Александра Д. Михајловић
Факултет педагошких наука
Универзитета у Крагујевцу
Јагодина

УДК: 371.3::51-028.31 ;
159.954/.956-057.874
ИД БРОЈ: 195350796
Стручни рад
Примљен: 1. септембра 2012.
Прихваћен: 18. октобра 2012.

ПОДСТИЦАЊЕ И РАЗВИЈАЊЕ КРЕАТИВНОСТИ У ПОЧЕТНОЈ НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ

Апстракт: У раду се промовише употреба проблема отвореног типа у почетној настави математике као једне од могућности иновирања наставног процеса и средства развијања и подстицања креативности ученика. Посебна пажња посвећена је врстама математичких проблема и активности којима се могу подстицати математичко мишљење и способности вишег реда. С обзиром на то да су проблеми отвореног типа релативно нов појам у нашем математичком образовању, у раду смо приказали њихове основне карактеристике и врсте, као и предности њиховог коришћења у настави, нарочито у смеру подстицања креативних активности ученика. Допринос рада огледа се и у увођењу и предлагању неких нових типова проблема отвореног типа. На основу свега наведеног у раду, као закључак намеће се да проблеми отвореног типа због своје отворене природе омогућавају ученицима различитих способности да се проблемима приближе на свој начин, користећи своје сопствено искуство и знање и стратегије решавања које им највише одговарају, поспешују разумевање математичких садржаја и представљају снажно средство подстицања креативног мишљења.

Кључне речи: математичка креативност, развијање математичке креативности, настава математике, математички проблеми, проблеми отвореног типа

УВОД

Креативност је тема која се често занемарује у настави математике. Већина наставника сматра да је логика у математици на првом месту, а да креативност није толико битна у учењу математике. С друге стране, ако узмемо у обзир математичара који долази до нових резултата у математи-

е-адреса: djura984@yahoo.com

ци, не можемо занемарити његово коришћење креативног потенцијала. Математика се као интелектуална област налази на врху хијерархијске листе области када је у питању присутност креативности у њеним активностима и резултатима. Мада је изворна математичка активност уско испреплетана са креативношћу, већини ученика школовање обезбеђује врло мало прилика да искусе овај аспект области математике. Ипак, неоспорно је да развијање креативности представља један од најважнијих задатака математичког образовања. Овоме можемо допринети коришћењем различитих облика, средстава и метода рада, при чему нарочито важну улогу има решавање и постављање проблема, самим тим и проблемска настава, учење откривањем, диференцирана, индивидуализована и менторска настава.

РАЗВИЈАЊЕ КРЕАТИВНОСТИ У НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ

Још од најранијих дана код деце треба развијати особине својствене ствараоцима у области математике. На развијање компоненти стваралачког мишљења може се утицати израдом адекватних математичких задатака. У многим земљама широм света, решавање проблема је циљ експлицитно садржан у математичком курикулуму. Уобичајена дефиниција проблема у математичкој литератури (Kantowski 1980, према: Pehkonen 1997: 64) јесте да користимо појам „проблем“ за задату ситуацију када је индивидуа присиљена да повезује познате информације на за њу нов начин у циљу решавања задатка. Ако одмах препозна које су акције потребне да би се урадио задатак, онда ће то бити рутинска ствар. Према томе, појам „проблем“ је детерминисан временом и индивидуом. По Б. Стевановићу (Стевановић 1979, према: Дејић, Егерић 2005: 328) „тамо где се може доћи до циља лако, нема проблема“.

На питање зашто се решавању проблема даје централна позиција, не могу се лако дати задовољавајући одговори. Неки од разлога на које наилазимо у математичкој литератури јесу следећи: решавање проблема развија опште когнитивне вештине; решавање проблема подстиче развој креативности; решавање проблема мотивише ученике да уче математику. У САД је вршено испитивање мишљења велике групе испитаника (Kantowski 1981) међу којима су били учитељи и наставници основних школа, директори, представници родитеља, школски саветници и професори наставничких факултета. Сврха овог испитивања била је да се утврди који делови математичког курикулума заузимају највише место по важности. У свим групама решавању проблема дат је највиши ранг.

Осим решавања проблема, велики значај се придаје и постављању, формулисању проблема. Постављање проблема представља по многима карактеристику креативне активности и изузетног талента. Хадамард сматра да је способност идентификовања кључних питања истраживања индикатор изузетне даровитости у области математике. Дакле, можемо рећи да постављање проблема, заједно са њиховим решавањем, има централну улогу за област математике и математичко мишљење уопште. У литератури наилазимо на један број експеримената у којима ученици самостално генеришу проблеме које затим решавају они сами, други ученици из разреда или следећа генерација ученика. Ван дер Бринк (Van der Brink 1987, према: Silver 1997: 77) наводи један експеримент са ученицима првог разреда једне основне школе у Холандији. Ученици су написали и илустровали страницу са аритметичким задацима намењену деци која ће наредне године уписати први разред. Хили (Healy 1993, према Silver 1997: 77) изводи сличан експеримент са ученицима средње школе у САД који назива „направи књигу“. Ученици уче геометријске садржаје, при чему не користе комерцијални уџбеник, већ праве свој сопствени уносећи у њега све оно до чега долазе истраживањем. Скинер (Skinner 1991, према: Silver 1997: 77), слично томе, ангажује ученике првог разреда у постављању проблема који чине базу за касније активности решавања проблема. Ангажовање ученика у постављању и решавању проблема у свим овим случајевима подстиче развој флуентности, једне од кључних карактеристика креативности. На развој флуентности се може утицати и решавањем неструктурираних, отворених проблема. Ови проблеми отвореног типа нуде могућност постављања већег броја циљева и давања вишеструких тачних одговора. Чак и једноставнији примери проблема отвореног типа могу деци понудити значајне прилике да се баве проблемима са вишеструким интерпретацијама и могућим решењима. На пример, задатак који гласи: „*Полупречник круга уписаног у квадрат износи 6. Израчунај површину квадрата*“ једноставном преформулацијом можемо трансформисати у проблем отвореног типа: „*Полупречник круга уписаног у квадрат износи 6. Нађи све могуће податке о квадрату и кругу.*“ Многи аутори указују на потенцијалну корист решавања проблема код којих није наглашен циљ.

