УНИВЕРЗИТЕТ У КРАГУЈЕВЦУ
ПЕДАГОШКИ ФАКУЛТЕТ У ЈАГОДИНИ

Посебна издања
Научни скупови, књ. 5

МЕТОДИЧКИ АСПЕКТИ НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ

ПЕДАГОШКИ ФАКУЛТЕТ У ЈАГОДИНИ
Јагодина, 2008.

МЕТОДИЧКИ АСПЕКТИ НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ

Зборник радова
са међународног научног скупа
одржаног 23-24. јуна 2008. године
на Педагошком факултету у Јагодини

Издавач
Педагошки факултет у Јагодини
Милана Мијалковића 14, Јагодина

Објављивање овог Зборника део је пројекта *Развој курикулума: унапређивање практичне наставе и истраживања* који финансира Влада Републике Финске

Покровитељ скупа
Амбасада Републике Финске у Београду

За издавача
Проф. мр Сретко Дивљан

Главни уредник
Проф. др Милана Егерић

Технички уредник
Ненад Вуловић

Рецензенти
Проф. др Бранислав Поповић, проф. др Милана Егерић

Лектура и коректура
мр Илијана Чутура, Маја Димитријевић, Марија Ђорђевић

Превод на енглески језик
Вера Савић

Штампа

Тираж: 200

САДРЖАЈ

УВОДНА РЕЧ

У зборнику *Методички аспекти наставе математике* објављени су радови поднети на међународном научно-стручном скупу "Методички аспекти наставе математике" одржаном 23-24. јуна 2008. године на Педагошком факултету у Јагодини. Научно-стручни скуп организовао је Педагошки факултет у Јагодини, под покровитељством Амбасаде Републике Финске у Београду.

Радови са Скупа су посвећени теоријским и практичним питањима наставе математике и информатике, односно методичким трансформацијама и прилазима математичким и информатичким садржајима, њиховој међусобној повезаности, као и вези са осталим наставним предметима.

У Зборнику су радови у којима се говори о учењу и истраживању математичких појмова, о факторима који утичу на квалитет наставе а које контролишу искључиво наставници, о улози дидактичких средстава, о истраживању и усвајању концепата о бројевима и мерењу, о формализму у настави, о мотивацији ученика за савладавање наставних садржаја, о увођењу и употреби координатног система и уређеног пара користећи наставну праксу у Француској, о коришћењу бројева у настави енглеског језика, о корелацији математике и верске наставе, о коришћењу рачунара у планирању почетне наставе математике, о креирању образовних софтвера за потребе наставе математике, о интерпретацији наставних садржаја применом савремене наставне технологије, о избору добрих уџбеника.

Наведене теме су веома актуелне у савременој настави математике и информатике. Предавања на Скупу су потенцирала значај наставникове креативности у методичкој трансформацији и моделовању часова применом савремене наставне технологије као битног фактора за реализацију образовних и функционалних задатака наставе математике и информатике.

Милана Егерић

Милана Егерић
Педагошки факултет
Јагодина

УДК: 371.3::51

ФАКТОРИ КОЈИ УТИЧУ НА КВАЛИТЕТ НАСТАВЕ А КОНТРОЛИШУ ИХ УЧИТЕЉИ

Апстракт: Основна школа поставља основе општег образовања и васпитања и оспособљава ученике за самостално сналажење и самообразовање, тј. укључивање у друштвени живот. Изузетан допринос у изграђивању личности детета у свим областима развоја припада математици. Отуда, квалитетнија настава математике у основној школи допринеће развоју успешнијих и квалитетнијих генерација у свим сферама друштвеног живота.

Свима нам је познато да резултат и успех у учењу зависи од тога *шта се учи, како се учи и од кога се учи.* На прво питање даје одговор Наставни програм, а преостали фактори у многоме зависе од учитеља. Таквих фактора је много, а неке од њих размотрићемо у овом раду.

Кључне речи: настава математике, квалитет наставе, компетентна комуникација, методичка трансформација, садржајна диференцијација, наставна средства, домаћи задаци.

I НАЧИН ПРЕЗЕНТАЦИЈЕ ПРОГРАМСКОГ САДРЖАЈА

Како ће дете схватити, разумети и знати да примени нови математички појам, операцију, релацију или правило зависи од првог "сусрета" с тим појмом, а ту везу између математичког садржаја и његовог разумевања од стране ученика чини учитељ. Зато је одговорност учитеља у начину презентације наставног садржаја огромна, јер тај први "пријем" информација представља базу, основу даљег разумевања и надградње знања. Учитељ мора пригодном наставном ситуацијом да "увуче" децу у размишљање, уочавање, расуђивање и закључивање. Специфичност наставе математике подразумева доминацију комбинованих часова на којима се обрађује ново градиво, утврђује и понавља старо. Математички садржаји су повезани, ново се надограђује на старо, а применом старог врши се његово утврђивање (Дејић, 2006). Из тих разлога, на часу треба да доминира хеуристички разговор и дискусија, а не предавања и објашњавања. Питања морају бити упућена свим ученицима, кратка, јасна, недвосмислена, несугестивна. Паузе између питања и одговора морају бити што краће. Разговор и анализу задатка не водити са једним учеником, већ треба укључити што већи број ученика. Сваки ученик требало би бар једном да одговара на часу математике**.** Деци не треба држати предавања, саопштавати дефиниције, поступке, правила, већ их хеуристичким разговором, дискусијом, проблемским ситуацијама и практичним активностима наводити да самостално долазе до сазнања. Практичне активности могу бити мерење, манипулација и демонстрација дидактичким средствима, решавање проблемских задатака, састављање, растављање, цртање, моделовање, вајање, купопродаја, сечење, итд.

Одговори и закључци ученика сигурно неће бити увек исправни, али морамо пажљиво да га саслушамо, да уочимо кораке у којима је погрешио и добро вођеним разговором да му помогнемо да сам схвати где и зашто је погрешио. Активно учење применом мисаоних операција, уз тражење одговора на питања *зашто*, *откуд*, *како*, гарантују квалитетно знање.

II ПРИМЕНА МАТЕМАТИЧКОГ ЗНАЊА

Децу треба на конкретним примерима уверити о користи и примени математичких садржаја. Треба осмишљавати задатке из практичног живота деце и одраслих, стварати наставне ситуације у којима ће деца практичним активностима увидети потребу познавања и примене математичких појмова, поступака, законитости. Није увек лако објаснити разлоге зашто се нешто учи. Не можемо тражити непосредну примену и корист од сваке наставне јединице, јер је то просто немогуће. Понекада морамо да тражимо од ученика да нам верују на реч да ће им стечено знање у животу и те како помоћи, али **у** великом броју случајева можемо осмислити ситуацију, деци блиску по садржају, и уверити их да нам је баш тај нови садржај помогао да решимо наведени проблем.

III КОРИШЋЕЊЕ НАСТАВНИХ СРЕДСТАВА

Математика као наставни предмет може бити веома сувопарна и досадна, поготову ако се предаје формалистички, без одговарајућих проблемских ситуација, без одговарајућих наставних средстава, без занимљивих апликативних задатака који одражавају примену новог садржаја, без двосмерног комуницирања учитеља и ученика, без активног учествовања свих ученика у извођењу закључака и стицању знања. Не можемо побудити и задржати интересовање и активност деце уколико на часу користимо само таблу и креду. Визуелни ефекат је знатно јачи и оставља већи траг од изговорене речи, а самим тим и памћење "сликовитог" садржаја је знатно боље. Знамо да свака припрема пригодних наставних средстава изискује прилично времена и материјалних средстава, али она "материјализују" и чине стварним математичке појмове који су чиста апстракција и на тај начин чине наставу посебно интересантном, очигледном и конкретном. Решење за богатију примену одговарајућих наставних средстава треба тражити у већој сарадњи учитеља на нивоу актива разреда где би се извршила подела израде наставних средстава и тиме часови математике обогатили сликама, цртежима, илустрацијама, моделима, наставним листићима и програмираним материјалом за активно учење математике.

Чињеница је да учитељи веома мало примењују савремену наставну технологију у циљу побољшања квалитета наставе, јер су школе слабо опремљене, а где су добро опремљене учитељи су недовољно технички обучени. Наравно, није услов да школа буде богато опремљена савременом технологијом да би учитељ квалитетно изводио наставу математике. Уз повећано интересовање и ангажовање учитеља, уз избор пригодног материјала, уз добар избор разноврсних и квалитетних задатака који ће да документују примену и потребу математичких знања, сваки учитељ може знатно више да постигне са својим ученицима.

IV ПРИЛАГОЂЕНОСТ ЗАХТЕВА СПОСОБНОСТИМА УЧЕНИКА

Имајући у виду да је свако дете индивидуа за себе, са својим особинама, интелектом и способностима, оправдана је потреба да се врши диференцијација у настави, да се укаже инструктивна помоћ и стимулација потребна за оптимални развој свих категорија ученика. Праћење, односно провоцирање оптималног развоја ученика може се постићи, у нашим условима рада школа, садржајном диференцијацијом. Основни циљеви и задаци не подлежу диференцијацији, већ само обим, дубина, степен тежине, сложености и апстрактности наставног садржаја, као и темпо и начин усвајања градива. Ученици се, углавном, упућују на самосталан, индивидуалан ангажман, што уноси квалитет у наставу. Интензивно учење и осамостаљивање у раду је кључ будуће школе и будућег развоја појединца, јер ученици морају прво да науче *како се учи и како да разумеју оно што уче.* Сви ученици морају да савладају одређену количину и ниво знања који су неопходни за њихов даљи лични развој. Први ниво треба да обезбеди обавезни, минимални фонд знања, други ниво фундаментални, оптимални садржај предвиђен наставним програмом, а трећи ниво треба да прошири садржаје до неког дозвољеног максимума у оквиру програма (Егерић, 2004). Диференцијација се не састоји само у изради диференцираних захтева, већ и у различитим приступима ученицима, различитим начинима мотивације, каналисања, усмеравања и стварања повољних и пријатних услова за рад. Самоповерење и самопоуздање које се ствара успешним савладавањем „проблема“, односно самосталним решавањем постављених задатака, најјачи је облик мотивације за сваког ученика, а самим тим и подстицај за још веће улагање напора за савладавање и тежих задатака. Ученику треба рећи да ***он то може да уради сам*** *и зато му треба омогућити да стварно то и учини.* Ученицима који раде брже, пошто користе пречице или имају више самопоуздања и способности, треба мање репрезентативних примера и зато им треба понудити задатке у којима ће развити своју ширину, дубину и вештину у размишљању и примени знања. Такви ученици могу нам само сметати на часу уколико им не поставимо адекватне захтеве. Онима којима је потребно више увежбавања и утврђивања наученог треба то омогућити и преко домаћих задатака. Неким ученицима потребно је више времена да се присете правила или поступка, односно треба им разложити задатак на структурне кораке. То подразумева да им треба помоћи и дозволити да се знатно дуже служе илустративним и демонстративним приказима, односно наставу им чешће чинити очигледном и конкретном. У сваком случају, нипошто не смемо третирати све ученике на исти начин и свима постављати исте захтеве. Иако се истиче значај диференциране наставе, она се код нас узима као један од принципа наставе, а не као систем организације, реализације и вредновања наставе и учења. Афирмација садржајне диференцијације треба да нађе примену у самосталном учењу ученика, што је императив савремене школе, да припреми ученика за самообразовање. Успешнији ученици могу и теже наставне садржаје да обраде самостално, а учитељ више да се посвети мање успешним ученицима.

V НАЧИН КОМУНИЦИРАЊА СА УЧЕНИЦИМА (АТМОСФЕРА НА ЧАСУ)

Да би ученици упознали, развили и искористили своје потенцијале, врло је важна атмосфера која влада на часу. Битно је да се ученици, без икакве присиле, уз пријатан и угодан осећај, уз пуну слободу размишљања и изражавања уведу у свет математике. Ученике треба подстицати да што више постављају питања и да износе сопствено мишљење, а на свако питање треба дати одговор са пуним поштовањем и уважавањем ученика и не дозволити подсмевање од стране другова. Није довољно питати ученике: Да ли је јасно? Да ли разумете? , већ се у то треба уверити одговорима ученика на садржајнија питања. На тај начин учимо их да размишљају, учимо их сарадњи, вештини комуницирања, тимском раду и толеранцији. Ученици морају да схвате да су и сами одговорни за квалитет свог знања. Учитељ мора да охрабрује и подстиче мање активне ученике, а непосредном комуникацијом са затвореним, повученим и интровертним ученицима активираће их и заинтересовати за математику. Недовољно самоуверене и несигурне треба ослободити непотребног устручавања и евентуалног страха чешћом узајамном комуникацијом и похвалама у правом тренутку. Мање успешне ученике у току обраде учитељ треба да држи у видном пољу при објашњавању, чешће да им се обраћа питањима како би открио степен схватања изложеног, захтевао да изводе неопходне закључке и уопштавања без којих нема разумевања у настави математике. Похвале, ако су заслужене, представљају значајни подстрек ученицима у настојању да се још више потврде и докажу у свом раду. Зато, учитељ мора да примети напредак сваког ученика понаособ, поготову оних несигурних и похвали сваки њихов добар корак. Лепа реч не захтева посебне припреме ни ангажовање учитеља, па нека се учитељ чешће обрати сваком ученику, нека примети, подржи и подстакне његове умне напоре у савладавању великих препрека за дете на том узрасту.

VI ИЗБОР ЗАДАТАКА ЗА РАД НА ЧАСУ

Прописани Наставни програм математике представља оквир за планирање, организацију и избор задатака за обраду, утврђивање и проверавање математичког садржаја. Учитељ мора да зна да одобрени уџбеник за одговарајући разред није програм који треба он да реализује, већ наставно средство које му помаже да га реализује. Иако се сваки уџбеник ослања на Наставни програм, то не значи да га у потпуности прати, па је у неком дато више, а у другом мање садржаја из појединих тематских области, методички прилази углавном су различити, а избор задатака неуједначен по обиму и тежини. Зато је нужно да сваки учитељ, на бази актуелног Програма а према структури и афинитету својих ученика, осмишљава наставне ситуације и врши методичке трансформације програмског садржаја како би га што боље приближио својим ученицима. Недовољно је да учитељ за припрему наставе математике користи само уџбеник и збирке задатака које користе његови ученици и то по моделу једна страна уџбеника - једна наставна јединица. Потребно је да школске библиотеке поседују одобрене уџбенике од више издавача за одговарајући разред, тако да учитељи могу да се упознају и да користе различите методичке приступе за исту наставну јединицу. Најбољи резултати се постижу када учитељ бира и састављa задатке према индивидуалним способностима својих ученика, када поставља задатке на више различитих начина, са различитим захтевима код истог типа задатка, када истом задатку прилази из различитих углова и примењује различите методе решавања, непосредне или посредне. Наравно, задаци морају бити истог типа као у уџбенику који деца користе, али и други типови задатака који се срећу у другим уџбеницима истог разреда, у математичким часописима и методичкој литератури. Пракса је да се деца сусрећу само са задацима из свог уџбеника, па им је тешко да се прилагоде задацима исте тежине који су другачије формулисани. Препорука је да учитељи самостално бирају и осмишљавају задатке за рад на часу, било да је тип часа обрада, утврђивање, систематизација или проверавање. На часу не треба решавати више задатака истог типа и правити шаблоне, већ децу треба привикавати да самостално траже и проналазе путеве до циља. Задатке бирати тако да сваки следећи буде са новим и тежим захтевом, са новим приступом у размишљању и поставци и на тај начин утицати на развој математичког мишљења. Уџбеник и збирка ученику треба да послуже да увежба, утврди, понови, примени и провери своје знање.

VII ДОМАЋИ ЗАДАЦИ

Домаћи задаци представљају продужетак наставног часа и дају се с циљем увежбавања, понављања, примене, провере, продубљивања, проширивања и стицања нових знања. Наравно, давањем домаћег задатка не постављамо исти циљ за све ученике, па из тих разлога и садржај домаћег задатка не треба да буде исти за све ученике, што у нашој пракси није случај. Однос ученика према изради домаћег задатка зависи од контроле и начина проверавања од стране учитеља. Поред формалне контроле, проверу треба вршити анализом резултата рада ученика. Анализа се спроводи у виду разговора и представља припрему за стицање нових знања или примену стечених, односно систематизацију и уопштавање усвојених знања. На постављена питања учитеља ученици реферишу о начину постављања задатака, о току њиховог решавања, о резултатима, а уједно се врши и корекција грешака. Разумевање и самосталност у изради учитељ може да провери допунским задацима и унапред припремљеним питањима која се односе на садржај домаћег рада. Обавезним задацима треба додати неколико сложенијих задатака, са напоменом да за њихово решавање треба уложити више напора, труда и знања. Задаци таквог типа код ученика побуђују веће интересовање, интелектуалну радозналост и залагање, јер успешно решавање таквих задатака за ученике представља афирмацију и доживљај интелектуалне радости због савладаних потешкоћа.

Домаће задатке на начин како се традиционално задају треба смањити по обиму, а повећати додатне задатке уз коришћење разноврсних извора сазнања. Израду домаћег ученик треба да доживљава као примену и проверу свог знања, тј. као самоконтролу и самопроверу, а не као оптерећење. Обавеза учитеља је да код својих ученика формира навику перманентног преиспитивања знања.

VIII ПОШТОВАЊЕ ПРИНЦИПА ЕКОНОМИЧНОСТИ И РАЦИОНАЛИЗАЦИЈЕ

Економисање временом, као и онемогућавање непотребног губљења ученичких и учитељевих снага, захтева да се процес наставе што више рационализује. Рационализација у настави математике сачињава скуп мера и поступака којима се за најкраће време и са најмањим утрошком психофизичких снага постижу највећи и најбољи резултати. Време је најскупља ствар на свету и зато га не треба траћити. Настава је рационална ако је укључен максималан број ученика у разговор, ако сви размишљају о сваком постављеном питању, прате одговоре својих другова и заузимају критички став, тј. слажу се са одговором или га аргументовано одбацују. Чињеница је да се непотребно троши време код давања повратних информација за решења задатака код самосталног рада ученика. Најчешће те задатке поново раде на табли, чак и када нема потребе за тим. Учитељ треба да пита два-три ученика које им је решење за одговарајући задатак и да ли неко има другачији резултат. Притом, учитељ не потврђује и не одбацује ниједан одговор ученика. Уколико сви имају исто решење и учитељ потврди да је тачно, онда нема потребе тај задатак поново да се ради на табли. Уколико је неко од ученика, или више њих дало погрешан одговор, учитељ позива таквог ученика да објасни поступак израде и притом не говори да је решење нетачно. Циљ је да ученици самостално пронађу грешку и изврше корекцију погрешних поступака. Самостални рад ученика је изузетно рационалан начин рада, јер ученици на најбољи начин усвајају градиво, за разлику од фронталног облика када један ученик, и то успешнији, ради на табли а остали преписују. Ако учитељ даје наставне листиће на више нивоа сложености, тј. са диференцираним захтевима, онда је потпуно нерационално, а и погрешно, да сви ученици почињу са најлакшим задацима. Наравно, сваки ученик треба да бира задатке према својим способностима и знању и да ради само ниво који му одговара. Различити нивои тежине и захтевности омогућавају сваком ученику да нешто уочи, закључи, запамти и сам уради. Пошто сви желе да могу да ураде и најтеже задатке, то им треба дати шансу да се опробају. Добро је да сваки ученик сам процени који је ниво достигао, да самовреднује своје постигнуће, да сам постави циљ који жели да оствари и да континуирано прати резултате свога рада. Успех у настави математике неће изостати ако ученик формира потребу за самосталним учењем и ако му је увек познато који је ниво достигао.

IX РАД У МАЛИМ ГРУПАМА

Један од облика рада при решавању неког математичког проблема може да буде рад у малим групама. Понашања свих ученика у малој групи су интегрисана у процес решавања задатака постављених групи, било да група има проблем који заједнички решавају, било да сваки појединац има посебне задатке, па је циљ свих да постигну што бољи пласман своје групе. У сваком случају, рад у малој групи побољшава интересовање и активност ученика, а самим тим побољшава математичко размишљање, истраживање и закључивање. Ако је одговорност свих учесника групе подједнака, онда се осећају опуштеније, слободније, па је међусобна комуникација између ученика на знатно вишем нивоу. Чланови групе се договарају, разрађују проблем разменом мишљења, свако жели своје мишљење да одбрани или оповргне мишљење друга. Такав рад охрабрује и подстиче спонтано вербално и симболичко изражавње, размишљање и истраживање (Егерић, 2006). Чињеница је да сви учесници групе не дају исти допринос решењу проблема, али је довољно да сви учесници групе разумеју проблем, да потврђују, подржавају или одбацују ток решавања проблема и да, на крају, знају сви да објасне решење. Рад у малим групама може да има предност уколико је добро осмишљен и организован, у противном може да се претвори у хаотичну игру. Овај облик рада развија такмичарски дух код деце, а самим тим подстиче такмичење детета са самим собом. Упоређујући своје резултате са резултатима другова из групе, као и резултате своје групе са резултатима других група, ученици постављају себи нове и веће захтеве.

X СЕМИНАРИ ЗА УЧИТЕЉЕ

Потребно је укључити знатно више учитеља у семинаре и стручне скупове посвећене могућим начинима организације и побољшања ефеката наставе математике. Треба консултовати учитеље о темама из којих желе предавања, расправе и дискусије, а све с циљем унапређења наставе и резултата рада.

ЗАКЉУЧАК

Ако искрено желимо да наши ученици успешно савладају математички садржај, морамо да променимо однос према организацији наставе математике. Разноврсним методичким прилазима, разноврсним избором задатака, како стандардним тако и нестандардним, различитим захтевима, динамичним часовима, ведром, опуштеном и радном атмосфером, двосмерном и коректном комуникацијом, самовредновањем постигнутог, нежном, топлом и искреном речју учитеља, може се настава математике подићи на знатно виши ниво. Ослањајући се на циљеве и задатке наставе математике, учитељ бира стратегије извођења наставе увек са истим циљем, а он је да математику приближи ученицима, учини је интересантном, занимљивом, практичном и примењивом.

ЛИТЕРАТУРА

Дејић, М. и Егерић, М. (2006): *Методика наставе математике,* Јагодина: Учитељски факултет

Егерић, М. (2004): *Садржајна диференцијација у настави математике*, Београд: Завод за уџбенике и наставна средства

Егерић, М. (2006): *Учење математике у малим групама*, Београд: Иновације у настави

Саво Ћебић
Учитељски факултет
Београд

УДК: 371.3::51

ФОРМАЛИЗАМ У НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ

Апстракт: Математичко образовање је у јадном стању. Опште је позната чињеница да већина ученика нема интерес за математику, а знање овог предмета налази се на недопустиво ниском нивоу. О томе говоре и наставници, и професори факултета, и родитељи, и сами ученици. Много је узрока ове појаве. Један од њих је формализам у настави математике.

Бројним испитивањима, као и анализама резултата класификационих испита за упис у средње школе и пријемних испита за упис на факултете и високе школе, добијени су резултати који су врло поразни за школу, а који показују да они који завршавају основне и средње школе поседују знања из математике која су веома слабог квалитета. Та појава се не може приписати само фактору заборава. Узроци су много дубљи. Један од главних је тај да се задовољавамо привидним знањем, јер смо се у почетку задовољавали привидним усвајањем знања.

Формализам у настави математике схвата се двојако: као одвајање садржаја те дисциплине од форме њеног изучавања, тј. предавања у коме се математика изучава површно, недубоко; друго, предавање математике у коме се обраћа пажња на развијање само логичког, апстрактног мишљења ученика, без дужне пажње на везу математике са животом, без указивања на примењени карактер математике.

Посебно треба истаћи формализам у знању ученика као једном виду појаве формализма у интелектуалном образовању и у настави. Формалистичка знања не могу постати уверење, не помажу даљи психолошки развитак ученика, не изазивају код ученика потребу за новим знањима, не гоне га на нова подручја истраживања.

Кључне речи: формализам, настава, математика, интелектуални развој

О појави формализма у знању ученика говори се у педагошкој литератури већ врло дуго, а сама појава формализма, без сумње, стара је управо толико колико је стара и школа, она је стална карактеристика школе и наставе у свим историјским етапама. Још се Сократ борио против формализма у знању, јер да знања његових суграђана нису била формалистична, не би их тако оштро погађала његова иронија, којом је сабеседнику успевао доказати привидност, непотпуност и противуречност његовог знања.

Коменски (Komenský, Ján Amos, 1592-1670, чешки педагог-хуманист, филозоф и књижевник, последњи бискуп Братске заједнице) је први међу педагошким теоретичарима систематски изнео своја запажања о настави, па тако и о појави формализма у знању ученика, премда му не даје тај ни било који други назив. Међутим, на појаву формализма у знању ученика освртали су се и и други, пре Коменског. Тако, на пример, француски сатиричар Франсоа Рабле (François Rabelais, око 1490-1553) један цео век пре Коменског уочио је неке негативне особине сколастичке школе, а међу њима и појаву коју бисмо ми данас назвали формализмом знања. Извргавајући руглу стару сколастичку школу, у којој „богослови доктори-мудраци“ уче своје ученике да све знају

„наизуст и натрашке“, Гаргантуин отац примећује да му син „буба и дан и ноћ, али уистину рећи, ни најмању корист од науке не извлачи, шта више да га наука залуђује и затупљује, да је већ прави дедак и шмокљан“ (Франсоа Рабле, *Гаргантуа и Пантагруел*, Просвета, Београд, 1950, страна 43)

Говорити о *формализму у настави* је веома тешко из два основна разлога: прво, због тога што се процес наставе не исцрпљује у самом утицају на учеников интелектуални развој, што настава није само процес стицања знања, вештина и навика, него је васпитно-образовни процес у којем се ученик симултано и васпитава и образује. Говорити о формализму у настави значило би, заправо, говорити о васпитању уопште. Заиста, када се има у виду целокупни наставни процес, може се и мора у подједнакој мери говорити о појави формализма у сфери моралне, политехничке и естетске стране васпитања, као и о формализму у подручју интелектуалног образовања. Друго, ако бисмо хтели проучавати формализам у интелектуалном образовању ученика у целини, онда бисмо морали водити рачуна да се под њим подједнако подразумева стицање знања, као и стицање вештина и навика.

Рецимо, *формализам у настави математике* схвата се двојако: прво, као одвајање садржаја те дисциплине од форме њеног изучавања, тј. предавање у коме се математика изучава површно, недубоко; друго, предавање математике у коме се обраћа пажња на развијање само логичког, апстрактног мишљења ученика, без дужне пажње на везу математике са животом, без указивања на примењени карактер математике. Истакнимо да је *формализам у филозофији математике* нешто сасвим друго: аксиоматско заснивање математике и доказивање њене непротивречности. Поникао је почетком XX века као одговор на критику интуициониста. Велики представник формализма у филозофији математике јесте познати немачки математичар Д. Хилберт и његова школа.

Намера нам је да се ограничимо, колико је то могуће, на *формализам у знању ученика,* тј. само на један вид појаве формализма у интелектуалном образовању и у настави, а да оставимо по страни процес формирања вештина и навика. Несумњиво, то је могуће урадити само у границама теоријске анализе, јер кад се ради о процесу образовања, онда је реч о јединственом процесу стицања знања, вештина и навика. Премда су знање, вештине и навике међусобно повезани и представљају недељив резултат наставног процеса, процес формирања вештина и навика ипак је специфичан, он као да се наставља на процес стицања знања, премда није могуће утврдити границу до које тече процес стицања знања и где почиње увежбавање вештина и навика. Немогуће је посматрати појаву формализма у вештинама и навикама ученика независно од појаве формализма у њиховом знању, јер стечено знање заправо је предуслов за формирање вештина и навика. Међутим, могуће је обрнуто: при проучавању формализма можемо се ограничити на појаву формализма само у знању, не проширујући обим проучавања на вештине и навике. Али, и поред овога, формализам у знању, из методолошких разлога, мора се посматрати са ширег педагошког аспекта, јер формализам знања није само дидактички проблем у ужем смислу те речи, није само ствар мањкаве или неправилне методе рада. Он има шири педагошки домашај, јер се негативно одражава у читавом васпитању.

