

Даниел А. Романо
Научно друштво математичара
Бања Лука

DOI: 10.46793/MANM4.041R
УДК: 51-023.44
519.252-057.875

ПЕРЦЕПЦИЈЕ ЧЕТВОРОСТРАНИКА СТУДЕНАТА СТУДИЈСКОГ ПРОГРАМА ЗА ОБРАЗОВАЊЕ ПРОФЕСОРА РАЗРЕДНЕ НАСТАВЕ

Апстракт: Ово истраживање имало је за циљ стицање увида у перцепције студената студијског програма за образовање професора разредне наставе (учитеља) о четвоространицима и класификацији четвоространика. У том циљу тестирали смо 63 студента треће и четврте године два педагошка факултета у БиХ. На основу повратних информација, овај истраживач је склон формирању слутње/хипотезе да ова тестирана популација има знатних потешкоћа са детерминисањем четвоространика и њиховом класификацијом. Ова иницијална студија нам сугерише закључак да су заблуде које имају ученици нижих разреда са овом геометријском фигуром последица заблуда које о њој имају њихови наставници. Ако прихватимо овакву констатацију и ако је проширимо на читаву наставу геометрије у таквим школама, онда долазимо до претпоставке да је недовољан развој геометријског мишљења („ниво 1” по Ван Хилеовој класификацији) код ученика последица недовољних математичких и методичких знања, али и недовољно развијених способности њихових наставника да разумију процесе подучавања и ученичког учења. Дакле, проблеме наставе геометрије у нижим разредима основне школе би требало сагледавати пребацивањем фокуса са ученика на њихове наставнике.

Кључне речи: четвоространици, класификација четвоространика, студенти учитељског програма.

Увод

Изучавање школског и академског предмета Геометрија, самостално или у саставу неких других предмета, поспјешује јачање способности логичког и геометријског мишљења, али и развијање вјештина рјешавања проблема. Сем тога, процјењује се да особе које уче геометрију подижу

властита умјећа критичког и креативног промишљања. Из тог разлога, у настави математике у основним, средњим школама и академском образовању требало би да су више присутни геометријски садржаји него је то сада случај. Таква настава помаже развоју вјештина препознавања геометријских облика (линија, фигура и тијела) али и учовању, разумијевању и прихватању њихових атрибута. Довођењем у везу ових детерминација тих облика са класама конкретних облика развија се умјеће разумијевања одговарајуће класификације класа тих облика. Ово, наравно, поспјешује способности дедуктивног закључивања. Једна од таквих класа јесте класа четвоространика/четвороуглова. Изучавање ове класе геометријских фигура углавном се фокусира на идентификацију и класификацију појединачних подгрупа ове класе фигура. Анализа ових студија показује да ученици/студенти имају потешкоће у идентификовању четвоространика (Vinner, 1991; De Villers, 1998; Currie, Pegg, 1998; Pratt, Davison, 2003; Zaslavsky, Shir, 2005), али и у њиховој хијерархијској класификацији (Monaghan, 2000; Erez, Yerushalmy, 2006; Pickreign, 2007; Fujita, Jones, 2007; Okazaki, Fujita, 2007; Fujita, 2012). Већи број публикованих текстова на ову тему сугерише да је ученицима/студентима типски модел важнији чак и од прихватљиве детерминације и препознавања атрибута ове геометријске фигуре (Hershkowitz, 1990). Ови прототипски примјери концепата четвоространика почесто доведу до заблуде и сукоба између прихватљивог дефинисања и појединачних личних односа према таквим фигурама (Fujita, Jones, 2006; Fujita, 2012; Hershkowitz, 1990; Pratt, Davison, 2003). О томе како ученици нижих разреда основне школе виде паралелограм писао је и аутор овог рада (Marković, Romano, 2013).

