Biljana Lučić
Osnovna škola „Petar Tasić"
Lešnica

DOI: 10.46793/MANM4.058L
УДК: 514.18:373.046-021.64

EFEKTI PRIMENE GEOMETRIJSKIH MODELA REŠAVANJA PROBLEMA U RAZREDNOJ NASTAVI

Apstrakt: U radu se razmatra praktična primena geometrijskih modela na različitim nivoima u kojima dolaze do izražaja individualne sposobnosti učenika uslovljene mentalnim razlikama, kao i nužnost i razlozi njihove primene u početnoj nastavi matematike. Na grupe učenika različitih sposobnosti i osobina primenjuju se različiti modeli učenja i nastave s ciljem ostvarivanja boljih rezultata nego u tradicionalnoj nastavi. Ovakav rad se zasniva na saznanju da određenu grupu učenika karakteriše određeni sklop osobina ili pak zajednička opšta svojstva kojima više odgovara jedan, nego neki drugi model učenja. Prilikom rešavanja problema putem modelovanja, učenik pronalazi u svojoj memoriji adekvatna matematička znanja koja povezuje sa stvarnošću gradeći pritom pogodne modele i algoritme. Na taj način se razvija algoritamsko i kreativno mišljenje koje će biti upotrebljeno u modelovanju novih problemskih situacija.

Preimućstvo koje daje ovaj model diferencirane obrade nastavnih sadržaja iz geometrije u nastavi matematike (putem problemske nastave) ogleda se u tome da je nastava matematike učinjena raznovrsnijom i dinamičnijom, pa samim tim i efikasnijom.

Ključne reči: nastava matematike, osnovna škola, geometrijski modeli, diferencijacija i individualizacija, problemska nastava.

Uvod

Velike društvene promene iznuđuju i nove potrebe i zahteve, kao i progresivne promene u obrazovanju. Novi trendovi razvoja traže od obrazovanja drugačije pripreme učenika za život. Posedovanje gotovih znanja ni u kom slučaju za nas ne može da bude dovoljno, već je neophodno da učenici uočavaju, rešavaju probleme, kao i da kreiraju nova rešenja, efektno prezentuju svoja nova znanja, da su osposobljeni da komuniciraju sa drugima, kao i da su otvoreni za promene i nove mogućnosti, osposobljeni za samostalno donošenje odluka i da imaju prilično razvijeno samopouzdanje. Sve to iziskuje

 lucicbzt@verat.net

rekonstrukciju obrazovanja u smeru njegove što veće informatizacije, što je svetski proces u koji se i mi u Srbiji uključujemo.

Geometrija u razrednoj nastavi

Geometrija je oduvek bila omiljena matematička grana upravo zbog svoje očiglednosti. Geometrijsko telo (odnosno njegov model) možemo videti, dodirnuti, napraviti, predočiti, odnosno u potpunosti ga doživeti, dok za aritmetičke pojmove to ne možemo reći. U nastavi geometrije treba da težimo razvoju intuicije, prostornog i logičkog mišljenja, kao i formiranju konstruktivno-geometrijskih umeća i navika. Suština učenja geometrije je upravo u tome što učenik u procesu učenja mora proći osnovne etape razvoja geomertijske nauke, ne preskačući pri tome ni jednu od njih, jer preskakanje u ranim etapama razvoja može da dovede do ozbiljnih saznajnih posledica, na primer gubljenja interesa za učenje, otuđenja učenika od geometrije i drugo.

Matematičko modelovanje

Svaki učenik je individua za sebe sa svojim osobinama, intelektom i sposobnostima. Na grupe učenika različitih sposobnosti i osobina primenjuju se deferencirani modeli učenja i nastave s ciljem ostvarivanja boljih rezultata nego u tradicionalnoj nastavi. Kada se modeluje neki sadržaj, moraju se poštovati zakonitosti u povezanosti i unutrašnjoj logici strukture naučne oblasti, ali i nivo mentalne razvijenosti učenika, kao i njihovo prethodno stečeno znanje i iskustvo iz proučavane oblasti, motivisanost za učenje, preferiranje pojedinih oblika i metoda organizacije nastave.

Pod modelom bi trebalo podrazumevati pojednostavljeni prikaz jedne složene strukture i njene funkcionalne veze. Model treba da istakne važna svojstva originala, a sporedna da zanemari.

Najvažniji zadatak nastavnika je u pripremi za diferenciranu obradu konkretnih problemskih zadataka i ogleda se u formiranju i strukturisanju nivoa pomoći (instrukcija) učenicima po principu minimalne pomoći. Savremeni metodičar Ceh (Zech, 1999) za rešavanje i problemskih zadataka orijentaciono postavlja hijerarhiju nivoa pomoći (taksonomiju pomoćnih sredstava):

I motivaciona pomoć,

II pomoć za povratnu informaciju,

III opštestrategijska pomoć,

IV strategijska pomoć usmerena na sadržaj,

V sadržajna pomoć.

