

Ивана Р. Јовановић  
Основна школа „Свети Сава”  
Попучке (Ваљево)

Ненад Р. Вуловић  
Универзитет у Крагујевцу  
Факултет педагошких наука у Јагодини  
Катедра за дидактичко-методичке науке

УДК 371.3::51-028.31  
159.955.2-053.5  
DOI 10.46793/Uzdanica18.1.325J  
Оригинални научни рад  
Примљен: 26. фебруар 2021.  
Прихваћен: 4. јун 2021.

## УОЧАВАЊЕ ЗАКОНИТОСТИ И ПРАВИЛА У ПОЧЕТНОЈ НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ

*Апстракт:* У времену брзих промена и технолошког развоја као кључни задатак наставе математике намеће се подстицање и развијање математичког мишљења. Настава математике значајна је и у животу сваког појединца јер математика прожима све области људске делатности, а математичко мишљење неопходно је и за решавање многих проблема у свакодневном животу и раду сваког појединца. Способност уочавања законитости и правила у почетној настави математике је једна од способности математичког мишљења, тачније логичког, и њено подстицање и развијање у настави доприноси подстицању и развијању математичког мишљења. У овом раду указаћемо на конкретне примере задатака којима се у почетној настави математике подстиче и развија способност уочавања законитости и правила и анализирати резултате истраживања спроведеног у циљу испитивања ефеката примене наведених задатака. Узорак истраживања представља 238 ученика трећег разреда основне школе. Резултати истраживања показују да је након примене експерименталног програма дошло до значајног напредовања способности уочавања законитости и правила код ученика експерименталне групе. Резултати потврђују да је наведену способност могуће подстицати и развијати у почетној настави математике.

*Кључне речи:* почетна настава математике, способност уочавања законитости и правила, математички задатак, математичко мишљење, логичко мишљење.

### УВОД

Ученици у наставном процесу треба да буду активни субјекти, који ће бити мисаоно активни, стално трагати за новим открићима и решењима, који ће у свему тежити да пронађу правило или законитост за решавање конкретног математичког проблема. Развијање математичког мишљења ученика представља важан задатак наставе математике у основној школи, који обавезује учитеља да га оствари, а може га остварити једино подстицањем и развијањем свих његових компоненти. Како би се математичко мишљење ученика успешно подстицало и развијало, неопходно је бирати адекватне садржаје и мисаоно активирати ученике. За остваривање поменутог задатка

наставе математике важно је подстицање интересовања ученика и буђење њихове радозналости. Учитељ у наставном процесу треба да води ученике, да их подстиче да откривају, али и да негује и подстиче самосталност ученика у стицању математичких знања (Шпијуновић, Маричић 2016).

У разматрању различитих схватања појма *математичко мишљење* уочљива су два прилаза. Поједини аутори (Пикула, Милинковић 2015) математичко мишљење објашњавају преко когнитивних активности које се дешавају приликом „описивања” математичким апстрактним појмовима, док други (Шпијуновић, Маричић 2016; Малиновић, Малиновић Јовановић 2002) настоје да математичко мишљење операционализују, издвајајући способности које га сачињавају.

Када говоримо о подстицању и развијању математичког мишљења, полазимо од одређења математичког мишљења као сложене интелектуалне активности у којој до изражаја долазе различите врсте мишљења и то: логичко, критичко, стваралачко и апстрактно мишљење (Шпијуновић, Маричић 2016).

У разматрању ћемо се базирати на логичком мишљењу. О важности логичког мишљења за математичко образовање најбоље говори чињеница да без елемената логичког мишљења нема ни усвајања математичких појмова (Маричић и др. 2017). У свим сегментима формирања математичких појмова неопходно је логичко мишљење ученика. И не само у процесу њиховог формирања, него и при употреби математичких појмова и описивања њима. Када се говори о логичком мишљењу, често наилазимо и на ставове да „само логичким мишљењем се долази до сазнања узрочности, зависности, истине” (Првановић 1970: 14). Како би се у почетној настави математике могло говорити о подстицању и развијању логичког мишљења ученика, неопходно је операционализовати појам логичког мишљења уважавајући специфичности узраста ученика и специфичности садржаја наставе математике. Другим речима, неопходно је узети у обзир специфичности узраста ученика, његове психолошке потенцијале и когнитивне способности и специфичности почетне наставе математике, односно апстрактност математичких појмова и издвојити способности логичког мишљења које ће бити прилагођене тим специфичностима.