Како се не само у школској пракси, него и у педагошкој теорији појам формализма у знању ученика не употребљава увек у истом значењу и понекад се и меша са неким другим појавама (с вербализмом, незнањем и слично), потребно је што прецизније утврдити шта се подразумева под појмом формализма знања. Једна дефиниција формализма у знању ученика могла би да гласи: *одвајање језичког и сваког другог облика изражавања од садржаја знања, помањкање разумевања правог значења речи, формула итд, што доводи до тога да речи које деца памте и изговарају у њиховој свести не изазивају одговарајуће слике и појмове који би одражавали стварност.* Код формализма у знању рач је, дакле, о неправилном односу између садржаја и форме знања, о одвајању језичке или било које друге форме изражавања (цртежи, шеме, формуле, симболи и слично) од садржаја и о самосталном постојању форме. Дакле, знање је празно, јалово, мртво, оно подсећа – како је сликовито рекао Коменски – на љуске ораха. У формалном знању нема правилног одражавања материјалног света, јер недостају представе и појмови, јер недостаје схватање законитости. Ученици иду линијом мањег отпора, памте наставну грађу а да је нису јасно схватили, меморишу текст уџбеника а да при томе не схватају смисао многих речи. То је пут механичког учења јер недостаје свесна активност ученика, јер мишљење ученика није довољно активно. Без свесне активности ученика, без мисаоних напора, без тежње и настојања да се наставна материја схвати, разуме и усвоји, никада неће доћи до *„плодоносног момента“*, никада неће ученик научну истину открити и спознати. (Израз *„плодоносни моменат“* потиче од Фридриха Копеија (Friedrich Copei), а он га дефинише овако: „***плодоносни моменат*** *у свим својим облицима јесте тачка најдубљег и најживахнијег схватања и мисаоног обликовања*“ (Friedrich Copei: *Der fruchtbare Moment im Bildungsprozess, Verlag Quelle-Meyer, Leipzig 1930,* страна 100).)

Бројна испитивања у врло различитим подручјима знања дала су резултате који су врло поразни за школу, а која показују да абитуријенти основних и средњих школа поседују знања веома слабог квалитета. Та појава се не може приписати само фактору заборава, узроци су много дубљи. Један од главних је тај да се задовољавамо привидним знањем јер смо се у почетку задовољавали привидним усвајањем знања.

Формализам у знању ученика различито се манифестује у различитим предметима. Задатак је сваке од специјалних методика да утврди најразличитије форме и варијације његовог јављања. Овде ћемо покушати да идентификујемо облике формализма у знању готово свих наставних предмета. Како је широко распрострањено мишљење да нигде толико формализма у знању ученика нема као у знању математике, то ћемо неке облике формализма касније илустровати примерима из наставе математике.

– Формализам у знању ученика најчешће се манифестује у механичком меморисању текста уџбеника и његовом репродуковању тачно и дословно; наученим правилима и дефиницијама без усвајања конкретних садржаја. Ученик је усвојио језичку формулацију, формулу, цртеж или неку другу форму изражавања, али на наставников захтев за нека подробнија објашњења показује да уопште или делимично не схвата о чему говори.

– Механичко, пасивно употребљавање речи у матерњем језику којима не знају значење. О овој појави не воде довољно рачуна ни аутори уџбеника ни предметни наставници.

– Формализам знања често се препознаје по томе што ученици своје непотпуно познавање материје о којој говоре прикривају бујицом речи, мноштвом фраза и парола, употребом стереотипних и отрцаних формулација.

– Ученик зна правило, дефиницију, формулу или формулацију закона, али не зна како је дошло до тога, не зна доказати правило. Ученик зна да напише образац за израчунавање површине троугла, зна њиме да се служи, али не зна због чега се производ мерних бројева странице и одговарајуће висине дели са два.

– Формалистичко знање ученика се врло често може препознати на тај начин што ученици научена правила и дефиниције знају да илуструју само оним примерима који се налазе у уџбенику или које је урадио наставник.

– Веома чест облик формализма у знању јесте да ученик усвојена теоријска знања не уме да примени у пракси, да научену теорију не зна да повеже са праксом живота, технике, па чак ни с практичном применом тих знања у школи. Ученици с таквим знањем не знају своје знање да примене код решавања различитих задатака, а нарочито код оних задатака које још нису решавали, где се не могу служити аналогијом. Таква знања су одвојена од живота, од праксе, она на неки начин егзистирају независно.

– Знања ученика која пате од формализма нису међусобно повезана; одвојена су, растргана, изолована и према томе несистематична.

Неправилно закључивање по аналогији је пример примене формалистичког знања у пракси. Као методолошки принцип, аналогија је присутна у свим научним дисциплинама без изузетака, иако у логици, строго посматрано, не задовољава ни елементарне критеријуме који би је оквалификовали као поуздано средство закључивања. Да бисмо још више истакли контроверзу, исказаћемо следећа два сасвим опречна тврђења, у чију истинитост не сумњамо: са методолошког и дидактичког становишта, аналогија је незаобилазно и плодотворно средство које је дало и даје изванредне резултате, док, с друге стране, са логичког становишта, аналогија једноставно представља погрешан метод закључивања. Такође, што је веома значајно, при изграђивању нових система знања и њихових презентација, по правилу, нове чињенице саопштавамо у контексту и помоћу старих и познатих чињеница, користећи се при том, евидентно, аналогијама.

„Аналогија прожима читаво наше мишљење, наш свакодневни говор и тривијалне закључке, као и уметничка изражајна средства и највиша научна достигнућа“ (G. Polya).

Велики пољски математичар Банах (Banach) каже: „Математичар је онај који види аналогију међу теоремама, већи је онај који види аналогије у доказима теорема, још је већи онај који види аналогије међу теоријама, а можемо замислити и таквог који види аналогије међу аналогијама.“

Цитирајмо још и великог француског математичара Лапласа (Laplace). Он каже: „Главна средства помоћу којих се откривају истине у математици су индукција и аналогија.“

Може се слободно рећи да се на сваком кораку у математици сусрећу неке аналогије. То вреди и за наставу математике. Помоћу аналогија се, поред осталог, могу лакше, једноставније и боље објаснити многи појмови у настави математике. Но, овде нам је циљ да укажемо на опасности од аналогије.

Ученике свакако треба упозорити да закључивање по аналогији није строго закључивање, боље рећи аналогија често може да доведе ученика до погрешних закључака. Ево неколико примера:

– Како су операције сабирања и множења комутативне, то поједини ученици аналогијом долазе до тога да су и одузимање и дељење комутативне операције. Ученик из $\frac{a+b}{c}=\frac{a}{c}+\frac{b}{c}$ $(c\neq 0)$ закључи да је $\frac{a}{b+c}=\frac{a}{b}+\frac{a}{c}$ (по аналогији са дистрибутивним законом множења према сабирању)

– Ученик на основу $\sqrt{a^2b^2}=ab$ $(a>0, b>0)$ често »закључи« да је $\sqrt{a^2+b^2}=a+b$,

– Ученик који је научио да скраћује разломке, пише, рецимо $\frac{2a}{ab}=\frac{2}{b}$ $(ab\neq 0)$, по аналогији може погрешно да напише $\frac{\sin 2\alpha}{\alpha}=\sin 2$. Нажалост, ово се и поред строгих наставникових упозорења често појављује.

– Слично, због $a\cdot(b+c)=ab+ac$, ученик пише $\log(a+b)=\log a+\log b$, или $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha+\sin\beta$.

Карактеристична црта формализма у знању математике јесте знање правила, дефиниција и доказа уз помањкање унутрашње везе међу појединим областима математике, као и везе математике и оних дисциплина којима је неопходан математички апарат. Веома често се наставници појединих предмета (понајвише наставници физике и хемије) обраћају колегама математичарима за објашњење учестале појаве да не мали број ученика не може изразити једну непознату величину преко других познатих величина из неке формуле која је запис неког закона, правила и слично. Рецимо, израчунати R_1 из $\frac{1}{R_e}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$. Мада се на часовима математике у завршним разредима основне и првим разредима средњих школа решавају далеко сложеније једначине, већина ученика има проблема са решавањем наведеног задатка из више разлога. Наводимо најважнији: ученик у запису обрасца за израчунавање еквивалентног отпора паралелно везаних отпорника не препознаје једначину која се може решити по било којој од величина R_e, R_1, R_2. Наравно, овде није кривица само до ученика. Већина наставника математике непознате величине скоро искључиво означава са $x, y, z, \ldots$?!

Главни извор проблема, а уједно и главна препрека њиховом решавању је слојевитост и расцепканост огромног математичког образовног система, од вртића до институција које дају завршне дипломе. Једна од особина математике којој би у образовању требало посветити посебну пажњу јесте њена *висина*, наиме систем по којем се нови појмови граде на претходним појмовима. У математици је могуће размишљати врло јасно и сигурно и кад је одређен принцип једном успостављен на њега се може ослонити. То значи да је могуће изградити концептуалне структуре које су истовремено врло високе, врло поуздане и изузетно моћне. Структура о којој говоримо није попут стабла већ више личи на грађевинску скелу, с много међусобно повезаних подупирача. На солидно постављеној скели без потешкоћа се гради даље у висину, но немогуће је изградити следећи ниво ако претходни нису на својим местима.

Потешкоће настају онда када ученици истог одељења (студенти једног студијског програма) различито владају претходним знањима. Не само свршени ученици основних школа, већ и они који почињу са студијама имају проблема са сабирањем разломака. Типична грешка је: $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}$ (много једноставније од $\frac{ad+cb}{bd}$).

Једна од ознака формализма у знању ученика из математике јесте једнострано схватање неког математичког факта. Свако ново постављање проблема или неуобичајен начин решавања примера или задатка збуњује ученика, доводи га у безизлазно стање. Ако потражимо узроке тој појави, видећемо да се они налазе у томе што ученици не примењују различите начине решавања задатака и примера, што не решавају задатке различитих типова и врста, што се решавају готово увек задаци само једне врсте. У фази практичне примене знања и увежбавања ученици се непрестано врте на истоме подручју, а чим пређу на ново подручје, макар се радило о истој појави, они је више не препознају. То значи да ученик није кадар да законитост дедукцијом примени на различите појединачне и конкретне случајеве, да његови општи појмови и закони, које је стекао у току наставе, у ствари нису »општи«.

Да би се из наставе уклонили наведени узроци формализма у знању ученика, потребно је: 1) при практичној примени и увежбавању знања примењивати различите начине решавања постављених задатака и 2) ново знање примењивати на различитим подручјима и не ограничавати се на једну врсту задатака и примера. У настави математике треба, на пример, најпре добро утврдити основни начин решавања задатака, а онда прећи на друге начине. Такође је добро упоређивати различите начине решавања истога задатка. Шта више, некада ученику треба дозволити да се служи поступком који и није најбољи. Овакав начин рада развија иницијативу и мишљење ученика и оспособљава их за дубље и свестраније схватање проблема.

Формалистичка знања не могу постати уверење, не помажу даљи психолошки развој ученика, не изазивају код ученика потребу за новим знањима, не гоне га на нова подручја истраживања.

На крају рецимо да узроке формализма у знању ученика треба тражити и у: *наставним плановима, наставним програмима, материјалним приликама у школи, наставниковој личности, стручној спреми наставника, педагошко-методичкој припремљености наставника, као и у самом ученику.*

Savo Cebic
Faculty of Education in Belgrade

FORMALISM IN MATHEMATICAL EDUCATION

SUMMARY

Mathematics education is in the very poor condition. It is well known that most of the students have no interest in mathematics, and the knowledge of the subject is on the very low level. This is the fact that teachers, university professors, parents and students speak about. There are many causes for this. One of them is the formalism in mathematics education.

Many of the researches, as well as the analyses of the results of the entry exams for high schools, colleges and universities, show the results that are very discouraged for education system, and they show that those who graduate elementary and high schools have mathematics knowledge of a very poor quality. This is not due just to process of forgetting. The causes go much deeper. One of the main is that we are satisfied with apparent knowledge, for in the beginning we were satisfied with apparent acquiring of the knowledge.

Formalism in mathematics education is seen dually: as the separation of the context of the discipline from the form of studying it, in another words – the teaching in which mathematics is studied shallow, not deep enough; and as the teaching that develops only logical, abstract thinking, avoiding attention on the connection of mathematics and everyday life, without paying attention on the applicable character of the mathematics.

It is to be stressed that formalism in student’s knowledge is a form of formalism in intellectual education and in teaching process. Formalistic knowledge can not become the conviction, it does not aid further psychological development of the student, it does not bring the needs for acquiring new knowledge, it does not force the student to investigate further.

Мирко Дејић
Учитељски факултет
Београд

УДК: 371.3::51
371.3::2

КОРЕЛАЦИЈА НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ И ВЕРСКЕ НАСТАВЕ

Апстракт: Математика и религија, иако наизглед немају додирних тачака, у многим сегментима се додирују, чак и прожимају: математичку писменост Србима доносе два монаха; прву математичку књигу у Русији пише монах Кирик у 12. веку; математички појмови, као што су број, нула, бесконачно, закони међу бројевима итд. настају директно под утицајем религије; велики математичари Њутн, Лајбниц, Паскал, Декарт, Кронекер, Коши, Гедел, били су религиозни, а многа њихова дела настају директно под утицајем њихове филозофске и религиозне мисли; постоји паралела између математичког и религиозног мишљења, између религиозне догме и математичких аксиома, између математичких и религиозних појмова итд; беспрекорни су докази о постојању Бога, које дају велики математичари служећи се математичким методама у доказивању; многи математичари, које је запамтила историја, били су монаси и свештена лица, па чак и папе. Црква је имала велики удео у развоју, али и застоју математичких истина; религијске књиге обилују математичким појмовима, а за чуђење је и њихова математичка конструкција коју откривају математичари; на зидовима храмова сачувани су записи теорема. У раду износимо само неке од изнетих сегмената.Циљ је да вероучитељима и онима који реализују наставу математике укажемо на могућност повезивања наставе математике и религије, на везе које су реалне, без мистике и конфронтације.

Кључне речи: математика, религија, настава, црква, Библија, корелација.

Верска настава и, као алтернатива, грађанско васпитање, постају реалност нашег школског система 2001. године, када се уводе као факултативни предмети у први разред основне и први разред средње школе. Од школске 2002/03. године добијају статус изборних предмета у основној и средњој школи. Наставни програм, поред осталог, тражи уважавање позитивних искустава и достигнућа других предмета међу којима се налази и математика. Како је верска настава укључена у школски систем, она мора бити у корелацији и сталној вези са другим предметима. Имајући у виду образовну и васпитну улогу школе у целини, различитости морају да се уважавају, али не смеју да се конфронтирају, јер то збуњује децу. Верска настава треба да прожима друге предмете и да им да духовну димензију. Вероучитељ мора да буде свестран, јер је веронаука мулти-дисциплинарна, ослања се на многе науке. Да би објаснио Библију, вероучитељ мора да познаје историју, географију, филозофију, биологију, математику, физику, итд. Мора да буде способан да проналази додире са другим предметима и појача поједина тврђења у области религије. Ако неко науком побија религијска тврђења, вероучитељ мора истом том науком да их оправда. Циљ овог рада је да покаже да, иако површно гледано математика и религија немају заједничких тачака, оне се могу допунити, а кроз историју се чак на неки начин и прожимају. Њихов додир и прожимање наставници математике и веронауке морају да трансформишу и инкорпорирају у наставу својих предмета и у садејству остварују циљеве наставе. На неким примерима показаћемо то заједништво.

У ПРАВОСЛАВНОМ ХРАМУ

Вероучитељ, када одведе децу у храм, може поред верског обреда, да посматра и присуство математике у њему и на тај начин приближи математику и религију.

ОБЛИК ЦРКВЕ

– Најстарији **облик** основе хришћанске цркве је ***правоугаоник***, који се завршава ***полукругом***.

– **Куполе** су облика ***лопте***. Купола храма има четири ***цилиндрична*** свода, који представљају четири стране света.

– Рано се јавља правило да црква мора бити окренута олтаром према ***истоку***.

– У црквеној архитектури често се користи ***Златна*** или ***Божанска пропоција***, којом се даје најлепши склад облику. Ради се о таквој подели дужи на два дела при чему се мањи део према већем односи као већи део према целини:

$b : a = a : (a+b)$

a *b*

Погледајмо, на пример, низ златних пресека на храму Василија Блаженог: $1:\varphi$; $\varphi^2:\varphi^3$; $\varphi^4:\varphi^5$; $\varphi^6:\varphi^7$, где φ износи 0.618, а са 1 је означена висина цркве.

Црква Василија Блаженог, подигао ју је средином 16. века цар Иван Грозни у част победе над монголско-татарским хордама

У ЦРКВИ

– **Иконостас**, који одваја олтар од осталог дела храма, најчешће је ***правоугаоног*** облика и на њему су ***симетрично*** распоређене свете слике.

– У олтару је **свети престо** који има ***четвороугаони*** (правоугаони, квадратни) облик, јер се на њему приносе молитве на све четири стране света.

– Лево од светог престола налази се **жртвеник** и он је најчешће у облику ***коцке.***

– **Амвон,** узвишен подијум одакле ђакони читају Еванђеље, облика је ***ваљка.***

– **Дискос,** на коме се на светој литургији узноси хлеб и освећује у тело Христово, је сасуд сличан тањиру, који је ***отворен, пљоснат*** и ***округао.***

– **Звездица** је облика ***четворокраке звезде***.

– **Оштрица копља**, које се користи за вађење честица из просфора и припрему светог агнеца, ***троугаоног*** је облика.

– **Кадионица** је облика ***елипсоида.***

ОДЕЋА

– **Надбедреник**, духовни мач, који за појасом носи епископ, од платна је и облика ***делтоида.***

– **Митра** је облика ***калоте*** (део лопте).

ИКОНЕ И ФРЕСКЕ

У православним храмовима, на зидовима се налазе фреске на којима можемо наћи математичке појмове, записе година, геометријске облике, симетрију, пропорцију, итд. и све то треба да буде предмет дискусије на часовима математике, али и веронауке. На тај начин развијаће се позитиван однос према другим наукама, па и наизглед диспаратним, какве су математика и религија.

– **Ореоли** су ***кругови*** изнад глава светитеља, који указују на његову славу и част. Могу се посматрати и као ***равни пресеци лопте***. Ореоли окружују главу светитеља.

– ***Перспектива*** на византијским иконама је слободна (величина ликова не зависи од удаљености, већ од важности личности). Већина икона има ***обрнуту перспективу***, линије се приближавају, што даје утисак као да ликови излазе из иконе и крећу ка нама.

– Уочава се да су ***величине*** предмета слободне, изображени предмети изгледају, као да немају ***масу*** и ***запремину.***

– ***Време: прошлост-садашњост-будућност*** су сједињени.

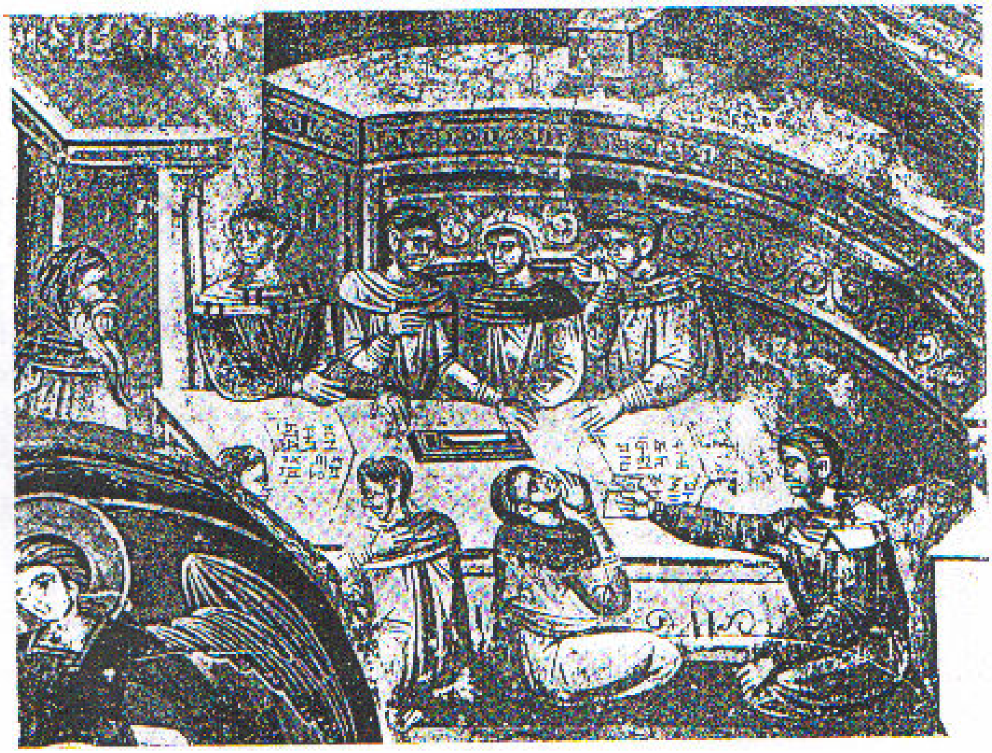
– На иконама се понекад уочава ***трећа димензија***, а некад не.

– Просторне релације: ***лево, десно, горе, доле, испред, иза, на, у*** налазе се на фрескама и иконама. На пример, на фресци Рађање Христово уочавамо следеће елементе:

Рађење Христово, X век, манастир Ватопед, Света Гора

У ***средини*** је мрачна пећина са новорођеним младенцем; ***Изван*** пећине је Богородица; у ***левом горњем углу*** су Ангели, који певају "Слава на висини Богу и на Земљи мир, међу људима добра воља"; на ***десној*** страни је Анђео који јавља добру вест пастирима; у ***доњем*** делу, ***лево*** је Јосиф, ***десно*** од њега приказана је сцена купања малог Христа. ***Над*** пећином сија звезда.

На следећој слици приказана је средњовековна фреска на којој је наставни час, можда баш час математике.



Фреска у цркви Светих апостола у Пећи, почетак 13. века

ГЕОМЕТРИЈСКИ ЗАДАЦИ У ЈАПАНСКИМ ХРАМОВИМА „САНГАКУ“

У периоду ***Едо*** **(1603 – 1867)** о јапанској математици имамо информације захваљујући једном старом и лепом јапанском обичају. Испод кровова храмова качиле су се лепо исликане плоче са математичким садржајима у знак захвалности за њихово откриће. Задатке (теореме) је најчешће пратио текст "Види да ли можеш ово да решиш".

Те плоче окачене у храмовима зову се "САНГАКУ", а садржаји су најчешће геометријски.

На једној "САНГАКУ" табли је било приказано по 5–6 теорема (задатака), а цртежи су били лепо украшени и осликани. На таблама се налазило и име и социјално порекло аутора. Интересантно је да су аутори били представници свих слојева – од сељака, трговаца до самураја. Ретко су били приказани докази теорема. Касније су биле написане и књиге у којима су се налазили докази теорема и решења задатака из "геометрије у храмовима".

МАТЕМАТИКА У БИБЛИЈИ

Иако је, пре свега као Света књига, намењена верницима, Библију (Стари и Нови завет) подједнако проучавају књижевници, филозофи, историчари, научници и други Математичари ће у њој наћи бројеве, геометрију, мере, мерење, календар, статистику, елементе историје математике:

Бројеви: Цела Библија врви од бројева, а четврта књига Мојсијева се зове *Бројеви*. Интересантно је проучавати и износити њихову симболику и потражити, на пример, посебна значења и смисао бројева који се често појављују, као што су, на пример, 3, 6, 7, 9, 12, 144, итд, подсетити се на јеврејску азбуку и означавање бројева помоћу слова, попут бројева које су користили стари Грци, Словени и многи други народи. Јевреји су развили и тражење другачијег смисла текстова у Библији, опет помоћу бројева – Кабала. Могу се анализирати димензије храмова описаних у Библији и видети о каквим се грандиозним творевинама ради, израчунавати димензије Нојеве лађе и видети могу ли у њу да стану све врсте животиња које се помињу у Библији, итд.

Један број на који нарочито треба обратити пажњу јесте број 7. Он је веома омиљен код Јевреја и Хришћана. Број 7 као да „боде” очи својим појављи-вањем у Библији: у Египту је било 7 година изобиља и 7 година глади; када је град Јерихон капитулирао у року од 7 дана, народ и 7 свештеника који су имали 7 труба, марширали су около 7 пута; сваке седме године земља Израелаца се не обрађује, итд. Ипак, далеко дубљи смисао овом броју дао је руски математичар Иван Панин (1855-1942), који је педесет година проучавао Библију, написао преко 40 000 страница о математичкој конструкцији Библије и утврдио да Библију чува броја 7. Уколико неко покуша да поремети њен текст, Панин то помоћу система седмица може да открије. Пошао је од оног што се тврди у књизи *Откровења*: „И виђех у десници онога што сјеђаше на пријестолу књигу написану изнутра и споља, запечаћену са 7 печата” (Откр. 5,1). О књизи коју чува број 7 говори се и у стиховима: Дан. 12,4; Иса. 29,11; Јез. 2,9-10. Да бисмо видели о каквим се законитостима ради, погледајмо само прве три речи Библије. Прве три речи Библије (у преводу „У почетку створи Бог”) на хебрејском језику имају 14 слова: ךכאשית בדא לאהים , а то је 2·7. Нумеричка вредност тих слова је 140 (7·2·2·5). Цифре тог броја, када се саберу са цифрама чинилаца дају 21 (1+4+0+7+2+2+5), а то је опет дељиво са 7, итд. Панин за ову прву реченицу налази 9 особина у вези са бројем 7 и израчунава вероватноћу да је то случајно. Та вероватноћа је 1:40 000 000. Даље, током читаве Библије (Стари завет на хебрејском и Нови на грчком) показује се исти план конструкције, који је немогућ за човека, али могућ за Великог математичара. Све ово, ако ништа друго, може да изазове наше дивљење према овој гигантској књизи и да нас заинтересује да је посматрамо и са других страна.

Напоменимо да сличну математичку конструкцију поседује и Кур’ан, света књига Ислама. Конструисан је на бази броја 19, а законитости су проверене убацивањем текста Кур’ана у компјутер.

Када смо код математичке конструкције Библије, треба споменути и књигу *Библијски код* Мајкла Дросина, која је преведена на наш језик (издавач Metaphysica, 2004, Београд). Један од највећих светских стручњака у области теорија група, израелски математичар Elijahu Rips, открива скривени код у Библији који открива детаље догађаја који су се десили хиљадама година након што је написана Библија. Касније су уз помоћ компјутера и стварних догађаја ово потврдили стручњаци са других универзитета.

Напоменимо и тзв. *библијски симболизам*. Филозофи из раног средњег века покушавају да бројкама објасне библијске приче. То чине Филон Александријски, свети Августин, Хју из Св. Виктора и други.

Мере: Најчешће коришћена мера за дужину у Библији је лакат (око 50 cm). Спомињу се још и уже, палац (око 3 cm), длан (око 8 cm), педаљ (око 25 cm), прут (око 3.5m), итд. За пут се употребљавају: стадиј (на пример, римски 185 m), дан хода (око 30 km), парасанга (око 30 стадија), милијар (1477 m), хват, корак (1.47 m), стопа; за течност: хомер (364.4 *l*), ефа (36.44 *l*), сеа (12.15 *l*), гомер (3.644 *l*), каб (2.064 *l*), лог (0.508 *l*). За мерење масе употребљаване су вавилонске ваге, а мере су биле: таленат (60.60 кг – тежи и 30.30 кг – лакши), мина и шекал. При том постојао је однос 1 таленат = 60 мина = 3600 шекела. Важно је уочити да се овде појављује шездесетични систем бројева, који су користили стари Вавилонци. Основна новчана јединица код Израелаца био је шекел, а код Вавилонаца мина. Током историје и доласка на власт различитих владара мењана је и новчана јединица, па се тако срећу и следеће новчане јединице: грчки новац – драхма, старлет, римски новац – ас, дипендиус, итд.

