkiyrebenok.ru/kak-matematika-po-zajtsevu-uchit-by-stromu-schetu>

<http://www.metodikinz.ru/>

<http://www.mentalna-aritmetika.rs/mentalna-aritmetika-program/>

Vana Colić

University of Belgrade

Faculty of Mathematics

MA student

POSITIVE AND NEGATIVE ASPECTS FIVE METHODOLOGICAL APPROACHES IN EARLY MATHEMATICS EDUCATION

Summary: There is a tendency today, both in the world and in our country, for children education to start early. In this context, mathematics education begins early as well, even before children start school, wherein different approaches are used. This paper presented five methodological approaches in early mathematics education, highlighting the good and bad sides of each one – the method of Maria Montessori, the method of the Russian author Nikolai Zaitsev, the system of developing games designed by the Nikitins, the Waldorf pedagogy and the increasingly popular Suan Pan method. Most of these approaches are applied within institutionalized forms of early education, with the exception of the system of developing games that the Nikitins have designed for use in family conditions. Some of the approaches have had a very significant impact on the development of curricula in preschool institutions, such as the views of Maria Montessori and Waldorf pedagogy, while other approaches are less known and represented in practice. It is considered as very important to know different theories and approaches while working with children, so that the practical pedagogical work is scientifically based. Nevertheless, the integration of various approaches into a single concept is not simple, as some of these theories are not only different, but also contradictory. This only confirms the need and necessity for early education, including mathematical education, to be interdisciplinary, taking into account knowledge in various fields of science, as well as interactive, including all participants in the child's development, children, experts and parents.

Keywords: early mathematics education, methodology, interdisciplinary, interactive.

Лектура и коректура

Мср Марија Ђорђевић

Дизајн корица

Доц. мр Милош Ђорђевић

Технички уредник

Владан Димитријевић

Штампа

Факултет педагошких наука Универзитета у Крагујевцу, Јагодина

Тираж

50

Doi: [10.46793/MANM4](https://doi.org/10.46793/MANM4)

ISBN 978-86-7604-208-1

CIP - Каталогизација у публикацији
Народна библиотека Србије, Београд

37.091.3::51(082)(0.034.2)
51:159.953.5 (082)(0.034.2)

МЕЂУНАРОДНИ научни скуп Методички аспекти наставе математике (4 ; 2017 ; Јагодина)

Методички аспекти наставе математике 4 [Електронски извор] : зборник радова са четвртог међународног научног скупа одржаног 2-3. новембра 2017. године на Факултету педагошких наука у Јагодина / [уредници Ненад Вуловић, Александра Михајловић]. -Јагодина : Факултет педагошких наука Универзитета у Крагујевцу, 2021 (Јагодина : Факултет педагошких наука Универзитета у Крагујевцу). - 1 електронски оптички диск CD-ROM : текст ; 12 ст. - (Посебна издања / [Педагошки факултет, Јагодина]. Научни скупови ; књ. 19)

Системски захтеви: Нису наведени. - Радови на срп. и енгл. језику. - Текст ћир. и лат. - Нас. са насловног екрана. - Тираж 50. - Стр. 6-7: Уводна реч / Александра Михајловић, Ненад Вуловић. - Библиографија уз сваки рад. - Напомене и библиографске референце уз радове. - Summaries.

ISBN 978-86-7604-208-1

а) Математика -- Настава -- Методика -- Зборници б) Математика -- Учење -- Зборници

COBISS.SR-ID 48262409