Наставници математичких садржаја у основној школи играју кључну улогу у перцепцији класификације и успостављању односа између четвороуглова (Turnuklu et al., 2012). Из тог разлога, перцепција четвоространика код наставника и будућих наставника важна је истраживачка тема. Истраживања откривају да наставници имају тешкоће око ове динамичке класификације, сличне оним које се могу установити код њихових ученика. У једном броју истраживачких студија о овом проблему, већина будућих наставника детерминише класе четвоространика под утицајем слика (на примјер Pickreign, 2007), а не на основу знања и разумијевања те класификације. На примјер, Фуџита и Џоунс (Fujita, Jones, 2007) нас информису да већина тестиране популације будућих наставника препознаје класе четвоространика, али није у стању да понуди прихватљиве детерминације тих класа. Слична искуства има и аутор овог рада. У недавно публикованом тексту (Романо, 2017), академској јавности дато је на увид, процјењивање и прихватање истраживање перцепције правоугаоника студената два учитељска студија у БиХ. Према тој студији, 50% тестиране популације је у стању да понуди прихватљив опис правоугаоника, док је само нешто преко

10% те популације понудило прихватљив одговор на захтјев о прецизном дефинисању ове геометријске фигуре.

Процјењује се да би читалац требало да посебну пажњу покљони публикованим текстовима: Aktas, Aktas (2012); Aytekin et al. (2011); Brunheira, Da Ponte (2016); Budiarto et al. (2017); Çontay et al. (2012); Pickreign (2017); Rianasari et al. (2016); Türnüklü et al. (2013); Türnüklü (2014); Usiskin et al. (2008).

Будиарто и сарадници су у свом раду (Budiarto et al., 2017) истраживали како ученици нижих разреда основне школе прихватају и спроводе процесе апстракције у вези са хијерархијском класификацијом четвоространика. Мањкавости које су уочене не би требало приписивати само ученичкој недовољно изграђеној геометријској писмености. Фокус проблема треба помјерати према неконсолидованим геометријским и геометријско-методичким наставничким умјећима.

Брунхеира и Да Понте (Brunheira, Da Ponte, 2016) су сажели своја промишљања дедукована на бази прикупљених података са тестирања популације будућих учитеља у Португалу на њихова неопходна посебна геометријска знања о четвоространицима и њиховој класификацији: будући учитељи имају знатно изражене проблеме у сагледавању концепта четвоространика и њихове класификације у специфичне кластере.

Шта овај рад јесте

Успјешна настава геометрије зависи од знања геометрије које има наставник и његове способности да је подучава на ефикасан начин. Поред тога, наставници би требало не само да разумију процесе подучавања и ученичког учења о четвоространицима него и да су свијесни чињенице да је неопходно да довољан број пута инсистирају да њихови ученици дизајнирају своје рефлексије о овој геометријској фигури. Осим тога, неопходно је да будући реализатори наставних садржаја из математике у току студија на универзитету буду упознати са појмовним знањем о појединим геометријским концептима које ће подучавати у нижим разредима основне школе, али и бити способни да га повезују са геометријским концептима који му претходе. Дакле, требало би да непрекидно цјеложивотно учење о настави геометрије не буде само самообразовање, већ да у томе значајну улогу имају и компетентне јавне институције (на примјер, педагошки заводи, катедре за математику на јавним универзитетима и друштва математичара).

Сврха ове студије је да процјени математичку писменост тестирање популације унутар слиједећих парадигми: колективна математичка знања на примјеру геометријског концепта четвоространика, неопходна

методичка знања у односу на овај геометријски концепт, али и разумијевање процеса подучавања и ученичког учења о четвоространицима (Ball et al., 2005; Ball, Sleep, 2007; Романо, 2017). Ово истраживање је имало за циљ да одговори на слиједећа истраживачка питања.

1. Која когнитивна раван у којој је смјештен концепт четвоространика је преовлађујуће присутна код тестиране популације од 63 будућа учитеља?

2. Да ли су код тестиране популације консолидована педагошка знања о томе како би требало подучавати ученике нижих разреда основне школе о поменутом геометријском концепту?

Методологија

Ово истраживање, у оквирима вишегодишњег истраживачког пројекта о установљавању математичке писмености студената учитељских програма у нас, има за циљ стицање увида о неопходним математичким и неопходним методичким знањима будућих учитеља о концепту четвоространка. За ту сврху, студија је изведена методом анализе писаних показатеља при тестирању двије популације студената два наставничка факултета у БиХ.

Учеснике студије су чинила 63 студента два студијска програма за образовање професора разредне наставе. Они су, између осталог, понудили одговоре на питања слиједећег задатка.

Задатак

0. Шта је четвоространик (четвороугаоник, четвороугао)?

1. Наведи и образложи класификацију четвоространика према броју паралелних страница.

2. Наведи и образложи класификацију четвоространика према односу сусједних страница.