Овакав приступ настави у коме проблеме генеришу сами ученици тежи да ангажује ученике у постављању и решавању проблема. Као резултат, ученици треба да развију своју репрезентациону и стратегијску флуентност. Генерисањем многобројних решења датог проблема ученици развијају и креативну флексибилност. Сложени, неструктурирани проблеми, али и неки много једноставнији, могу ученицима пружити прилику за употребу различитих метода за решавање. Ученици индивидуално или у групама решавају проблем. Након тога, презентују се алтернативни приступи решавању проблема и дискутује се о њима. Ово омогућава ученицима да упознају друге методе долажења до решења и самим тим да повећају своју флексибилност у приласку проблему.

Још један приступ настави који подстиче развој флексибилности развили су Браун и Вотерс (Brown, Waters 1983, према: Silver 1997: 78), под именом „What-if-not?“ („Шта-ако-није?“). Ова метода се састоји у томе да ученици генеришу нове проблеме из претходно решених варирајући услове или циљеве оригиналног проблема. Многа од поменутих искустава у постављању и решавању проблема могу се користити и да код ученика развијемо разумевање важности и способност стварања оригиналних решења, метода решавања или проблема. На пример, код „What-if-not?” наставе, можемо охрабривати ученике да варирајући услове и циљеве неког познатог, створе проблем различит од било ког до тада генерисаног. Према Едварду А. Силверу (Silver 1997: 79), креативност треба схватити не само као нешто својствено изузетним појединцима, већ као оријентацију или тенденцију према математичкој активности чији се развој може подстаћи у широј школској популацији.

Иако креативност игра важну улогу у настави математике, наставници сматрају да је наставу путем постављања и решавања проблема тешко применити у учионици. Отежавајућа околност је и чињеница да је материјала намењеног оваквој врсти наставе мало у односу на онај који подржава процедурални и механички приступ школској математици. Још један проблем са којим се срећемо у нашим основним школама јесте и то да већина наставника и учитеља сматра да постоји само један тачан одговор у математици и само један „прави“ начин да се неки математички проблем реши. Добар наставник је онај који зна да постоји велики број могућности да се приступи решавању неког проблема. Став наставника у великој мери утиче на развијање креативности ученика у настави математике. Наставник мора да прихвати, призна учеников прилаз проблему, без обзира на то што се тај прилаз разликује од других, уобичајених. Ученицима увек треба омогућавати, када нам то наставни садржаји дозвољавају, да сами изводе правила, алгоритме и формулишу нове проблеме.

Фетерли (Fetterly 2010) наводи како је велики број аутора предложио облике или начине развијања креативности. Никерсон (Nickerson 1999) сматра да је за развијање креативности битно следеће: успоставити сврху и намеру; изградити базичне вештине; охрабривати стицање специфичног знања у области; стимулисати и награђивати радозналост и истраживачки дух; изграђивати мотивацију (нарочито унутрашњу); охрабривати самопоуздање и вољу за преузимањем ризика; ставити фокус на вештине и самотакмичење; подстицати и подржавати позитивна уверења о креативности; обезбеђивати прилике за избор и откриће; развијати метакогнитивне вештине; подучавати техникама за поспешивање испољавања креативног понашања и обезбеђивати баланс. Стернберг (Sternberg 1996, према: Fetterly 2010: 14) нуди наставницима дванаест стратегија да учине своје ученике креативнијим: (а) да буду и сами модел за креативност, (б) охрабривати преиспитивање претпоставки, (в) дозвољавати грешке, (г) охрабривати разумно преузимање ризика, (д) дизајнирати креативне задатке и начин оцењивања, (ђ) омогућити ученицима да сами дефинишу проблеме, (е) награђивати креативне идеје и производе, (ж) пружити довољно времена за креативно мишљење, (з) охрабривати толеранцију на неодређеност, (и) истицати да се креативни мислиоци стално срећу са препрекама у свом раду, (ј) имати вољу за развијањем, рашћењем и (к) препознати да је креативним мислиоцима потребно подстицајно окружење.

Ејкен (Aiken 1973) тврди да „креативни наставник ствара креативне ученике". По његовом мишљењу, наставник који подстиче креативност поставља математичке проблеме и питања вишег реда, а она омогућавају рефлексију, охрабрују дискусију у групама и целом разреду и обезбеђују могућности за посматрање и истраживање математичких веза. Јенсен (Jensen 1976, према: Fetterly 2010: 15) сматра да у основној школи охрабривање ученика у налажењу разноврсних метода, алтернативних алгоритама или јединствених решења проблема утиче на повећавање ученикових способности решавања проблема и на дивергентно мишљење. Витком (Whitcombe 1988, према: Fetterly 2010: 15) инсистира на својеврсној равнотежи у математици преко свог тзв. АВС модела. По њему, А представља традиционалне и логичке алгоритме у математици. В је лепота или естетско расуђивање и мишљење у математици, као што је визуелизација, економичност, једноставност, елеганција, уређеност и уочавање структура, форми и релација. С означава интуитивне и креативне аспекте математике који се огледају у решавању проблема, истраживањима, уочавању законитости (патерна), правилности, у испољавању оригиналности, расуђивању, мишљењу, појмовима и стратегијама.