Најшире схваћено, логичко мишљење подразумева способност ученика да користи:

1. логичке операције (конјункција, дисјункција, негација, импликација, еквиваленција);
2. мисаоне поступке (анализа и синтеза, апстракција и генерализација, конкретизација и специјализација, упоређивање);
3. способности закључивања (индуктивно и дедуктивно закључивање, закључивање по аналогији и интуиција) (Шпијуновић, Маричић 2016).

Узимајући у обзир наведену дефиницију логичког мишљења и специфичности наставе математике у прва четири разреда основне школе, као и узрастне карактеристике ученика, под појмом *логичко мишљење* у почетној настави математике подразумеваћемо следеће способности: способност разумевања значења и коришћења термина (*и, или, не*) у почетној настави математике, способност уочавања узрочно-последичних веза и закључивање на основу успостављених веза, способност откривања законитости и правила и закључивање на основу утврђених правила, способност уочавања удаљених (скривених) елемената у задатку (оштроумност) и закључивање на основу уочених елемената.

Иако у раду полазимо од схватања логичког мишљења као сложене интелектуалне активности у оквиру које смо издвојили три кључне компоненте, а сваку компоненту даље разложили на способности које је сачињавају, важно је нагласити да се у решавању математичких задатака готово све способности логичког мишљења преплићу и међусобно допуњују. У неким математичким задацима могуће је издвојити способност логичког мишљења која доминира у процесу решавања задатка, али она сама никако није довољна да задатак буде решен. Стога, када у раду говоримо о способности откривања законитости и правила као једној од способности логичког мишљења и када наводимо задатке за подстицање и развијање те способности, то треба условно схватити. Та изолована способност логичког мишљења доминира, али је допуњују и друге способности логичког мишљења које помажу да ученик дође до решења задатка. Важно је нагласити и да су поменуте способности логичког мишљења веома комплексне и сложене и да наведена операционализација представља само једну могућност разлагања логичког мишљења на компоненте и способности које га сачињавају, а која нам се, с обзиром на многе специфичности почетне наставе математике, учинила као најпримеренија узрасту ученика у прва четири разреда основне школе. Још један од разлога за овакву операционализацију логичког мишљења јесте и тај што тако одређено логичко мишљење можемо пратити, истраживати, подстицати и развијати у почетној настави математике.

За потребе рада смо као посебну способност логичког мишљења издвојили *способност откривања законитости и правила и закључивање на основу откривених правила*. Покушаћемо ближе да одредимо наведену способност, као и да укажемо на могућности њеног подстицања и развијања у почетној настави математике.

Способност откривања законитости и правила и закључивање на основу уочених правила јесте сложена интелектуална активност у којој до изражаја долазе следеће способности:

- откривање законитости које владају међу елементима у задатку,
- откривање правила,

- закључивање на основу законитости и правила који владају између елемената у задатку,
- примена откривених законитости и правила при решавању математичких задатака.

У раду на математичким садржајима прве две способности долазе до изражаја у самом процесу анализе услова задатака и истраживања веза неопходних за извођење закључака, трећа приликом доношења стратегије решавања задатака, док је последња способност заступљена у делу у коме се врше потребна израчунавања и/или доказивања неопходна за детерминисање постављеног проблема, тј. његовог решења.

Решавајући различите врсте математичких задатака у којима се од ученика захтева откривање неког правила, законитости или принципа, ученици у процесу доласка до решења задатка проверавају различите претпоставке, улажу одговарајући интелектуални рад који је неопходан у математици, проналазе решење, проверавају га и слично. Све то има огроман образовни значај.

У почетној настави математике ученик је често у прилици да открива нешто ново, да открива нове начине доласка до решења задатка, да открива правила и законитости, да долази до нових законитости и правила како би решио задатак. Како би се правилно оспособљавао за такве активности, погодно је у настави подстицати способност откривања правила. То се може постићи адекватним одабиром задатака, који то од ученика захтевају. У наставку рада навешћемо неке могућности, тј. неке математичке задатке помоћу којих се наведена способност може подстицати већ од првих дана организованог математичког образовања.