Календар: Стари Јевреји користили су лунарну (месечеву) годину која се састојала од 354 дана. Година је имала 12 месеци. Нова година започињала је у месецу тишри (од 15. септембра до 15. октобра). Црквена Нова година почињала је 1. нисана (15. март), даном када је Мојсије извео Јевреје из египатског ропства. Сваки месец био је подељен на недеље од по 7 дана, итд. За време Римљана, Јевреји преузимају римску поделу дана и ноћи што се види у Новом завету

(Мт. 27,46; Мк. 15,25; Јов. 4,6). Ноћ је дељена на 4 страже од по 3 сата, а исто тако и дан.

Рачунске операције: Целим током у Библији наилазимо на рачунање, при чему се срећу све четири рачунске операције. Рачунају се димензије Нојеве лађе, рачунају се дани и године, рачун је у пророчким визијама, израчунавају се димензије храмова итд. Све нам то сведочи о математичком знању старих Израелаца.

Број π. У многим старим текстовима срећемо различита правила за израчунавање обима круга и његове површине. Та правила нису уопштена, већ представљају израчунавање конкретног проблема. Из тих текстова ми не можемо знати да ли су њихови аутори знали за број π или његово приближно значење. Из конкретних мерења многи су закључивали колико приближно износи однос обима круга и његовог пречника. Једно такво мерење налази се и у Старом завету, када говори Соломон о зидању храма. Храм је био грандиозних димензија. Сматра се да је Соломон имао узора у староегипатским и вавилонским храмовима. Иначе, храм је до темеља срушен 587. године п.н.е. од стране вавилонског краља Навуходоносара, откада и почиње израелско ропство. Унутрашњост дворишта у коме је смештен храм описана је у Библији, где се каже да се између храма и жртвеника налази велики умиваоник који се због своје величине назива „мједено море”. Број налазимо у опису тог умиваоника. Ево тог цитата: „И сали море; десет лаката бјеше му од једног краја до другога, округло у наоколо, а пет лаката бјеше високо, а у наоколо му бјеше тридесет лаката” (1 Цар. 7,23). Дакле, однос између обима и пречника износи 30/10=3. Ето тог библијског броја из 10. века пре наше ере. Та приближна вредност за π коришћена је много раније у старом Египту и Вавилону. Како је Соломон за зидање храма имао узора у старом Вавилону, вероватно тај број потиче отуда. Нагласимо да се ради о конкретном мерењу и нема наговештаја да Библија нуди уопштени одговор да број π представља однос обима круга и његовог пречника за било који круг.

Напоменимо да су и стари Индијци у религиозним књигама Џаиниста из 6. века п.н.е. за π узимали вредност $\sqrt{10} \approx 3.162$.

У Библији у Соломоновој „Књизи мудрости” налазимо прво спомињање броја као апстракције: „Бог је све уредио с мерама, бројевима и утезима”.

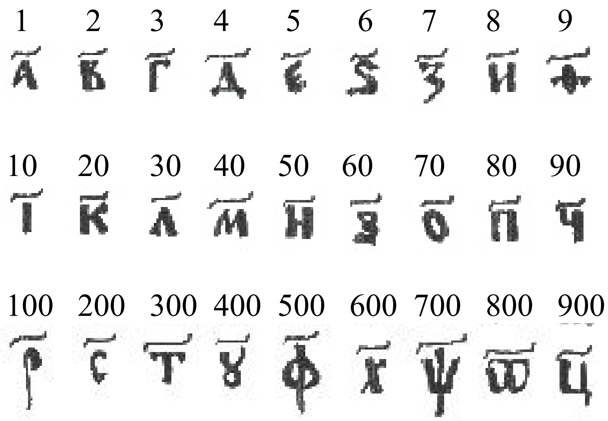
Геометрија: Пуно је цитата из којих сазнајемо о геометријским садржајима у Библији. Тако, налазимо коцку (1 Цар. 6,20), угао (1 Цар. 6,33), кругове (1 Цар. 7,31), обим круга (Јез. 45,2), квадрат (Изл 28,16), симетрију (Јез. 43, 16), итд.

Математичка конструкција Давидових псалама: 119. псалм Давидове књиге најдужи је и носи назив „Златна азбука”. Подељен је на 22 дела , од којих се сваки састоји од по 8 стихова. Сваки део почиње једним од слова јеврејске азбуке (у време Давида, у X веку п.н.е, Израелци користе 22 слова у азбуци). Почетна слова сваког од истакнутих делова су наглашена. Сваки стих чини јампски тетраметар (састоји се из 16 слогова наизменично кратких и дугих). Ми можемо да закључимо да је акростих са хебрејском азбуком фасцинантан имајући у виду да је у време писања писано без поглавља и секција, у једном низу. Погледајмо даљу геометријску конструкцију 119. псалма. Први стих сваке од секција садржи речи „закон господа”, други „сведочења”, трећи „путеве”, четврти „поуке”, пети „уредбе”, шести „заповести”, седми „пресуде”, осми „уредбе”. Најкраћи псалм је 117. Он представља средишњу главу Библије. Укупно има 1189 поглавља у 66 књига Библије. Средина је 595 (594 испред и 594 иза). Поглавље 595 одговара баш псалму 117. Дакле, најкраћи псалм у Библији даје симетрију Библије.

ПОЧЕЦИ МАТЕМАТИЧКЕ ПИСМЕНОСТИ КОД ПРАВОСЛАВНИХ НАРОДА

Почеци математичке писмености код старих Словена везани су за имена два православна монаха: браће Ћирила (826-869) и Методија (око 820-885).

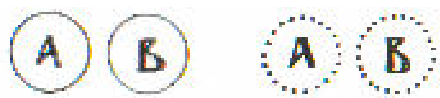
Историчари сматрају да су они састављачи ћирилице и глагољице. Састављање словенске азбуке подразумевало је и писање цифара. Бројеви су означавани по узору на грчко алфабетско означавање. За означавање бројева код старих Словена пре глагољице и ћирилице није се знало. Да би се цифра разликовала од слова, слово је надвучено знаком „~” (титло). У следећој таблици дато је словенско ћирилично означавање бројева. Како Ћирило и Методије у потпуности копирају грчку азбуку, слова „б” и „ж” се не употребљавају:



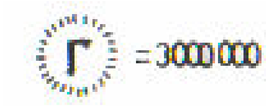
Словенско означавање бројева

Хиљаде су писане као јединице, са одговарајућим знаком испред:

Десетине хиљада писане су као јединице окружене пуном кружном линијом, а стотине хиљада као јединице окружене испрекиданом кружном линијом. Следећи записи представњају бројеве 10 000, 20 000, 100 000, 200 000:



Милиони су означавани као јединице окружене зрацима:



Десетине милиона означаване су као јединице окружене крстићима:

Стотине милиона су писане као јединице, подвучене и надвучене:

Вишезначни бројеви записивани су у редоследу: хиљада, стотина, десетица, јединица. Тако, на пример, бројеви 231 и 2 389 678 имају запис:

Бројеви од 11 до 19 записивани су на следећи начин:

11	12	13	14	15	16	17	18	19
АІ	БІ	ГІ	ДІ	ЄІ	ЅІ	ЗІ	ИІ	ѲІ

Уочавамо да у запису бројева 11, 12, ... 19 прво долази јединица, па десетица. Овакво означавање је у складу са називима бројева 11, 12, ... 19. На пример, на старословенском језику, 11 има назив „један на десет”. Слично је и за остале бројеве до 19 (прво се изговара јединица, па десетица). Од броја 20, прво се пишу десетице па јединице.

Зачетак математичке писмености код Словена представља и математичку писменост код Срба. Сведочанства старословенског записивања бројева јесу натписи на многим сводовима средњовековних манастира, старе повеље и средњовековне српске књиге. Најчешће су записани датуми или количине нечега. На пример, у једном псалтиру са последовањем писара Новака, налази се записана година списа (1385.) у следећем облику:

Овај број означава 6893. годину. Ради се о календару који сабира године од почетка стварања света – од Адама. Црква узима да је та година 5508. година пре Христа. Довољно је од 6893 одузети 5508 и добићемо 1385. годину. Бројеви су овде одвојени тачкама, што је чест случај у старим записима.

У старим записима пише да је Ђурађ Бранковић сазидао град Смедерево 6938. године, да је кнез Лазар Хребељановић погинуо на Косову 6897. године, да је краљ Милутин Немањић 6822. године подигао у Студеници цркву посвећену Јоакину и Ани (Краљева црква). Године 7184, према запису из манастира

Шишатовац, било је помрачење Месеца. На натпису уклесаном у камену изнад западних врата велике цркве манастира Морача пише: „Сији свети храм пресветије дјеви Богородице саздах и украсих в име Успенија је аз Стефан, си велијега кнеза Влака, внук светаго Симеона Немање. И сија бише в дни благочестиваго краља нашего Уроша, в љето 6760.” Такође, на натпису над вратима средњег храма у Морачкој цркви стоји 7083. година, када је умро српски патријарх Макарије и када је обновљен манастир. Наравно, цифре су писане старословенским словима.

У ЧЕМУ СУ СЛИЧНЕ МАТЕМАТИКА И РЕЛИГИЈА

И једна и друга стварају своје *симболе*. У математици симболи 1, 2, 3, ... +, -, ... чулни су одраз невидљивих идеја броја, сабирања, одузимања, итд. Религијске појмове доживљавамо симболима као што су: покрет, мирис, звук, светлост, храм, сасуд, итд. Математичке истине су идеалне, непроменљиве, нематеријалне, као и религијске, и често не налазе своју примену у реалном свету. Идеја апсолутног добра, апсолутне љубави, апсолута који покрива све апсолуте слична је идеји броја као заједничког својства једнакобројних скупова.

Математичке и религијске истине често се наслућују *интуицијом*. Интуицијом наслућујемо, а разумом проверавамо.

На религију може да се гледа са два аспекта. Један је поглед од Бога према човеку, а други обрнут. Прво је гледање на садржаје религије кроз Откровење, које излаже догматика. Предмет њеног изучавања јесу догмати, најдубљи основ вере. Догмати вере се примају априори и у њих се верује, баш као и аксиоме. Формулисани су на основу Откровења. Аксиоме су догмати математике, формирани на основу интуиције и вере да су истинити.

Други приступ религији је од природе-човека ка Богу. На основу природних закона постојање Бога се доказује. Овај приступ чини *апологетика*. У догматици се ради о веровању, а у апологетици прво је сазнање, па вера. И овај други приступ је сличан математици, када се ступа на поље доказивања. Имамо теореме и исказе за које тврдимо да су истинити (на пољу религије, аналогон за теореме је Бог), а онда се приступа доказивању тих истина (постојања Бога). У хришћанству реч *догма* означава Богом откривену истину, која се прима као таква. Слично, дедуктивним математичким системима, где се истине изводе на основу дефиниција, скупа аксиома и доказаних теорема, апологетика излаже основне богословске принципе тако што доказује њихову истинитост на основу природе, природних закона, логичког закључивања, при чему изводи закључке о органској вези са натприродним Откровењем. За апологетику, која зна за Откровење, оно нема објективну важност без доказа. Треба нагласити да је разлика између религијске догме и математичке аксиоме ипак велика. Она је у извору и истини. Извор религијске догме је Бог, њен предмет такође је Бог. Извор математичке аксиоме је човек. Иза ње стоји интелект. Гарант истинитости аксиоме је човек, а догме Бог.

Истине вере, као и истине математике, схватају се умом. Математичким умом схватамо различите просторе, бројеве, димензије, геометрије, итд. Ми Бога не видимо чулима, али га умом спознајемо и комуницирамо са њим.

Свака математичка *идеја* представља клицу нечега што доносимо рођењем. Ми се рађамо са осећајем за број, фигуру и меру. Те зачете идеје, клице, даље се развијају и ми постајемо математичари (или нешто друго). Такође, клица Бога је у нама и каже се да је човек боголико биће. Ако се та клица (идеја) разрађује, ми постајемо религиозни.

Религијске и математичке *апстракције* често су уму несхватљиве. Посматрајмо догму о св. Тројици, која издваја хришћанску религију од осталих. Црква нас учи да је „Бог јединичан по природи и троичан по лицима. Лица су вечито различита међу собом ‘по вечним личним својствима’, док су у свему осталом истоветна, једнака, равна и једносушна по Божанству”. Али три лица чине, како каже св. Григорије Богослов, једну „Монархију”, један ”Први узрок” који је између простора и времена, који нема свој почетак ни свој крај. Бог Отац је беспочетан Узрок, а бог Син вечно се рађа, док Бог Свети дух вечно исходи од Оца. Бог Отац је првобитан да ништа првобитније се не може замислити. Он је безграничан, док су Бог Син и Бог Свети дух такође беспочетни у односу на време, јер нису „под временом”, а нису беспочетни у односу према узроку, Богу Оцу, јер су из њега. Најнеобичније је да Бог Син и Бог Свети дух нису беспочети, они имају свој почетак који је у вечности и никада није било времена да их није било.

Погледајмо сада сличну апстракцију и аналогију у математици. Немачки математичар Георг Кантор (G. Cantor, 1845-1918), творац теорије скупова, познат је и по томе што концепцију скупова проширује на *трансфинитне* бројеве. Да би нам било јасно шта су трансфинитни бројеви, размотримо скуп са коначним бројем елемената, на пример скуп од 6 јабука (елемената). Број елемената овог скупа је 6 и тај број представља *кардинални* број тог скупа. Дакле, кардинални бројеви означавају количину елемената неког коначног скупа. „Број елемената” бесконачног скупа или његов одговарајући кардинални број се назива трансфинитним кардиналним бројем. Први трансфинитни број представља кардинални број свих целих бројева и означавамо га са $\aleph_0$ (слово $\aleph$ се назива Алеф и представља прво слово хебрејског писма). Међу бесконачним скуповима, као и међу коначним, постоје и скупови са „већом бесконачношћу”. На пример, скуп реалних бројева је такође бесконачан, као и скуп целих, али реалних има више, има их $C = 2^{\aleph_0}$ (континуум). До данас није решена хипотеза континуума, тј. да ли је $C = \aleph_1$, при чему је са $\aleph_1$ означена најмања бесконачност после $\aleph_0$. Неки математичари, попут Канторовог колеге Константина Гиберлеа, верују да само Бог може да реши проблем хипотезе континуума. Ова тајна и многе друге су сличне тајни Бога у које наш ум за сада не може да проникне. Канторов концепт бесконачних бројева, који су актуелно постојећи, где је могуће уређење тих бесконачних бројева у растући низ, у потпуности одговара бесконачном Богу, чију смо догму изнели. Кантор сматра да има бесконачно много трансфинитних бројева. Сада је јасније шта значи бесконачни Отац и Бог Син који се вечно (бесконачно) рађа и Бог Свети дух који вечно исходи.

Сличност са унутрашњим односом Света Тројице можемо потражити и у *природи* математичких појмова. Света Тројица као појам постоји у јасно дефинисаном односу њених ипостата, Бога Оца, Бога Сина и Бога Светог духа. Шта је у математици објекат $y=ax$. Очигледно, пример једначине, али њу чини само однос елемената који је чине: $y=ax$, $a=y/x$, $x=y/a$.

Тежња Божјим апсолутима: љубави, доброти, савршенству, итд. јесте бесконачан процес и сличан је *асимптотском* приближавању у математици. Функција $f(x)$ асимптотски се приближава правој или другој кривој $g(x)$ ако је достиже у бесконачности. Матиматички тај процес записујемо као:

$$\lim_{x\to\infty}\left[f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]=0,$$

тј. разлика одговарајућих ордината двају графика постаје бесконачно мала за довољно велике вредности промењљиве.

Ако посматрамо Св. тројицу, у Једном је све. св. апостол Павле зна „да је од Њега, кроз Њега и у Њему све" (Рим. 11, 36). „Један је Бог од кога је све и Један је Господ Христос кроз кога је све и Један је Дух у коме је све". Савремена концепција о научном заснивању броја базирана је на овим мислима. Она се лако схвата кроз њу. Према скуповном приступу у заснивању броја, број је заједничка особина класе једнакобројних скупова. Дакле, сви скупови исте моћи, истог кардиналног броја, када им се занемари својство и распоред елемената имају само једно заједничко својство – исту бројност, коју зовемо природан број. Тако, сви скупови који имају по један елемент имају заједнички кардинални број, који зовемо један и обележавамо са 1. Дакле сви, њих безгранично много, су у једном, јединици. Иако су сви у једном, та јединица је недељива, јединствен кардинални број свих скупова са по једним елементом. Теорију о броју засновану на еквипотентним (равномоћним, бројно еквивалентним, исте бројности) скуповима развијају немачки математичар Г. Фреге (Gottlob Frege, 1848-1925) и Б. Расел (Bertarand Russel, 1872-1970). Можемо закључити да савремене концепције броја као духовни основ имају Св. тројицу, три Лица у једном. Математика иде даље, узима бесконачан број јединки (једнакобројне скупове) и све оне у једном (заједно) чине класу једнакобројних скупова, која постаје једно, један број.

Откровење може да се замисли као она почетна тачка (центар) у вечности помоћу које се одређује положај сваке друге тачке, сазнање стварности. Рођење Христово ту имагинарну тачку чини стварношћу. Декартова координатна геометрија, која је преокренула епоху и науци удахнула кретање и контролисање тог кретања, представља резултат мишљења догматике Цркве. Свака крива, тело и површ сада добија своје име и презиме, своју једначину. Свака трунка стварности постаје контролисана координатама.

Да би се дочарала Св. тројица, троугао може да се узме као аналогон узајамне везе три ипостаса код св. Тројице. Троугао је један, цео, недељив, али има три угла, три странице, три темена - а то су основна својства (лица) која га чине.

ЗАКЉУЧАК

Изнети су неки заједнички моменти математичке и верске наставе и указано је где они могу да корелирају. Неки моменти су само наговештени и због просторне ограничености није било могуће да их обрадимо. Наставник математике ће наћи лепе примере примене математичких сазнања и код деце развијати заинтересованост за свој предмет, а вероучитељ добити помоћ у разјашњавању високе религијске апстракције.

У математици је потребно често освежавање наставног часа неком интересантношћу. Биће обострана корист и за математику и за веронауку, а несумњива је и васпитна компонента ако се деци исприча какву то математику садржи Библија, ако се изрази чуђење за математичку конструкцију Библије, итд.

Проучавајући математику у старим верским књигама наћи ћемо много података за историју математике и увидети каква је она била кроз различите епохе.

ЛИТЕРАТУРА

Адалберт, Р (1983): *Библијске старине*, Загреб: Кршћанска садашњост.

Болгарскиј, Б.В. (1979): *Очерки по истории математики*, Минск: Выишэйшая школа

Гика, М.(1987): *Филозофија и мистика броја*, Нови Сад: Књижевна заједница Новог Сада

Гнеденко, Б.В. (1946): *Очерки по истории математики в Росии*, Москва-Лењинград

Дачић, С. (2003): „Увођење предмета верска настава“, (у књизи: *Верска настава и грађанско васпитање у школама Србије*), Београд: Институт за педагошка истраживања

Дејић, М. (2007): *Математика у верској настави и религија у настави математике*, Зборник радова: Дидактичко-методички аспекти промена у основношколском образовању, Београд: Учитељски факултет

Дејић, М.(1990): *Тајни свет математике*, Београд: Нолит.

Дејић, М.(2005): *Математичко надахнуће*, Београд: Иновације у настави, бр. 2, стр. 81-89.

Калезић, Д. (1982): *Упознајмо религију*, Београд: Православље.

Клайн, М. (1984): *Математика утрата определенности*, Москва: Мир.

Малыгин, К.А. (1963): *Элемент ы историзма в преподавании математики в средней школе*, Москва: Учпедгиз.

Милин, Л. (1979): *Научно оправдање религије*, књига 3, Београд: Православље.979

Мрочек, В., Филиповић, Ф. (1981): *Педагогија математике* (превод са руског), Чачак: Чачански глас.

Минковски, В. Л., Габински, Г. А. (1972): *Некоторые материалы по атеистическому воспитанию на уроках математики*, Математика в школе, бр. 5, стр. 19-26.

Петронијевић, Б. (1922): *Историја новије филозофије*, Београд.

Пиковер, К. (2007): *Страст за математиком* (превод са енглеског), Београд: ННК

Поповић, В.(1960): *Духовни основ модерне науке* I, Глас СПЦ, 7-8, 202-213; ИИ, 9, 226-233.

Расел, Б. (1962): *Историја западне филозофије*, (превод Душанка Обрадовић), Београд.

Свето писмо Старога и Новога завјета (превод: Стари завет –Ђ. Даничић, Нови завет – Вук Стеф. Караџић), Издање библијског друштва, Београд, 1974.

Тадић, М. (1987): *Студенички сунчаници*, Крушевац: Багдала.

Mirko Dejic
Education Faculty in Belgrade

CORRELATION OF MATHEMATICS WITH RELIGIOUS TEACHING

SUMMARY

Although mathematics and religion seem not to have any points of contact, they really do have in many segments, they even pervade each other: Literacy in mathematics was brought to the Serbs by two monks; The first book on mathematics was written by a monk Krik in the twelfth century; Mathematical notions, such as a number, zero, infinity, the laws on numbers , etc. have originated under direct influence of religion; Great mathematicians such as Newton, Leibnitz, Pascall, Descartes, Kronecker, Cauchu, Gedel were religious, and many of their works were created directly under the influence of their philosophical and religious meditation; There is a parallel between mathematical and religious thinking, between religious dogma and mathematical axioms, between mathematical and religious ideas, etc. The proofs of the existence of God are impeccable, given by great mathematicians using mathematical methods in providing proofs; Great number of mathematicians remembered by the history were monks and priests, even popes; Church was greatly involved in development, but also in stoppage of mathematical thruths; There is abundance of mathematical notions in religious books , and their mathematical construction revealed by mathematicians is amazing; The inscriptions of theorems are saved on the walls of temples. Just some of the stated segments are presented in the study. Our aim is to point to possibility of connecting mathematical and religious teaching, to connections that are real, without mystique and confrontation, to religious teachers and those who realize teaching of mathematics.

Јасмина Милинковић, Владимир Мићић
Учитељски факултет
Београд

УДК: 371.3::514

УЛОГА ДИДАКТИЧКИХ СРЕДСТАВА У ОСНОВНОШКОЛСКОЈ ГЕОМЕТРИЈИ

Апстракт: Ј. Милинковић и В. Мићић упознају читаоце са манипулативним дидактичким средствима која могу обогатити наставу и олакшати разумевање геометријских садржаја у основној школи. Налазећи основу у Ван Хилеовом моделу развоја способности сазнања у геометрији као и теорији репрезентација, аутори се залажу за активно учење вођеним открићем уз коришћење манипулативних модела геометријских облика. Такве активности могу помоћи ученицима да разумеју особености и односе између геометријских фигура као и да мотивишу ученике на даље самостално проучавање.

Кључне речи: геометрија, дидактичка средства, манипулативни модели

Геометријски садржаји заузимају велики део у програму математике за основну школу, почевши већ од првог разреда. Може се са сигурношћу тврдити да тај део за многе ученике (па и наставнике) представља тежи део учења математике. На који начин можемо унапредити наставу геометрије?

Чувени архитекта Корбизије (Le Corbusier) истиче да нам геометрија пружа средства којима ми можемо упознати и описати окружење. Геометрија нам, указује Корбизије, омогућава да симболички прикажемо све што је савршено и задивљујуће у материјалном свету. На овај начин истичу се две стране геометрије, прво, геометрије као савршено повезаног логичног дедуктивног система (пре свега Еуклидске геометрије) и друго, геометрије која нам омогућава познавање простора и стицање осећаја о просторним односима. У зависности од аутора, већа пажња посвећује се једној или другој страни геометрије. Марјановић (2002, 2007), на пример, истиче да је главни циљ геометрије у млађим разредима основне школе припрема за предеуклидску геометрију.

РАЗВОЈ ГЕОМЕТРИЈСКОГ МИШЉЕЊА

Ван Хилеов модел развоја геометријског мишљења пружа основу за разумевање дечијих развојних способности у геометрији (van Hiele, 1959, 1986). Он указује на пет нивоа геометријских знања које дете прелази од основног препознавања геометријских облика до дедуктивних доказа. Ови нивои престављају хијерархијски уређен низ корака који се достиже у скоковима и у највећој мери зависи од учења (а не узраста или биолошке зрелости). Сваки ниво карактерише посебан језик, симболи и структура. Да би дете прешло са нултог нивоа – препознавања, до првог нивоа – описа и анализе, а затим и до другог нивоа – класификације и неформалних доказа, потребно му је омогућити да активно истражује и долази до закључака. Наредни ниво - апстрактни/релациони, подразумева развој способности за давање дефиниција које укључују навођење потребног и довољног услова, као и неки вид логичке аргументације. Тада постоји могућност класификовања геометријских фигура на основу уочавања особина. Хијерархијски два највиша нивоа се не достижу у основној школи. Напоменимо ипак да је четврти ниво – ниво формалне дедукције, док је највиши ригидно-метаматематички ниво, где се достиже могућност резоновања базираног искључиво на аксиомама, дефиницијама и теоремама (чак без референтног модела).

Говорећи о геометрији која има за циљ стицање осећаја о простору можемо идентификовати два кључна елемента: орјентацију и визуелно сагледавање (Bishop, 1980). Орјентација нам омогућава уочавање позиције једног објекта у односу на друге. Визуелно сагледавање омогућава, са друге стране, да разумемо и визуелно представимо последице промена, односно покрета. Оно подразумева разумевање, интерпретацију и вербални опис визуелне фигуралне репрезентације.

РЕПРЕЗЕНТАЦИЈЕ ГЕОМЕТРИЈСКИХ ПОЈМОВА

Репрезентације представљају различите конкретизације математичког појма или структуре. Одговарајуће репрезентације омогућавају деци која уче геометрију (као и математичарима) да направе екстерни запис, да размишљају о појави или региструју процес решавања проблема. Волек (K. R. Woleck) истиче да су оне средство за артикулацију, разбистравање, комуницирање, објашњавање или потврђивање идеја (Woleck, 2001). Према Брунеру, постоје три начина на које људи представљају свет: (1) акционо (деловањем), (2) иконички (сликовно) и (3) симболички. Акционо деловање подразумева инструменталну структуру са циљем и средствима. Дакле, не ради се о случајним радњама које доводе до сазнања, већ о планском сазнању. Основа сазнања је процедура која се спроводи са циљем долажења до закључка. У питању је физичка акција са циљем решавања проблема. Иконичком репрезентацијом догађај се исказује „селективном организацијом перцепата и представа, просторним, временским и квалитативним структурацијама перцептивног поља и њиховим трансформисаним сликама“ (Брунер, 1964, стр. 76). Дакле, слике замењују објекат који се представља релативно верном, иако селективном представом. Симболичка репрезентација подразумева апстрактне форме коришћења знакова и симбола који сами по себи више не одсликавају „директно“ објекат или појаву коју представљају. Она подразумева удаљавање од конкретног и арбитрарност. Реч не указује директно на означено нити визуелно подсећа на оно што означава. Може се уочити да су прва два вида репрезентације примарне сазнајне функције које су се развиле директно као реакција на еволуцијске захтеве, дакле у највећој мери су универзалне (Милинковић, 2007). С друге стране, симболичке представе у великој мери јесу последица „културне компетенције“ и захтевају свестан напор за савлађивањем. Овај вид компетенције стиче се у највећој мери кроз школовање и друге видове усвајања културе. Приметимо да је настава геометрије у основној школи примарно ослоњена на иконичке представе, да се акционе репрезентације користе у ограниченом обиму, а да се симболички језик геометрије превасходно учи и користи у даљим фазама школовања.

ДИДАКТИЧКА СРЕДСТВА У НАСТАВИ ГЕОМЕТРИЈЕ

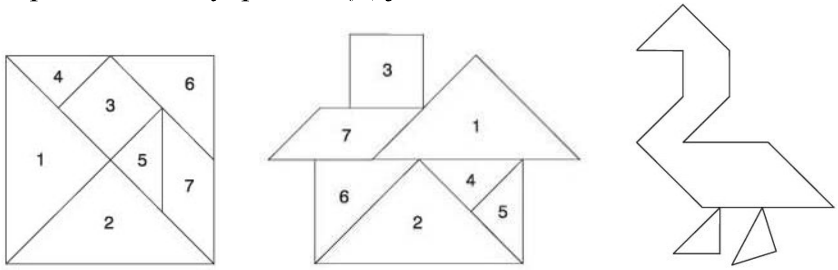
Визуелно искуство и манипулација важан су фактор у разумевању садржаја као и у буђењу интереса за садржаје. На ово указују многобројна истраживања, истичу Клементс и Батиста у темељној анализи истраживања у геометрији (Clements & Batistta, 1992). У настави геометрије у основној школи посебну улогу имају дидактичка средства која омогућавају различите репрезентације геометријских појмова.