С обзиром на то да су решавање и постављање проблема централни за природу математике (као и за математичко мишљење), Силвер (Silver 1997: 79) је предложио да се математичка креативност може и треба развијати истраживачком наставом математике која користи неструктуриране проблеме или проблеме отвореног типа током процеса њиховог решавања и постављања. На тај начин, по Силверу, наставници помажу ученицима да прошире и развију репрезентациону и стратегијску флуентност и флексибилност и да користе креативне приступе у својим математичким активностима. Шрираман (Sriraman 2004: 32) сматра да је идентификовање и гајење креативног талента у математичкој учионици један од највећих интереса у пољу математичког образовања. Он наводи речи Ђорђа Поље да између рада ученика који покушава да реши неки тежак математички проблем и стваралаштва (инвенције) постоји разлика само у степену. Креирање оригиналне математике захтева висок ниво мотивације, упорности и рефлексије, а све ово се сматра индикаторима креативности. Шрираман примећује да литература већином указује на то да најкреативније појединце привлачи комплексност, чега у школској математици и математичком курикулуму има веома мало. Школска математика и курикулум ретко користе проблеме са таквим математичким структурама које би од ученика захтевале дуготрајно ангажовање и самосталност у формулацији решења. Даље, аутор сматра како, за испољавање математичке креативности у учионици, ученицима треба давати прилику да се баве нерутинским проблемима који су комплексни и богате структуре, проблемима који захтевају не само мотивацију и упорност, већ и значајну рефлексију. Шрираман (Sriraman 2005) се, такође, залаже за пет принципа који, како он сматра, максимално утичу на појаву креативности ученика у основној школи:

1. гешталт принцип – слобода од времена и покрета;
2. естетски принцип – схватање вредности и лепоте необичног решења уз успостављање релација са уметношћу и науком;
3. принцип слободног тржишта – охрабривање преузимања ризика и нетипичног мишљења;
4. принцип учења – сагледавање креативности као доприноса, изазова познатим парадигмама и проширивања постојећег знања;
5. принцип несигурности – проблеми отвореног типа или „лоше“ постављени проблеми и толеранција на неодређеност.

Ромеј (Romey 1970, према: Fetterly 2010: 16) дефинише креативност као способност комбиновања идеја, ствари, техника или приступа на нов начин. Он сматра да је то тако не само из перспективе особе која ствара, већ и из перспективе особе која посматра креативан рад. Ромеј посматра особу која ствара и особу која види и препознаје креативан рад као субјекте у учионици. Он препоручује неколико различитих начина да се креативност моделује за ученике, као, на пример, успостављање реда којим се теме разматрају у настави, постављање проблема и питања, планирање часова, вођење часова, лабораторијске активности, стратегије испитивања и евалуација.

Рид (Reed 1957, према: Aiken 1973: 26) наводи да креативан наставник математике користи проблеме који су оријентисани ка коришћењу и продубљивању искуства и охрабрује формулисање хипотеза и самостално расуђивање о решењима. На овај начин, наставник приписује велику вредност креативним напорима ученика и зна када и како да им помогне. Наставник који поштује ученика и показује да верује у његове мисаоне способности, подстиче ученика да самостално дође до неких математичких открића. Рид (Reed 1957, према: Fetterly 2010: 17) издваја десет питања која један добар и креативан наставник треба да постави себи.

1. Да ли помажем својим ученицима да идентификују аритметичке проблеме који су значајни за њих у животним ситуацијама?

2. Да ли дајем својим ученицима довољно времена да се мисаоно ангажују у решавању проблема пре него што им предложим методе решавања?
3. Да ли својим питањима охрабрујем ученике да самостално размишљају?
4. Да ли охрабрујем ученике да трагају за решењима проблема, а не за једним решењем?
5. Да ли показујем интересовање и одобравање за креативне напоре ученика чак и када су њихови одговори и решења незадовољавајући?
6. Да ли вреднујем креативно мишљење у истој мери као што вреднујем тачне одговоре на проблеме који захтевају примену алгоритама (дрил проблеме)?
7. Да ли охрабрујем ученике да врше евалуацију сопствених метода решавања проблема?
8. Да ли уочавам и препознајем разлике у способностима ученика да задатак реше на креативан начин?
9. Да ли чиним свесне напоре да помогнем ученицима да схвате да је аритметика квантитативан начин мишљења који нуди прилике за креативно мишљење?
10. Да ли уочавам креативност у својим наставним методама, начину на који организујем садржај курикулума и у свом личном понашању?