3. Наведи и образложи класификацију четвоространика према дужини страница.

Интервју са студентима реализован је 18. априла 2011. године.

Прикупљени подаци и њихова анализа

0. Шта је четвоространик/четвороугаоник/четвороугао?

Четвоространик је многостраник са четири странице. Дакле, концепт *многостраника* претходи увођењу концепта четвоространика. Са појмом многостраника ученици се упознају у другом разреду основне школе у нас. Многостраник је геометријска фигура у равни ограничена *затвореном изломљеном линијом*. Двије или више дужи повезане тако да се почетна тачка слиједеће дужи подудара са крајњом тачком претходне дужи чине *изломљену линију*. Изломљена линије је *затворена* ако се завршна тачка те комплетне линије *подудара* са почетном тачком. Концепти који претходне увођењу и дескрипцији геометријске фигуре *изломљена линија* су: дуж, почетна тачка, завршна тачка и релација „подударати”. Дужи које чине затворену изломљену линију су *странице* тог многостраника. Многостраник са три/четири/пет/... страница је тространик/четвоространик/петоространик/... (Термин *многостраник* базиран је на препознавању и ослањању на термин *дуж/страница* који му претходи. У српском језику чешће је у употреби термин *многостраник*, иако је термин *угао*, на који се ослања ова детерминација, когнитивно комплекснији од термина *страница*.) Компоненте четвоространика су: четири *дужи*, четири *странице* и четири *унутрашња угла*. Нешто детаљније о геометријском концепту дужи и концепти *почетна/завршна тачка* читалац може наћи у нашем тексту Романо и Винчић (2013), а о геометријском концепту угла у тексту Црвенковић и сар. (2012 и 2012а). Концепт геометријске фигуре *прави угао* је когнитивно комплексан и подучавање ученика четвртог разреда основне школе том концепту захтјева од реализатора наставе значајно софистициранији поступак него је то уобичајено на „нивоу 1” (по Ван Хилеовој класификацији (Van Hiele, 1986)).

Четвоространике класификујемо (De Villiers, 1994; Fujita, Jones, 2007; Fujita, 2012) према слиједећим критеријима:

- (ПС) Број *парова паралелних страница четвоространика*;
- (ПУ) Број *правих угла у четвоространику*;
- (СС) *Међусобни однос сусједних страница четвоространика*.

0.1. Неки од студентских одговора

– То је многоугао са четири странице, збир унутрашњих страница је 360° .

– Четвоространик је геометријска фигура или геометријско тијело које има четири угла и четири странице, с тим да су двије исте, двије различите. Има четири праве праве међусобно повезане са четири тачке које леже у истој равни. Када су паралелне по двије странице онда је то паралелограм. Када су сви углови по 90° и када су све странице једнаке онда је то квадрат. Када су углови по 90° , а једнаке по двије странице, онда је то правоугаоник. Када су два угла по 60° , а два по 120° и све странице једнаке онда је то ромб.

– Четвоространик (четвороугаоник) је централно симетричан са центром симетрије у тачки О (пресек дијагонала АС и ВD), у овом случају супротни врхови А, С и В, D су централно симетрични у односу на тачку О. Многоугао са 4 угла. Збир унутрашњих страница 360.

– Геометријско тијело које има 4 стране – 2 подударне, 4 угла по 90° , по дужини 2 исте стране. Збир углова код четвороугла је 360° .

– Четвороугаоник је врста правоугаоника коме су сви углови 90° , а има их 4.

– Четвоространик има 4 странице.

– Геометријско тијело које има 4 странице.

– Четвороугао је многоугао чији су углови под 90° .

– Четвоространик је затворени геометар са четири дужи спојен у четири тјемена.

– Четвоространик је геометријска фигура чије су све стране једнаке под углом од 90° .

– Геометријско тело са 4 странице и 4 угла.

– Четвороугао је тијело које има све четири стране једнаке и све углове једнаке.

– Четвоространик је геометријска фигура која има четири наспрамне странице и четири сусједна угла.

– Четвоространик је геометријско тијело чије су све странице једнаке дужине.

– Четвоространик је геометријско тијело који има четири угла.

– Четвороугаоник је геометријско тијело које има четири угла.

– Четвоространик је геометријска фигура која може да има 4 исте или различите странице, али углови морају бити исти, у већини случајева су то углови од 90° .