Geometrijski modeli rešavanja problema

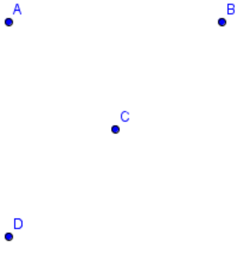
Za izradu i primenu geometrijskih modela diferencirane pomoći model-sko-problemskim pristupom u rešavanju problemskih zadataka potrebno je poznavati stepen osposobljenosti učenika. Ukoliko nastavnici dovoljno poznaju učenike, tada je za njih diferenciranje motivacione i opštestrategijske pomoći relativno jednostavno. Upravo stoga je u ilustrovanim modelima diferencirana samo pomoć usmerena na sadržaj i sadržajna pomoć, sa odgovarajućim povratnim informacijama.

Geometrijski modeli koji su prikazani u ovom radu evaluirani su u praksi na časovima utvrđivanja geometrijskih sadržaja iz matematike putem problemske nastave u prvom, trećem i četvrtom razredu osnovne škole. Učenici su radili u malim grupama. Zapravo, učenik je trebalo da samostalno obradi problem, kao i da ga reši i prenese na srodne situacije. Nastavnik je na osnovu sledećih mogućnosti proveravao rezultate učenja.

- Dozvolio im da glasno razmišljaju;
- Insistirao da mu se objasne koraci rešavanja zadatka;
- Pitao učenike za pomoćne misaone strategije;
- Postavljao nove adekvatne probleme.

Geometrijski modeli rešavanja problema u prvom razredu osnovne škole

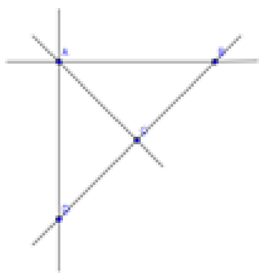
1. ZADATAK. Neka tačke ABCD predstavljaju naselja. Spoj naselja putevima. Kakve puteve možeš da dobiješ?



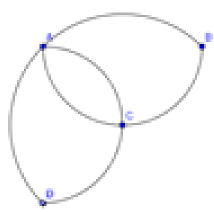
Spoj svake dve tačke pravim linijama. Kakve linije se mogu dobiti spajanjem dve tačke? Povratna informacija: Prave linije.

Kakve se linije mogu uočiti sa slike nakon spajanja?

Povratna informacija: Zatvorene linije.



Spoj svake dve tačke krivim linijama. Kakve linije se mogu uočiti na slici?



Povratna informacija: Zatvorene krive linije: ABCA; ACDA; ABCDA.

Kakve si puteve dobio?

Povratna informacija: Prave i krive (zatvorene) puteve.

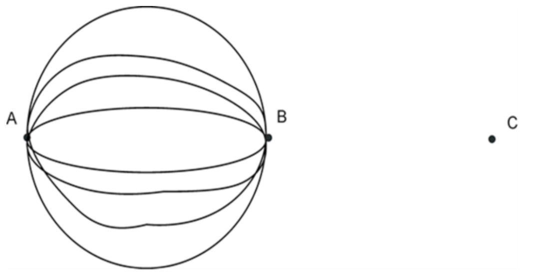
2. ZADATAK. Nacrtaj dve duži tako da se može izbrojati ukupno 3 duži.

Pomoć: Obeleži tri tačke koje se nalaze u takvom položaju da pripadaju jednoj pravi – jedna pored druge.

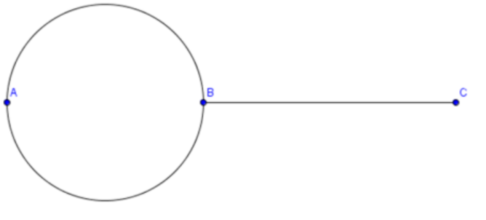
Pomoć: Dvema krivim linijama spoj tačke A i B.

Pomoć: Spoj tačke A i B tako da tim spajanjem dobiješ zatvorenu krivu liniju. Nacrtaj takve tri krive linije na istoj slici. Na koliko bi se to načina moglo učiniti?

Pomoć: Mogu li se dve tačke spojiti sa još krivih linija?



Povratna informacija: Mogu se spojiti sa bezbroj krivih linija.
Pomoć: Pravom linijom spoj tačke B i C.



Pomoć: Šta si dobio?

Povratna informacija: Duž.

Pomoć: Pokušaj da spojiš iste tačke još jednom pravom linijom od tačke C do tačke B.

Pomoć: Šta si tom prilikom uočio?

Povratna informacija: Da se ništa nije promenilo jer se te dve duži koje pripadaju dvema pravim poklapaju.