У свом виђењу математичке креативности, користећи четвороетапни гешталтистички модел, Пар (Parr 1974, према: Fetterly 2010: 17) објашњава да феномен математичког стваралаштва има импликације не само за математичаре као научнике, већ и за наставу математике. У првој етапи препарације потребна су два основна фактора – знање и интуиција. Учионица обично наглашава знање, али може подстаћи и поспешити интуицију тако што ће за ученике обезбедити ситуације које ће им омогућити давање претпоставки о неким математичким сценаријима. Ово захтева да атмосфера у учионици буде пуна подршке. Током периода инкубације, ум се одмара и ставља у други план сувишне информације, тако да се путања решавања проблема осветљава. Пар охрабрује наставнике математике да у овој етапи разбију процес на краће периоде, тако што ће презентовати одговарајуће и битне информације. То води у наредну етапу илуминације, у којој постоји стварна креативна активност, која није апсолутно логичко-интелектуална активност, већ представља *аха* ефекат креативности, односно открића. Током финалне етапе инкубације, ученици треба да разговарају, дискутују о математици, о њеној лепоти, естетици и елеганцији.

Традиционално лоша страна школске математике јесте пренаглашавање дрила. Креативности треба времена да се развије и она се развија на основу искуства (Mann 2005: 19). Ово се надовезује на Силверову тврдњу (Silver 1997: 75) да се креативност пре повезује са дугим периодима рада и рефлексије, него са изненадним увидом и да је подложна утицају наставе и искуства. Штавише, Хејлок (Haylock 1997: 69) износи да је превазилажење фиксација у мишљењу (и оних које се тичу садржаја, и оних које се тичу алгоритама) битно за стварање дивергентних производа и представља нешто што дотиче саму срж математичке креативности. Механичко извршавање алгоритама у математици, ригидност у решавању проблема и фиксација у мишљењу инхибирајући су фактори који шкоде приступању новим проблемима на имагинативан начин (McGannon 1972, према: Fetterly 2010: 18). Фетерли је запазио како многи аутори истичу да лоше структурирани проблеми, проблеми отвореног типа или проблеми са више решења, заједно са постављањем проблема, подржавају и подстичу математичку креативност у учионицама.

Наставници се охрабрују да развијају окружења за учење у којима ће њихови ученици имати више времена и простора за рефлексију, дискусију и самостално истраживање. У таквим разредима наставници обезбеђују ученицима отворено окружење за учење у форми проблема отвореног типа који су интегрисани и постављени у контекст реалног живота. Повећана забринутост због тога што школе производе младе који пасивно слушају и експерти су за инертно меморисање знања, за извршавање поједностављених, шаблонских задатака – покренула је иницијативу за усвајање тзв. отвореног приступа у учењу математике (Foong 2000: 50).

ПРОБЛЕМИ ОТВОРЕНОГ ТИПА

Проблем отвореног типа је проблем који је отворен за многа различита решења (Becker 1997, Nohda 2000, према: Kwon, Park, Park 2007). Дефиниција проблема отвореног типа, међутим, варира од истраживача до истраживача. Такахаши (Takahashi 2001 према: Yan, Fong 2005: 1) проблеме отвореног типа дели на две врсте: проблеме са једним решењем, али са више разноврсних приступа решавању проблема и проблеме са више тачних решења, односно одговора. Да би дефинисали појам проблема отвореног типа, Пехконен и Фунг (Pehkonen 1997a, Foong 2002), на пример, најпре дефинишу проблеме затвореног типа. *Проблем затвореног типа* је „добро структуриран“ проблем у смислу да су захтеви јасно формулисани и постоји један јединствен и тачан одговор који се увек може пронаћи на одређен, фиксиран начин. Другим речима, проблем је затворен ако су почетна и циљна ситуација (почетни услови и циљ) затворени, тј. јасно објашњени, задати. Овакав проблем не пружа могућност коришћења дивергентног мишљења. Затворени проблеми обухватају рутинске задатке који се користе за увежбавање правила и поступака, као и нерутинске проблеме који су засновани на коришћењу хеуристичких метода решавања проблема. Ако су почетна и циљна ситуација отворени, односно нису затворени, онда имамо проблем отвореног типа (табела 2). Стога, проблем који је „отворен“ било у погледу својих почетних услова, било када је реч о циљевима, и који је по исходу отворен за дивергентно мишљење, може се сматрати проблемом отвореног типа. Проблеми отвореног типа се у литератури још називају и некомплетним (Kwon, Park, Park 2007), неструктурираним или „лоше“ структурираним проблемима (Leung 1997).

Према овој дефиницији, Пехконен (Pehkonen 1997a: 8) у односу на „отвореност“ почетне или циљне ситуације издваја три врсте проблема отвореног типа. У проблеме отвореног типа убраја: истраживања, постављање или генерисање проблема, реалне животне ситуације (real-life ситуације), пројекте, проблемска поља (problemfields), проблеме без експлицитно постављених питања и тзв. проблем-варијације (тзв. метод “what-if”). Група проблема попут реалних животних ситуација може обухватити и неколико врста отворених проблема.

Табела 1. Класификација проблема у зависности од њихове полазне и циљне ситуације (Pehkonen, 1997a: 9)

		Циљна ситуација	
		Затворена (тј. јасно задата)	**Отворена**
Почетна ситуација	**Затворена (тј. јасно задата)**	затворени проблеми	проблеми са отвореним исходом (open-ended) реалне животне ситуације истраживања проблемска поља проблем-варијације
	Отворена	реалне животне ситуације проблем-варијације	реалне животне ситуације проблем-варијације пројекти постављање проблема

Неки математички едукатори користе реч „истраживачки“ као синоним за „отворени“, како би спречили мешање са нерешеним проблемима математике (Pehkonen, 1997a: 8).