– Четвоространик је пирамида чија је база квадрат.

– Четвороугаоник је геометријско тело које има 4 иста угла и 4 стране.

– Четвоространик је четвороугао чији су сви углови једнаки и паралелни.

– Четвороугао је фигура која има по 2 исте странице.

- Четвороугаоник је фигура која има четири стране дедраедра.
- Четвоространик је геометријско тијело које има четири странице које не морају да буду истих димензија, тј. двије паралелне странице су исте, а има четири права угла.
- Четвоространик је геометријско тијело које има 4 странице, може бити правоугаоник и квадрат.
- Четвороугаоник гдје су све стране исте има 8 паралелних прави без обзира на дужину све странице су исте.
- Четвороугаоник је онај угаоник који у себи садржи праве углове. Има по двије исте странице које су паралелне. Имају исте дужине, и однос према сусједним страницама.

0.2. Анализа

Четвоространик (четвороугаоник/четвороугао) је многостраник са (само) четири странице. Елементи четвоространика су тјемена, странице и унутрашњи углови. Тестирани студенти препознају четвоространик али нису прецизни у његовом детерминисању а још мање у његовом прецизном дефинисању. Дакле, значајан број тестиране популације показује да им је когнитивна раван у којој препознају четвоространик унутар „нивоа 0” (по Ван Хилеовој класификацији). Шеснаест кандидата (или 25,4% од укупног броја) није понудило никакав одговор на постављено питање, док је 17 кандидата (26,98%) понудило неприхватљив одговор. Дакле, за 16+17 будућих учитеља (или нешто преко половине тестираних кандидата) при овом тестирању установљено је да нису у стању да опишу четвоространик коришћењем прихватљивих геометријских категорија. Тридесет кандидата (47,62%) имају развијену способност сагледавања и описивања четвоространика, док је само 9 кандидата (14,29%) понудило прецизну дефиницију.

Дистрибуција студентских одговора на прво питање приказана је у слиједећој табели.

Табела 1. Дистрибуција студентских рефлексива на прво питање (N = 63).

Квалитет одговора	∅	0	1	2	Σ
Број	16	17	21	9	63
Процент	25.4	26.98	33.33	14.29	100.0

Код: ∅ – студент није понудио никакав одговор на постављено питање; 0 – студент је као рефлексиву на постављено питање понудио потпуно неприхватљиве реченице; 1 – студент је понудио прихватљиво образложење; 2 – коректан одговор

Како разумјети добијене податке да половина тестиране популације није у стању да опише четвоространик а да се при томе користе прихватљивим категоријама геометријског језика? Наравно, не можемо се задовољити констатацијом која се, у овом случају, сама намеће: *Тестирани студенти не знају да опишу четвоространик на прихватљив начин унутар геометријског језика*. Овај истраживач математичког образовања склонији је прихватању констатације: *Тестирана популација будућих учитеља у свом преходном математичком образовању није довољно често била у позицији да формулише своју рефлексију на ово постављено питање*.

1. Наведи и образложи класификацију четвоространика према броју паралелних страница.

Четвоространике класификујемо према критеријуму (ПС) на слиједећи начин:

ПС0: Четвоространик нема паралелних страница;

ПС1: Четвоространик има један пар паралелних страница (*трапези*);

ПС2: Четвоространик има два пара паралелних страница (*паралелограми*).

1.1. Неки од студентских одговора

- Наспрам веће странице већи угао, има два пара паралелних страна.
- Има две паралелне и две наспрамне странице.
- Има две подударне странице, и угао по 90° .
- Код четвороугла су странице исте дужине.
- Постоје двије наспрамне паралелне странице. Постоје двије сусједне странице.
- Четвороугаоник може да има 4 дужи па самим тим добијемо 2 паралелне стране.
- Четвоространик има све странице исте дужине и по двије наспрамне које су паралелне.
- Класификација четвоространика према броју паралелних страница може да буде квадрат и правоугаоник, трапез и ромб. Увијек су наспрамне двије странице паралелне сем у случају трапеза, гдје 2 бочне стране нису паралелне не подударају се.
- 2 паралелне дужи и 2 паралелне краће.

– Према броју паралелних страница може да буде да су све паралелне стране једнаке, а постоји четворугаоник код којег ни једна паралелна страна није једнака.