## ПРИМЕРИ ЗАДАТАКА КОЈИ УТИЧУ НА ПОДСТИЦАЊЕ И РАЗВИЈАЊЕ СПОСОБНОСТИ ОТКРИВАЊА ЗАКОНИТОСТИ И ПРАВИЛА

У почетној настави математике, могућности подстицања способности откривања законитости и правила су велике. Навешћемо само неке групе математичких задатака који могу позитивно деловати на подстицање и развијање наведене способности.

Најчешћи пример задатака код којих се од ученика захтева откривање и примена правила јесу задаци који од ученика захтевају настављање започетог низа. Да би наставио низ, ученик мора прво открити правило по којем су бројеви записани у приказаном делу низа, а затим га и применити како би тај низ наставио.

*Пример 1.* Уочи правило и допиши следећа три броја започетог низа:

- а) 4, 14, 24, 34, ... б) 0, 2, 6, 12, 20, ... в) 5, 10, 11, 22, 23, 46, 47, ...

Добра страна оваквих задатака је у томе што се могу примењивати већ у првом разреду основне школе и што су заступљени у уџбеницима математике. У почетку су то једноставнији низови, а касније све сложенији, тј. са све сложенијим правилом које треба открити. Неретко се у задацима овог типа јавља грешка у самом дефинисању низа. Наиме, да би низ био добро дефинисан, потребна су барем два понављања бројева по законитости коју ученици треба да открију, што у доста задатака није случај.

*Пример 2.* Мирко је овако записао неке троцифрене бројеве.

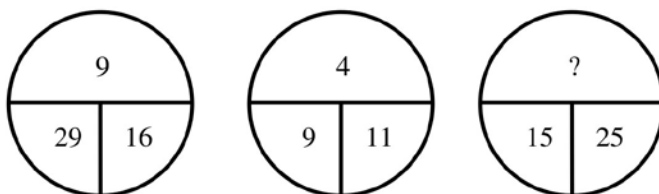
24	😊😊♥♥♥♥♥♥♥♥
62	😊😊😊😊😊😊♥♥♥♥
43	😊😊😊😊♥♥♥♥♥♥

Како ће Сара записати број 51?

У наведеном примеру, посматрањем података датих у табели, ученик треба да открије правило по ком су симболима представљени двоцифрени бројеви. Када открије правило, од ученика се тражи и примена уоченог правила. Слични задаци се могу осмислити и са вишецифреним бројевима.

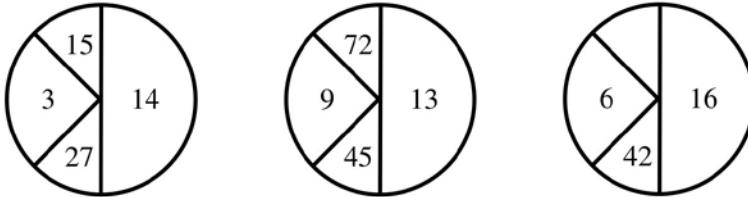
*Пример 3.* Уочи правило по коме су уписани бројеви у прва два круга, па користећи исто правило упиши број који недостаје у трећем кругу.

Решавање задатка треба започети уочавањем законитости које важе међу бројевима уписаним у прва два круга и откривањем правила које важи за сваки од њих. Уочавањем таквог правила неопходно је одредити број који



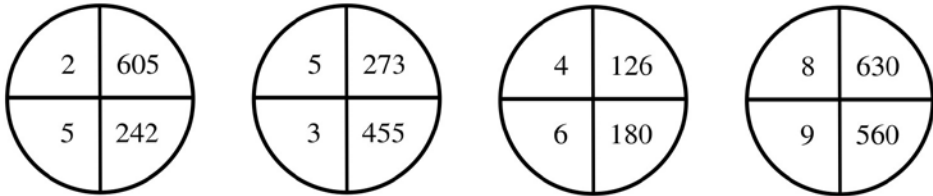
треба уписати у тражено поље трећег круга. Честом употребом оваквих задатака постепено се развија способност откривања правила. Сложенији случај исте групе задатака је следећи пример.

*Пример 4.* Уочи правило по коме су уписани бројеви у прва два круга, па у трећи круг упиши број који недостаје.



Сложеност овог примера огледа се у комбиновању више рачунских операција како би ученици дошли до тачног одговора. Још сложенији случај оваквих задатака су задаци у којима се уз откривање правила уједно од ученика захтева и проналажење одступања у правилу, при чему такав случај у задатку управо представља шум који отежава закључивање ученика.