Слично подели коју даје Пехконен, Рајтман (Reitman 1965 према: Leung 1997: 26) говори о „добро“ и „лоше“ структурираним проблемима. По њему, проблем је добро структуриран ако су објекти, операције и циљеви добро дефинисани. Рајтман је идентификовао четири категорије проблема у зависности од тога колико добро су дата (почетна) и коначна стања (циљеви) специфификована:

- недефинисана дата (почетна) и недефинисана коначна стања (циљеви);
- недефинисана дата (почетна) и добро дефинисана коначна (циљеви) стања;
- добро дефинисана дата (почетна) и недефинисана коначна стања (циљеви);
- добро дефинисана дата (почетна) и добро дефинисана коначна стања (циљеви).

С обзиром да у прве три категорије има недефинисаних компоненти, следи да су само проблеми у последњој категорији добро структурирани. Под „недефинисаним“ Рајтман подразумева и „лоше дефинисане“ случајеве. Прве три категорије су, стога, познате као лоше структурирани проблеми. Лоше структурирани проблеми отварају разне могућности за постављање и формулисање проблема, јер онај ко поставља проблем мора самостално да дефинише почетна стања, циљ или и једно и друго.

Лондон (London 1993 према: Kwon, Park, Park 2006: 53) издваја три карактеристике проблема отвореног типа. По њему, проблеми отвореног типа подразумевају три фазе: упознавање проблема, испитивање проблема и упорност у решавању. Потребно је да проблеми ученицима пружају прилику за дивергентна решења и да им омогућавају да врше евалуацију. Такође, морају бити приступачни за сваког ученика и морају подразумевати извесно време за решавање. Квон и др. (Kwon, Park, Park 2006) проблемима отвореног типа сматрају проблеме који имају следеће три карактеристике: прво, почетна тачка проблема је релативно јасна, али решења за његов циљ могу варирати; друго, ученик може бирати сопствени одговарајући приступ и објаснити разлог његовог избора; треће, то су проблеми у којима ученик може користити вишедимензионалне мисаоне вештине и ангажовати дивергентно мишљење у потрази за сопственим решењем.

Савада (Sawada 1997, према: Takahashi 2000: 4) наводи пет предности решавања проблема отвореног типа:

- ученици активније учествују на часу и могу да изражавају своје идеје слободније и чешће;
- ученици имају бољу прилику да користе своје математичко знање и вештине у већој мери;
- сви ученици могу дати одговор на питање на свој и за себе значајан начин;
- часови са проблемима отвореног типа пружају ученицима сврсисходно и важно искуство расуђивања и закључивања;

– ученицима је пружена шанса да искусе испуњење када дођу до открића и да доживе потврду код својих вршњака.

Наиме, будући да код проблема отвореног типа постоји више могућих тачних одговора и решења и да ученици имају прилику да пронађу сопствена, онда решавање проблема отвореног типа обезбеђује окружење које је слободно и пуно подршке за ученика. По Такахашију (Takahashi 2000: 4), ученици су активни и радознали и желе да пронађу и друга решења. При томе могу да упоређују и дискутују о својим решењима са осталим ученицима. Све ово ствара могућност за вођење интересантног и богатог дијалога у учионици. Пошто постоји много различитих решења датог отвореног проблема, онда ученици бирају за њих најбољи начин долажења до одговора и стварају оригинална решења. Кроз упоређивање и дискусију у разреду ученици су интринзички мотивисани да другим ученицима образлажу своја решења, а ово представља велику прилику за развијање математичког мишљења. У обзир треба узети чињеницу да у одељењима имамо ученике различитих способности, могућности и интересовања. Стога треба водити рачуна да у активностима на часу учествују сви ученици, односно час мора бити разумљив сваком ученику. Проблеми отвореног типа ученицима пружају могућност да пронађу своје сопствене одговоре. Ван ден Ховел-Панхуизен је у својој студији о проблемима отвореног типа видела корист у томе да ученици решавају реалистичне проблеме код којих дате информације нису потпуне, па морају да праве претпоставке о томе што недостаје (Van den Heuvel-Panhuizen 1996, према Chan 2007: 2). Чан помиње још неке предности коришћења отвореног приступа, као што су: повећање задовољства у раду и пружање значајних информација наставнику о томе како се ученици сналазе у процесу решавања проблема.

Ови проблеми нуде ученицима разноврсне приступе, уз мала ограничења методе решавања коју користи ученик (Hancock 1995 према: Cooney, Sanchez, Ice 2001: 10). Могу варирати од једноставних питања која од ученика траже да прикаже рад на проблему до комплексних ситуација које захтевају формулисање хипотеза, објашњавање математичких ситуација, креирање нових повезаних проблема и прављење генерализација (Kulm 1994 према: Chan 2007: 2). Фунг (Foong 2002: 9) описује отворене проблеме као „лоше“ структуриране зато што подразумевају недостатак одређених података или претпоставки и не постоји утврђена процедура која би гарантовала тачно решење оваквог проблема. Због таквих когнитивних препрека ученици ће морати да прошире своје постојеће знање користећи друга средства и изворе како би решили проблемске ситуације.