Povratna informacija: Duž AB.

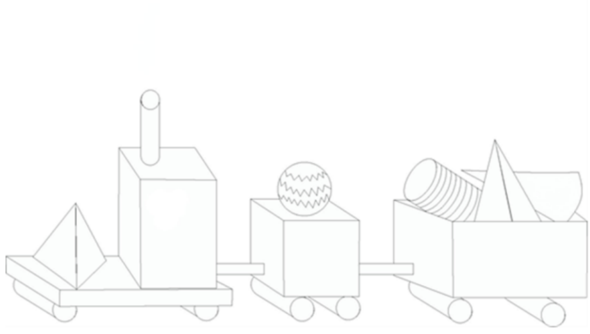
Pomoć: Spoj tačke A i C.

Pomoć: Šta si sada dobio?

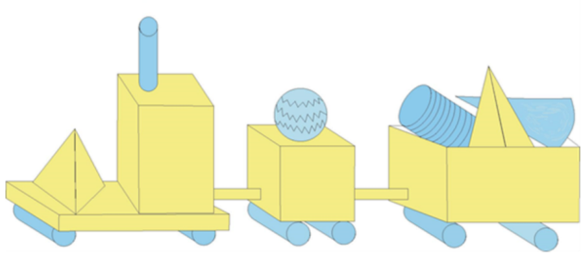
Povratna informacija: Duž AC.

Pomoć: Koliko duži ima na slici koju si nacrtao?
Povratna informacija: Tri duži.
Pomoć: Napiši koje duži si tom prilikom dobio.
Povratna informacija: AB, BC i AC.

3. ZADATAK. Na vozíću ravne površi oboj žuto, a krive površi plavo.



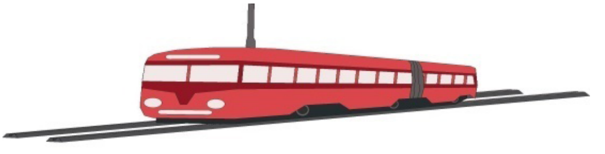
Pomoć: Koja geometrijska tela uočavaš na slici?
Povratna informacija: Valjak, kocku, loptu, piramidu, kupu.
Pomoć: Za koja tela kažemo da imaju ravnu površ?
Povratna informacija: Kocka, kvadar, piramida.
Pomoć: Kako nazivamo tela koja imaju ravnu površ?
Povratna informacija: Rogljasta tela.
Pomoć: Koja tela imaju krivu površ?
Povratna informacija: Lopta, kupa, valjak.
Pomoć: Kako nazivamo tela koja imaju krivu površ?
Povratna informacija: Obla tela.



Geometrijski modeli rešavanja problema u trećem razredu osnovne škole

1. ZADATAK. Koliko zajedničkih tačaka mogu imati dve prave?

Pomoć: Posmatrajmo tramvajske šine kao dve prave.



Pomoć: Koliko zajedničkih tačaka imaju te dve prave ?

Povratna informacija: Nemaju nijednu zajedničku tačku.

Pomoć: U kakvom su međusobnom položaju te linije?

Povratna informacija: Te linije su paralelne.

Pomerite jednu šinu tako da ona legne na drugu.

U kakvom su međusobnom položaju te dve prave (šine)?

Povratna informacija: Prave (šine) su se poklopile, tako što je jedna nalegla na drugu.

Pomoć: Koliko sada imaju zajedničkih tačaka te dve prave (šine)?

Povratna informacija: Beskonačno mnogo zajedničkih tačaka.

Pomoć: U kakvom su međusobnom položaju sada te dve prave?

Povratna informacija: Prave su paralelne.

Pomoć: Kada kažemo da su dve prave paralelne?

Povratna informacija: Dve prave su paralelne ako se nalaze u istoj ravni i nemaju nijednu zajedničku tačku ili nemaju zajedničkih tačaka.

Pomoć: Dva puta, Beograd – Zagreb i Šabac – Novi Sad, ukrštaju se na Rumskoj raskrsnici.

U kakvom su međusobnom položaju ti putevi?

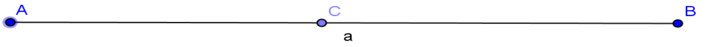
Povratna informacija: Seku se.

Koliko zajedničkih tačaka oni imaju?

Povratna informafcija: Jednu.

2. ZADATAK. Nacrtaj duž AB i izaberi na njoj tačke C, D, E. Koliko na tako dobijenoj slici ima duži?

Pomoć: Nacrtaj duž AB . Na nacrtanoj duži obeleži tačku C.

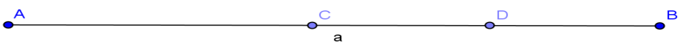


Pomoć: Koliko duži uočavaš na slici?
Napiši koje su to duži.