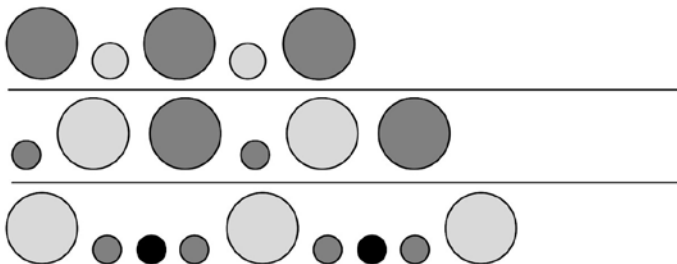
*Пример 5.* На слици су 4 круга са бројевима уписаним унутар њих. Уочи како се мења распоред бројева унутар сваког круга и нађи круг у којем бројеви нису написани по истом правилу као у осталим круговима.



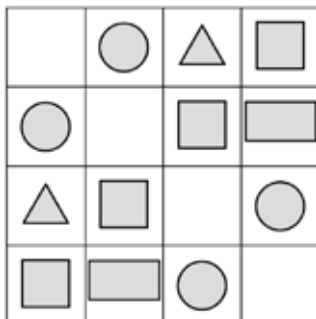
Овакве примере задатака можемо посматрати и као задатке отвореног типа јер ученици, поред правила које је учитељ маркирао као потенцијално тачно, проналазе и друге, логички конзистентне, тачне одговоре.

Задаци који подстичу способност откривања правила заступљени су у уџбеницима математике за основну школу. Поред наведених типова задатака, неретко се јављају њихове геометријске интерпретације.

*Пример 6.* Настави низове (Маричић 2018: 8).



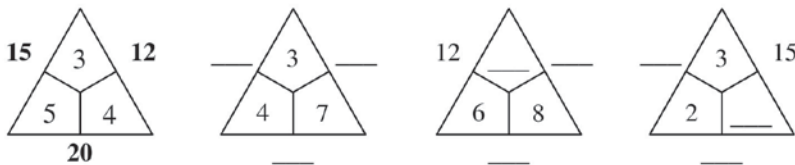
*Пример 7.* У сваком реду треба да буде по једна од фигура: квадрат, троугао, правоугаоник и круг. У празна поља нацртај фигуру која недостаје (Поповић и др. 2018а: 34).



Једна од карактеристика оваквих типова задатака јесте могућност њихове широке примене. У зависности од броја недостајућих фигура, али и димензија и броја фигура којима се попуњава, задатак је могуће отежати или олакшати, а самим тим и примењивати у свим разредима.

Увежбавање рачунских операција често је пропраћено следећим типом задатака.

*Пример 8.* Уочи како је попуњена прва фигура, па на исти начин попуни и остале (Поповић и др. 2016: 59).



Уочавање законитости попуњавања оваквих и сличних фигура у тесној је вези са добрим познавањем инверзних рачунских операција у односу на оне на које се изведено правило односи, па су због тога корисне за боље успостављање веза међу њима.

## МЕТОДОЛОШКИ ОКВИР ИСТРАЖИВАЊА

Подстицање и развијање логичког мишљења ученика у почетној настави математике значајни су из више разлога, што нас је и навело да се определимо за проучавање овог комплексног проблема. Предмет истраживања у овом раду је способност уочавања математичких законитости и правила у почетној настави математике, као компоненте логичког мишљења. Циљ овог

истраживања је експериментална провера утицаја одговарајућих математичких задатака на развијање способности уочавања математичких законитости и правила. У складу са постављеним циљем, главни истраживачки задатак јесте да се утврди утицај експерименталног програма, одговарајућих математичких задатака, на развијање способности уочавања математичких законитости и правила. Основна хипотеза истраживања јесте да се код ученика правилним вођењем и израдом карактеристичних задатака може повећати ниво способности уочавања математичких законитости и правила.

Основна метода истраживања је педагошки експеримент са паралелним групама. Помоћне методе су теоријска анализа, моделовање и дескриптивна метода.