Једна од карактеристика креативног мишљења јесте дивергентно мишљење које је Гилфорд (Guilford 1967, према: Sak, Maker 2005: 252) дефинисао као акт трагања за разноврсношћу у решавању проблема без једног фиксираног одговора или размишљање у различитим перспективама. Такође, указао је да дивергентно мишљење повећава могућност доласка до оригиналних мисли. Коришћење конвергентног или дивергентног мишљења приликом решавања проблема зависи у највећој мери од избора типа проблема који презентујемо, односно од тога да ли је проблем затвореног или отвореног типа. Зато што охрабрује дивергентне мисли, проблем отвореног типа даје допринос распламсавању (појачавању) дивергентног мишљења. У току трагања за различитим решењима и разноврсним приступима, ученици могу слободно доћи до многих идеја (флуентност), могу правити друге покушаје да развију (измисле) нове стратегије за бављење проблемом тамо где друге не успевају (флексибилност) и могу смислити веома паметне и неочекиване идеје (оригиналност). Једном речју, проблеми отвореног типа су веома ефективни у неговању математичке креативности.

Хауард (Howard 1983, према: Sak, Maker 2005: 253) сматра да разлике у карактеристикама између проблема затвореног и отвореног типа представљају својеврсни континуум, и да се на основу тога ови проблеми могу разврстати у више од једне категорије. Гецелс и Чиксентмихаљи су сматрали да је начин на који појединац открива проблем суштина креативног процеса (Getzels, Csikszentmihalyi 2001 према: Gomez 2007). Они су дали класификацију проблема која је заснована на три аспекта: формулација проблема, метода решавања и решење проблема. Врсте проблема варирају у складу са спецификацијом формулације проблема, метода и решења, и то у односу на оног ко презентује проблем (на пример, наставника) и оног ко проблем решава (на пример, ученика). Идентификовали су три типа проблема. Прва два типа су добро структурирани (затворени) проблеми, док је трећи тип лоше структруиран, односно отворен. Шивер и Мејкер (Schiever, Maker 2010) су, ослањајући се на рад Гецелса и Чиксентмихаљија, издвојиле додатна два типа проблема и прошириле оригиналну класификацију како би попуниле празнину између проблема првог и трећег типа. Ова класификација позната је под именом *Матрица проблемског континума* (табела 2).

Мејкер, касније, говори о шест типова проблема (Maker 2005: 74), при чему уместо проблема трећег типа убацује два нова типа проблема. По овој подели, проблем првог типа је онај проблем код кога су проблем и метод познати и за презентера и за решавача, али је решење проблема познато само презентеру. Задатак оног који решава јесте да примени познати метод и дође до решења које је већ познато презентеру. Проблем другог типа је по структури близак проблему првог типа, дакле, то је проблем који је познат и презентеру и решавачу, међутим, метод и решење су познати презентеру, али не и решавачу. Проблем трећег типа је проблем који има више различитих метода решавања, а само једно тачно решење. Код проблема четвртог типа, постоји више од једне методе решавања и више од једног тачног решења. Методе и решења су познати особи која презентује проблем. Код проблема петог типа проблем је јасно дефинисан, али је број метода и решења неограничен, односно, онај који презентује проблем нема на уму неку одређену методу или решење – и методе и решења су непознати и презентеру и решавачу. Шести тип проблема је онај код кога ни проблем, ни метод, ни решење нису познати ни презентеру, ни решавачу. У овом случају решавач мора да дефинише проблем пре него што покуша да га реши. Јасно је да проблем овог типа допушта највећу индивидуалну креативност и захтева способност да се пронађе или дефинише проблем у датој ситуацији.

Табела 2. (Sak, Maker, 2005: 254[1])

Тип проб-лема	Проблем		Метод		Решење	
	Презентер	Решавач	Презентер	Решавач	Презентер	Решавач
I	П	П	П	П	П	Н
II	П	П	П	Н	П	Н
III	**П**	**П**	**М**	**Н**	**М**	**Н**
IV	**П**	**П**	**Н**	**Н**	**Н**	**Н**
V	Н	Н	Н	Н	Н	Н

Легенда: П = познат, Н = непознат, М = много (постоји много разноврсних метода решавања или решења и само презентер може да буде свестан тога).

Креативност се обично процењује проблемима четвртог, а понекад и проблемима трећег који је више структуриран, али и петим неструктурираним типом. Проблеми првог и другог типа захтевају конвергентно мишљење. Проблеми трећег типа почињу да захтевају дивергентно мишљење, док проблеми четвртог, петог и шестог типа развијају најкреативније и најпродуктивније мишљење.

Сак и Мејкер (Sak, Maker 2005: 254) указују да класификација проблема по Проблемском континууму није ограничена само на наведене типове проблема, већ да представља континум и да се могу издвојити још специфичнији типови проблема.

[1] У табели су масним словима означени типови проблема које су додале Шивер и Мејкер.

Као део истраживања спроведеног у оквиру докторске дисертације аутора, а како би се смањили скокови између проблема затвореног и отвореног типа, проширили смо наведени модел континуума, тј. увели смо још два нова типа проблема (табела 3).

Табела 3. Проширена матрица континуума проблема (ПМКП)

	Проблем		Метод		Решење	
	Презентер	Решавач	Презентер	Решавач	Презентер	Решавач
I	Познат	Познат	Познат	Познат	Познат	Непознат
II	Познат	Познат	Познат	Непознат	Познат	Непознат
III	Познат	Познат	Више	Непознат	Познат	Непознат
IV	Познат	Познат	Познат	Непознат	Више	Непознат
V	Познат	Познат	Више	Непознат	Више	Непознат
VI	Познат	Познат	Непознат	Непознат	Непознат	Непознат
VII	Непознат	Непознат	Познат	Познат	Познат	Познат
VIII	Непознат	Непознат	Непознат	Непознат	Непознат	Непознат

Новина су проблеми IV и VII типа. Проблеми типа I, II, III, V, VI и VIII одговарају типовима које даје Мејкер (Maker 2005). Проблем IV типа је јасно дефинисан и презентеру и решавачу, постоји један начин доласка до решења, а више решења. Метод је познат презентеру, као и решења. Код проблема VII типа презентеру и решавачу су познати метод и решење, али није познат проблем. Решавач мора да пронађе проблем који се може решити датом методом и чије решење ће бити једнако оном које је дато.