– Четвороугао има два пара паралелних страница.

1.2. Анализа

Дистрибуција студентских рефлексција на друго питање приказана је у слиједићој табели.

Табела 2. Дистрибуција студентских рефлексција на друго питање (N = 63).

Квалитет одговора	∅	0	1	2	Σ
Број	17	21	18	7	63
Процент	26.98	33.33	28.57	11.11	100.0

Код: ∅ – студент није понудио никакав одговор на постављено питање; 0 – студент је као рефлексiju на постављено питање понудио потпуно неприхватљиве реченице; 1 – студент је понудио прихватљиво образложење; 2 – коректан одговор

При првом погледу на прикупљене студентске рефлексije формира-
ло ми се питање: *Да ли шестиирани кандигаши разумију шша је, генерално
говорећи, разврставање концептша неке геометријске фигуре у класиере пре-
ма (годашним) предикашима?* Ако прескочимо ову потребу за разумјева-
њем понуђених начина дизајнирања студентских рефлексija на ово пита-
ње, констатацију која нам се намеће можемо формулисати на слиједићи
начин: *Само 40% (или 25 кандигаша) од укупног броја шестииране попула-
ције умије да прекозна концептш паралелних насрамних сшраница четворо-
сшраника.* Даље, питање *Да ли наши сшуденши прекознају, разумију и при-
хватају као своје (шј. да ли имају консолидовано знање о појму паралелних
шравих) предикаше посредством којих се описује концептш паралелности на-
сшрамних сшраница четворосшраника?* – јесте наша друга рефлексija при
сагледавању да је $17 + 21 = 38$ студената (или 60,32% укупне популације)
пропустило прилику да понуди прихватљиве реченице као одговор на по-
стављено питање. О овој појави аутор овог рада је већ раније износио своја
запажања (погледати текст: Romano, Vinčić, 2010). Такође, наш недавно
публиковани текст (Romano, 2017) односи се на студентско разумјевање
геометријског концепта правоугаоника гдје је изнесено наше дубоко увје-
рење да „тестирана популација студената учитељског програма поседује
врло скромна математичка и методичка знања о овој геометријској фигу-
ри”. Могло би се резимирати да тестирана популација нема консолидована

математичка и методичка знања о класификацији четвоространика према критеријуму паралелних наспрамних страница. Међутим, не оспоравајући ову дедукцију, занима нас следеће: Зашто је могуће дедуковати овакав закључак? Да ли наши студенти нису способни да сагледају, разумију и прихвате концепт четвоространика у свој његовој комплексности укључујући и динамичку хијерархију његових специфичности? Овај истраживач је склон прихватању рационализације ове појаве у слиједећем облику: У свом претходном школовању тестирана популација није била довољан број пута подвргнута захтјевима да конструишу своја промишљања нити о овој геометријској фигури нити о њеним подврстама. Овај недостатак њиховог образовања, ако не буде отклоњен, имаће ученичко значајно не-разумијевање о четвоространицима као последицу њиховог будућег рада. Одавде слиједи закључак да би друштвена и академска заједница у БиХ требало да надомјести овај пропуст.

2. Наведи и образложи класификацију четвоространика према односу сусједних страница.

Четвоространике класификујемо према критеријуму (СС) на слиједећи начин:

СС0: Четвоространик нема једнаких сусједних страница;

СС1: Четвоространик има један пар једнаких сусједних страница;

СС2: Четвоространик има два пара једнаких сусједних страница (*делтоиоиги*).

2.1. Неки од студентских одговора

– Сусједне странице код четвороугла су нормалне једна на другу, под углом од 90° .

– Правоугли, коцка, четвороугао, тетраедар, ...

– Четвороугао има однос са сусједним страницама да су паралелне.

– Ако на пример узмемо коцку однос сусједних страница је кад год гледамо паралелан, а иста ситуација је и код правоугаоника.

– Сусједне странице сваког четвороугаоника су паралелне.

– Класификација четвороугаоника према односу сусједних страница највише се односи на угао између њих, у случају једнакостраничног четвороугаоника све странице су исте дужине и угао између њих је од 90° .

Правоугаоник се разликује у дужини страница, двије наспрамне паралелне нису исте дужине ако и друге двије и њих такође спаја прав угао. У случају трапеза и ромба странице нису једнаке и не веже их прав угао.