Узорак истраживања обухвата 238 ученика трећег разреда основне школе са територије општине Ваљево. Узорак има елементе случајног, стратификованог и групног узорка. Ученици у узорку су подељени у експерименталну (Е) и контролну (К) групу, а свака група била је сачињена од по 119 ученика (Табела 1). Е и К групе уједначене су по неколико основа: пола, оцене из математике на крају претходног разреда, резултата иницијалног тестирања.

Табела 1. Структура узорка истраживања

	Пол		Оцена из математике			
	Мушки	Женски	2	3	4	5
Е група	47,1%	52,9%	3,4%	11,8%	21,0%	63,9%
К група	42,9%	57,1%	5,9%	10,1%	27,7%	56,3%

Експериментални програм састојао се од осам наставних јединица на којима су рађени различити модели задатака којима се развија способност уочавања математичких законитости и правила. Експериментални програм је спроведен школске 2018/19. године.

Основна техника истраживања је тестирање. Мерни инструмент у истраживању била су два теста (иницијални и финални) који су били групни, са писаним задацима. Иницијални тест служио је као један од критеријума уједначавања Е и К групе. Састојао се од три задатка (примери 2, 3 и 4 претходног одељка) који су имали за циљ одређивање полазног стања у погледу развијености компоненте логичког мишљења – способности откривања законитости и правила и закључивања на основу правила. Финални тест састојао се од три задатка који су били еквивалентни задацима са иницијалног теста и имао је за циљ утврђивање утицаја и ефеката експерименталног програма на развијање способности откривања законитости и правила и закључивања на основу правила. Сваки задатак на оба теста бодован је са пет поена.

Статистичка обрада података рађена је употребом софтверског пакета SPSS 22.0. Од статистичких мера коришћене су следеће: фреквенције, про-



центи, графичко и табеларно приказивање, аритметичка средина, Колмогоров–Смирнов тест нормалности и Ман–Витни тест, Хи-квадрат (Chi-square) тест.

## РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА И ДИСКУСИЈА

Иницијални тест показао је недовољни степен развијености способности уочавања правила и законитости код ученика трећег разреда. Просечан број поена свих ученика остварен на иницијалном тесту био је 3,71 од могућих 15, што указује на слабо развијену способност уочавања правила и законитости (Табела 2).

Табела 2. Дистрибуција поена ученика по задацима на иницијалном тесту

	Први задатак	Други задатак	Трећи задатак	Укупно
Е група	2,87	0,55	0,34	3,76
К група	2,72	0,87	0,08	3,67
Сви ученици	2,79	0,71	0,21	3,71

Укупан број поена ученика Е и К групе није имао нормалну расподелу (Е група:  $D(119) = 0.201$ ,  $p = 0.000$ ; К група:  $D(119) = 0.205$ ,  $p = 0.000$ ), а статистичком обрадом можемо закључити да не постоји статистички значајна разлика између укупног броја бодова остварених на тесту ( $U = 7088.5$ ,  $p = 0.987$ ). Поред уједначености на глобалном нивоу, групе су уједначене и по броју бодова на појединачним задацима на тесту (први задатак:  $U = 6828.5$ ,  $p = 0.611$ ; други задатак:  $U = 7596.5$ ,  $p = 0.114$ ; трећи задатак:  $U = 6723.5$ ,  $p = 0.053$ ), па ћемо у наставку предочити глобалне напомене за задатке на тесту.

Први задатак захтевао је дешифровања записа двоцифрених бројева коришћењем симбола. Задаци у вези са дешифровањем назначени су као садржаји додатне наставе математике, па проценат од 26,47% ученика који нису успели да ураде овај задатак није неочекиван. Правилно уочавање једне цифре, тј. начина њеног представљања, заступљено је код 29,41% ученика. Код ове групе ученика нисмо утврдили да су лакше уочавали неку конкретну цифру, већ је скоро подједнако заступљено уочавање и цифре десетица и цифре јединица. Цео задатак тачно је урадило 44,12% ученика. Међу ученицима који су тачно урадили овај задатак највише је ученика (70,5%) који су имали одличну оцену из математике.

Други задатак иницијалног теста је, поред способности откривања законитости и правила, подразумевао и елементарна математичка знања о рачунским операцијама, као и познавање таблице дељења. Чак 86,55% ученика није урадило овај задатак, тј. није могло да увиди везу између датих бројева. Задатак је тачно урадио подједнак број ученика мушког и женског пола (по

16 ученика). Интересантно је да међу ова 32 ученика не можемо увидети правилност нити у односу на оцену из математике, успех или образовање родитеља, јер међу њима има и врлодобрих и одличних ученика, ученика који су имали оцене 3, 4 и 5 из математике, а образовање родитеља је разнолико, од завршене основне школе до факултетског образовања.