Povratna informacija: Tri : AB, AC i CB.

Pomoć: Između tačaka C i B obeleži tačku D.

Povratna informacija:



Pomoć: Koliko duži sada uočavaš na slici?
Napiši koje su to duži.

Povratna informacija: Šest duži: AC,AD,AB,CD,CB i DB.

Pomoć: Možeš li na osnovu date tablice da uočiš kako se dobija broj duži povećavanjem broja tačaka obeleženih na datoj duži?

Broj tačaka	2	3	4					
Broj duži	1	3	6					

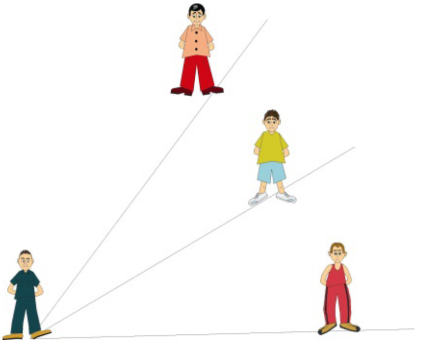
Povratna informacija: Svaki sledeći broj duži određuje se na osnovu prethodnog zbira broja tačaka i dobijenih duži.

Broj tačaka	2	3	4	5	6	7	8	...
Broj duži	1	3	6	10	15	21	28	...

3. ZADATAK. Na času matematike u školskom dvorištu učitelj je nacrtao ugaonu liniju i zamolio Bojana da stane na jedan njegov krak, Acu na drugi, a Obrena na teme ugla. Zatim je povukao polupravu iz temena ugla i presekao ugao pravom linijom, kao na slici. Zamolio je Cana da stane na tu polupravu. Utvrdite da li se Cane nalazi u oblasti ugla bOa (Bojana, Obrena i Ace)?

Pomoć: Ugao je geometrijska figura koju čine dve poluprave sa zajedničkom tačkom kao temenom ugla. Svaki ugao ima teme, dva kraka i ugaonu oblast (unutrašnju i spoljašnju). Ugaona linija deli ravan na dve oblasti, a sa svakom od njih čini po jedan ugao.

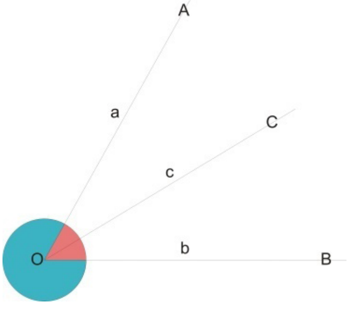
Pomoć: Nacrtaj ugaonu liniju i na jednom njegovom kraku Bojana (tačka B Bojan). Acu nacrtaj na drugom kraku ugla (tačka A Aco), a Cana nacrtaj na polupravi koja seče ugao na dva dela (tačka C Cane).



Pomoć: Kojom tačkom (kojim dečakom) na slici je obeleženo teme ugla?

Povratna informacija: Tačkom O (Obren).

Pomoć: Kojom bojom je prikazana unutrašnja, a kojom spoljašnja oblast ugla?



Povratna informacija: Plavom spoljašnja, a crvenom unutrašnja oblast ugla.

Pomoć: Navedi poluprave sa slike koje čine krake ugla.

Povratna informacija: bO, aO, cO.

Pomoć: Napiši poluprave koje na slici grade ugaonu liniju.

Povratna informacija: bOa, bOc, cOa.

Pomoć: Kako se obeležava teme, a kako kraci ugla?

Povratna informacija: Teme ugla se obeležava velikim štampanim slovom latinice, a kraci malim slovima latinice.

Pomoć: Koliko uglova uočavaš na slici i koji su?

Povratna informacija: Tri (bOa, bOc, cOa).

Pomoć: Kakav je ugao bOc po veličini u odnosu na ugao bOa?

Povratna informacija: Ugao bOc je manji od ugla bOa.

Pomoć: Ugao bOc se vidi kao deo ugla.

Povratna informacija: bOa.

Pomoć: U oblasti kog ugla je poluprava cO?

Povratna informacija: U oblasti ugla bOa.

Dakle, utvrdili smo da se Cane nalazi u oblasti ugla (bOa) Bojana, Obrena i Ace.

Geometrijski modeli rešavanja problema u četvrtom razredu osnovne škole

1. ZADATAK. Kada jednu stranicu kvadrata uvećamo tri puta, a drugu dva puta dobije se pravougaonik površine 96 cm². Za koliko je obim pravougaonika veći od obima kvadrata?

Šta je u zadatku poznato?

Povratna informacija: Poznata je površina dobijenog pravougaonika.

Šta biva sa površinom kvadrata ako mu se jedna stranica uveća dva puta?