- Једна је дужа у односу на сусједну која је краћа.
- Однос сусједних страна може бити подударност и мимоилазност.
- Сусједне странице такође зависе од геометријског тела, код неких су једнаке, а код неких једна страница је дужа од друге.

2.2. Анализа

У овој студији у настојањима да академској заједници понудимо подршку при њеном преговарању са друштвеном заједницом о неопходном математичком и методичком образовању будућих учитеља, испитивани су колективна математичка знања, специфична математичка знања неопходна будућим учитељима, али и неопходна методичка знања у односу на геометријски концепт четвоространика и његова класификација према одређеним предикатима захтијевности. Сматрајући да у овом случају статистичка обрада података читаоца неће упућивати у дубље разумевање проблема који се истиче овом студијом него је то учињено до сада, нудимо промишљања за која смо увјерени да би требало да академској јавности значајније скрену пажњу да студенти учитељских програма код нас нису оспособљени да код својих будућих ученика развијају аналитичко мишљење. Ова констатација подразумијева да они нису оспособљени да код ученика развијају нити дедуктивно нити критичко промишљање. Ове констатације су аналогне резултатима истраживања и других аутора у свијету као што су Фуцита и Џоунс (2007), Фуцита (2012), Оказаци и Фуцита (2007) који тврде да математичка и методичка знања геометријских садржаја планираних за ниже разреде основних школа нису адекватна. Због тога је неопходно да се током реализације геометријских садржаја у првих пет година професори разредне наставе самообучавају како специфичним математичким и методичким знањима тако и разумевању процеса подучавања и ученичког учења геометријских концепата да би надомјестили своје недостатке. Ову обавезу би требало да преузму педагошки заводи и универзитетске катедре за методiku наставе математике. (Сасвим друго питање је да ли су поменуте институције компетентне за ове активности.)

3. Наведи и образложи класификацију четвоространика према дужини страница.

Према прихваћеном стандарду (De Villiers, 1994; Fujita, Jones, 2007; Fujita, 2012), критериј за класификацију четвоространика према предикату „дужине страница четвоространика” није прихватљив и препознатљив у поменутиим класификацијама. Дакле, студенти су могли да понуде одговор у смислу: „Такав критериј не постоји”. Без обзира на ово одређење, студентима је постављено ово питање да би се из њихових одговора процијенило да ли је тестирана популација разумјела и прихватила окружење „ниво 1: анализирање геометријске фигуре четвоространика”. Будући да код четвоространика уочавамо парове страница: (а) сусједне странице и (б) несусједне странице (у овом случају наспрамне странице), критериј би могао да буде следећи:

Четвоространик нема једнаких страница;

Четвоространик има један пар једнаких сусједних/несусједних страница;

Четвоространик има два пара једнаких сусједних/несусједних страница.

3.1. Неки од студентских одговора

– Дужина паралелних се разликује од наспрамних, нису исте дужине, паралелне су једнаке међусобно, као и наспрамне.

– По дужини две мање странице.

– Две наспрамне странице паралелне.

– Једнакостранични и неједнакостранични.

– Код четворугаоника су странице исте дужине.

– Четвороугаоник има исту дужину свих страница.

– Четвороугаоник може да има исте или различите дужине странице, онај четвороугаоник који има исте странице се назива коцка, а различите дужине називамо правоугаоник, а самим тим кад мало накривимо ове геометријске фигуре добијамо ромб.

– Дуже странице су паралелне једна наспрам друге.

– Према дужини страница квадрат има све странице и по две наспрамне су паралелне и исте дужине. Правоугаоник увијек има 2 странице наспрамне исте дужине такође паралелне али се разликују друге 2. Ромб

исто као и квадрат, разлика је у угловима. У случају трапеза само су двије наспрамне странице паралелне, различите дужине.

– Дужине страница зависе од геометријског тела, ако је квадрат, онда су му све четири странице једнаке, а ако је у питању правоугаоник онда има 2 стране дуге и још 2 стране краће.

Завршне напомене

У овом раду настојали смо да нашој академској јавности презентирамо потенцијалне проблеме будућих учитеља у њиховом будућем раду са њиховим ученицима на примјеру описивања и прецизне детерминације геометријске фигуре четвоространика. У том циљу тестирали смо 63 студента студијског програма за обазовање професора разредне наставе (учитеља) посредством дизајнираног упитника о четвоространицима. С обзиром на то да је узорак врло мали, не би требало дедуковати генерализоване закључке, али вриједи прихватити слутње које ова анализа нуди.