Навешћемо неколико примера различитих типова проблема у почетној настави математике класификованих по проширеној матрици континуума проблема (ПМКП).

Проблем I типа. Израчунај вредност израза $32 + 26$.

Проблем II типа. У првој прегради полице се налази 20 књига, а у другој 17. Колико има укупно књига на полици?

Проблем III типа. Сима има 50 динара. Како све може уситнити новац помоћу новчића од 1, 2, 5, 10 и 20 динара? Покажи све начине.

Проблем IV ӣиӣа. Ком броју није место у низу 12, 15, 19, 21? Да ли постоји још неки одговор?

Проблем V ӣиӣа. Користећи цифре 3, 6 и 9 напиши што више тачних једнакости.

Проблем VI ӣиӣа. Ученицима дајемо један број и тражимо од њих да направе што више проблема који ће као одговор имати дати број.

Проблем VII ӣиӣа. Ученицима се даје решен задатак (на пример, израз чија је вредност израчуната), а од њих се тражи да сами осмисле текст задатка који одговара датом изразу.

Проблем VIII ӣиӣа. Ученицима се покаже нека слика, а они треба сами да напишу текст задатка који одговара слици и да потом реше задатак.

Сматрамо да се на сличан начин могу увести и додатни типови проблема, односно да наведена класификација не исцрпљује све могућности, већ да ово отвара питања и за нека будућа истраживања.

ЗАКЉУЧАК

Оно што проблеме отвореног типа чини атрактивним приступом у настави и учењу јесте њихова отворена природа која нуди својеврстан изазов за мисаоно ангажовање ученика. Верује се да ефективна употреба проблема отвореног типа подстиче и поспешује мишљење вишег реда и ствара основу за дубоко мишљење (Dyer, Moynihan 2000 према: Chan 2007: 2). Када ученик учи математику путем оваквог проблемског приступа, он се решавајући проблем „бори" са тешкоћама, а не ослања се само на пуку репродукцију поступака или правила да би нашао решења. На овај начин поспешује се дубље разумевање математичких садржаја.

Упркос предностима проблема отвореног типа, није лако пронаћи одговарајуће математичке садржаје на основу којих се могу креирати и осмислити различите категорије ових проблема. Проблеми који преовлађују у настави математике у школама обично су затвореног типа и не остављају много простора за креативно мишљење.

Проблеми отвореног типа могу ученицима приуштити осећај постигнућа и испуњења, јер чак и ученици са слабијим математичким способностима могу да изнесу своја мишљења у складу са сопственим способностима. Штавише, ученицима се нуди могућност да осете како је то бити прави и активни ученик математике у самосталном креирању проблема. Оно што је овде битно јесте да и наставник и ученик препознају допринос ученика у свим процесима учења и да сваки ученик има поверење у своју способност да пронађе сопствено решење. Могућност да ученици раде заједно једна је од кључних ставки у решавању проблема отвореног типа. Користећи међусобно искуство и дискутујући о проблему, ученици се ангажују у рефлектовању, давању претпоставки и образлагању. Хиберт, Карпентер и Фенема (Hiebert, Carpenter, 1996, према: Chan 2007: 2) сматрају да су ученици који праве рефлексију о оном што раде и комуницирају једни са другима о томе у најбољој позицији да изграде корисне везе у математици.

ЛИТЕРАТУРА

Aieken (1973): Lewis R. Aieken, *Ability and creativity in mathematics*, Review of educational research, Vol. 43, No. 4, American Educational Research Association, 405–423

Gomes, J. J. M. (2005): *Using a Creativity-Focused Science Program to Foster General Creativity in Young Children: A Teacher Action Research Study (dissertation)*, Fielding Graduate University, Retrieved in May 2011, www.amshq.org/research/dissertationGomes.pdf

Дејић, Егерић (2005): Мирко Дејић, Милана Егерић, *Методика наставе математике*, Јагодина: Учитељски факултет у Јагодини

Kantowski (1981): Mary Grace Kantowski, *Problem solving*, Mathematics education research, RestonVA: National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 111-126

Kwon, Park, Park (2006): Oh Nam Kwon, Jung Sook Park, Jee Hyun Park, *Cultivating divergent thinking in mathematics through an open-ended approach*, Vol. 7, No. 1, Seoul: Asia Pacific Education Review, 51–61

Leung (1997): Shuk-kwan S. Leung, *On the open-ended nature in mathematical problem posing,* Use of open-ended problems in mathematics classroom, Helsinki: Department of Teacher Education, University of Helsinki, 26-33

Maker (2005): June C. Maker, *The DISCOVER Project: Improving Assessment and Curriculum for Diverse Gifted Learners,* The National Research Center on the gifted and talented, Storrs: University of Connecticut

Mann E. L. (2005): *Mathematical Creativity and School Mathematics: Indicators of Mathematical Creativity in Middle School Students (dissertation)*, www.gifted.uconn.edu/siegle/Dissertations/Eric%20Mann.pdf