Најлошије урађен задатак на тесту био је трећи задатак који није урадило 95,79% ученика. Лош резултат ученика у решавању овог задатка везан је за чињеницу да се већина ученика први пут среће са овако формулисаним проблемом. Највећи број ученика није ни покушао да реши задатак. Било је ученика који су покушали да реше задатак, о чему сведочи запис у простору за рад, где су покушавали да изврше рачунске операције између неких од датих бројева, али их то није довело до откривања правила и решења задатка. Ученици који су решили задатак (10 од 238) су врлодоброг (30%) или одличног (70%) успеха, са оценама 4 (30%) или 5 (70%) из математике.

Може се претпоставити да је главна препрека успешном решавању задатака на иницијалном тесту чињеница да ученици нису упознати са типовима задатака које је тест садржао, тј. веома слаба или потпуна незаступљеност сличних задатака у уџбеницима и збиркама задатака које се користе у основној школи.

Финални тест мерио је утицај експерименталног програма на развијање способности уочавања правила и законитости. Просечан број бодова по задацима дат је у Табели 3.

Табела 3. Дистрибуција поена ученика по задацима на финалном тесту

	Први задатак	Други задатак	Трећи задатак	Укупно
Е група	2,82	3,02	1,22	7,06
К група	1,28	1,47	0,25	3,00

Укупан број поена ученика у оквиру Е и К групе нема нормалну расподелу (Е група:  $D(119) = 0.170$ ,  $p = 0.000$ ; К група:  $D(119) = 0.310$ ,  $p = 0.000$ ). Упоредивањем броја освојених поена ученика Е и К групе можемо закључити да постоји статистички значајна разлика у броју бодова ( $U = 3883.0$ ,  $p = 0.000$ ). До великог напретка дошло је код ученика Е групе, што се може приписати позитивном утицају експерименталног програма на подстицање и развијање ове способности. Дакле, експериментални програм је у великој мери утицао на развијање ове способности логичког мишљења.

Први задатак финалног теста био је еквивалентан првом задатку иницијалног теста, али се у њему тражило уочавање правилности при репрезентовању троцифрених бројева симболима и примена ученог правила на запис новог броја. Тачно урађен задатак бодован је са пет поена. Уколико су тачно представљене две цифре, ученици су добијали четири, док су за тачно

представљену једну цифру ученици добијали три поена. Постигнућа ученика у првом задатку представљена су у Табели 4.

Табела 4. Дистрибуција поена ученика у првом задатку

	0 поена	3 поена	4 поена	5 поена
Е група	45 (37,8%)	12 (10,1%)	10 (8,4%)	52 (43,7%)
К група	86 (72,3%)	4 (3,4%)	5 (4,2%)	24 (20,2%)

Постигнућа ученика контролне групе су лошија него на иницијалном тесту. Ученици К групе су правили већи број грешака при дешифровању и шифровању троцифрених бројева. Код ученика Е групе постигнућа су значајно боља у односу на постигнућа ученика К групе. Ученици Е групе су највише поена губили у откривању правила представљања цифре стотине, а затим цифре десетице. Одређени број ученика је тачно открио правило по којем су представљени троцифрени бројеви, што се закључује на основу записа у простору за рад, али је при шифровању траженог броја изостављан неки симбол. То упућује на закључак да је већина ученика Е групе разумела суштину задатка, али је и даље имала тешкоће у примени правила. Број поена ученика у оквиру Е и К групе у првом задатку нема нормалну расподелу (Е група:  $D(119)=0.269$ ,  $p=0.000$ ; К група:  $D(119)=0.451$ ,  $p=0.000$ ). Упоредивањем броја освојених поена можемо закључити да постоји статистички значајна разлика у броју освојених бодова ( $U=4681.0$ ,  $p=0.000$ ).

Други задатак је, као и на иницијалном тесту, испитивао способности откривања правила и способности примене правила, али у комбинацији са основним знањима о рачунским операцијама, при чему су задати бројеви били троцифрени. Постигнућа ученика дата су у Табели 5.