Povratna informacija: Povšina se uvećava dva puta.

Koliko puta se uveća površina dobijenog kvadrata ako mu se jedna stanica uveća 3 puta, a druga 2 puta?

Povratna informacija: Površina će se uvećati $2 \cdot 3 = 6$ puta.

Koliko onda iznosi površina kvadrata?

Povratna informacija: $96 : 6 = 16cm^2$

Koliko je duga stranica kvadrata?

Povratna informacija: $P_\square = 16\ cm^2$, $P_\square = a^2$, $16 = a^2$, $16 = 4cm \cdot 4cm$, $a = 4cm$

Ako je stranica kvadrata 4 cm, kolike su onda stranice pravougaonika?

Povratna informacija: a = 4 · 3 = 12cm, b = 4 · 2 = 8cm.

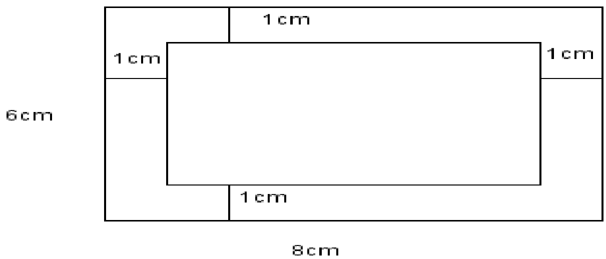
Koliki je obim kvadrata, a koliki pravougaonika?

Povratna informacija: O□ = 4cm · 4cm, O□ = 16cm, O□ = 2 · a + 2 · b, O□ = 2 · 12cm + 2 · 8cm, O□ = 40cm

Za koliko je obim pravougaonika veći od obima kvadrata?

Povratna informacija: 40cm -16cm = 4cm

2. ZADATAK. U pravougaonik dužine 8cm i širine 6cm ucrtan je drugi pravougaonik čije su stranice paralelne i na rastojanju od 1cm od stranica prvog pravougaonika. Za koliko je obim prvog veći od obima drugog pravougaonika?



Šta je potrebno da pronađemo da bismo izračunali obim ucrtanog pravougaonika?

Povratna informacija: Potrebno je otkriti kolike su dimenzije ucrtanog pravougaonika. Ako dimenzije datog pravougaonika obeležimo sa a i b, gde je a = 8cm, a b = 6cm, onda ucrtani pravougaonik ima stranice a_1 i b_1.

Koliko iznosi dužina ucrtanog pravougaonika?

Povratna informacija: a = 8cm, a_1 = 8cm - (1cm + 1cm) = 8cm - 2cm = 6cm. Širina ucrtanog pravougaonika iznosi 6cm.

Za koliko je dužina ucrtanog pravougaonika manja od datog pravougaonika?

Povratna informacija: Za 8cm - 6cm = 2cm je dužina ucrtanog pravougaonika manja od datog pravougaonika.

Na osnovu navedenog utvrdi kolika je širina ucrtanog pravougaonika.

Povratna informacija: b = 6cm, b_1 = 6cm - 2cm = 4cm.

Za koliko je širina datog pravougaonika veća od širine ucrtanog pravougaonika?

Povratna informacija: Širina datog pravougaonika je za 6cm - 4cm = 2cm veća od širine ucrtanog pravougaonika.

Izračunaj obim datog pravougaonika.

Povratna informacija: $O = 2 \cdot (a + b)$, $O = 2 \cdot (6cm + 8cm)$, $O = 2 \cdot 14cm$, $O = 28cm$.

Koliki je obim ucrtanog pravougaonika?

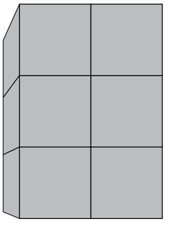
Povratna informacija: $O_1 = 2 \cdot (a + b)$, $O_1 = 2 \cdot (6cm + 4cm)$, $O_1 = 2 \cdot 10cm = 20cm$.

Za koliko je obim prvog veći od obima drugog pravougaonika?

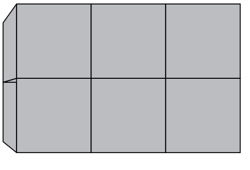
Povratna informacija: Obim prvog pravougaonika veći je od obima drugog pravougaonika za 28cm - 20cm = 8cm.

3. ZADATAK. Kvadar je sastavljen od 6 jednakih kocki čija je ivica 5cm. Kolika je najveća moguća površina tog kvadra? Na koliko načina možete složiti date kocke da biste dobili kvadar? Predstavi grafički način slaganja.

Povratna informacija: Na tri načina i to: u prvom slučaju 2 kocke, pa na njih 2 kocke, pa još 2 kocke, u drugom slučaju 3 kocke, pa na njih još 3 i u trećem slučaju u jednom redu 6 kocki poslaganih jedna do druge ili 6 kocki naslaganih jedna na drugu (što je isto).