Михајловић (2006): Александра Михајловић, *Развијање креативности у почетној настави математике*, Иновације у настави, часопис за савремену наставу, vol. 19, Београд: Учитељски факултет, 76–81

Nickerson (1999): Raymond S. Nickerson, *Enhancing creativity*, In R. J. Sternberg (Ed.), Handbook of creativity, New York: Cambridge University Press, 392-430

Pehkonen E. (1997): *The State-of-Art in Mathematical Creativity*, Fostering of Mathematical Creativity, Helsinki, ZDM, 63-67, Retrieved on April 2007, http://www.fiz-karlsruhe.de/fiz/publications/zdm/

Pehkonen (1997a): Erkkie Pehkonen, *Introduction to the concept "open-ended" problem*, Use of open-ended problems in mathematics classroom, Research report 176, Helsinki: Helsinki University, Department of Teacher Education, 8 – 11

Sak U., Maker J. C. (2005): *Divergence and convergence of mental forces in open and closed mathematical problems*, International Education Journal, 6 (2), 252-260, Retrieved on July 2008,
ehlt.flinders.edu.au/education/iej/articles/V6n2/Sak/paper.pdf

Silver E. A. (1997): *Fostering Creativity through Instruction Rich in Mathematical Problem Solving and Problem Posing*, ZDM, Vol. 29, No. 3, 75-80, http://www.emis.de/journals/ZDM/zdm973a3.pdf

Sriraman (2004): Bharath Sriraman, *The Characteristics of Mathematical Creativity*, The Mathematics Educator, Vol. 14, No. 1, Athens: Mathematics Education Student Association, University of Georgia, 19-34.

Sriraman (2005): Bharath Sriraman*, Are giftedness and creativity synonyms in mathematics,* The Journal of Secondary Gifted Education. 17(1), Prufrock Press, 20-36.

Schiever, Maker (2010): Shirley W. Schiever, June C. Maker, *Curriculum development and teaching strategies for gifted learners (3rd ed.)*, Austin: Pro-Ed.

Takahashi A. (2000): *Open-ended Problem Solving and Computer Instantiated Manipulatives (CIM)*, Proceedings of 9th International Congress on Mathematical Education (ICME-9), Tokyo/Makuhari, Japan, Retrieved on November 2011, http://students.ed.uiuc.edu/takahash/ICME9-CIM.pdf

Fetterly J. M. (2010): *An exploratory study of the use of a problem-posing approach on pre-service elementary education teachers' mathematical creativity, beliefs, and anxiety* (dissertation), Florida State University, School of Teacher Education, Retrieved on January 2012, http://etd.lib.fsu.edu/theses/available/etd-07312010-124514/

Foong (2000): Pui Yee Foong, *Open-ended problems for higher-order thinking in mathematics*, Teaching and Learning, 20(2), Singapore: Institute of Education, 49-57

Foong P. Y. (2002): *Using short open-ended mathematics questions to promote thinking and understanding*, Proceedings of the International Conference: The Humanistic Renaissance in Mathematics Education, Retrieved February 2009, 135-140, Retrieved on May 2009, http://math.unipa.it/~grim/SiFoong.pdf

Haylock D. W. (1997): R*ecognizing Mathematical Creativity in Schoolchildren*, ZDM, Vol. 29, No. 3, 68–74, http://www.emis.de/journals/ZDM/zdm973a2.pdf

Chan (2007): Chun Ming Eric Chan, *Using open-ended mathematics problems: A classroom experience (Primary)*, In: C. Shagar & R. B. A. Rahim (Eds.), Redesigning pedagogy: Voices of practitioners*,* Singapore: Pearson Education South Asia, 129-146

Cooney, Sanchez, Ice (2001): Thomas J. Cooney*,* Wendy B. Sanchez*,* Nicole F. Ice, *Interpreting Teachers' Movement toward Reform in Mathematics Assessment*, The Mathematics Educator, vol. 11, No. 1, Athens: Mathematics Education Student Association, University of Georgia, 10-14

Yan Z., Fong T.F.K. (2005): An analysis of Singapore secondary students'performance on open-ended tasks in mathematics, International conference on education, Redesigning Pedagogy: Research, Policy, Practice, Singapore: National Institute of Education, Nanyang Technological University, Retrieved on February 2008, http://repository.nie.edu.sg/jspui/handle/10497/3344

Aleksandra D. Mihajlović
University of Kragujevac
Faculty of Education in Jagodina

FOSTERING AND DEVELOPING STUDENTS' CREATIVE ABILITIES IN TEACHING MATHEMATICS TO YOUNG LEARNERS

Summary: The aim of the paper is to promote application of open-ended problems in teaching mathematics to young learners as a way of introducing innovation into the teaching process and as a means of fostering and developing students' creative abilities. Special attention is given to different categories of mathematical problems and activities that can be used to foster mathematical thinking and higher order thinking skills in general. Since the concept of open-ended problems is relatively new in our mathematical education, the paper describes some of its basic characteristics and types. Moreover, we point out some advantages of using open-ended problems especially for fostering children's creative activities. One of the benefits of the paper is introduction of some new types of open-ended problems. As a conclusion, we believe that the open nature of open-ended problems allows pupils of various abilities to approach problems in their own way, using their own experience and background knowledge and strategies that suit them the best, at the same time promoting better and deeper understanding of mathematical contents and fostering creative thinking.

Key words: mathematical creativity, developing mathematical creativity, mathematics instruction, mathematical problems, open-ended problems