Табела 5. Дистрибуција поена ученика у другом задатку

	0 поена	5 поена
Е група	47 (39,5%)	72 (60,5%)
К група	84 (70,6%)	35 (29,4%)

Највећи број ученика К групе је и даље имао тешкоће у уочавању правила. Морамо приметити да је велики број ученика К групе успео открити правило и применити га. Резултати ученика Е групе су знатно бољи. Највећи проценат ученика Е групе више нема тешкоћа у откривању правила. Од 47 ученика Е групе који нису тачно решили трећи задатак, има и оних који су успели да открију правило, али су правили грешке у извршавању рачунских операција. Напредак ученика Е групе се највише огледа у чињеници да они након примене експерименталног програма другачије размишљају када се нађу пред проблемом овог типа. Њихово мишљење је флексибилније и у свему теже открити неки поредак, правило, законитост. Активности које пре-

дузимају када се нађу пред оваквим и сличним проблемима говоре да њихово понашање није стереотипно, већ увек настоје открити нешто ново. Број поена ученика у оквиру Е и К групе у другом задатку нема нормалну расподелу (Е група:  $D(119) = 0.388$ ,  $p = 0.000$ ; К група:  $D(119) = 0.446$ ,  $p = 0.000$ ). Упоредивањем броја освојених поена можемо закључити да постоји статистички значајна разлика у броју освојених бодова ( $U = 4896.5$ ,  $p = 0.000$ ).

Као и на иницијалном, трећи задатак је најлошије урађен задатак и на финалном тесту. Успешност ученика у решавању овог задатка представљена је у Табели 6.

Табела 6. Дистрибуција поена ученика у трећем задатку

	0 поена	5 поена
Е група	90 (75,6%)	29 (24,4%)
К група	113 (95,0%)	6 (5,0%)

Највећи број ученика је и даље имао тешкоће у решавању оваквог типа задатка. Процент ученика К групе који су у стању да ураде овакав задатак остао је на приближно истом нивоу, а увидом у резултате иницијалног теста показује се да су задатак решили исти ученици који су и претходно могли да га реше. Код ученика Е групе проценат ученика који сада могу да реше задатак повећан је за преко 20%. Највећи напредак се види у њиховом начину размишљања. Они сада дате бројеве посматрају на другачији начин и теже проналажењу новог начина доласка до решења. Мишљење одређеног броја ученика експерименталне групе је значајно отвореније за нове идеје и флексибилније и, као у претходном задатку, излази из дотадашњих оквира стереотипа. Број поена ученика Е и К групе у трећем задатку нема нормалну расподелу (Е група:  $D(119) = 0.470$ ,  $p = 0.000$ ; К група:  $D(119) = 0.540$ ,  $p = 0.000$ ). Упоредивањем броја освојених поена можемо закључити да постоји статистички значајна разлика ( $U = 5712.0$ ,  $p = 0.000$ ).

Посматрано само за ученике Е групе, 15,97% ученика је остварило слабији резултат на финалном тесту него на иницијалном, 23,53% је остварило исти успех, док је 60,5% ученика остварило бољи резултат.

Као и на иницијалном тесту, број поена ученика у односу на пол нема нормалну расподелу (мушки:  $D(56) = 0.175$ ,  $p = 0.000$ ; женски:  $D(63) = 0.199$ ,  $p = 0.000$ ), а упоређивањем броја освојених поена долазимо до закључка да не постоји статистички значајна разлика у њиховим постигнућима ( $U = 1628.5$ ,  $p = 0.463$ ). Такође, анализом постигнућа ученика у односу на оцену из математике коју су имали у претходном разреду, установљено је да не постоји статистички значајна разлика у њиховим постигнућима ( $\chi^2(2) = 5.834$ ,  $p = 0.054$ ).

## ЗАКЉУЧАК

У раду смо логичко мишљење дефинисали као сложену интелектуалну активност у којој до изражаја долазе следеће способности: способност разумевања значења и коришћења термина (*и, или, не*) у почетној настави математике, способност уочавања узрочно-последичних веза и закључивање на основу уочених веза, способност откривања законитости и правила и закључивање на основу правила, способност уочавања удаљених (скривених) елемената у задатку (оштроумност). Посебно смо се бавили могућностима подстицања и развијања способности уочавања математичких законитости и правила. Пошли смо од претпоставке да се издвојена способност може подстицати и развијати у почетној настави математике и то ако се адекватно, одговарајућим задацима ученик води ка жељеном циљу.