Слике и *тродимензионални модели* геометријских објеката стандардно су присутни у настави геометрије. Упознавање геометријских облика заснива се на чулном сазнању, пре свега визуелним опажајем и додиром. Како се ради о елементарној геометрији, може се очекивати да је она у основи интуитивна и базирана на већ упознатим објектима из околине. Због тога се у реалном окружењу траже објекти који могу преставњати моделе идеалних геометријских објеката. Али, традиционални приступ геометријским садржајима у основној школи подразумева у највећој мери проучавање геометријских облика представљених цртежима геометријских фигура и (дрвеним, пластичним, картонским или металним) моделима геометријских тела, којима се умањује могућност шума. Коришћење слика није ограничено на почетне разреде јер се успешно користи и при доказивању теорема и у каснијим фазама школовања, истиче Кабанова-Мелер (Kabanova-Meller, 1970) .

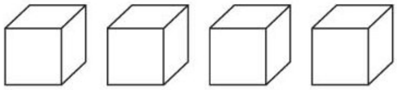
Ипак, сликовним представама геометријских објеката на папиру често не успевамо да у потпуности почетнику створимо јасну представу о елементима и односу елемената на објекту (Servais, W, 1971). Због тога треба охрабривати наставнике да користе манипулативна средства. Истакнимо да истраживања указују да коришћење *манипулативних дидактичких средстава* има посебно позитиван утицај на сазнање (Clements & Battista, 1992). Дејић и Егерић (2008) истичу да мануелна дидактичка средства представљају спољашње подстицаје развоја математичког мишљења и закључивања код ученика. У нашим уџбеницима ипак су ретки примери у којима аутори предлажу активности те врсте. Активност прављења модела квадра (коцке) коришћењем понуђене мреже је једна од чешће коришћених активности. Понегде, најчешће у материјалима за додатну наставу математике, срећемо се са предлозима игара са шибицама где се ученици подстичу да анализирају задату слику и направе нову према датим условима али не долазе до нових открића (Дејић, Вуковић и Вуковић).

Пример такве активности је упознавање са древном кинеском игром Танграм. Ученици треба да, према датом моделу, користећи понуђене геометријске фигуре формирају задати облик.

Пример 1: „Табле мудрости” (Дејић, Милинковић, Ђокић, 2007, стр. 117.)



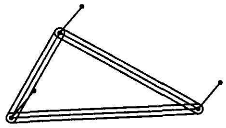
Пример 2. Учитељ може усмерити ученике да решавају задатке манипулацијом реалним моделима (уместо менталном визуализацијом).



На слици су дате коцке. Колико различитих квадара можеш да саставиш од свих коцки? (Дејић, Милинковић, Ђокић, 2007)

МРДАЛИЦЕ

Упућујемо пажњу на један пример дидактичког средства које се може користити при обради различитих (сложених) геометријских садржаја. В. Мићић (1999, 2002) залаже се за обогаћивање класичног приступа настави геометрије кроз учење „откривањем“, наглашавајући да овде није реч о правом „откривању“ већ пре свега визуелном и тактилном доживљају који омогућава дубље разумевање и трајније усвајање знања. Он предлаже једноставно вишенаменско наставно средство које се састоји од картонских трака (или сламки) различите дужине. Ове траке представљају модел дужи. Траке се спајају чиодама тако да буду флексибилне, а саме траке треба да буду направљене од чвршћег картона да се не би савијале, тј. да би представљале модел дужи. На слици је приказан троугао који је направљен помоћу мрдалица. На сличан начин могу се правити модели четвороугла, петоугла, n-тоугла.



Овакво средство могу користити ученици да би размишљали о својствима геометријских фигура. Ево неколико примера питања која се могу поставити ученицима:

1. Да ли се од сваке три дужи може формирати троугао?
2. Да ли се од сваке четири дужи може формирати четвороугао?
3. Да ли је троугао (четвороугао) крута фигура?

Ученици могу, бавећи се овим проблемима, открити да:

1. Дужина било које две странице троугла мања је од половине његовог обима.
2. Дужина сваке странице троугла мања је од збира дужина друге две странице.

3. Троугао је одређен (задат) (с тачношћу до положаја) ако су му задате дужине све три странице троугла.

4. Дужина најдуже странице многоугла мора бити мања од збира дужина осталих страница.

5. Постоје неподударни многоуглови (n>3) чије су све одговарајуће странице подударне.

6. Многоугао са више од три странице није крута фигура.

7. Троугао је једина крута (недеформабилна) фигура.

Традиционално, у настави се за модел равни користи лист папира правоугаоног облика. Ми, по аналогији са мрдалицама, за обраду појмова диедра, угла диедра, рогљасте површи, рогља и полиедра предлажемо коришћење „просторних мрдалица" - комплета провидних троугаоника (с унутрашњим угловима 45˚, 45˚, 90˚, односно 60˚, 90˚, 30˚) спојених широком провидном селотејп траком. Овакви модели равни могу се користити за стварање модела триедра, тридедарске површи, рогљсте површи, простог рогља, конвексног рогља, итд. Анализом модела ученици ће моћи сами да открију да важи:

1. Збир ивичних углова конвексног рогља мањи је од 360˚.

2. Проста тространа површ је недеформабилна.

3. Рогљаста површ са више од три ивице (стране) није крута.

Приметимо да сличне идеје можемо наћи у Механо тракама или Кестеровим моделима од папира и сламки. Кестер је у истраживачком пројекту истакао пози-тивне ефекте манипулације дидактичким материјалима.

Дакле, у основи једноставне и лако применљиве идеје за коју се залажу дидактичари математике стоји идеја бољег упознавања геометријских појмова и сагледавања особина објекта кроз манипулацију пригодним флексибилним моделима.

ЗАКЉУЧАК

У овом раду бавили смо се проблемом наставе геометрије у основној школи. Базирајући се на ван Хилеовом моделу развоја сазнања у геометрији, истакли смо особености мишљења ученика основне школе. Имајући у виду Брунерову теорију репрезентација истакли смо могуће приступе настави геометрије. Имајући у виду резултате низа истраживања, залажемо се за наставу која би подстицала ученике на активно сазнање коришћењем манипулативних средстава. Поред познатих, чешће коришћених средстава, посебно смо приказали могућност коришћења мрдалица, једноставног али ефектног наставног средства. Сматрамо да коришћење оваквих манипулативних средстава може помоћи ученицима да разумеју особености и односе између геометријских фигура као и да мотивишу ученике на даље самостално проучавање.

ЛИТЕРАТУРА

Clements, D. & Batistta, M. (1992): „Geometry and spatial sense“, у D. A. Grows (Ed.) *Handbook on Research in Mathematics Teaching and Learning, A Project of the National Council of Teachers of Mathematics*, стр. 420 − 464, New York, NY: Macmillan

Bishop, A.J. (1980) „Spatial abilities and mathematics achievement-A Review“ у: *Educational studies in mathematics*, 11, стр. 257 − 269.

Брунер, Џ. (1964): „Ток когнитивног развоја“ (адаптирано), „Психологија“, Год.V, бр.1 − 2, 1972, у Ј. Мирић (приредио): *Зборник радова из развојне психологије*. Београд: Савез друштава психолога СР Србије

Дејић, М, Милинковић, Ј. и Ђокић, О. (2007): *Уџбеник за IV разред основне школе*, Креативни центар, Београд

Дејић М. и Егерић, М. (2008): *Методика наставе математике*, Учитељски факултет,Београд

Дејић, М, Вуковић, С. и Вуковић, С. (2005): *Математика као игра*, Друштво математичара Србије, Панчево

Kabanova-Meller, E.N.(1970): „The role of the diagram in the application of geometric theorems“, in: J. Kilpatrick & I. Wirszup (Eds), *Soviet studies in the psychology of learning and teaching mathematics*. (Vol 4), стр. 7- 49, Chicago, IL: Univeristy of Chicago.

Marjanovic M. (2002): „Didactical Analysis of primary Geometric Concepts“, у: *The Teaching of Mathematics*, vol. V, 2, pp 99 – 110

Marjanovic M. (2007) Didactical Analysis of primary Geometric Concepts. *The Teaching of Mathematics*, vol. X, 1, pp 11 – 36.

Мићић В.(2005) Учење откривањем – можда нови приступ. *Настава математике*, vol. L, 4, стр. 13-21. Друштво математичара Србије.

Micic, V. (1999) Discovery learning – probably a new approach Proceedings of the 16th panhellenic Conference on Mathematics education, Larisa, pp 114 -117

Милинковић, Ј. (2007) *Методички аспекти увода у вероватноћу и статистику*. Учитељски факултет, Београд.

Servais, W. (1971) The use of Teaching Aids. U W. Servais and T. Varga, *Teaching School Mathematics*, pp. 94 – 123. Penguin Books, Ltd Harmondsworth

van Hiele, P.M. (1986) *Structure and insight*.Orlando: Academic Press.

Woleck, K. R. (Eds.) (2001): Listen to Their Pictures: An Investigation of Children’s Mathematical drawings. У Cuoco, A. A. & Curcio, F. R. (2001). *The Roles of Representation in School, Mathematics*, *2001 Yearbook,* стр. 215 − 227. Reston, VA: NCTM.

Jasmina Milinkovic, Vladimir Micic
Education Faculty in Belgrade

THE ROLE OF DIDACTICAL AIDS IN SCHOOL GEOMETRY

SUMMARY

J. Milinkovic and V. Micic describe manipulative aids for teaching children about geometrical figures. Grounded in van Hiele's model of development of geometry reasoning and in the theory of representations, they argue for active discovery learning with the use of manipulative aids. Their argument is that teacher may help children develop geometrical knowledge though active exploration of manipulative models of geometrical shapes. Authors believe that, in that way children could develop more sophisticated knowledge while recognizing some of fine attributes and relations between shapes and could be motivated for further indipendent exploration.

Оливера Ђокић, Мирко Дејић
Учитељски факултет
Београд

УДК: 371.3::51-028.31
371.671

КАКО УЧИТЕЉ МОЖЕ ДА ИЗАБЕРЕ УЏБЕНИК МАТЕМАТИКЕ?

Апстракт: Рад је посвећен избору школског уџбеника (као основне књиге за учење) за предмет математика на млађем школском узрасту. Сви уџбеници који су у оптицају прошли су комисије и одобрени су од стране Министарства просвете. Сваки уџбеник за неког учитеља је најбољи. Како је избор уџбеника озбиљна ствар, требало би уложити велики напор када се то чини. Да би учитељ био колико-толико сигуран да је уџбеник - који му се нуди и који он бира – најбољи за њега и да ће га радо „прихватити" у раду, предлажемо једноставну листу критеријума за избор. Циљ овог рада је да кроз одабране примере из актуелних уџбеника математике понуди листу критеријума која ће учитељима бити помоћ приликом избора уџбеника.

Кључне речи: уџбеник математике, почетна настава, критеријуми избора.

О УЏБЕНИКУ

Школски уџбеник је одавно постао предмет научног истраживања. У многим земљама постоје педагошки институти за проучавање школског уџбеника, одржава се много међународних, а све више и домаћих скупова и пише се доста монографија.

Добар уџбеник је тешко написати и при томе водити рачуна о индивидуалности деце која и садржаје доброг уџбеника различито усвајају. Уџбеник је намењен свим ученицима - лошији ће га уз помоћ наставника и уз већи напор савладати, а бољима ће бити потребни допунски задаци и захтеви.

ШТА УЧИТЕЉА ОПРЕДЕЉУЈЕ У ИЗБОРУ УЏБЕНИКА?

Избор уџбеника би требало да буде индивидуалан чин учитеља. Уџбеници који су у оптицају одобрени су од стране *Министарства просвете* и сваки је за понеког учитеља најбољи. Учитељ има сопствену представу о најбољем уџбенику, а на формирање представе утичу следећи фактори:

– навикнутост на одређени уџбеник и његов концепт (или одређеног издавача),

– препорука директора и(ли) стручних служби школе,

– савет колега да је уџбеник добар,

– аутор(и) уџбеника имају звучне титуле (што обећава),

– стране уџбеника су шарене, добра је опрема, све „бљешти",

– књигу је написао колега из наше школе (мада и овде има различитих ставова),

– сви су лоши, можда ће нови уџбеник о коме размишљамо бити бољи,

– висина рабата, итд.

Да бисмо били сигурни да је уџбеник потенцијално добар морамо поставити критеријуме којих се треба придржавати приликом избора. Када су у СССР-у 1974. године почели озбиљније да се баве уџбеником, издвојено је преко 300 критеријума које треба да задовољава добар уџбеник. Касније су се негде ти критеријуми увећавали, а негде смањивали. Узимајући у обзир брзину избора која је на располагању учитељу, определили смо се за неке битне критеријуме који ће бити од помоћи у избору уџбеника. Полазимо од тога да су сви уџбеници пласирани на тржишту добри, јер су прошли разне комисије и критеријуме, али би међу њима требало да се определимо за један.

Како је избор уџбеника озбиљна ствар, учитељ треба да буде спреман да уложи велики напор. Да би он био колико-толико сигуран да је уџбеник *који му се нуди и који он бира* најбољи за њега и да ће га радо „прихватити" у раду, предлажемо једноставну листу критеријума за избор. Циљ рада је да кроз одабране примере из актуелних уџбеника почетне наставе математике понудимо листу критеријума која ће учитељима користити приликом избора уџбеника.

КРИТЕРИЈУМИ ЗА ИЗБОР УЏБЕНИКА

Предлажемо листу критеријума и скалу за оцењивање од 1 до 5 за сваки поједини критеријум.

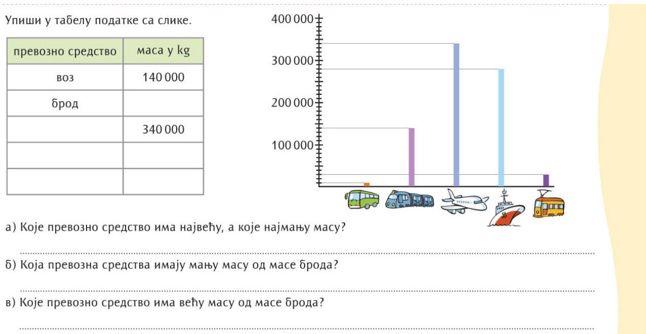
1. *НАСТАВНИ ПРОГРАМ*

Полазимо од *Наставног програма*. У уџбенику су изложена систематизована знања задата *Програмом*. О овом критеријуму не треба много да бринемо. Реч је о полазном критеријуму и комисије су одобриле уџбеник усклађен са њим.

Деси се, међутим, да су нека тема, ужа целина или појам, изостављени или додати. Ово не треба да буде аларм за нас да уџбеник није добар и да га треба одбацити. Изостављено учитељи могу сами да допуне (мада то изискује додатне напоре), јер *Програм* је тај који нас обавезује на увођење одређених математичких садржаја.

Пример 1: Уџбеник за I разред, тема *Мерење и мере*. Понуђени садржај учитељ мора да допуни. Бираће различите објекте као јединице мере и вршити мерења, затим узети један (резултат мерења неће зависити од оног који мери) и, на крају, договором ће доћи до дужи сталне (непромењиве) дужине као јединице мере (резултат мерења неће зависити од оног који мери нити од произвољних јединица мере). Циљ је да се ученици проведу кроз *историјски пут открића* основне јединице мере за дужину 1 *m* (а касније и изведених – мањих и већих). На тај начин формира се свест о договору људи за јединице мере за дужину (а касније, по аналогији, и за све остале јединице мере: површину, запремину, масу, време, итд.). У одабраном примеру учитељ ће самостално да осмисли садржај и задатке, јер уџбеником то није предвиђено.

Не траба да нас забрињава ни ако је уџбеником нешто више понуђено него што то *Програм* тражи (тзв. опциони садржаји). Они су намењени ученицима који их могу савладати, а на учитељу је да процени хоће ли то обрађивати или не. То могу да буду математички појмови уклопљени у постојеће уџбеничке теме или посебне теме.



Упиши у табелу податке са слике.

превозно средство	маса у kg
воз	140 000
брод	
	340 000

а) Које превозно средство има највећу, а које најмању масу?

б) Која превозна средства имају мању масу од масе брода?

в) Које превозно средство има већу масу од масе брода?

Пример 2: Уџбеник за IV разред. Графичко читање података односи се на свакодневне ситуације. Обрађује се не као издвојена тема, већ као саставни део теме *Бројеви до милион – читање, писање и поређење.*

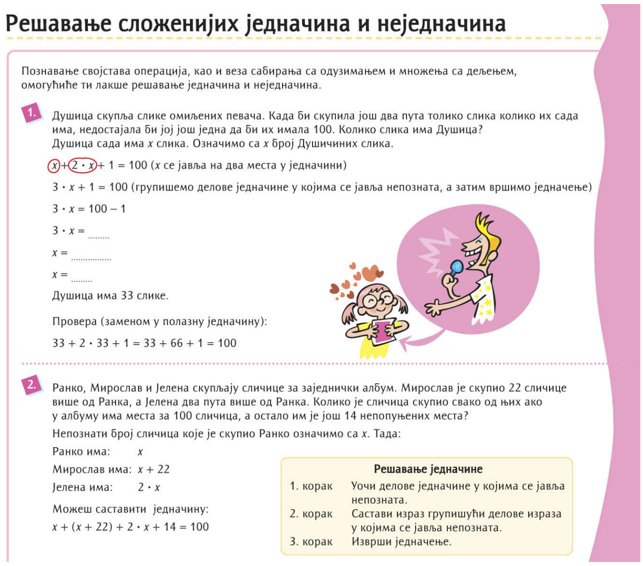
У једном разреду има 24 ученика: 12 је смеђооко, 6 зеленооко, 3 су црноока, а остали су плавооки. Попуни празна поља у табели, а затим на кругу обој одговарајуће делове браон, зеленом, црном и плавом бојом.

боја очију	број ученика	део укупног броја ученика	боја на кругу
смеђа			
зелена	6	$\frac{1}{4}$	зелена
црна			
плава			

У новинама често виђаш овакве цртеже. Помоћу њих се могу представити разни бројчани подаци. Понекад се овакви цртежи називају *торте* или *пите*.

123

Пример 3: Исто. Елементи статистике уклопљени су у садржаје теме *Разломци – читање, писање и поређење*.



Решавање сложенијих једначина и неједначина

Познавање својстава операција, као и веза сабирања са одузимањем и множења са дељењем, омогућиће ти лакше решавање једначина и неједначина.

1. Душица скупља слике омиљених певача. Када би скупила још два пута толико слика колико их сада има, недостајала би јој још једна да би их имала 100. Колико слика има Душица?
Душица сада има x слика. Означимо са x број Душичиних слика.

$x + 2 \cdot x + 1 = 100$ (x се јавља на два места у једначини)

$3 \cdot x + 1 = 100$ (групишемо делове једначине у којима се јавља непозната, а затим вршимо једначење)

$3 \cdot x = 100 - 1$

$3 \cdot x =$ ....

$x =$ ....

$x =$ ....

Душица има 33 слике.

Провера (заменом у полазну једначину):

$33 + 2 \cdot 33 + 1 = 33 + 66 + 1 = 100$

2. Ранко, Мирослав и Јелена скупљају сличице за заједнички албум. Мирослав је скупио 22 сличице више од Ранка, а Јелена два пута више од Ранка. Колико је сличица скупио свако од њих ако у албуму има места за 100 сличица, а остало им је још 14 непопуњених места?
Непознати број сличица које је скупио Ранко означимо са x. Тада:

Ранко има: x

Мирослав има: $x + 22$

Јелена има: $2 \cdot x$

Можеш саставити једначину:

$x + (x + 22) + 2 \cdot x + 14 = 100$

Решавање једначине

1. корак Уочи делове једначине у којима се јавља непозната.
2. корак Састави израз групишући делове израза у којима се јавља непозната.
3. корак Изврши једначење.

Пример 4: Исто. Опциони садржај - цела тема *Сложене једначине и неједначине* (састављање и решавање сложенијих типова једначина и неједначина облика:

$$a \cdot x \pm b = c\,,$$

$$a \cdot x \pm b < c \text{ тј. } a \cdot x \pm b > c$$

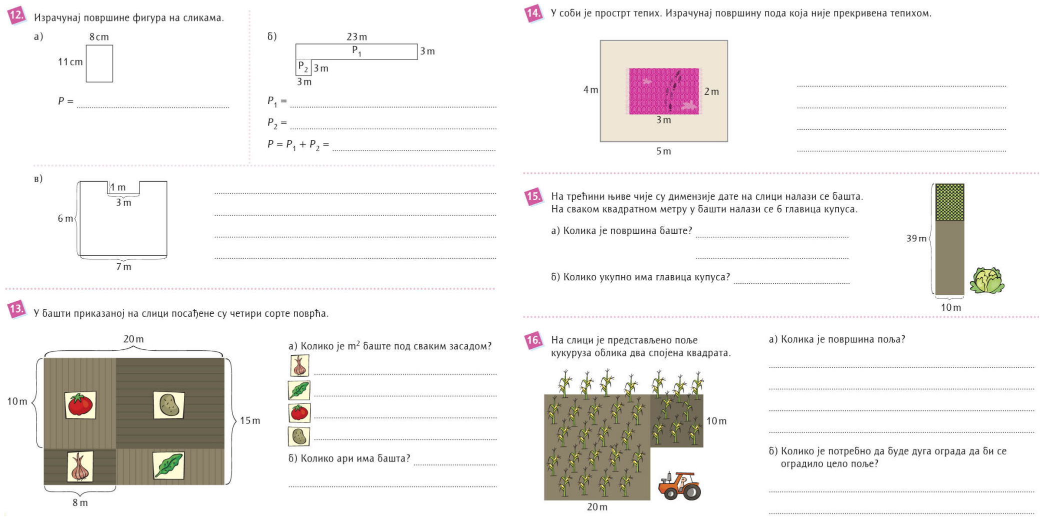
итд.).

Дакле, не треба унапред да одбацујемо уџбеник због вишка или мањка садржаја, али треба да доделимо оцену овом критеријуму.

2. *СТРУКТУРА ПРОГРАМСКИХ САДРЖАЈА И ЛОГИЧКИ СЛЕД ТЕМА*

Крећемо се вертикално наниже и следећи корак у оцењивању уџбеника представља структура програмских садржаја и след тема. Аутор(и) су се определили за одређену структуру програмских садржаја и след тема са одређеном логиком, следећи безусловни принцип почетне наставе математике да се иде *од по-*

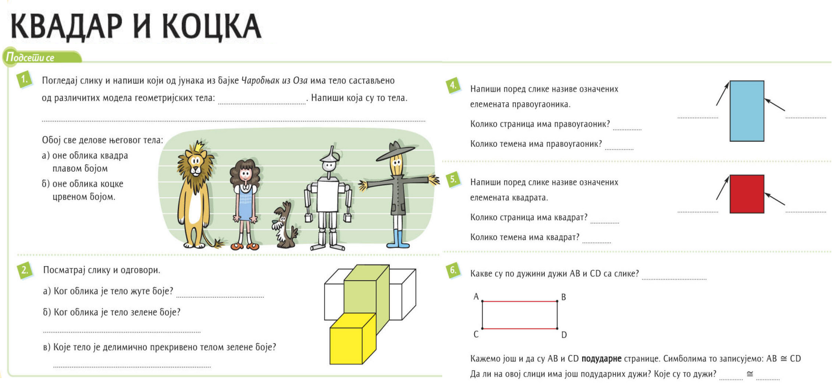
знатог ка непознатом. Премештање целина од стране учитеља приликом обраде новог градива реметило би замисао аутора, али би доводило и до позивања на одређене математичке појмове или процедуре које ученицима нису познате.

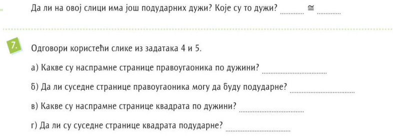


Пример 5: Уџбеник за <u>IV разред</u>. Из садржаја уџбеничке јединице *Површина правоугаоника и квадрата* видимо опредељеност аутора да појам уведу пре множења вишецифрених бројева. У задацима се позива на познате процедуре множења из блока бројева до 1 000, а касније у теми *Множење вишецифрених бројева* заступљени су задаци примене множења у израчунавању површине геометријских фигура.

3. *СТРУКТУРА ТЕМА УЏБЕНИКА*

Сада гледамо структуру сваке теме уџбеника. Прво што нас занима је да ли постоје задаци за понављање у свакој од уџбеничких тема који нас директно уводе у тему или је понављање градива стављено на почетак уџбеника (понављање ради понављања). Честа је пракса да све што нам је потребно за наилазеће теме буде на почетку уџбеника (када почиње школска година), а када кроз извесно време дође на ред увођење новог математичког појма, ученици нису довољно припремљени.





Пример 6: Уџбеник за <u>IV разред</u>. Подсећање на појмове квадра и коцке, правоугаоника и квадрата на почетку уџбеничке теме, непосредно пре увођења новог појма *Особине квадра и коцке*.

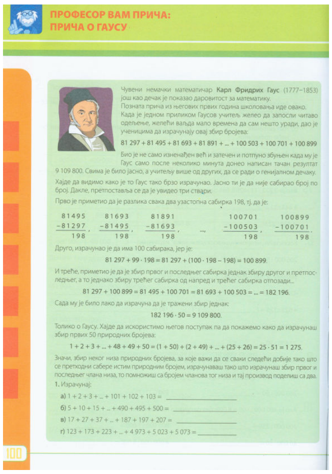
Велики број уџбеника управо уопште не садржи понављања или упућивања на потребна знања (предзнања) ученика неопходна за увођење новог, што сматрамо лошим..

Поднаслови (уџбеничке јединице) би требало да су у логичком следу и да покривају целу уџбеничку тему. Јасан и прегледан след уџбеничких јединица води учитеље, уз приручник уз уџбеник, успешном осмишљавању и реализацији наставне јединице.

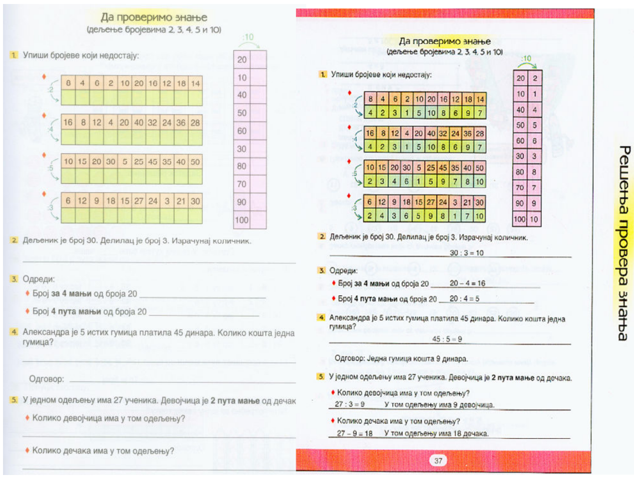
Пример 7: Уџбеник за I разред. Из теме *Бројеви до 5* дат је редослед неколико уџбеничких јединица из којих се види нелогичност – прво се уводи појам *за толико мањи број*, а тек после појам *одузимања* (поред нагомилавања појмова у једној уџбеничкој јединици).
- Упоређивање бројева.
- За толико мањи број.
- Сабирање бројева од 1 до 5. Особине сабирања.
- Број за 1 мањи – одузимање броја 1. Нула, 0.
- Број шест, 6.

Пример 8: Уџбеник за I разред. Из теме *Одређивање непознатог броја* дат је редослед неколико уџбеничких јединица из којих се види логичност у редоследу – прво се уводи појам *везе сабирања и одузимања*, а тек после појам *непознатог броја* и како се он одређује.
- Веза сабирања и одузимања.
- Веза сабирања и одузимања.
- Опет веза сабирања и одузимања.
- Означавање непознатог броја. Слово x.