Слика 1.



Слика 2.

Слика 3.

Napiši kolike su dimenzije dobijenih kvadara, odnosno kolika je dužina, širina i visina tih kvadara.

Povratna informacija: Prvi kvadar: 10cm, 5cm, 15cm; Drugi kvadar: 15cm, 5cm, 10cm; Treći kvadar: 30cm, 5cm, 5cm.

Kako se izračunava površina pravougaonika?

Povratna informacija: $a \cdot b$.

Koliko ima pravougaonika istih dimenzija na kvadru, odnosno koliko ima parova takvih pravougaonika?

Povratna informacija: Tri para.

Napiši dimenzije ta tri para pravougaonika, odnosno kolika je dužina i širina pravougaonika sa prve slike (u prvom slučaju).

Povratna informacija: 10cm i 5 cm, 10cm i 15cm i 5cm i 15cm.

Kolike su površine ta tri pravougaonika?

Povratna informacija: $P = 10cm \cdot 5cm = 50cm^2$, $P = 10cm \cdot 15cm = 150cm^2$, $P = 5cm \cdot 15cm = 75cm^2$

Kako se izračunava površina kvadra?

Povratna informacija: $P = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$

Izračunaj površinu dobijenih kvadara. Vidi dimenzije prvog, drugog i trećeg kvadra. Vrati se na početak.

Povratna informacija: $P = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$, $P = 2 \cdot (10cm \cdot 5cm + 10cm \cdot 15cm + 5cm \cdot 15cm)$, $P = 2 \cdot (50cm + 150cm + 75cm)$, $P = 2 \cdot 275cm = 550cm^2$

Koji kvadar ima najveću površinu? Navedi njegove dimenzije.

Povratna informacija: Najveću površinu ima kvadar dimenzija 30cm, 5 cm, 5 cm (kvadar sa slike broj 3).

Preimućstvo koje daju ovi modeli diferencirane obrade geometrijskih nastavnih sadržaja u početnoj nastavi matematike (putem problemske nastave) se ogleda u sledećem: podstiče proaktivan stav prema učenju i vodi ka većoj efikasnosti, zadovoljstvu, manje formalnoj atmosferi i ima pored motivacije i emocionalnu komponentu, što rezultira visokim stepenom zadovoljstva učenjem. U procesu učenja učenici su bili u direktnom odnosu sa programskim sadržajem, a sa nastavnikom delom u direktnom, a delom u indirektnom odnosu. Nakon početnog nastavnikovog usmeravanja učenici su bili upućeni na samostalno traganje za rešenjem problema, vođeni pretežno svojim sposobnostima i motivisanošću. Ovakvo učenje, odnosno učenje rešavanjem problema ima karakteristike stvaralačkog učenja a ne usvajanja gotovih znanja u datom obliku. Data je mogućnost učenicima da sami organizuju svoja razmišljanja, rad, kao i rešavanje zadataka i pisanje objašnjenja. Omogućeno im je da uče geometriju, onoliko koliko im je potrebno da reše matematički problem.

Pružena im je šansa da ovakvim načinom rada stvore sigurnost u radu prilikom rešavanja geometrijskih problema. Učenik ovde ima položaj subjekta, dok je uloga nastavnika saradnička, mentorska i pomagačka.

Geometrijski modeli rešavanja problema uz primenu obrazovnog računarskog softvera

Uz pomoć kompjutera učenici postaju aktivni subjekti, koji upravljaju procesom usvajanja novih znanja, vrše samostalno testiranje, od računara dobijaju povratne informacije o uspehu, računar im nudi pitanja i odgovore.

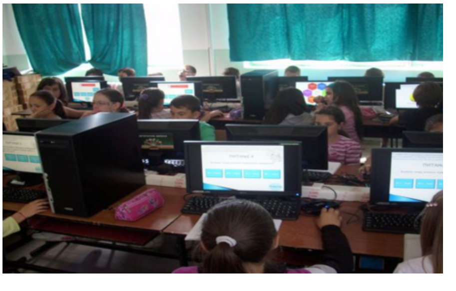
Učeći uz pomoć računara učenik napreduje korak po korak, sve dok u potpunosti ne savlada predviđeno gradivo. Zbog zvučnih i vizuelnih efekata, koje omogućava kompjuter, učenje uz pomoć računara postaje zanimljivije, pa je i sama motivacija za učenje veća. U proveravanju učenikovih znanja kompjuteri su malo objektivniji. Ako se uči uz pomoć kompjutera, bolji učenici brže napreduju, ne čekaju slabije, dok učenici slabijih sposobnosti uče sopstvenim tempom. Aktivnosti uz pomoć računara podstiču motivaciju deteta da savlada predviđene nastavne sadržaje. Prezentacija sadržaja pomoću računara poseduje interesantne problemske situacije, dok se rešavanje problema prepušta deci. Računari deci postavljaju pitanja, od njih primaju odgovore i koriguju ih. Kod dece razvijaju pozitivne osobine ličnosti, kao i njihov intelektualni razvoj.