- Већина тестиране популације препознаје четвоространике, разумије употребу именице „четвоространик” као њеног имена и непогрешиво их разликује од других раванских фигура. (Ова знања описујемо као „ниво 0” по Ван Хилеовој класификацији.)
- Знатан број тестираних студената (преко половине популације) зна да су претходно описана знања четвоространика заснована на ученичком посматрању модела, знања која се развијају интуитивно те да за њихову консолидацију нису потребна предзнања.
- Довољан број студената тестиране популације (нешто мање од половине) разумије и прихвата карактеристике „нивоа 1” знања о четвоространицима која подразумевају да ученици нижих разреда основне школе осим знања на „нивоу 0” треба да развију способност анализирања ових геометријских фигура:
 - препознају елементе четвоространика: тјемена, странице и унутрашње углове;
 - знају описати поменуто елементе четвоространика као самосталне геометријске фигуре; и
 - способни су препознати, разумијети и описати међусобне односе елемената четвоространика.

Без обзира на то није у стању да то ефективно изведе на примјеру хијерархијске класификације четвоространика.

Литература

Aktas, D. Y., Aktas, M. C. (2012). Eighth grade students' understanding and hierarchical classification of quadrilaterals, *Elementary Education Online*, 11(3), 714–728.

Aktas, M. C., Aktas, D. Y. (2012). Students' understanding of quadrilaterals: The sample of parallelogram, *Journal of Research in Education and Teaching*, 1(1), 319–329.

Aytekin, C., Toluk Ucar, Z. (2011). Teachers' definition of square, rectangle, parallelogram and trapezoid, In: B. Uduz, *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 1, Middle East Technical University, Ankara, Turkey: PME.

Ball, D. L., Sleep, L. (2007). *What is mathematical knowledge for teaching, and what are features of tasks that can be used to develop MKT?* Presentation at the Center for Proficiency in Teaching Mathematics precession at the meeting of the Association of Mathematics Teacher Educators, Irvine, CA, January 25, 2007.

Ball, D., Bass, H., Sleep, L., Thames, M. (2005). A theory of mathematical knowledge for teaching, Paper prepared for work session at the 15th ICMI Study Conference *The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics*, Aguas de Lindoia, Brazil.

Brunheira, L., Da Ponte, J. P. (2016). Prospective teachers work on defining quadrilaterals through an exploratory approach, *Didactica Mathematicae*, 38, 33–56.

Budiarto, M. T., Rahaju, E. B., Hartono, S. (2017). Students' abstraction in re-cognizing, building with and constructing a quadrilateral, *Educational Research and Reviews*, 12(7), 394–402.

Crvenković, S., Milovanović, M., Romano, D. A. (2012). Neke dileme i pitanja koja se prirodno pojavljuju pri uvođenje pojma 'ugao' u nižim razredima osnovne škole; *IMO – Istraživanje matematičkog obrazovanja*, Vol. IV, Br. 7, 17–30.

Црвенковић, Ц., Миловановић, М., Романо, Д. А. (2012а). Упоредна анализа природе математичких знања које се користи и конструише у учионици, *Норма*, 17(2), 133–154.

Çontay, E. G., Duatepe-Paksu, A. (2012). Preservice Mathematics Teachers' understandings of the class inclusion between kite and square, *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 55, 782–788.

Currie, P., Pegg, J. (1998). Investigating students' understanding of the relationships among quadrilaterals, In: C. Kanes, M. Goos, E. Warren (Eds.), *Teaching Mathematics in New Times; Proceedings of the Twenty First Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia Incorporated*, Vol. 2, 177–184, Gold Coast, Australia, 5–8 July 1998. Griffith Uni Print, Brisbane, Australia, ISBN: 0-9596844-7-6.

- Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and Insight*, New York: Academy Press.
- De Villiers, M. (1994). The role and function of a hierarchical classification of quadrilaterals, *For the Learning of Mathematics*, 14, 11–18.
- Duatepe-Paksu, A., Pakmak, G. S., Iymen, E. (2012). Pre-service Elementary Teachers' Identification of Necessary and Sufficient Conditions for A Rhombus, *Procedia – Social and Behavioural Sciences*, 46, 3249–3253.
- Fujita, T. (2012). Learners' level of understanding of inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomenon, *The Journal of Mathematical Behaviour*, 31, 60–72.
- Fujita, T., Jones, K. (2007). Learners' understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: towards a theoretical framing, *Research in Mathematics Education*, 9(1&2), 3–20.
- Marković, Z., Romano, D. A. (2013). Gaining insight of how do elementary school's students in the Republic of Srpska conceptualize geometric shape of parallelogram, *IMVI Open Mathematical Education Notes*, 3, 31–41.
- Monaghan, F. (2000). What difference does it make? Children's views of the differences between some quadrilaterals, *Educational Studies in Mathematics*, 42(2), 179–196.
- Okazaki, M., Fujita, T. (2007). Prototype phenomenon and common cognitive paths in the understanding of the inclusion relations between quadrilaterals in Japan and Scotland, In: J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park, D. Y. Seo (Eds.), *Proceedings 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 4, Seoul: PME, 41–48.
- Ozdemir Erdogan, E., Dur, Z. (2014). Pre-service mathematics teachers' personal figural concepts and classifications about quadrilaterals, *Australian Journal of Teacher Education*, 39(6), 107–133.
- Pickreign, J. (2007). Rectangle and rhombi: How well do pre-service teachers know them?, *IUMPST – Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers*, 1, 1–7.
- Rianasari, V. F., Julie, H., Sulistyani, N. (2016). Primary teachers' understanding of the inclusion relation of quadrilaterals, In: *Proceedings of the 2nd International Conference on Education and Training – Improving The Quality of Education and Training Through Strengthening Networking*, Faculty of Education, State University of Malang, East Java, Indonesia, 933–935.
- Романо, Д. А. (2009). О геометријском мишљењу, *Настава математике*, LIV (2–3), 1–11.
- Romano, D. A., Vinčić, V. (2010). Uvid u studentsko razumijevanje paralelnih i mimoilaznih pravih, *Nastava matematike*, LV (3–4), 1–7.
- Romano, D. A. (2011). Jedno utvrđivanje matematičkih kompetencija studenata učiteljskog programa, *Nastava matematike*, LVI (1–2), 8–18.

Romano, D. A., Vinčić, D. A. (2013). Šta je duž – jedno istraživanje aspekata budućih učitelja, *Naša škola*, 63(233), 139–156.

Романо, Д. А. (2017). Перцепције геометријског концепта правоугаоника студената учитељског програма, *Иновације у настави*, 30(2), 158–171.

Türnüklü, R., Akkaş, E. N., Alaylı, F. G. (2013). Mathematics Teachers' Perceptions of Quadrilaterals and Understanding the Inclusion Relations, In: B. Ubuz, Ç. Haser, M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Ankara: Middle East Technical University, 705–714.

Türnüklü, E. (2014). Construction of inclusion relations of quadrilaterals: Analysis of pre-service elementary mathematics teachers' lesson plans, *Education and Science*, 39(173), 198–208.

Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics, In: D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking*, Mathematics Education Library, Vol 11, Springer, Dordrecht, 65–81.

Usiskin, Z., Griffin, J., Witonsky, D., Willmore, E. (2008). *The classification of quadrilaterals: A study in definition*, Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Daniel A. Romano
Scientific Society of Matemathicians
Banja Luka

PRE-SERVICE PRIMARY SCHOOL TEACHERS' PERCEPTION OF QUADRILATERALS

Summary: This research aimed to examine pre-service elementary school teachers' perceptions on quadrilaterals and their classification. For this purpose, a sample of 63 third and fourth year students of two faculties of education in Bosnia and Herzegovina was tested. Based on the feedback, the researcher was able to set up a hypothesis that this population has significant difficulties with determining quadrilaterals and their classification. This study leads to the conclusion that elementary school students' misconceptions about this geometric figure are caused by their teachers' misconceptions. Students' underdeveloped geometric thinking ('Level 1' by Van Hiele's classification) is the result of their teachers' poor mathematical and didactic knowledge and modestly developed skills to understand the process of teaching and learning. Thus, the problems of teaching geometry in primary schools should be perceived by shifting the focus from students to their teachers.

Keywords: quadrilaterals, classification of quadrilaterals, pre-service elementary school teachers.