Било би добро да се на крају уџбеничке теме нађу садржаји из историје математике у вези са обрађиваним појмом и систематизација и провера наученог у виду издвојене целине. Историјским садржајима учитељ би испуњавао прокламоване васпитне циљеве (како су људи некада изводили одређене процедуре или алгоритме, откуд данашњи математички симболи, како су се јављали кроз историју и каква им је била практична примена, итд.). Систематизацијом и провером наученог ученике упућујемо на издвајање битног и трајно запамћивање општих места и самоевалуацију. Сматрамо да би било добро да се решења за самоевалуацију на крају уџбеника не односе на целе процедуре задатака, већ само на крајње резултате (тиме би се онемогућило механичко решавање задатака).



Пример 9: Уџбеник за IV разред. На крају теме дати су историјски садржаји из живота математичара Гауса који су у непосредној вези са уџбеничком темом *Сабирање бројева*.



Пример 10: Уџбеник за II разред. Систематизација и провера наученог *Дељење бројевима 2, 3, 4, 5 и 10* (у виду самоевалуације) са решењима на крају уџбеника.

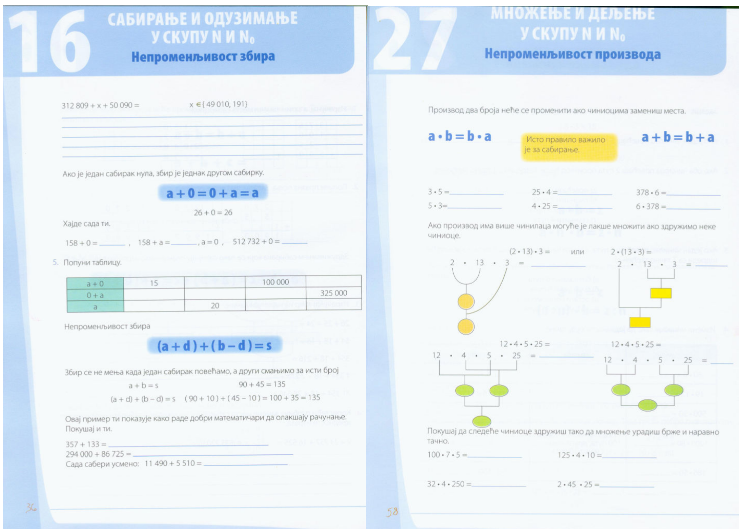
4. *МАЊЕ ЦЕЛИНЕ* (*УЏБЕНИЧКЕ ЈЕДИНИЦЕ*)

Сада на ред долазе мање целине (уџбеничке јединице). Добро је ако је на почетку уџбеничке теме јасно истакнут њен циљ како би се ученици заинтересовали за нов појам (сам наслов за њих ништа не значи). После истакнутог циља и задатака за понављање градива требало би да следе задаци који су у функцији обраде новог градива, задаци за вођено вежбање (увежбавање математичких процедура), а затим и задаци посебне намене (проблемски, занимљиви, истраживачки, примењени, итд).

Пример 11: Уџбеник за IV разред. Јасно је истакнут циљ уџбеничке јединице *Мере за површину*: мерење и упоређивање површи по величини и јединице којима се мери величина површи.

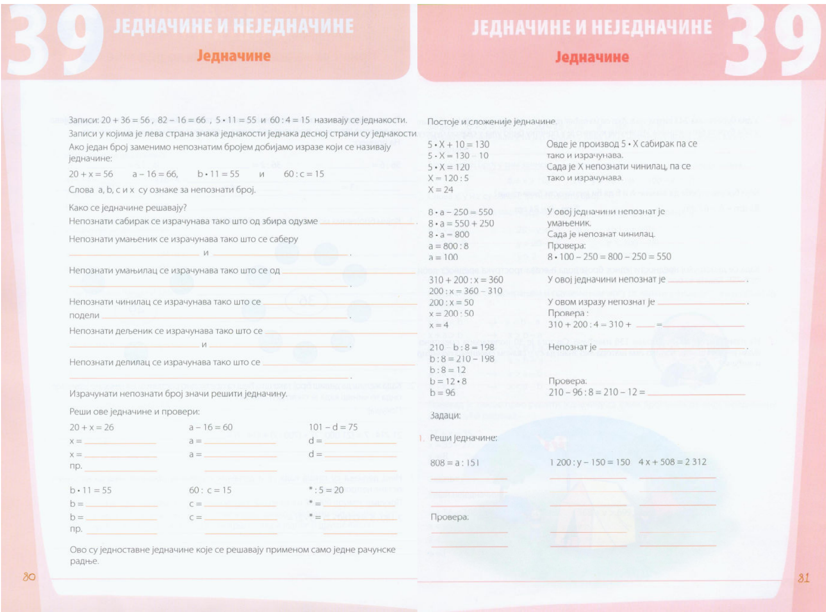
5. *САДРЖАЈ УЏБЕНИЧКИХ ЈЕДИНИЦА*

Следеће на реду је садржај уџбеничких јединица. Није тако редак случај да је у наслову уџбеничке јединице једно, а у садржају нешто сасвим друго. Ово, свакако, не сме да се толерише. Дешава се да прелазећи садржај уџбеничке јединице немамо „јасну слику“ о томе шта нам је наслов наговестио. Ради се о нејасном формирању појма и погрешним садржајима (стога нећемо додељивати оцену од 1 до 5, него гледати колико таквих места у целом уџбенику има, па ако су честа пожељно је давати мању оцену, и обрнуто).



Пример 12: Уџбеник за IV разред. Наслов уџбеничке јединице *Сабирање и одузимање у скупу N и* N_0 не одговара њеном садржају: улога нуле у операцији сабирања и непромењивост (сталност) збира (изражено симболичким записом). Или, наслов јединице *Множење и дељење у скупу N и* N_0 не одговара садржају: аритметичка правила замене места чинилаца и замене места сабирака (изражено симболичким записом), итд.

Понекад у наслову уџбеничке јединице стоји појам који недовољно указује на садржај те уџбеничке јединице Ово не помаже ни учитељима ни ученицима, јер не говори шта је то ново што ученици треба да уче. Учитељима то, свакако, отежава и припрему за час.



39 ЈЕДНАЧИНЕ И НЕЈЕДНАЧИНЕ

Једначине

Записи: 20 + 36 = 56 , 82 – 16 = 66 , 5 • 11 = 55 и 60 : 4 = 15 називају се једнакости.
Записи у којима је лева страна знака једнакости једнака десној страни су једнакости.
Ако један број заменимо непознатим бројем добијамо изразе који се називају једначине:

20 + x = 56 a – 16 = 66, b • 11 = 55 и 60 : c = 15

Слова a, b, c и x су ознаке за непознати број.

Како се једначине решавају?
Непознати сабирак се израчунава тако што од збира одузме ______.
Непознати умањеник се израчунава тако што се саберу ______ и ______.
Непознати умањилац се израчунава тако што се од ______.
Непознати чинилац се израчунава тако што се ______ подели ______.
Непознати дељеник се израчунава тако што се ______ и ______.
Непознати делилац се израчунава тако што се ______.

Израчунати непознати број значи решити једначину.

Реши ове једначине и провери:

20 + x = 26 a – 16 = 60 101 – d = 75
x = ___ a = ___ d = ___
x = ___ a = ___ d = ___
пр. ___

b • 11 = 55 60 : c = 15 * : 5 = 20
b = ___ c = ___ * = ___
b = ___ c = ___ * = ___
пр. ___

Ово су једноставне једначине које се решавају применом само једне рачунске радње.

80

ЈЕДНАЧИНЕ И НЕЈЕДНАЧИНЕ 39

Једначине

Постоје и сложеније једначине.

5 • X + 10 = 130
5 • X = 130 – 10
5 • X = 120
X = 120 : 5
X = 24

Овде је производ 5 • X сабирак па се тако и израчунава.
Сада је X непознати чинилац, па се тако и израчунава.

8 • a – 250 = 550
8 • a = 550 + 250
8 • a = 800
a = 800 : 8
a = 100

У овој једначини непознат је умањеник.
Сада је непознат чинилац.
Провера:
8 • 100 – 250 = 800 – 250 = 550

310 + 200 : x = 360
200 : x = 360 – 310
200 : x = 50
x = 200 : 50
x = 4

У овој једначини непознат је ______.
У овом изразу непознат је ______.
Провера:
310 + 200 : 4 = 310 + ___ = ______

210 – b : 8 = 198
b : 8 = 210 – 198
b : 8 = 12
b = 12 • 8
b = 96

Непознат је ______.
Провера:
210 – 96 : 8 = 210 – 12 = ______

Задаци:

1. Реши једначине:

808 = a : 151 1 200 : y – 150 = 150 4 x + 508 = 2 312

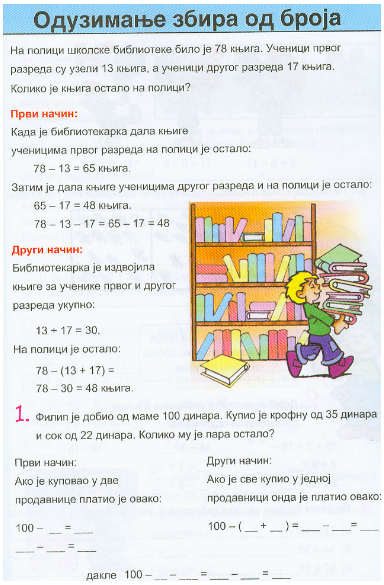
Провера:

81

Пример 13:
Уџбеник за IV разред. Уџбеничка јединица *Једначине и неједначине*. Насловом није наговештено који типови једначина и неједначина се обрађују.

6. *МЕТОДИКА ИЗЛАГАЊА*

У вези са претходним је методика излагања. Учитељ ће у складу са оним што је научио, читао и сам промишљао посматрати како се појмови формирају у уџбенику. *Добар* уџбеник води ученике ка формирању појма, а закључци до којих се долази (у вођеном разговору са учитељем или са вршњацима у групи) истакнути су посебном бојом или оквиром (реч је о уопштавањима – речима или математичким симболима).



Одузимање збира од броја

На полици школске библиотеке било је 78 књига. Ученици првог разреда су узели 13 књига, а ученици другог разреда 17 књига. Колико је књига остало на полици?

Први начин:
Када је библиотекарка дала књиге ученицима првог разреда на полици је остало:
78 – 13 = 65 књига.
Затим је дала књиге ученицима другог разреда и на полици је остало:
65 – 17 = 48 књига.
78 – 13 – 17 = 65 – 17 = 48

Други начин:
Библиотекарка је издвојила књиге за ученике првог и другог разреда укупно:
13 + 17 = 30.
На полици је остало:
78 – (13 + 17) =
78 – 30 = 48 књига.

1. Филип је добио од маме 100 динара. Купио је крофну од 35 динара и сок од 22 динара. Колико му је пара остало?

Први начин:
Ако је куповао у две продавнице платио је овако:
100 – __ = ___
___ – ___ = ___

Други начин:
Ако је све купио у једној продавници онда је платио овако:
100 – (__ + __) = ___ – ___ = ___

дакле 100 – __ – ___ = ___ – ___ = ___

Замена места чинилаца

Где има **више** комадића чоколаде?

2 · 3 = 3 + 3 = 6 3 · 2 = 2 + 2 + 2 = 6

1 Напиши **производе** приказане на сликама.

__ · __
4 · __
2 · __
5 · __

2 Израчунај **множењем**:

Колико има жутих куглица? Колико има плавих куглица?
__ · __ = __ __ · __ = __
Одговор: ______ Одговор: ______
Шта уочаваш? ______

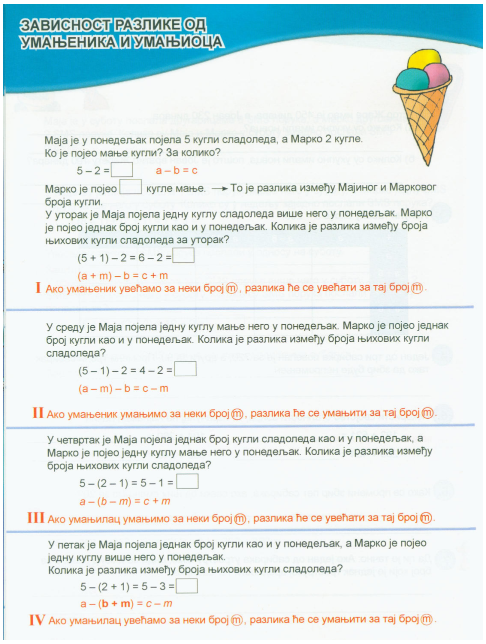
Колико има црвених куглица? Колико има зелених куглица?
__ · __ = __ __ · __ = __
Одговор: ______ Одговор: ______
Шта уочаваш? ______

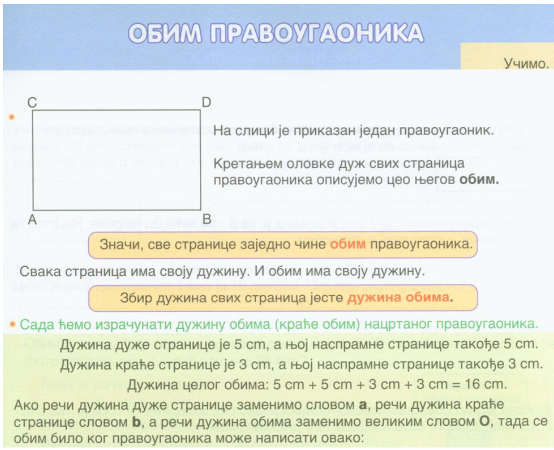
3. Допуни реченицу одговарајућим речима:
Ако **чиниоци замене места** ______ се ______.

Пример 14: Уџбеници за II разред. У примеру *Одузимање збира од броја* нема *фине* методике излагања: од примера до примера (процедурални начин изражавања правила) до уопштавања речима и математичким симболима. У примеру *Замена места чинилаца* то је добро изведено: од примера до примера и сликаним окружењем, математичким записом и до уопштавања. Уопштавање (закључак) је делимично започет вођеним корацима.

У уџбенику не би требало да буде „саопштавања“ правила (формализам), нити давања прво правила, а затим и примера за проверу правила (доказ у почетној настави математике углавном се заснива на непотпуној математичкој индукцији – идемо од примера до примера, затим уопштавамо, прво речима, а затим и математичким симболима).

Пример 15: Уџбеник за <u>I разред</u>. Када дођемо до правила *замене места сабирака* израженог у процедуралној форми излишно је тражити од ученика да проверавају да је 2+3=3+2, јер их терамо да сумњају у оно у шта треба да су убеђени.





Пример 17: Уџбеник за <u>III разред</u>. Из примера се види дедуктивни приступ: прво се саопштава шта је обим правоугаоника, а затим се формула примењује у конкретним задацима.

Пример 16: Уџбеник за <u>IV разред</u>. Уопштава се аритметичко правило *зависности разлике од промене умањеника и умањиоца* у скупу природних бројева. На једној страни уџбеника видимо сва четири облика наведеног правила и сва три облика изражавања (процедурални, реторички и симболички). До закључака се долази на по једном примеру (иако знамо да је доказивање у почетној настави засновано на непотпуној математичкој индукцији) и све то на примерима из блока бројева до 10 (иако говоримо о скупу *N*).

Рецимо нешто и о алгоритмима (сабирања, одузимања, множења, дељења). Уколико у уџбенику нема јасног објашњења и логичних алгоритамских корака, учитељи га тешко прихватају (јер је он за ученике неразумљив). Зато је важно да у методичком излагању нових садржаја алгоритми буду детаљно објашњени и јасни.

Потребно је сагледати да ли аутори користе природно окружење деце за уочавање неких заједничких својстава одабраних објеката и именовање својства или појма који се обрађује.

7. *ЗАДАЦИ*

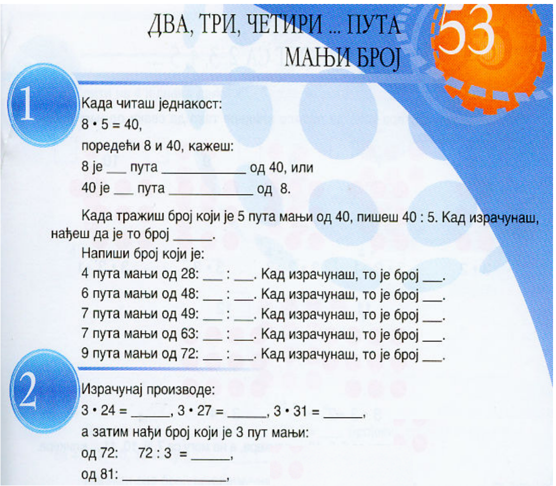
Обраду неког појма прати одређена група задатака. Почетни задаци не смеју да буду претешки нити проблемски, већ елементарни, лакши. Важно је да покривају појам који се обрађује. После ових задатака дају се тежи и интересантнији задаци.

Задаци морају да:

– имају реалну фабулу и реалне резултате,

– јасно дефинишу захтев и везу између датих и тражених података,

– воде рачуна о дечјем искуству са појмовима из других наставних дисциплина (географских, историјских, астрономских, биолошких, итд.).



ДВА, ТРИ, ЧЕТИРИ ... ПУТА МАЊИ БРОЈ 53

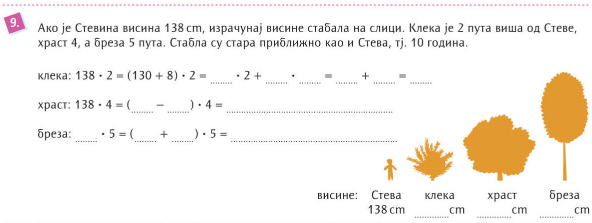
1 Када читаш једнакост:
8 • 5 = 40,
поредећи 8 и 40, кажеш:
8 је ___ пута __________ од 40, или
40 је ___ пута __________ од 8.

Када тражиш број који је 5 пута мањи од 40, пишеш 40 : 5. Кад израчунаш, нађеш да је то број _____.

Напиши број који је:
4 пута мањи од 28: ___ : ___. Кад израчунаш, то је број ___.
6 пута мањи од 48: ___ : ___. Кад израчунаш, то је број ___.
7 пута мањи од 49: ___ : ___. Кад израчунаш, то је број ___.
7 пута мањи од 63: ___ : ___. Кад израчунаш, то је број ___.
9 пута мањи од 72: ___ : ___. Кад израчунаш, то је број ___.

2 Израчунај производе:
3 • 24 = _____, 3 • 27 = _____, 3 • 31 = _____,
а затим нађи број који је 3 пут мањи:
од 72: 72 : 3 = _____,
од 81: ____________,

Пример 18: Уџбеник за II разред. У одабраном примеру увођења појма *толико пута мањи број* већ је други задатак тежак. Осим израчунавања толико пута мањег броја, задатак се позива на везу множења и дељења (дељење преко 10 још није уведено; користе се случајеви који нису таблични).



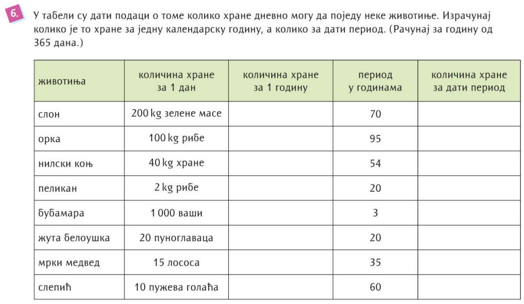
9. Ако је Стевина висина 138 cm, израчунај висине стабала на слици. Клека је 2 пута виша од Стеве, храст 4, а бреза 5 пута. Стабла су стара приближно као и Стева, тј. 10 година.

клека: 138 · 2 = (130 + 8) · 2 = ... · 2 + ... · ...... = ... + ... = ...

храст: 138 · 4 = (...... – ......) · 4 = ...

бреза: ...... · 5 = (...... + ...) · 5 = ...

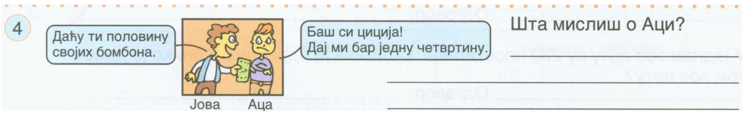
висине: Стева 138 cm, клека ...... cm, храст ...... cm, бреза ...... cm



6. У табели су дати подаци о томе колико хране дневно могу да поједу неке животиње. Израчунај колико је то хране за једну календарску годину, а колико за дати период. (Рачунај за годину од 365 дана.)

животиња	количина хране за 1 дан	количина хране за 1 годину	период у годинама	количина хране за дати период
слон	200 kg зелене масе		70	
орка	100 kg рибе		95	
нилски коњ	40 kg хране		54	
пеликан	2 kg рибе		20	
бубамара	1 000 ваши		3	
жута белоушка	20 пуноглаваца		20	
мрки медвед	15 лососа		35	
слепић	10 пужева голаћа		60	

Пример 19: Уџбеник за IV разред. У одабраним примерима користи се реална фабула и реални подаци из биљног и животињског света.



Пример 20: Уџбеник за III разред. У задатку није јасно дефинисан захтев (питање) и веза између датих и тражених података. Захтев би требало да се односи на поређење, преко модела, четвртине и половине укупног броја бомбона које дечак Аца има.

Пожељно је да постоје задаци који се решавају на више начина (добар уџбеник подстиче развој различитих стратегија у решавању задатака).

13. У башти приказаној на слици посађене су четири сорте поврћа.

20 m, 10 m, 15 m, 8 m

а) Колико је m^2 баште под сваким засадом?

б) Колико ари има башта?

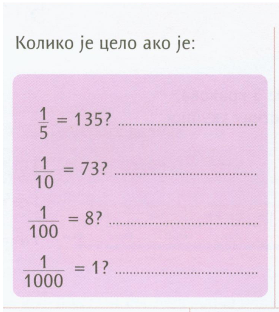
Пример 21: Уџбеник за IV разред. У наведеном примеру површину баште ученици могу да израчунају на два начина.

Погрешно решени задаци не смеју да се толеришу (и овде нећемо додељивати оцену од 1 до 5, него гледати колико таквих места у целом уџбенику има, па ако су честа пожељно је давати мању оцену, и обрнуто, као код 5. критеријума).

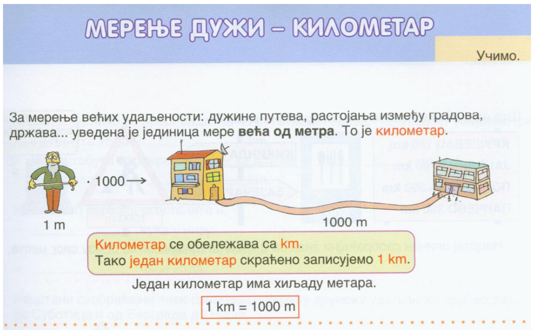
8. *ГРЕШКЕ*

Не могу се толерисати материјалне грешке (и овде нећемо додељивати оцену од 1 до 5, него гледати колико их има у целом уџбенику, па ако су честе давати мању оцену, и обрнуто).

Пример 22: Уџбеник за I разред. Математички запис (једнакост 4 – 2 = 2) није одговарајући за дату слику.



Пример 23: Уџбеник за III разред. У примеру се види неправилан математички запис: изједначавају се бројеви који нису једнаки (1/5=135 уместо x:5=135, итд.).

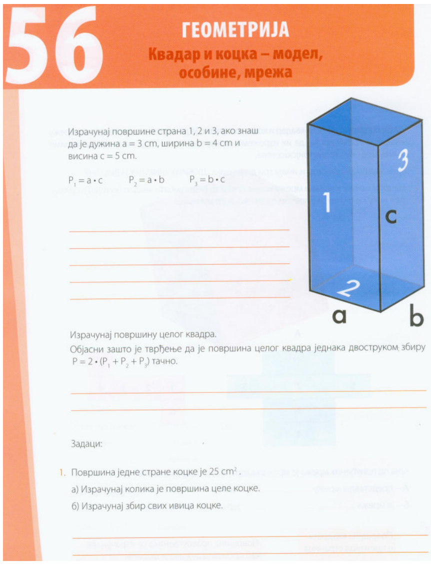


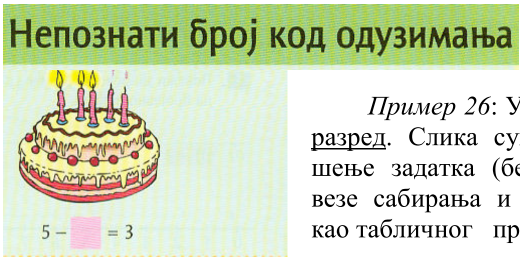
Пример 24: Уџбеник за III разред. Ученицима се сликом ствара погрешна представа при формирању појма јединице мере за дужину 1 000 пута веће од основне - 1 *km*.

Сабирају се предмети (или скупови) уместо кардинални бројеви скупова, за једнакобројне скупове користи се термин „скупови су једнаки“, мешају се појмови места и месне вредности цифре, говори се о арапским и римским бројевима уместо цифрама (бројеви нису ничији, ради се о својству), саопштавају се аритметичка правила, па се тек онда наводе примери, погрешно се исказују решења једначина и неједначина, замењују се појмови једнакост и једначина, неједнакост и неједначина, израз и формула, не схвата се непроменљивост броја без обзира на унутрашњи распоред елемената, замена места сабирака 3+5 се приказује преко једног скупа, 5+3 преко другог, а онда се 3+5 и 5+3 једначе, мешају се речи површ и површина фигуре, итд. Честе су грешке у употреби математичког језика који би требало да буде прецизан, јасан и коректан.

9. *СЛИКЕ*

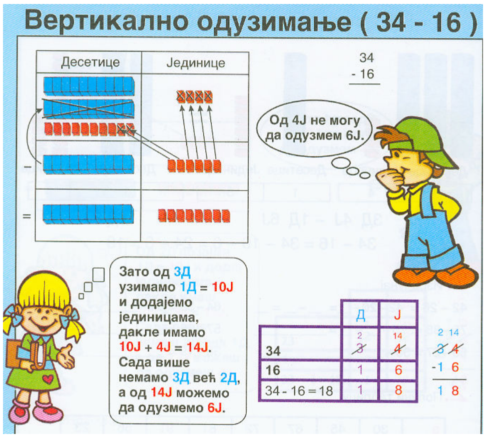
Улога слика је да појачају представе. Није добро ако слике сугеришу решења (она треба да буду у функцији задатака), нити да доминирају и одвлаче пажњу. Понекад је слика изостављена, а неопходна је на одређеном месту уџбеника (нарочито приликом увођењу новог појма).





Пример 26: Уџбеник за I разред. Слика сугерише решење задатка (без тражења везе сабирања и одузимања као табличног примера).

Пример 25: Уџбеник за IV разред. Увођење појма *мреже површи* и *површине квадра* захтева и слику. Да би ученици створили представу раванске фигуре, неопходна је слика расклапања мреже површи квадра.



Пример 27: Уџбеник за II разред. Слика није у функцији алгоритма одузимања двоцифрених бројева (врло сложена и неразумљива схема).

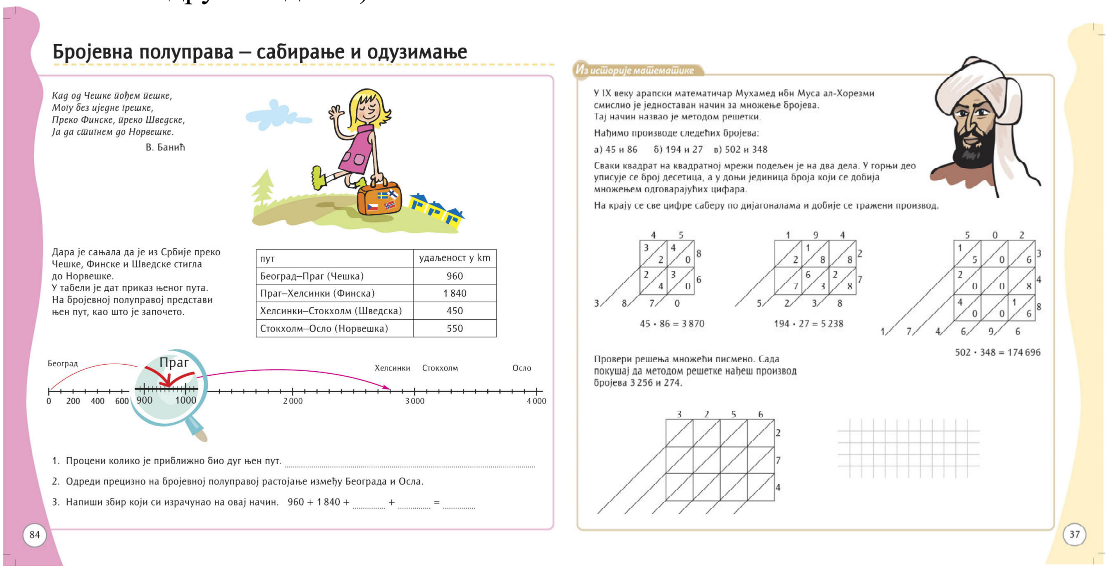
Пример 28: Уџбеник за I разред. Изостаје слика која би требало да наведе ученике на процедурални запис правила замене места сабирака.