Korišćenje kompjutera kao mašine za učenje podrazumeva, između ostalog, izlaganje sadržaja od strane kompjutera, testiranje odgovora učenika o usvojenom znanju, ocenjivanje odgovora, određivanje daljih puteva rada na osnovu usvojenosti stepena sadržaja.

Obrazovni softveri

Primena računara u obrazovanju podrazumeva odgovarajuće programe napisane u nekom programskom jeziku. Ti programi moraju imati potporu u logici i didaktici. Programi (softveri) namenjeni nastavi nazivaju se i obrazovni računarski softveri. Ukoliko se koriste u nastavi matematike, moraju da ispunjavaju postavljene ciljeve matematičkog obrazovanja, da funkcionišu na principima savremenih didaktičkih sistema i da obezbede maksimalnu individualizaciju.

Prednost obrazovnih računarskih softvera u odnosu na priručnik na papiru je u tome što ovi programi sadrže deo za proveru znanja za svako poglavlje koji skreće pažnju korisniku na propuste u savladanom gradivu. Učenici koji uče pomoću obrazovnih računarskih softvera mogu da napreduju prema svojim sposobnostima. Svaki učenik komunicira sa računarom, na ekranu se ispisuje gradivo ili test pitanja, a učenik saopštava svoje rezultate preko tastature ili pokretima miša. Nakon pređene oblasti program nudi mogućnost testiranja iz te oblasti, ukoliko korisnik ne pokaže zadovoljavajući rezultat program će ga obavestiti na koja je pitanja pogrešno odgovorio, saopštiti tačan rezultat i ponuditi ponovo učenje date oblasti.



Pri radu sa ovakvim programskim paketom učenik ne može biti pasivan, pošto je tako projektovan da mu program stalno vezuje pažnju slikom i zvučnim efektima. Ključne reči u programima označene su drugačijom bojom. Kada korisnik klikne na neku od ključnih reči dobija opširnija objašnjenja o datoj ključnoj reči. Softver je tako napisan da se prilagođava nivou znanja učenika. Ukoliko učenik ne pokaže dovoljnu količinu znanja softver će ga obučavati jednostavnijim stvarima; ukoliko učenik na postavljana pitanja stalno odgovara tačno, znači da nivo izlaganja može da se podigne.

Zaključak

Navedeni geometrijski modeli poslužili su za pravljenje obrazovnih softvera koji su potom evaluirani u praksi. Na matematičkom softveru ustanovljeno je da je nastava matematike približena skoro svakom učeniku tako što je učinjena zanimljivom, zabavnom, interesantnom, odnosno aktivnom, životnom, praktičnom, korisnom, takmičarskom, motivacionom. Na taj način se kroz nastavu matematike razvija sigurnost, samopouzdanje, samoinicijativnost, upornost, istrajnost, nepokolebljivost, a ne strah od samostalnog razmišljanja i donošenja zaključaka uopšte. Stoga smatram da nastavne sadržaje ne treba predavati, već usmeravati učenika da ulaže vlastiti napor, kao i da aktivnim odnosom otkriva i saznaje istinu. Međutim, aktivnosti učenika treba da budu tako usmerene da učenik programske sadržaje usvaja sa razumevanjem, intenzivnim razmišljanjem, samostalnim otkrivanjem, zaključivanjem i proveravanjem, a na nivou koji odgovara njegovom trenutnom razvoju. Neophodno je, takođe, u nastavi matematike stvarati takve situacije u kojima će se učenici suočavati sa problemima koji će ih motivisati da sami pronalaze, otkrivaju, izvode zaključke i proveravaju dobijene rezultate, a da uloga nastavnika bude saradnička, mentorska i pomagačka.

Prednosti koje proizlaze iz primene obrazovnog softvera u nastavi nisu samo u gore navedenom, nego i u bržem obavljanju tehničkih poslova, što ostavlja više vremena nastavniku i učeniku da diskutuju o posmatranom problemu, kao i da pokušaju da isprobaju neki drugi postupak rešavanja zadataka, da ga uporede i analiziraju. Prilikom rešavanja matematičkih zadataka nije važno samo rešenje zadatka, nego i put kojim je učenik došao do tačnog rešenja. Međutim, učenik koji teže uočava sve ono što nosi sa sobom jedan matematički zadatak oslobođen je dugotrajnog rešavanja zadatka, te samim tim dobija više vremena da mu se ukaže kako i kojim putem treba ići ka tačnom rešenju zadatka.