Спроведено истраживање је показало да се у почетној настави математике способност уочавања математичких правила и законитости, као способност логичког мишљења, може подстицати одговарајућим математичким задацима, о чему сведочи значајан напредак ученика Е групе под утицајем експерименталног програма. Добијени резултати потврђују основну хипотезу истраживања да се код ученика правилним вођењем и израдом карактеристичних задатака може повећати ниво способности уочавања математичких законитости и правила.

Резултати до којих смо дошли имају велики практични значај који се огледа у изради карактеристичних задатака и њиховој примени у наставном процесу. Примери задатака које смо изнели у раду могу послужити учитељима у покушајима да подстичу и развијају способност уочавања правила и законитости у настави математике. Овакви задаци свакако завређују место и у уџбеницима математике јер је могуће прилагодити их већини наставних садржаја који се у основној школи обрађују.

## ЛИТЕРАТУРА

Дејић, Михајловић (2014): М. Дејић, А. Михајловић, *Математичка гаровишоси*, Београд: Учитељски факултет.

Малиновић, Малиновић Јовановић (2002): Т. Malinović, N. Malinović Jovanović, *Metodika nastave matematike*, Вranје: Учитељски факултет.

Маричић, Шпијунувић, Цотич, Фелда (2017): S. Maričić, K. Špijunović, M. Cotić, D. Felda, *Matematičko mišljenje u početnoj nastavi matematike*, Кoper: Založba Univerze na Primorskem.

Маричић (2018): С. Маричић, *Математика 1*, радна свеска за први разред основне школе, 1. део, Београд: БИГЗ.

Маричић, Ђуровић (2019): С. Маричић, Д. Ђуровић, *Математика 1*, радна свеска за други разред основне школе, 1. део, Београд: БИГЗ.

Пикула, Милинковић (2015): М. Пикула, Д. Милинковић, *Методика почетне настава математике*, Пале: Филозофски факултет.

Поповић, Вуловић, Анокић, Кандић (2016): Б. Поповић, Н. Вуловић, П. Анокић, М. Кандић, *Маиа и Раиа, Математика 2*, радна свеска за други разред основне школе, 2. део, Београд: Клет.

Поповић, Вуловић, Анокић, Кандић (2018б): Б. Поповић, Н. Вуловић, П. Анокић, М. Кандић, *Маиа и Раиа, Математика*, Уџбеник за први разред основне школе, 4. део, Београд: Клет.

Првановић (1970): S. Prvanović, *Metodika nastave matematike*, Београд.

Шпијуновић (1999): К. Шпијуновић, Основне логичке операције у уџбенику математике за 3. разред основне школе, *Вредности савременог уџбеника, Зборник радова са научној скупа*, Ужице: Учитељски факултет, 347–366.

Шпијуновић, Маричић, (2016): К. Шпијуновић, С. Маричић, *Методика почетне настава математике*, Ужице: Учитељски факултет.

Ivana R. Jovanović

Elementary school “Sveti Sava”

Popučke, Valjevo

Nenad R. Vulović

University of Kragujevac

Faculty of Education in Jagodina

Department of Didactics and Methodology

## FINDING RULES IN INITIAL TEACHING OF MATHEMATICS

*Summary:* In a time of quick changes and technological development, the key task of teaching mathematics is to encourage and develop mathematical thinking. The teaching of mathematics is important in the life of every individual because mathematics permeates all aspects of human activity. Mathematical thinking is necessary for solving many problems in everyday life and work of every individual. The ability to find rules in the initial teaching of mathematics is one of the abilities of mathematical thinking, more precisely logical, and its encouragement and development in teaching contributes to the encouragement and development of mathematical thinking. This paper presents specific examples of problem tasks that encourage and develop the ability to find rules in the initial teaching of mathematics, as well as the results of the research conducted to examine the effects of the application of these problem tasks. The research sample consisted of 238 third grade elementary school students. The research results show that after the application of the experimental program, there was a significant improvement in the ability of finding rules in experimental group. The results confirm that this ability can be encouraged and developed in the initial teaching of mathematics.

*Keywords:* initial teaching of mathematics, ability of finding rules, mathematical problem, mathematical thinking, logical thinking.