10. *РАДНИ ЛИСТОВИ*

Ако уџбеник има засебан радни лист (радну свеску), тада он не би требало да буде оптерећен бројним задацима (осим оних који су у непосредној вези са појмом). Постоје уџбеници који се именују као радни (имају простор за ученички рад и у њиховом саставу су и задаци за вежбања, продубљивања и проширивања знања). Некада ово на ученике боље делује, јер је учење новог и вежбање задатака спонтано, повезано (ово је само психолошки осећај).

11. *ИНТЕРЕС ЗА МАТЕМАТИКУ* (*МОТИВАЦИЈА*)

Да би се иницирао интерес за математику и ученици схватили да је математика лепа, у уџбенику би требало да се нађу интересантни задаци (кроз приче, информатичке, спортске, језичке, уметничке, географске, историјске, биолошке и друге податке).


Бројевна полуправа – сабирање и одузимање

Кад од Чешке пођем пешке,
Могу без иједне грешке,
Преко Финске, преко Шведске,
Ја да стигнем до Норвешке.
В. Банић

Дара је сањала да је из Србије преко Чешке, Финске и Шведске стигла до Норвешке.
У табели је дат приказ њеног пута.
На бројевној полуправој представи њен пут, као што је започето.

пут	удаљеност у km
Београд–Праг (Чешка)	960
Праг–Хелсинки (Финска)	1 840
Хелсинки–Стокхолм (Шведска)	450
Стокхолм–Осло (Норвешка)	550

1. Процени колико је приближно био дуг њен пут. ....
2. Одреди прецизно на бројевној полуправој растојање између Београда и Осла.
3. Напиши збир који си израчунао на овај начин. 960 + 1 840 + ... + ... = ...

84

Из историје математике

У IX веку арапски математичар Мухамед ибн Муса ал-Хорезми смислио је једноставан начин за множење бројева. Тај начин назвао је методом решетки.

Нађимо производе следећих бројева:

а) 45 и 86 б) 194 и 27 в) 502 и 348

Сваки квадрат на квадратној мрежи подељен је на два дела. У горњи део уписује се број десетица, а у доњи јединица броја који се добија множењем одговарајућих цифара.

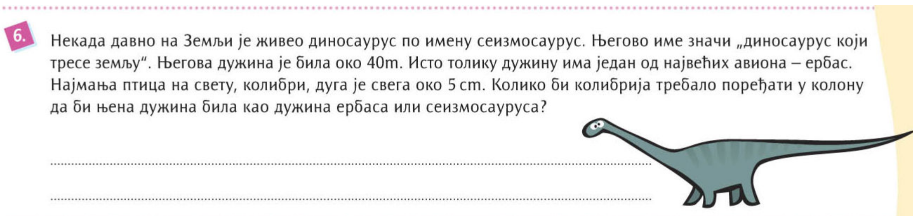
На крају се све цифре саберу по дијагоналама и добије се тражени производ.

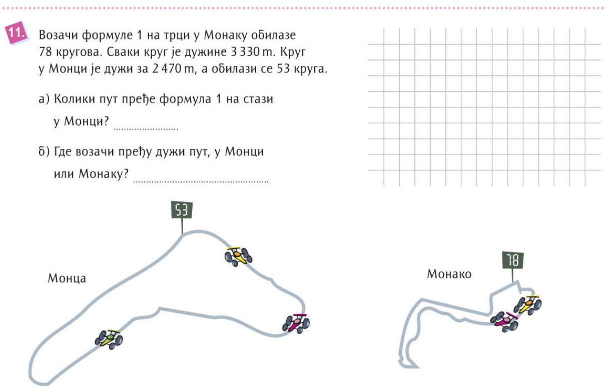
$45 \cdot 86 = 3\,870$ $194 \cdot 27 = 5\,238$ $502 \cdot 348 = 174\,696$

Провери решења множећи писмено. Сада покушај да методом решетке нађеш производ бројева 3 256 и 274.

37

Пример 29: Уџбеник за <u>IV разред</u>. Кроз занимљиву песму решава се задатак сабирања бројева на бројевној полуправој. У задатку са историјским садржајем ученицима се показује алгоритам множења који су људи некада давно користили.


6. Некада давно на Земљи је живео диносаурус по имену сеизмосаурус. Његово име значи „диносаурус који тресе земљу". Његова дужина је била око 40m. Исто толику дужину има један од највећих авиона – ербас. Најмања птица на свету, колибри, дуга је свега око 5 cm. Колико би колибрија требало поређати у колону да би њена дужина била као дужина ербаса или сеизмосауруса?


11. Возачи формуле 1 на трци у Монаку обилазе 78 кругова. Сваки круг је дужине 3 330 m. Круг у Монци је дужи за 2 470 m, а обилази се 53 круга.

а) Колики пут пређе формула 1 на стази у Монци? ....

б) Где возачи пређу дужи пут, у Монци или Монаку? ....

Пример 30: Уџбеник за <u>IV разред</u>. Кроз занимљиве задатке из спорта или биологије ученици врше операције множења и дељења вишецифрених бројева, а затим пореде добијене бројевне вредности.

12. *„ЛАКИ УЏБЕНИЦИ“*

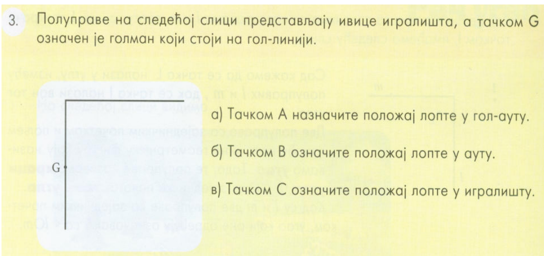
У тежњи да се ученицима олакша разумевање изложеног градива, не нађе се права мера излагања, па је све лако. Није добро ако су задаци и захтеви у задацима сувише лаки. Уџбеник јесте основна књига за учење за све ученике, али он мора да понуди разноврсне и диференциране задатке (како не би био досадан за ученике, али и да не створи „уљуљканост“ код неких ученика да све знају).

13. *ВЕЗА СА ЖИВОТОМ И ПРАКТИЧНИ ПРОБЛЕМИ*

Посебан захтев савремене наставе математике све више јесте и повезивање математике са животом и практичним проблемима (елементарна математика је тако и настала). Битно је сагледати да ли сам математички појам извире из праксе, како се повезује математика са животом и да ли примери решавају практичне проблеме.

Правилан методички пут био би следећи: практичним примерима долази се до појма, затим се прелази на безличне и на крају се користи математичка симболика (свет апстрактних појмова). Води се рачуна о мери коришћења сваке репрезентације (акционе, иконичке - сликовне и симболичке). Није добро када се до појма долази преко много примера (тешко се уочавају заједничка својства), а не ваља ни када нема конкретизације (формирани појам је чистији уколико има више примера).

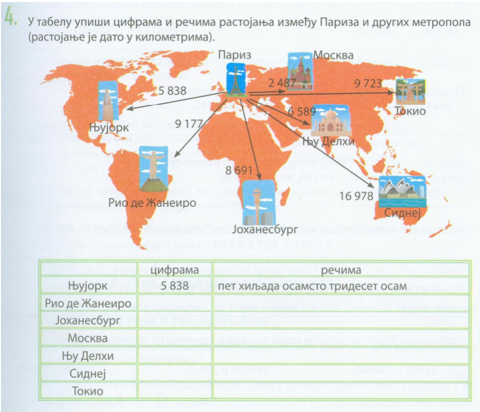
Пример 31: Уџбеник за IV разред. Пример решавања практичног проблема тражења површине пода стана као збира површина појединих просторија и примена у новим ситуацијама.



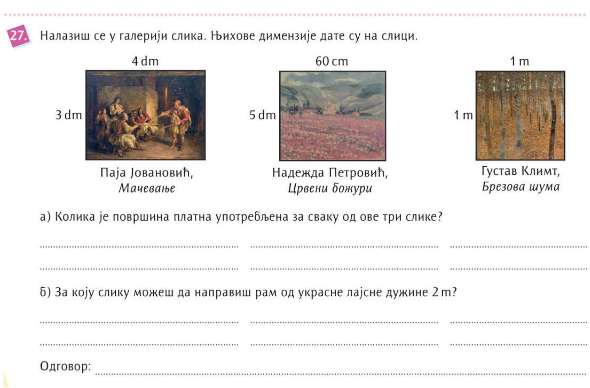
Пример 32: Уџбеник за III разред. У уџбеничкој јединици *Угао, врсте углова* ученик примењује знања у реалној ситуацији одмах по увођењу појма угла. Користе се речи које нису фонд речника већине ученика (аут и гол-аут), те се може рећи да одабрани пример није адекватан.

14. *ВЕЗА ИЗМЕЂУ МАТЕМАТИКЕ И ДРУГИХ ПРЕДМЕТА*

Посматрамо и како је успостављена веза математике са другим предметима. Она би морала да постоји где год је то могуће у уџбеничким садржајима, али треба да буде суштинска. Повезујемо значење речи у математици са значењем исте речи у свакодневном говору, рачунамо удаљеност планета, масу, дужину и животни век животиња, повезујемо музичку скалу са разломци-ма, линије и фигуре са ликовном културом, изградњу стамбених, културних и верских објеката према математичким правилима, итд.



	цифрама	речима
Њујорк	5 838	пет хиљада осамсто тридесет осам
Рио де Жанеиро		
Јоханесбург		
Москва		
Њу Делхи		
Сиднеј		
Токио		



Пример 33: Уџбеник за <u>IV разред</u>. У уџбеничкој јединици *Читање, писање и поређење вишецифрених бројева* повезује се математички са географским садржајем (удаљеност већих градова на светској карти).

Пример 34: Уџбеник за <u>IV разред</u>. У јединици *површини правоугаоника и квадрата* повезују се садржаји математике са садржајима ликовне уметности (површина платна и дужина рама за слике познатих сликара).

15. *ЗАКЉУЧЦИ*

Обраћамо пажњу на закључке дате у уџбенику (код аритметичких правила, у начинима решавања задатака и слично). Закључци би требало да се памте као општа места и не би требало да су саопштени у готовом облику. Потребно је да уџбеник води ученике кроз одређене кораке и допуном одговора (иде се на постепено осамостаљивање ученика – развојем логике мишљења, а не дрилом и давањем готових знања).

Пример 35: Уџбеници за <u>II разред</u>. У оба примера нема јасно издвојеног уопштавања (процедурално или речима). У аритметичком правилу *Дељење збира бројем* издвојена је и уоквирена реченица која није правило, већ услов да би правило важило. У правилу *Одузимања*

збира или разлике од броја закључка уопште нема (изостављен је, тако да ученици не знају шта су то ново (на)учили).

16. *КО ПИШЕ УЏБЕНИК*

Није занемарљиво, али ни пресудно, ко пише уџбеник. Често се свако усуђује да га пише. Није тако ретко да је само један аутор уџбеника, што је опасно. Каква год да су његова стручна знања, тешко да ће моћи да одговори на све недоумице са којима се сусреће у креирању уџбеника. Важно је да то буду стручни људи који се баве методиком наставе математике (методичари са учитељских факултета, професори и сарадници са матичних факултета, учитељи-практичари, итд.). Најбоље је када је то тим у коме је заступљено неколико стручњака из различитих области. Али не може један исти аутор да пише уџбенике различитих предмета (математике, српског језика, музичке културе итд.). Дакле, не само један аутор, нити аутор за све предмете!

17. *ВАЖАН ЈЕ И ИЗДАВАЧ*

На крају, важан је и издавач. Добри издавачи имају јаку пропратну екипу (психолога, лектора, илустратора, итд.). Све је више сасвим нових и непознатих, који од свега дају само добар „гратис“.

Издавач може и да се *мења* следеће школске године (ако се покаже да уџбеник у претходном разреду није био добар избор). Тада мора да се обрати пажња на стил (концепт) новог уџбеника и попуњавање уочених празнина из претходног.

УМЕСТО ЗАКЉУЧКА

Подсетимо се још једном поменуте листе критеријума:

1. Наставни програм
2. Структура програмских садржаја и логички след тема
3. Структура тема уџбеника
4. Мање целине (уџбеничке јединице)
5. Садржај уџбеничких јединица
6. Методика излагања
7. Задаци
8. Грешке
9. Слике
10. Радни листови
11. Интерес за математику (мотивација)
12. “Лаки уџбеници”
13. Веза са животом и практични проблеми
14. Веза између математике и других предмета
15. Закључци
16. Ко пише уџбеник
17. Важан је и издавач.

Сматрамо да би понуђеним критеријумима требало тако прићи да уз једно *прелиставање* уџбеника и додељивање оцене за сваки поједини критеријум на скали од 1 до 5, те тражењем просечне оцене учитељ може лако да дође до жељеног одговора. Онај уџбеник који је од понуђених добио највећу оцену је уџбеник који ће он радо *прихватити* у свом раду.

ЛИТЕРАТУРА:

а)

Дејић, М. (2008): „Неки аспекти образовања учитеља у области методике наставе математике“. У: *Настава и васпитање*, 2, Београд, стр. 136-149.

Милинковић, Ј, Ђокић, О. и Дејић, М. (2008): „Модел уџбеника као основе активног учења у настави математике“, *Иновације у настави*, 1, Учитељски факултет, Београд.

Наставни програм (2002): *Наставни програм математике за основну школу у Републици Србији*, Министарство просвете и спорта Републике Србије, Архимедес, Београд.

Плут, Д. и Пешић, Ј. (2007): „Критеријуми за процену квалитета уџбеника“. У: *Квалитет уџбеника за млађи школски узраст*, Институт за психологију, Плут, Д. (ур), Београд, стр. 11-33.

Зујев, Д. Д. (1988): *Школски уџбеник*, Завод за уџбенике и наставна средства, Београд.

б) 1.

Јовановић-Лазић, М. и Дрндаревић, Д: *Математика 1* (уџбеник за први разред основне школе – други део), БИГЗ PUBLISHING, Београд, 2006.

Липовац, Д. и Вукобратовић, Р: *Математика – уџбеник и задаци за вежбање* (за први разред основне школе), први и други део, Атос, Крагујевац, 2005.

Маринковић, С, Маринковић, Љ. и Беговић. Д: *Математика* (уџбеник за први разред основне школе), Креативни центар, Београд, 2005.

Марјановић, М, Вуковић, М, Капс, М. и Влајковић, Љ: *Математика* (за 1. разред основне школе), Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, 2002.

Михаиловић, Д. и Игњатовић, М: *Математика* (за први разред основне школе), Драганић, Београд, 2006.

Рајшп, М, Јовановић, М. и Жиц, Ј: *Игра бројева и облика* (математика за 1. разред основне школе), 2. део, Klett, Београд, 2006.

Тодоровић, О. и Анокић, П: *Математика* (уџбеник за први разред основне школе), Народна књига, Београд, 2005.

Ћук, М, Јевтић, З. и Марковић, Б: *Разиграна математика* (за први разред основне школе), Нова школа, Београд, 2006.

Шимић, Г: *Моја прва математика* (за први разред основне школе), Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, 2005.

2.

Јовановић-Лазић, М. и Дрндаревић, Д: *Математика 2* (уџбеник за други разред основне школе – први део), БИГЗ PUBLISHING, Београд, 2006.

Јоксимовић, С: *Математика* (за други разред основне школе, 2а и 2б), Едука, Београд, 2004.

Максимовић. С: *Игра бројева и облика* (математика за 2. разред основне школе), 1. и 2. део, Klett, Београд, 2006.

Малешевић, Д. и Маричић, С: *Математика* (уџбеник за други разред основне школе), Народна књига, Београд, 2004.

Маринковић, С, Беговић. Д. и Маринковић, Љ: *Математика* (уџбеник за други разред основне школе са задацима за вежбање), Креативни центар, Београд, 2005.

Марјановић, М. и Капс М: *Математика* (за други разред основне школе), Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, 2005.

Тодоровић, О. и Анокић, П: *Математика* (уџбеник за други разред основне школе), Народна књига, Београд, 2005.

3.

Јовановић-Лазић, М. и Дрндаревић, Д: *Математика 3* (уџбеник за трећи разред основне школе – други део), БИГЗ PUBLISHING, Београд, 2006.

Јоксимовић, С. и Влаховић. Б: *Математика* (за трећи разред основне школе, 3а и 3б), Едука, Београд, 2004.

Марјановић, М, Поповић, Б, Зељић, М. и Капс, М: *Математика* (за тре-ћи разред основне школе), Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, 2006.

Стефановић. А: *Математика* (уџбеник за трећи разред основне школе – први и други део), Креативни центар, Београд, 2005.

4.

Анокић, П. и Косановић, С: *Математика* (уџбеник за четврти разред основне школе), Народна књига, Београд, 2006.

Вуловић, Н, Јовановић, М. и Николић, А: *Игра бројева и облика* (математика за 4. разред основне школе), 1. и 2. део, Klett, Београд, 2006.

Дејић, М, Милинковић, Ј. и Ђокић, О: *Математика* (уџбеник за четврти разред основне школе – први и други део), Креативни центар, Београд, 2006.

Максимовић, М: *Математика 4* (уџбеник за четврти разред основне школе - први део), БИГЗ PUBLISHING, Београд, 2006.

Марјановић, М, Поповић, Б, Зељић, М. и Мандић, М: *Математика* (за четврти разред основне школе), Завод за уџбенике, Београд, 2006.

Olivera Djokic, Mirko Dejic

HOW A TEACHER COULD SELECT A MATHEMATICS TEXTBOOK

SUMMARY

This work is dedicated to the selection of a school textbook (as a basic book for learning) for the subject: mathematics for younger age pupils. All the textbooks which are currently used have passed the control by the commissions and are approved by the Ministry of Education. Any textbook could be the best for a teacher. As the selection of a textbook is a serious matter, greater effort should be put into it. In order a teacher could be partly or rather sure that the textbook - offered to him and which he chooses – is the best for him, and that it would be ‘willingly accepted’ in work, we suggest a simple list of criteria selection. The aim of this work is to offer the list of criteria that will be of great help to the teachers in choosing the right textbook through selected examples from current mathematics textbooks.

Ненад Вуловић
Педагошки факултет
Јагодина

УДК: 371.3::514(44)

УВОЂЕЊЕ И УПОТРЕБА КООРДИНАТНОГ СИСТЕМА И УРЕЂЕНОГ ПАРА (ПРИМЕР ФРАНЦУСКЕ)

Апстракт: Употреба координатног система и уређеног пара у нашем образовању интензивније почиње тек у вишим разредима основне школе. Заступљеност ових садржаја спорадично се јавља у свега неколико прикривених наставних ситуација у нижим разредима основне школе пре него што се уведу основни појмови, а и тада основу не дају математичари већ наставници физике. Да овакав начин излагања поменутих садржаја треба променити, показаћемо на примеру француског образовног система. У раду ћемо приказати начине, динамику и степен сложености задатака које ученици од најранијег ступња до завршетка основног образовања треба да савладају о координатном систему и уређеном пару у основним школама Француске.

Кључне речи: образовни систем, координатни систем, уређени пар, координата

Посматрајући образовни систем Француске, у целини, можемо уочити неколико интересантних чињеница:

– Француска је држава са најстаријом традицијом секуларног образовања у Европи. Формирањем Треће републике 1870. године и Париске комуне 1871. године, црква је већим делом издвојена из образовног процеса. Процес секуларизације је током година постајао све израженији, а као конкретан пример и савремених тенденција овог процеса може нам послужити и указ председника Француске из 2003. године којим су забрањена верска обележја у облачењу у свим школама и универзитетима.

– Образовање је бесплатно за све и на свим нивоима. Према попису становништва из 2002. година, Француска има око 60 милиона становника, од тока је 13 милиона ученика, а око 15 милиона је укључено у комплетан образовни систем.

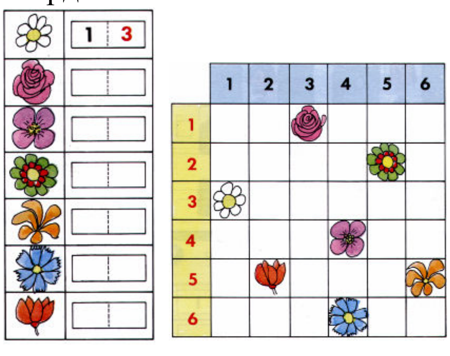
– Школске 1881/82. године, основна школа постаје обавезна. Систем образовања какав данас познајемо, деветогодишња основна школа, установљен је 60-их и 70-их година прошлога века. Године 1967. формира се целовит систем образовања у који су укључена сва деца узраста од 6 до 18 година, а 1970. године се уводи развијено дечје образовање у које су укључена сва деца узраста од 3 до 5 година.

– Образовање ученика, узраста од 6 до 18 година, подељено је на два дела: примарно образовање и секундарно образовање. Примарно образовање је заступљено на узрасту ученика од 6 до 10 година и састоји се од *Циклуса развијања основних вештина* (еквивалент предшколском и првом разреду нашег образовног система) и *Циклуса продубљивања знања* (еквивалент другом, трећем и четвртом разреду нашег образовног система). Секундарно образовање структурирано је на узрасту ученика од 11 до 18 година и подељено је на ниже и више секундарно образовање. Циклуси унутар нижег секундарног образовања су *Адаптациони* (еквивалент нашем петом разреду), *Централни* (еквивалент нашем шестом и седмом разреду) и *Оријентациони* (еквивалент нашем осмом разреду). Више секундарно образовање еквивалентно је нашем средњошколском собразовању и у овом раду га нећемо разматрати.

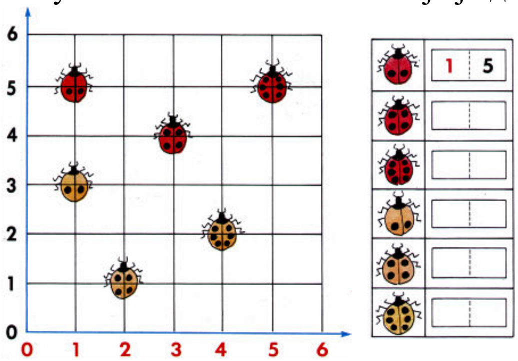
– Фундаменталност коју настава математике добија у француском образовном систему може се видети и у њеној заступљености у редовној настави. За разлику од нашем образовног система где је математика заступљена са 3,75 сати у нижим и 3 сата у вишим разредима на недељном нивоу, у француском примарном образовању математика је заступљена са 5 до 5,5 сати на недељном нивоу, док је у секундарном заступљена са 3,5 до 4,5 сати.

У наставку раду базираћемо се на приказу увођења и употребе коррдинаног система и уређеног пара у примарном и нижем секундарном образовању француских школа. Сагледавајући заступљеност координатног система и уређеног пара у нашем образовном систему, можемо уочити да се основна знања у нижим разредима уводе привидно, провучени кроз неке друге наставне јединице и ниједном речју се не користи терминологија која би, макар и делимично, разјаснила основне принципе посматраног концепта. Прве свесне упуте и разјашњења ученици добијају у шестом разреду, али не путем наставе математике. У математици, ученици строго дефинисање и употребу поменутог почињу тек од седмог разреда. Наредним страницама расветлићемо један добар пример праксе, а долази из земље родоначелника координатног система.

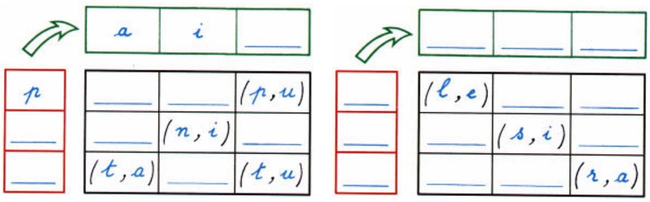
У деветогодишњем образовном систему, прва знања о уређеном пару ученици стичу још у првом разреду (*cours préparatoire*). На примерима пресека стаза у парковима, праволинијског кретања особа по улицама, укрштању путева и железница показују се прве основе јединствености уређеног пара, најпре графички, а затим и алгебарски. Одмах након овога прелази се на табеларно приказивање података или како је ученицима представљено „тракасти координатни систем“. Разни објекти (бродови, аутомобили, цветови ...) су приказани у одређеним табелама, а задатак ученика је да за дате елементе или одреде координате или да их на основу датих координата уцртају у табелу. Интересанто је да се за означавање врста и колона табеле, у почетку, користе различите симболичке ознаке (нпр. врсте се означавају словима, а колоне бројевима). Такође, не постоји општа правилност у записивању. Не уводи се правило којим редом се записују подаци у уређеном пару, већ се, од задатка до задатка, по првом, увек урађеном, примеру постављају шаблони којих се ученици морају придржавати и на којима уочавају

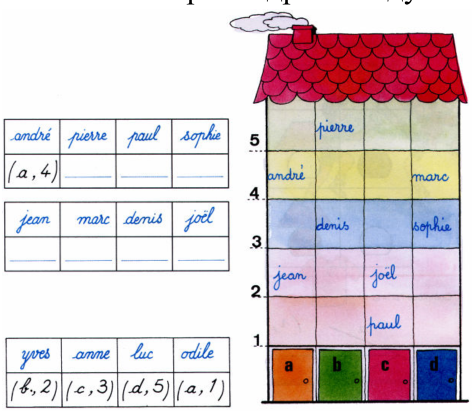


који елемент прво записују. Након тога се словне ознаке замењују бројевним али ни сада се не уводи строга правилност. Бројеви који означавају врсте и колоне разликују се по боји, помоћу које се и надаље разликује правилност у записивању. На крају првог разреда ученици са „тракастог“ тј. табеларног представљања података полако прелазе на представљање података у координатном систему и то у првом квадранту. Уместо читавог поља које је до сада служило за представљање објеката, почиње се са њиховим тачкастим представљањем, тј. уређени пар нпр. (1, 4) више неће представљати правоугаоник у који може да се уцрта одређени објекат већ тачно специфицирану тачку на којој објекат цртамо. Приликом рада у првом квадранту ученици га никада не цртају самостално већ на готовим моделима, у књизи, уцртавају или читају одређене вредности. Још увек не постоји строго дефинисан запис уређеног пара.



Рад са уређеним паровима у другом разреду (*cours élementaire 1*) почиње са обнављањем разних табеларних приказивања. За разлику од првог разреда, где су у пољима табеле цртани објекти, у другом разреду се у поља уписују парови у облику (a, b). На различитим нивоима сложености, задаци који су постављени ученицима носе различите захтеве. Најједноставнији су они у којима ученици на основу свих података у врстама и колонама формирају уређене парове. Нешто сложенији су захтеви где су поједини чланови врста и колона изостављени, а дати су уређени парови на основу којих закључују које елементе треба да додају врстама и колонама, и најсложенији захтеви се односе на потпуно реконструисање врста и колона у којима су дати и уписани уређени парови у неким пољима табеле на основу којих је потребно одредити све елементе врста и колона. У овом тренутку се почиње и са упознавањем ученика са бинарним дрветом дубине 2 на основу којег се састављају уређени парови. Иако претходно изнето може наслутити на веома формално упознавање са концептима, оно је далеко од тога. Велики број примера дат је из свакодневног живота. На основу ових примера треба да буде олакшано сналажење ученика у реалним ситуацијама и подстакнуто размишљање о евентуалним проблемским ситуацијама у које их сналажење у заједници може довести. Нпр. један такав задатак је и сналажење ученика у

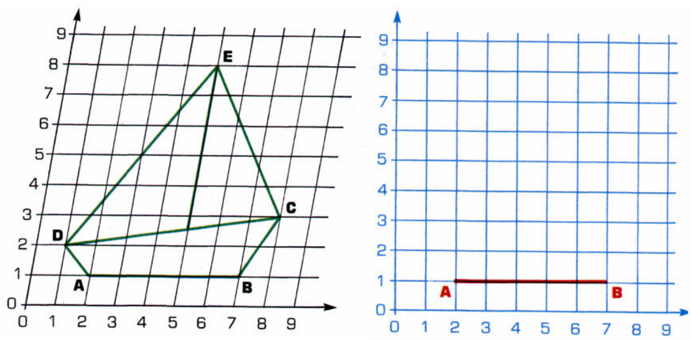




стамбеној згради. У згради су четири улаза, пет спратова и на сваком спрату по један стан (најједноставнија ситуација). Станови су обележени уређеним паром где прва координата представља број улаза, а друга број стана. Ученици треба да одреде ко живи у ком стану или која је ознака стана одређене особе.