Literatura

Brown, A. (1991). Interactive learning and individual understanding: The case of reading and mathematics, In: L. T. Landsmann (Ed.), *Culture, schooling, and psychological development*, Norwood, NJ: Ablex Publishing, 136–170.

Zech, F. (1999). *Grundkurs Mathematikdidaktik – Theoretische und praktische Anleitungen für das Lehren und Lernen von Mathematik*, Beltz Verlag-Weinheim und Basel.

Dejić, M. (2000). *Metodika nastave matematike (razredna nastava)*, Kragujevac: Univerzitet u Kragujevcu, Jagodina: Učiteljski fakultet u Jagodini.

Đokić, O. (2007). *Pojam linije u početnoj nastavi geometrije*, Beograd: Učiteljski fakultet u Beogradu.

Ivić, I. (2001). *Priručnik za primenu metoda aktivnog učenja/nastave*, Beograd: Institut za psihologiju, Ministarstvo prosvete i sporta Republike Srbije.

Herceg, D. (2005). *Ilustrovana zmajtematika*, Novi Sad.

Egerić, M. (2000). *Praktikum metodike matematike razredne nastave*, Jagodina: Učiteljski fakultet.

Lučić, B. (2001). Problemska nastava – čas problemske nastave matematike, *Učitelj*, br. 74, 14–19.

Lučić, B. (2003). Modeli diferencirane i individualizovane obrade problemskih zadataka u početnoj nastavi matematike, *Pedagoška stvarnost*, br. 12, 120–135.

Lučić, B. (2006): *Aktivna i ineraktivna obrada osobina aritmetičkih operacija modelsko problemskim pristupom*, magistarski rad, Sombor: Pedagoški fakultet.

Lučić, B. (2009). Primena obrazovnog softvera u rešavanju aritmetičkih problema modelsko-problemskim pristupom, *Peti međunarodni simpozijum Tehnologija, informatika, obrazovanje*, zbornik radova, II deo, Novi Sad: Tehnički fakultet, 149–162.

Lučić, B. (2009). Aktivna i interaktivna nastava geometrije, *Inovacije u osnovnoškolskom obrazovanju – vrednovanje*, zbornik radova, Beograd: Učiteljski fakultet, 376–383.

Lučić, B. (2012–2013). Geometrija nije bauk, *Digitalni čas*, elektronski zbornik radova, Beograd: Ministarstvo spoljne i unutrašnje trgovine i telekomunikacija.

Lučić, B. (2012–2013). Zabavna matematika, *Digitalni čas*, elektronski zbornik radova, Beograd: Ministarstvo spoljne i unutrašnje trgovine i telekomunikacija.

Lučić, B. (2015–2016). Primeri dobre prakse: Vesela matematika, *Digitalni čas*, elektronski zbornik radova, Beograd: Ministarstvo spoljne i unutrašnje trgovine i telekomunikacija.

Lučić, B. (2015–2016). Linija i oblast, *Digitalni čas*, elektronski zbornik radova, Beograd: Ministarstvo spoljne i unutrašnje trgovine i telekomunikacija.

Nisbet, S. (2003). Children's Representation and Organization of Data, *Mathematics Education Research Journal*, 15(1), 42–58.

Petrović, N. (2001). Modelsko-problemski pristup u diferenciranju početne nastave matematike, *Diferencijacija i individualizacija nastave, osnova škole budućnosti*, zbornik radova, Sombor: Učiteljski fakultet.

Petrović, N. (2001). *Matematički problem u pričama*, Novi Sad: D. O. O. Eduka.

Pinter J. (1997). *Matematičko modelovanje u početnoj nastavi matematike*, Sombor: Učiteljski fakultet.

Biljana Lučić
Elementary school “Petar Tasić”
Lešnica

EFFECTS OF APPLICATION OF GEOMETRIC MODELS OF PROBLEM SOLVING IN CLASS TEACHING

Summary: The paper deals with practical application of geometric models at different levels, in which individual abilities of pupils are conditioned by mental differences, as well as the necessity and reasons for applying the models in early mathematics education. Different models of learning and teaching are applied to groups of students of different abilities and attributes, with the aim of achieving better results than in traditional teaching. When applying this method of teaching it should be taken into account that students have different attitudes, abilities and learning preferences. Solving problems through modeling enables students to find in their memory adequate mathematical knowledge and connect it with reality by constructing suitable models and algorithms. In that way, algorithmic and creative thinking is developed, which will be used in the modeling new problem situations.

The benefit of this model of differentiated teaching geometry contents (through problem-based teaching) is reflected in the fact that the teaching of mathematics is made more diverse and dynamic, and therefore more efficient.

Keywords: mathematics, elementary school, geometric models, differentiation and individualization, problem-based teaching.