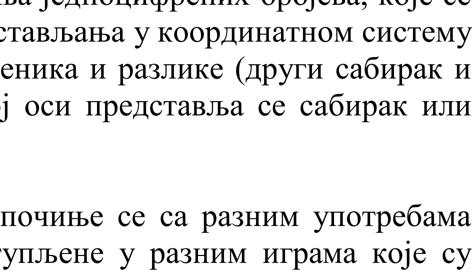
У другом разреду ученици настављају и са представљањем, овога пута не разних цртежа већ тачака, у првом квадранту координатног система. Почиње се са означавањем тачака у координатном систему (са напоменом да се тачке означавају и малим и великим латиничним словима). Ознаке на координатним осама су сада бројчане (често истих боја), а у самој поставци задатка се говори о редоследу којим записујемо координате.

Ученици који похађају наше школе највероватније се никада током свог основношколског образовања не упознају са координатним системима код којих угао између координатни оса није прав. У другом разреду француских школа ученици стичу прва знања о овој врсти координатног система. На разним примерима учи се читање координата тачака оваквих координатних система али и сами ученици обележавају тачке у њима. Кроз неколико примера се увежбава еквивалентност координатних система са правим и неким другим углом између оса. Уколико је задата слика у једном систему, ученици имају задатак да је прецртају у одговарајући други систем.



Упоредо са учењем сабирања и одузимања једноцифрених бројева, које се сада ради, ученици врше и једноставнија представљања у координатном систему зависности између сабирка и збира или умањеника и разлике (други сабирак и умањилац имају сталне вредности). На једној оси представља се сабирак или умањеник, а на другој збир или разлика.

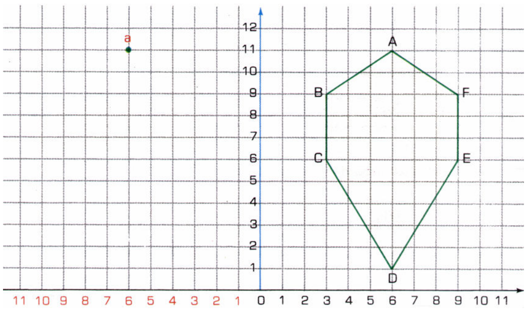
У трећем разреду (*cours élementaire 2*) почиње се са разним употребама уређених парова. Најчешће употребе су заступљене у разним играма које су ученицима представљене како у уџбеницима, тако и у специјализованим збиркама задатака. Као карактеристичне примере можемо навести употребу у игрању шаха и означавању сваког потеза у партији одговарајућим уређеним паром, затим игру потапања бродова где одговарајућим уређеним паром погађају позицију брода у табели и разне игре дешифровања где одређеном уређеном пару одговара одређено слово које морају одредити из дате табеле.



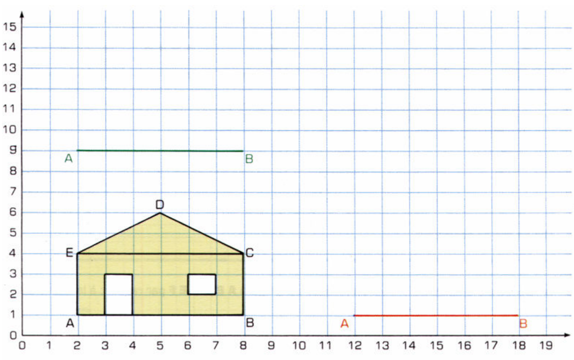
Поред координатног система код којих угао између координатних оса није прав, ученици раде још и неке примере код којих линије координатних оса нису праве линије (криволинијски координатни систем или, како га називају,

„таласасти“ координатни систем). Основни задатак који ученици имају је одређивање координата тачака, без дубљих анализа или цртања ових система. Каракретистично је да је свака употреба координатног система подвргнута анализи практичне примене у свакодневном животу, па отуда не чуди и упознавање ученика са неким примерима „кружних“ концентричних координатних система превасходно из чињенице да је мапа свих француских градова дата по том принципу.

Као и у претходном разреду, разрађују се представљања одређених зависности у рачунским операцијама у координатном систему, али се овога пута рад проширује представљањем зависности више рачунских операција у истом координатном систему.



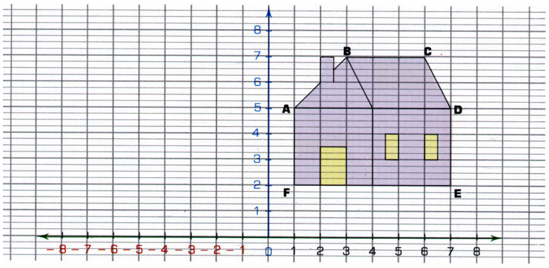
Први пут се почиње са радом у другом квадранту координатног система и то у циљу пресликавања одређених фигура у односу на позитиван смер *y* осе. Пресликавање се своди на пресликавање темена одређеног *n*-то угла или неке сложеније равне фигуре чије су све странице дужи. Као један од циљева овог пресликавања наводи се особина да се пресликавањем не мења вредност једне координате уређеног пара. Напоменимо да координата која не мења вредност може бити и прва и друга јер још не постоји строга уређеност представљања, али се полако почиње са одређеним договорима у вези записивања. На бројевној правој која представља *x*-осу, бројеви и лево и десно од нуле су позитивни цели бројеви али се разикују по боји којом се записују (негативни бројеви су замењени природним бројевима и пишу се црвеном бојом).

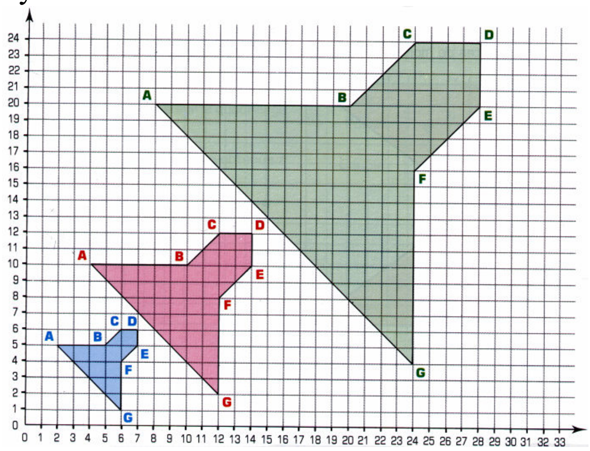


Кроз игру је провучено и неколико задатака транслације у првом квадранту. Фигуре које су задате позицијом својих темена, ученици треба да транслирају ако је задата позиција једне одговарајуће тачке или позиција једне одговарајуће дужи у првом квадранту. Одговарајуће тачке у транслацији се записују или истим малим словом или истим словом друге боје.

У четвртом (*cours moyen 1*) и петом (*cours moyen 2*) разреду нешто мање је заступљен рад са координатним системом. У четвртом разреду већим делом се утврђује већ стечено знање из претходних разреда. Уводе се зависности множења и дељења и њихово представљање у координатном систему.

Као и у трећем разреду, врши се пресликавање фигура у првом и другом квадранту. Међутим, сада је карактеристично да се вредности лево од нуле на *x*-оси означавају са -1, -2, -3, ... Иако ученици не уче целе бројеве, ознака „-“ испред броја само говори да се дати број налази на бројевној правој лево од нуле.

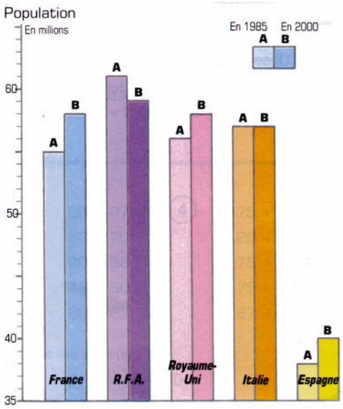


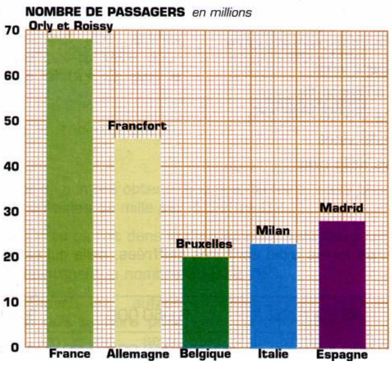


Још једна трансформација са којом се ученици упознају је „увеђавање“ фигура множењем свих координата његових темена. Ниво са којим се ученици упознају са овом трансформацијом је уочавање и препознавање „увећаних“ фигура у координатном систему, као и цртање ових фигура са једним унапред задатим „увећаним“ теменом на основу којег се уочава коефицијент увећања и од којег се почиње цртање фигуре.

По први пут се почиње са неједнаком нумерацијом вредности на координатним осама. Зависно од потребе и од врсте зависности која се представља, приметно је да се у већини примера вредности на једној оси задржавају и остају са кораком један, а на другој се вредности најчешће дају са кораком два, три, пет или једнаким некој декадној јединици.

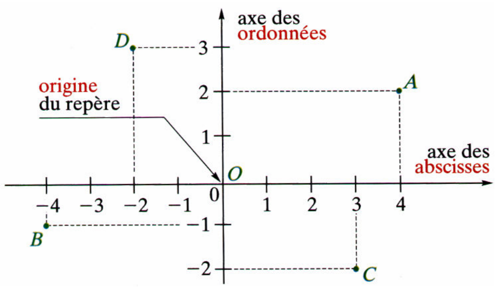
У петом разреду, упоредо са учењем децималних бројева, почиње се и са нумерацијом координатних оса овим вредностима. Уочимо чињеницу да се ученици узраста петог разреда (еквивалент наш четврти разред) упознају са децималним бројевима и рачунским операцијама сабирања и одузимања са њима.





Ученици се упознају са представљањем података у првом квадранту користећи хистограмску нотацију. Показују им се примери код којих се бројевне вредности могу заменити и одређеним симболичким и исказним вредностима.

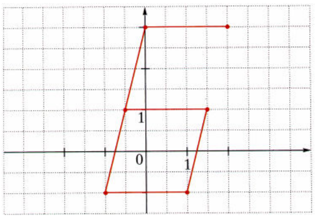
Овим је завршен рад са уређеним паровима и координатним системом у примарном образовању. Целокупна знања која су ученицима представљена имају веома значајну улогу у раду са овим концептима у нижем секундарном образовању.

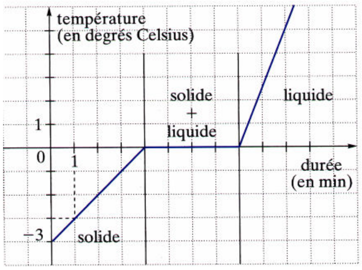


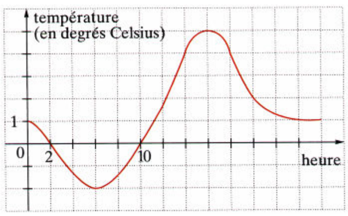
Увођењем негативних целих бројева у шестом разреду (*sixième*), стиче се основа за строго увођење Декартовог правоуглог система и за строго дефинисање уређеног пара. Ученици се упознају са четири квадранта, x и y оса се од сада називају апсцисна и ординатна оса. Дефинише се координатни почетак и по први пут се уводи правило да прва координата уређеног пара представља удаљеност тачке од y осе и назива се апсцису, а друга координата представља удаљеност тачке од x осе и назива се ордината. Великим бројем примера се увежбава цртање тачака и читање уређеног пара који одговара тачкама у координатном систему.

Уводи се појам симетричног пресликавања тачака у односу на обе осе и у односу на координатни почетак, уочавају се правилности о сталности одређених координата у пресликавању и врше се одређена цртања симетричних фигура у координатном систему.

Ученици се упознају и са одређеним врстама линијских зависности у координатном систему (први пут), али је интересантно да се не упознају прво са линеарним, већ са разним другим, животним, линијским зависностима из природе.

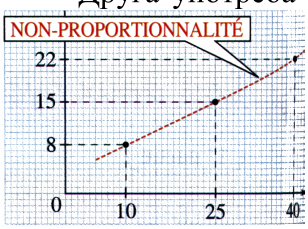


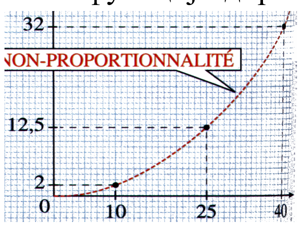




У седмом разреду (*cinquième*) само у два наврата се ради са координатним системом. За нумерацију чланова уређеног пара сада се појављују комбинација целих и децималних бројева. Иако су се за означавање вредности на координатним осама већ користили ови бројеви, никада до сада њихова комбинација се није појављивала у једном уређеном пару.

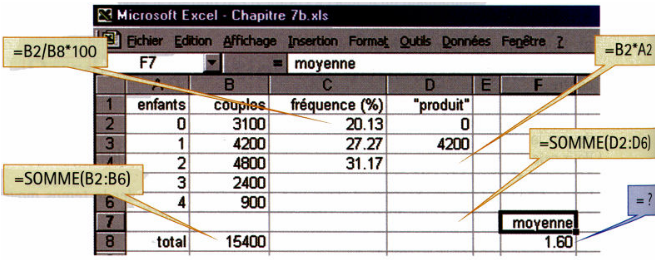
Друга употреба своди се на уочавање графичког приказа функције директне пропорционалности. Ученици цртају график функције директне пропорционалности, са графика уочавају да ли је функција директне пропорционалности или није, да и координатни почетак





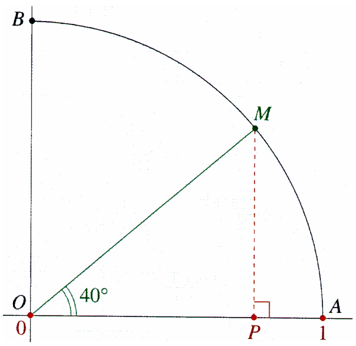
мора припадати графику, да крива која садржи координатни почетак не може бити функција директне пропорционалности и разне друге особине у вези са графиком и припадности тачака графику функције.

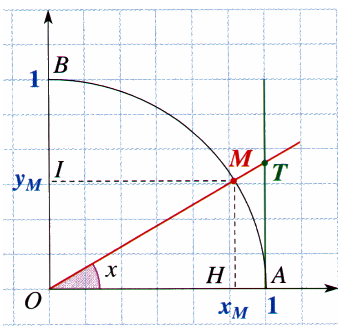
У осмом разреду (*quatrième*) рад са координатним системом из наставе математике већим делом се преноси у наставу информатике. Помоћу рачунарских програма врше се статистичка представљања, дискретна и интервална, различитих података које ученици прикупљају у својим истраживачким задацима и која представљају применом координатног система. Интересантно је да се објашњења рада у појединим програмима, а у циљу представљања података у координатном систему, дају и у уџбеницима математике. Најчешће употребљавани програм за обраду и представљање података је Microsoft Exel.



У настави математике координатни систем се јавља на самом крају осмог разреда и то при усвајању знања о неким тригонометријским финкцијама. Напоменимо да је ово узраст ученика нашег седмог разреда, а градиво које почињу да изучавају је предвиђено за крај прве и другу годину наших средњих школа.

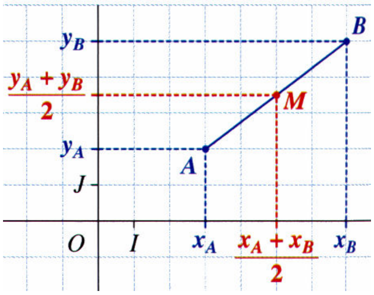
Од тригонометријских функција упознају се са синусном и косинусном функцијом. Начин упознавања и дефинисања је базиран на јединичном кругу и његовом представљању у координатном систему. У почетку, круг полупречника један црта се са центром у координатном почетку, а спуштањем нормала на x и y осу мери се лењиром приближна вредност ових функција. Међутим, како је прецизност оваквог израчунавања веома мала, ученици веома брзо прибегавају примени пропорција да би израчунали поузданије вредности. До тога долазе применом формуле $x:1=a:r$, где је r полупречник круга конструисаног у координатном почетку, a дужина коју су измерили спуштањем нормале на одговарајућу осу, а x тражена вредност тригонометријске функције.



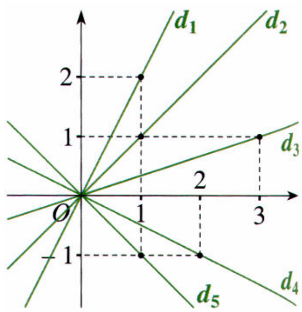


У деветом разреду (*troisième*) иде се корак даље и ради се инверзни проблем претходном. За унапред задате вредности синуса или косинуса, ученици треба графички да одреде угао чије су то вредности. Поред синусне и косинусне функције, коју су упознали у претходном разреду, сада се упознају и са тангенсном функцијом.

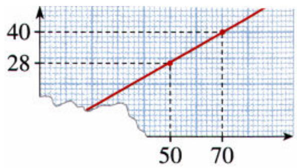
Интересантна је и чињеница да се кроз наставу информатике ученици упознају и са неким једноставнијим представљањима зависности у тродимензионалном координатном систему.



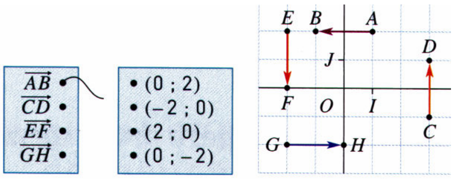
Настава математике у деветом разреду, што се тиче разматраних концепата, постаје донекле слична настави у нашим школама за посматрани узраст. Ученици се упознају са формулама за израчунавање дужине дужи, одређивање координата средишта дате дужи и услова паралелности дужи са координатним осама на основу њихових координата. Проширују се знања о функцији директне пропорционалности и услову који мора да испуњава коефицијент пропорционалности да би угао између графика и координатних оса био оштар или туп. Упознају се основни елементи линеарне функције, њен графички приказ и разликовање линеарне функције од неких других на основу њеног графика. Упознају се услови припадности тачке графику функције, нормалности графика двеју функција, паралелност графика двеју функција, и одређивање једначине праве на основу њеног графика.



Интересантно је да се у геометријским разматрањима веома често ради са сликама код којих је, као у примеру, један део слике, намерно, „исцепан“, а задатак ученика је да на основу датог дела реконструишу целокупну слику.



Напоменимо да сва разматрања о поменутим концептима, а уопште и целокупно наставно градиво, се предочава ученицима без икаквих доказивања. Све се, већим делом, закључује интуитивним путем или помоћу веома прецизних и добро осмишљених графичких приказа.



Као последњу јединицу у нижем секундарном образовању ученици обрађују и усвајају основна знања о векторима. Упознају се са основним одредницама вектора, начину транслације вектора у координатни почетак, као и са начинима сабирања и одузимања вектора у координатном систему.

Посматрајући све претходно изнето, можемо закључити да се знање о уређеним паровима и координатном систему које се усваја у основним школама Француске веома разликује од знања које се усваја у нашим школама, како у квантитету тако и у квалитету; да су сва знања која се усвајају у нижим, а већим делом и у вишим, разредима примењена на свакодневним проблемима и животним ситуацијама; да је поступност у знању веома заступљена; приликом усвајања знања придржава се скоро свих методичких принципа у циљу квалитетног и успешног пријема знања од стране ученика; веома су ретке ситуације у којима се знање презентује ученицима без претходне иницијалне представе о употребљивости и примењивости садржаја који се обрађују.

ЛИТЕРАТУРА

Eiller R, Guyonnaud M.T, Ravenel S, Mertz J, Ravenel R. (2001): *Math et Calcus CP*, France: Hachette Education.

Eiller R, Brini R, Martineu M, Ravenel R, Ravenel S. (2001): *Math et Calcus CE1*, France: Hachette Education.

Eiller R, Brini R, Martineu M, Ravenel R, Ravenel S. (2001): *Math et Calcus CE2*, France: Hachette Education.

Eiller R, Ravenel R, Ravenel S. (2001): *Math et Calcus CM1*, France: Hachette Education.

Eiller R, Ravenel R, Ravenel S. (2001): *Math et Calcus CM2*, France: Hachette Education.

Delord R, Vinrich G, Bourdais M, Cazanave-Nebout N (2001): *Math 6^e^*, France: Hachette Education.

Delord R, Vinrich G, Bourdais M, Cazanave-Nebout N (2001): *Math 5^e^*, France: Hachette Education.

Delord R, Vinrich G, Bourdais M, Cazanave-Nebout N (2001): *Math 4^e^*, France: Hachette Education.

Delord R, Vinrich G, Bourdais M, Cazanave-Nebout N (2001): *Math 3^e^*, France: Hachette Education.

Nenad Vulovic
Education Faculty in Jagodina

INTRODUCING AND USING OF COORDINATE SYSTEM AND ARRANGED PAIR (EXAMPLE OF FRANCE)

SUMMARY

Intensive using of coordinate system and arranged pair in our education begins in the higher grades of elementary school. This concept occurs only in a few hidden situations in the lower grades of elementary school before it is introduced in higher grades. Even then, coordinate system and arranged pair is introduced by teachers of physics. We will show on example of the French educational system that this way of learning, mentioned above, has to be change. The paper will show ways, dynamics and complexity of the tasks that children, from the earliest stages until the end of primary education, should overcome in elementary schools in France.

Љиљана Грујић
Горњи Милановац

УДК: 371.3::51
159.947.5-057.874

МОТИВАЦИЈА УЧЕНИКА ЗА САВЛАДАВАЊЕ НАСТАВНИХ САДРЖАЈА ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Апстракт: Мотивација ученика за савладавање наставних садржаја из математике одређује успешност у овом наставном предмету. Посебна пажња је усмерена на питање како ученике успешно мотивисати на савладавање наставних садржаја из математике узимајући у обзир теоријска и практична искуства.

Кључне речи: мотивација, успех, математика, оцена, ученик.

I УВОД

Чини се да је у образовању одувек постојао одређен број ученика који су били изузетно заинтересовани за математику и са лакоћом решавали задатке што им представљало изазов и такмичење са самим собом. Насупрот њима, постоји и одређен број ученика којима је решавање задатака из математике изузетно тешко. Разлози се налазе у самој математици и њеној специфичности, али и у ученицима.

Специфичност овог наставног предмета огледа се у апстрактности математичких појмова, употреби математичких симбола, појмова и формула који захтевају разумевање, знању које би морало бити систематизовано а само учење систематично, савладаности и утврђеном предзнању као основи даљег учења, увежбаности, практичности и примењивости знања.

Како је оцена још увек једини показатељ успешности у учењу, очигледно је да је мотивација ученика од пресудне важности за школски успех. Ученик који је високо мотивисан трудиће се и остварити добре резлутате, док ће добри резултати изостати код ученика чији је степен мотивације низак.

II МОТИВИ И МОТИВАЦИЈА

Појам *мотиви* и *мотивација* имају психолошко порекло. Заједничко за оба појма је то што говоре о унутрашњим покретачким снагама људског понашања.

Људску активност покрећу мотиви, усмеравају је у одређеном правцу и одржавају је све дотле док се циљ не испуни. Уочавамо тако кључне елементе мотива, а то су заправо одговори на питања шта је то што покреће, усмерава, одржава и обуставља активности. Мотиви су у првом реду потребе. Средства за задовољење потреба јесу мотиватори. Мотиватори се могу поделити на позитивне и негативне. Позитивни мотиви омогућавају опстанак човека. Супротно од њих, негативни делују тако што ометају и успоравају човекову активност.

Мотивација је процес покретања, усмеравања и одржавања људског понашања ка одређеном циљу. Мотиви за савладавање наставних садржаја из математике могу бити следећи:

а) ученик воли математику јер је занимљива,
б) научена знања ће моћи практично применити,
в) математика учи ученика да размишља, и коначно
г) због оцене – било да жели бољу или да лошу поправи.

Остварењем ових мотива остварују се потребе за припадањем, поштовањем и самоактуелизацијом. Наравно да успех у остварењу мотива стимулише ученике, ствара веру у себе и своје способности, док га неуспех у остварењу мотива пасивизира.

Мотиватори за савладавање наставних садржаја из математике јесу:

а) *оцена* – висока оцена као награда и ниска оцена као казна

б) *похвала* – која има ефикасно дејство на ученика који је похваљен али и на остале ученике у одељењу.

III ТЕОРИЈА И ПРАКСА

Иако ученици математику рангирају при самом врху важности наставних предмета у образовању, ипак не постижу увек успех у савладавању ових садржаја.

Наше је мишљење да је ученицима јако важно објаснити значај учења математике. Некада је то лако постићи. Тако, на пример, можемо ученицима рећи да нам је сабирање потребно да бисмо знали колико нам је новца потребно за куповину одређених артикала у продавници, а одузимање да знамо колики кусур трговац треба да нам врати - јер је корисност и практичност очигледна. Некада нам ученици морају веровати на реч да ће стечена знања бити основа будућем савладавању знања. Уколико је ученицима садржај занимљив, они неће ни питати за важност онога што се учи. Зато је улога учитеља да садржај учини занимљивим, а захтеве које им поставља прилагоди узрасту. Од учитеља се очекује умешност у презентовању садржаја. Комбиновањем наставних метода и облика рада на часу избегава се рутина и досада а постиже се напетост и динамичност, што побуђује психичку активност ученика.

На једном од часова вежбања и утврђивања градива ученицима сам поделила наставне листиће на којима су били текстуални задаци али су бројеви били написани речима а не цифрама и посматрала сам како ће ученици реаговати када буду добили задатке. Ситуација је следећа: било је ученика који су одмах кренули у читање и решавање задатака као да је све уобичајено, било је оних који су били зачуђени јер су уочили недостатак цифара али им се све „само разјаснило“ када су прочитали текст и видели да ништа не недостаје и било је оних који су чекали додатна упутства пре него што су и прочитали задатке јер нису могли кренути на израду задатака с обзиром на то да цифара није било у тексту. Наравно да је у овој трећој групи било оних ученика који решавају текстуалне задатке тако што обављају рачунске операције са датим цифрама без обзира на текст задатка и захтева који је постављен у њему. Реакције ученика су биле очекиване, али нисам могла са потпуном сигурношћу знати у које ће се од ових група ученика неки ученици уврстити. Била сам пријатно изенађена већом мотивацијом појединих ученика да реше задатке који су били пред њима.

Добра комуникација између ученика и учитеља је јако важна. Да би ученик научио, потребно је да учитељ буде доступан, да се потруди да нејасно појасни, да подстиче ученике да постављају питања и да нађе одговор на њих. Активно слушање је јако важно умеће. При том не треба ни умањити значај невербалне комуникације. Учитељ је један од чинилаца стварања пријатне атмосфере на часу. Сваки добар учитељ има своје методе и сваки се разликује од другог доброг учитеља. Њему је стало до успеха сваког ученика. Опуштеност, смиреност, подстицајност и срдачност су изузетно пожељни код учитеља, нарочито када се има у виду да је овај предмет у суштини апстрактан. Ове карактеристике учитеља подстицајно делују на мотивацију ученика у савладавању наставних садржаја из математике.

Важан чинилац у настави математике свакако је вежбање. Вежбање се остварује у школи, на часовима предвиђеним за то, али и код куће, израдом домаћих задатака. Тиме се постиже развијање раднх навика.

Неретко се у пракси можемо срести са ситуацијом да ученици скромих знања из математике донесу тачно решене домаће задатке. Родитељи, често из незнања или из жеље да њихово дете буде успешно, учествују у њиховој изради. Тако нешто само постаје контрапродуктивно јер, уместо да импресионира учитеља тобоже знањем, таквим поступком учитеља не успева обманути. Може бити да је ученик срећан јер неће одскакати од других у одељењу. А стварност је заправо другачија – ученику се ствара привидан утисак сопственог знања. Заправо, проблем и даље постоји, није решен, само је мало маскиран. Ученик и даље на часу неће постизати на такав начин бољи успех и може се негативно одразити на његову мотивацију. Опет је кључна улога поверена учитељу. Он мора да објасни и родитељу и ученику следеће: да би се дошло до одређеног циља, потребно уложити одређену количину сопственог напора, што може уједно бити и терет и изазов. Ученика је потребно научити како да учи и оспособити га за самостални рад домаћих задатака код куће што захтева прихватање промена, улагање труда и подразумева мењање понашања.

Несумњиво је да је оцена јако важан и опипљив мотив савладавања наставних садржаја. Ако није на одговарајући начин вредновано знање ученика, лако долази до опадања мотивације.

ЗАКЉУЧАК

Како би се остварио успех у савладавању наставних садржаја из математике, неопходна је мотивација ученика. То није увек лако постићи. Савладавајући садржаје наставног програма из математике ученици су у прилици да што боље упознају, искористе и развију своје могућности. Развијањем свести о значају онога што се учи, занимљивим презентовањем градива, примереним захтевима ученикових способности, награђивањем рада путем оцене или похвале и коментарисањем постигнућа снажно утичемо на мотивацију ученика за учење овог апстрактног предмета. Уколико све ово имамо на уму и примењујемо у пракси, тада ће задовољство ученика и учитеља постигнутим бити обострано.

ЛИТЕРАТУРА

Бенчек, А., Маренић, М. (2006): *Мотивација ученика основне школе у настави математике*, Пула: Свеучилиште Јурја Добриле, Методички обзори, бр 1, стр. 104 – 117.

Егерић, М. (2003): *Разумевање у настави математике*, Београд: Настава и васпитање, бр 4, стр. 341 – 356.

Карић, Ј. (2006): *Импликације и ограничења за учитеље и ученике у примени савремених математичких метода*, Нови Сад: Педагошка стварност, бр. 9 – 10, стр. 717 – 725.

Интернет: http://free-zg.t-com.hr/Sonja-Banic/motivacija.htm

Интернет: http://free-zg.t-com.hr/Sonja-Banic/spirala.htm

Интернет: http://www.hrskole.com/jedanrad.afp?!65FDCB0E9297054FA1C4A818B0B89B49&SifraRada=322

Интернет: http://www.ring.net/hurt/MOTIVACIJA.doc

Ljiljana Grujic
Gornji Milanovac

STUDENTS' MOTIVATION TO ADOPT
CURRICULUM CONTENTS IN MATHEMATICS

SUMMARY

Students' motivation to adopt curriculum contents in mathematics determines the success in this subject. Special attention is paid to the ways of motivating students successfully in order to adopt curriculum contents in mathematics considering theoretical and practical experiences.

Бранка Арсовић
Учитељски факултет
Ужице

УДК: 371.3::51]:004

КАРАКТЕРИСТИЧНИ МЕТОДИЧКИ АСПЕКТИ КРЕИРАЊА ОБРАЗОВНОГ СОФТВЕРА ЗА ПОТРЕБЕ НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ

Апстракт: Образовање је, као значајна друштвена делатност, и прави изазов за информатизацију. У том оквиру приоритет је дат софтверу, тј. методологији његовог креирања и стварања. Образовни рачунарски софтвери постају полако, али сигурно, реалност нових школских програма, што је довољан разлог да им се посвети далеко више пажње него до сада.

У савременој настави математике све је присутнија нова информациона технологија, која доприноси бољем учинку математичког образовања. За успешну примену рачунара у настави математике, неопходно је проучити како се предаје математика у школама.

На питање како информатичка решења могу да допринесу повећању знања математике, одговор је, пре свега, да се у настави и учењу математике користи ОРС који на оптималан начин испуњава постављене циљеве математичког образовања.

I УВОД

Од савременог система образовања се очекује да ученика обликује као флексибилног, самосталног човека, који ће са лакоћом прихватати актуелне друштвене промене и прилагођавати им се. С обзиром на то, човек данашњице је у сталном процесу учења, тј. подвргнут је перманентном учењу.

Овакве потребе су наметнуле одређене промене у систему школства и образовања. Те промене се првенствено огледају у промени начина организације наставе и побољшању и активнијем коришћењу савремених наставних средстава (ту подразумевамо употребу нових технологија у комуникацији ученик-наставник, у излагању градива, у провери и оцењивању…). Наведене промене аутоматски захтевају подучавање ученика употреби и примени тих нових технологија, па се отуда мора кориговати и садржај наставе.

Значајно подручје унапређења наставе и учења је:

– увођење *нових организацијских форми наставе* – мисли се првенствено на нове облике који превазилазе ограниченост разредно-часовног система наставе (ка што су нпр. тимска настава, школа без зидова, програмирана настава, настава на више нивоа сложености…)

– *динамизовање облика насатавног рада* – тежи се ка индивидуализованој настави, чиме се интезивира процес наставе и учења, а и улога ученика у самом процесу постаје активнија

– *модерна наставна средства* – обухватају разне школске медијатеке, а посебан се акценат ставља на мултимедијална, рачунарска наставна средства

– *нове методе наставе и учења* – наглашено је подстицање истраживачког рада ученика кроз разне самосталне пројекте.

Укратко говорећи, промене у образовању, које су последица модернизације друштва, морају се огледати у променама у:

– *начину наставе* и

– *наставним садржајима*

С обзиром на то да целокупно друштво тежи информатизацији, логично је да је ширење употребе рачунара у образовном процесу природан след догађаја. Нове информационе образовне технологије[1] омогућавају симулацију природног тока наставе у највећој могућој мери, при чему се ствара такво окружење које ученику допушта да напредује у оној мери у којој му то дозвољавају његове способности и афинитети.

Образовање, као значајна друштвена делатност, прави је изазов за информатизацију. Посебно је значајна информатизација наставе и учења. У том оквиру приоритет је дат софтверу, тј. методологији његовог креирања и образовања. Софтвер у области наставе и учења представља интелектуалну технологију и назива се образовни рачунарски софтвер.

II КАРАКТЕРИСТИКЕ ОРС[2]-а У ОДНОСУ НА СПЕЦИФИЧНЕ ЗАХТЕВЕ НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ

За успешну примену рачунара у настави математике, неопходно је проучити како се предаје математика у школама. У разредној настави, учитељ је одговоран да обезбеди низ услова и активности у учионици путем којих ће ученик прихватити математику. У настави математике треба складно повезати чињенице, вештине, концептуалне структуре, методе и генералне стратегије у решавању проблема. Мора се признати да то баш и није лак задатак. При том наставник наилази и на укорењену одбојност ученика ка математици као „тешком” наставном предмету. Питање ”Зашто је математика тешка за учење?” је и за пројектанта ОРС-а изазов. Потребно је детаљно проучити све релевантне факторе за стицање математичких знања. Истраживање људског учења може знатно допринети томе да се учење математике учини ефикаснијим.

За разматрање проблематике учења садржаја математике користимо два аспекта: асоцијативни и когнитивни. Асоцијативни приступ је доминантан у САД, а основно у њему је да се учење одвија кроз асоцијације на спољне утицаје, са специфичним углом гледања ученика, који учи успостављајући менталне везе према асоцијацијама. Асоцијативно учење наступа када се удруже пажња и релевантни услови, под којима подразумевамо објекат учења. Проблем ће се лакше схватити и савладати ако се садржај организује тако да се учење остварује по принципу од лакшег ка тежем и ако се вежба сваки део садржаја који се учи.

Током педесетих година XX века такво схватање дрила и вежби изгубило је много на популарности. Извршен је покушај ревитализације асоцијативног учења од стране неких научника (Гагне) који су истицали да се вештине граде из подвештина. Теорија асоцијације имала је снажног утицаја на наставу

[1] Под њима се подразумевају технологије базиране на рачунарима и рачунарским мрежама
[2] ОРС – образовни рачунарски софтвер

математике, јер се њено схватање учења могло лако реализовати у настави. Недостатак тог схватања јесте то што није обухватало различитости понашања ученика у процесу наставе.

За разлику од асоцијативне теорије учења, когнитивна теорија истиче целовитост доживљаја. Целине су примарне и само су оне реалне, док се покушаји да се целине растављају неоправдани. У САД се развија когнитивна теорија учења под утицајем европске психологије (гешталта) која прихвата индивидуална знања као базичне податке и изворе хипотеза. За разлику од асоцијативне теорије, овде се инсистира на тези да људски мозак интерпретира све чулне надражаје и искуства према одређеним принципима. И према томе, и учење је много више него само примање информација.

Ни овде се ништа не говори о процесу препознавања, који омогућава улаз, нити како се та могућност мења временом. Тај проблем је обрадио J. Piaget, који је покушао да докаже да се одређене базичне структуре мишљења, које се могу дефинисати логички и математички, развијају путем нормалне интеракције са окружењем. У Piaget–овој структури се може размишљати тако, као да је она компонована од елемената и релација, а чине је менталне и физичке акције. Према његовој теорији, ученичко размишљање се развија у три фазе:

1. прва фаза, *предоперациона*, у којој доминира перцепција, прихватање података из окружења
2. друга фаза, *конкретно операциона*, у којој се врши ментална трансформација наученог фонда знања.
3. трећа фаза, *формално операциона*, која омогућава хипотетичко резоновање и логичко размишљање

Проблем са овом теоријом је у томе што је предвиђала начин мишљења по градацијама, тј. узрасном периоду развоја детета. А пракса је показала да дете може показати једну фазу мишљења у једном домену, а другу у другом домену.

Информатичарима је потребан модел процеса подржан Piaget–овом структуром, која може да објасни различите епизоде процеса учења.

Сажето разматрање комплексности проблема учења математике имало је за циљ са боље расветли питања пред којима се налазе пројектанти ОРС-а. Чињенице, процеси, вештине концептуалне структуре, стратегије решавања проблема чине математичку колекцију ученичког знања.

Истакнуто је да је систем дрила и вежби неадекватан у настави математике. Овај модел не води рачуна о различитости ученика. Али то не значи да тај метод није ефикасан уопште. Плодотворан је тамо где је потребно познавање великог броја чињеница, и из тих разлога техника дрила и вежби је укључена у скуп наставних метода у настави математике.

Готово да се свака наставна метода може применити у индивидуалном раду, али се поједини ученици разликују по брзини којом уче. Неки морају јасно да савладају сваки корак учења, док други могу да прескоче неке кораке (индивидуалне разлике ученика), дакле настава и наставник се морају прилагођавати сваком ученику.

Топ проблем наставе математике је тај што математика подразумева рад на високом нивоу апстракције, који према Piaget–у одговара формалном оперативном нивоу. Поставља се питање на који начин треба предавати математику да би се развио апстрактни начин размишљања. Познато је да деца интуитивне моделе замењују конкретним (нпр. своје представе о простору прилагођавају физичком свету), али с друге стране, уколико желе да развију своја знања (нпр. из геометрије) онда морају своја размишљања да лоцирају на апстрактнијем нивоу од релног. Једна од могућих стратегија наставе јесте да се превазиђе симболизам и да се пређе у „реалистичку математику”, а други начин је омогућити наставнику да у дијалогу са учеником, провоцирајући га погрешним концепцијама, створи услове да ученик мења начин размишљања. У сваком случају, у настави математике мора постојати информациона повратна спрега у односу на сваку ученичку активност.

У савременој настави математике све је присутнија нова информациона технологија, која доприноси бољем учинку математичког образовања.

На питање како информатичка решења могу да допринесу повећању знања математике, одговор је пре свега, да се у настави и учењу математике користи ОРС који на оптималан начин испуњава постављене циљеве математичког образовања. Наиме, један квалитетан ОРС треба да заинтересује, инспирише, активира и усмерава (коригује) ученика. Такође потребно је да ОРС уважава следеће принципе: примереност, очигледност, јасност, оријентисаност ка циљу, егземплентарност и самоиницијативност. ОРС, као целовито програмско решење одређеног наставног садржаја, мора у себи садржати компоненте које иначе садржи класична настава:

– фазу мотивације
– фазу решавања проблема
– фазу свесне примене
– фазу контроле учења
– фазу продубљивања и учвршћивања знања

Дакле, требало би да ОРС, као програмско решење неког наставног садржаја, буде прилагођен особинама мисаоног процеса ученика. При томе би сам ОРС пролазио кроз фазе које опонашају ученичко размишљање: предоперациону фазу, конкретно операциону и формално операциону фазу. Дакле, ОРС мора уочити проблем и све његове карактеристике, увести нове појмове са којима ће постепено упознати ученика, предочити начин решавања одређеног проблема уз потребна објашњења и теоријску надградњу, и на крају омогућити ученику да сам провери и продуби усвојено знање.

При том процесу мора се водити рачуна да се проблем који се обрађује у ОРС-у представи како у конкретном моделу (да би био разумљивији ученику), тако и у апстрактном.

На тај начин се постиже развијање апстрактног начина мишљења код ученика, а да се при том опонаша природни след усвајања појма од стране ученика (кад се интуитивни модел замењује конкретним).

Провера усвојеног знања се и у ОРС-у обавља на математици карактеристичан начин – решавањем погодно одабраних проблема дотичног типа, тј. израдом одговарајућих задатака. На тај начин сваки од ОРС-а у себи има компоненте образовног софтвера за дрил и вежбу. То је једна од основних карактеристика ОРС-а из области математике, која је узрокована самом специфичношћу наставе математике.

Приликом провере и продубљивања знања потребно је предвидети опцију давања погрешних одговора од стране ученика, која од стране ОРС-а мора бити пропраћена одговарајућом акцијом, а то је најчешће повратак на теоријско објашњавање дотичног проблема и, коначно, упућивање ученика на тачан одговор.

Поред тога, мора се водити рачуна о комплексности наставе. Ефикасна настава не може бити разбијена на делове од којих би неки могли тада да се изводе на рачунару. Приликом коришћења ОРС-а у образовне сврхе, његове функције би морале бити пажљиво интегрисане са функцијама наставника и уклопљене у остатак програма који се остварује класичним методама наставе.

Сваки ОРС, па и из области математике, требало би да, карактеристичним начином управљања самим софтвером, обезбеди ученику јединствени темпо рада и усвајања предоченог материјала. На тај начин се постиже индивидуализација наставе, коју је иначе тешко постићи у класичној настави математике.

Основна примена образовног софтвера у формалном образовању јесте коришћење ОРС-а као додатка класичној настави. При томе се најчешће подразумева то да је софтвером обухваћена једна или више сродних наставних јединица. Софтвер је најчешће креиран тако да омогућава обраду неке наставне јединице, у смислу упознавања са новим градивом, тако да се његовим коришћењем омогућава ученицима да успешно савладају ново градиво. У оквиру једног таквог софтвера се, неретко, налази и део који је предвиђен за утврђивање и проверу стечених знања. На тај начин софтвер служи за стицање новог, утврђивање стеченог и проверу усвојеног знања.

Да би се креирао један тако сложен пројекат, као што је ОРС, неопходно је да се избор области, наставне теме и јединице правилно обави. Као основни услов ваљаности образовног софтвера наводи се његова компатибилност са наставним програмом. То значи да се приликом планирања ОРС-а мора пажљиво приступити одабиру наставне јединице која ће у софтверу бити обрађена. При томе се мора водити рачуна да се жељена наставна јединица, као прво, налази у наставном програму предвиђеном за разред у коме ће се софтвер користити. Даље, мора се узети у обзир и то да наставна јединица својим обимом омогућава да буде обрађена у оквиру ОРС-а. Практично, то значи да су области и јединице које су обимне и које се обрађују у више разреда (као нпр. тригонометрија) незахвалне за обраду путем софтвера. Дакле, целовитост обрађене теме у софтверу је један од приоритета. Да би се постављени услови могли испунити, потребно је добро познавање наставног програма, јер се само тако може знати у ком обиму је предвиђено обрађивање одабране теме, да ли је тема у целовитости обрађена у току одређеног разреда и са којим другим наставним темама се повезује у току одређеног разреда. Поштујући програмом предвиђена градива обезбеђује се добар одазив код ученика на креиран ОРС. Јер само тако направљен софтвер може узети у обзир постојећа предзнања ученика из обрађеног градива (уколико она постоје), проширити их у оноликом обиму колико је предвиђено за њихов узраст (то нам обезбеђује да ће ученици бити у стању да разумеју изложени материјал у ОРС-у), утврдити их и проверити кроз одговарајуће примере и практичне задатке (који су, опет, у сагласности са наставним програмом).

Уколико је жељена наставна јединица ипак преобимна за један софтвер или је пак разломљена на више разреда (тј. изучава се кроз више разреда), онда је могуће обрадити само део теме кроз ОРС. У пракси су чести случајеви кад се софтвер користи само за део часа, па се на тај начин софтвером врши само упознавање са градивом или само утврђивање или провера знања из одређене области.

Много је теже разрадити технику реализације ОРС-а којом ће се обезбедити да сваки корисник (ученик) може, према сопственим могућностима и тренутном нивоу знања, сам да одређује обим градива које ће савладати. Ту се говори о некој врсти „дозираног" учења, при чему се води рачуна о индивидуалним разликама самих ученика (нормално, то се првенствено односи на ОРС за учење новог градива и оне који су намењени за дрил и вежбу). Уочавање постојања и узимање у обзир индивидуланих разлика у способностима учења и потигнућима било је, и наставиће да буде, главни проблем у обличавању како наставног програма математике за средње школе, тако и пројектовања образовног софтвера за поменуто подручје рада са ученицима. Проблем индивидуалних разлика ученика постаје озбиљнији на нивоу средње школе, па се тако могу наћи велике варијације у способностима, које се крећу од академски обдарених па до врло спорих ученика. То је збиља врло велики проблем са којим се наставници суочавају у покушају да са појединим групама ученика раде у складу са њиховим способностима за учење.

Груписање према способностима је веома пожељна и прихватљива пракса. Школе прибегавају (уколико постоје могућности за тако нешто) увођењу специјалних разреда за надарене ученике, организовању специјалних семинара, спроводи се политика убрзаног рада[3]. Школе које немају могућности за специјалан рад са надареним ученицима, било из организаторских разлога (недостатак одговарајућег кадра) или просто из материјалних разлога (недостатак простора или материјалних средстава), су у оваквим ситуацијама на губитку, као и њихови ученици. У таквим ситуацијам долази до изражаја значај коришћења образовног софтвера у свакодневој настави. Један стручно реализован ОРС задовољава потребе како надарених, тако и просечних, па и споријих ученика. На тај начин се постиже чак и више него увођењем специјалних одељења, курсева и програма, јер су ученици задржани у свом првобитном социјалном окружењу (што је битан психолошки моменат), а ипак се води рачуна о специјалним потребама сваког од њих, те им се дозвољава да напредују и градиво савлађују сходно сопственим могућностима.

[3] „Просто убрзани" план ученицима дозвољава да за краће време пређу једногодишњи програм; „брже продубљујући" план се заснива на томе да се очекује брже постизање зрелијег разумевања и овладавања методама

При самом креирању наставног програма поставља се питање какав је математички програм најпогоднији за сваку од ове три[4] групе ученика. На исти проблем наилази и аутор образовног софтвера, како прилагодити софтвер тако да задовољи потребе и омогући развијање постојећих способности сваког ученика понаособ? Да ли треба да постоји блиска сличност или велике разлике у садржају, како програма тако и самог софтвера, за сваку од тих група? Ту постоји општа сагласност о томе да основни садржај (који се односи на упознавање са основним градивом наставне јединице) мора бити исти за све три групе, али се он мора разликовати по количини, шеми организације, начину излагања и интезитету пажње од једне до друге групе ученика.

За спорог ученика начин излагања, тј. организација самог софтвера и његовог садржаја, мора наглашавати прилаз апстракцијама преко велике количине конкретног искуства, поткрепљиваног честим понављањима и интезивном праксом.

С обзиром на највеће могућности, академски обдарени ученици су они који од аутора образовног софтвера најозбиљније захтевају брижљиво размишљање и имагинативно планирање. Материјали намењени обдареним ученицима такође морају укључивати основни садржај, али су они конципирани тако да првенствено заинтересују и подстакну математички обдарене ученике. У садржаје намењене овим ученицима често се укључују и експериментална градива за побољшану наставу математике за обдарене ученике. Сваки садржај за математички обдарене ученике треба не само да да подстицај за висока достигнућа, већ и да пружи основно знање које је неопходно за врхунска достигнућа у математици. То се постиже мањим нагласком на увежбавању и применама, да би се пружило више прилика за откривање важних образаца и формулисање уопштавања. Под航 зналачким вођством и стручно креираном навигацијом кроз задатке једног ОРС-а, такви ученици треба да буду подстакнути на проналажење нових извора знања из области које су обрађене софтвером.

Сврха груписања ученика према способностима јесте повећавање ефикасности учења, па сходно томе треба прилагодити наставне методе да би се максимално искористила предност хомогености група; такође је потребно наставу ускладити са нивоом способности за учење у свакој појединој групи. Очигледно је да се сви ти услови испуњавају применом образовног софтвера, који је креиран по принципу да води рачуна о индивидуалним разликама међу ученицима.

III МАТЕРИЈАЛИ ЗА УЧЕЊЕ ПОДРЖАНИ ITC-ом: САДРЖАЈ И КРЕИРАЊЕ

Све претходно наведено о ОРС се односи на проблематику креирања софтвера, а у циљу унапређивања наставних метода. Дакле, гворили смо о начину наставе и проблемима који се ту могу појавити, па макар се она одвијала и путем ОРС-а. Сем самог другачијих наставног метода, образовни софтвер

[4] спори ученици, просечни, академски обдарени

захтева и другачији приступ креирању наставних материјала. Уколико проблематику образовног софтвера размотримо са те стране, онда долазимо до решавања другог питања које је наведено као принцип модернизације наставе информатизацијом, а то је модернизација наставних материјала.

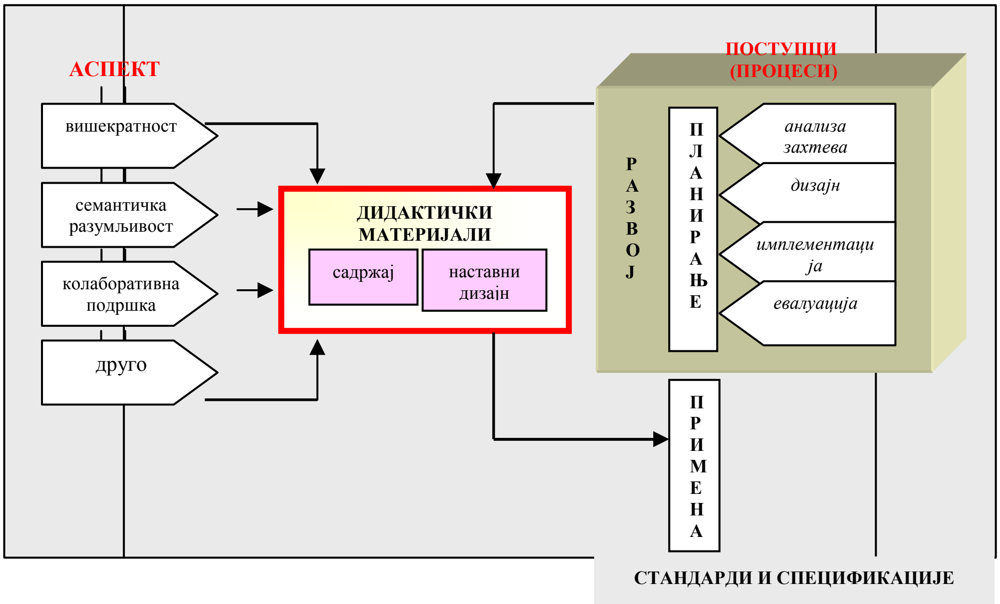
Када говоримо о наставним (дидактичким) материјалима намењеним за учење подржано ICT-ом, првенствено разматрамо проблематику њиховог садржаја и креирања.

Први напори за интеграцију ITC у процес едукације су за резултат имали развој бројних дидактичких материјала, различитих степена наставне вредности и трошкова развоја. Уопштено, наставна вредност и развојни трошкови дидактичких материјала су директно пропорционални.

Наставна вредност и трошкови развоја су се унапређивали и расли током протеклих година. Прост пример технолошки подржаних дидактичких материјала је web страница курса. У овом примеру, наставна вредност материјала је мала, јер предавач користи web страницу као прост и неусмерен механизам комуникације, путем којег студент стиче знања предвиђена курсом. Развојни трошкови web странице курса су смањени, захваљујући великој доступности хипермедијских и web алата за креирање web страница. Ипак, кад оворимо о web сајту са дидактичким материјалима различитих, повезаних тема, трошкови развоја су у порасту. А све из разлога што је неопходно сакупити, саставити и одржавати погодне концептуалне и навигационе релације између елемената које web странице сајта садрже. Наставна вредност се, такође, повећава у односу на обичну web страницу, из разлога што је студентима омогућен приступ сродним изворима који им омогућавају да повећају менталне активности путем складиштења и повезивања информација између нових концепата које су научили и оних које су већ знали.

Следећи корак у комплексности и развојним трошковима се постиже када су укључени и алати као што су форуми, email-ови, chat системи или видеоконференција. Са наставне тачке гледишта, ови алати унапређују комуникацију како са предавачем, тако и међу свим учесницима у настави. Корак напред је учињен коришћењем интерактивних симулација, које илуструју и олакшавају схватање најважнијих концепата и појмова курса. Велику наставну вредност имају они дидактички материјали у којима су фино интегрисана сва поменута помоћна средства. У случајевима где се остварује намера да та интеграција буде мерљива, снажна, сигурна, корисна и компатибилна са интероперативним стандардима, такође се повећавају развојни трошкови.

Али, наше је мишљење смо да дигитализовани материјали нису довољни, јер су дидактички материјали постали више од садржаја и укључују наставни дизајн, који управља процесом наставе и учења. То је разлог што, ако желимо да анализирамо како ITC предности утичу на развој дидактичких материјала, морамо подробно размотрити скуп аспеката, технолошких дисциплина и спецификација, које су укључене у развој дидактичких материјала. Све те чињенице и форме, које називамо садржајем технолошки подржаних наставних материјала, представљене су на слици бр. 1.



Слика 1: Садржај технолошки подржаних наставних материјала

Контекст технолошки подржаних дидактичких материјала је анализа структуре, којом се технолошки подржани наставни материјали разматрају као конјункција садржаја и процеса учења/наставе, којом управља наставна концепција.

Образовни процес се може посматрати као процес од два дела: планирања и примене. Први се односи на анализу образовних захтева, дизајна и планирања, имплементацију и конфигурацију и а приори евалуацију свих активности и помоћних средстава, као и извора који ће се користити током другог дела образовног процеса – примене. Дидактички материјали су директно укључени у оба процеса. Они су резултујући продукт процеса развоја (планирања), а користе се као подршка и помоћна средства у процесу остваривања наставе (процеса примене), током образовног процеса.

IV АСПЕКТИ РАЗВОЈА ДИДАКТИЧКИХ МАТЕРИЈАЛА

Потребно је размотрити велики број аспеката, када говоримо о планирању, развоју и креирању наставних материјала. Ови аспекти обезбеђују пожељне карактеристике дидактичких материјала, који су битни током развоја (планирања) сваког наставног процеса.

Можемо их сажети у:
– вишекратност
– уклопљен или повезани семантички карактер
– колаборативна подршка
– и друге, као што су квалитет и корисност.
Размотримо дерањно сваки од ових аспеката у следећим поднасловима.

1. *ВИШЕКРАТНОСТ И СЕМАНТИЧКА ИНТЕРОПЕРАТИВНОСТ*

Вишекратност као особина дидактичких материјала заснована је на могућности њихове употребе у различитим образовним ситуацијама и окружењима, као и у различитим образовним подручјима. Вишекратност и уклопљеност или повезаност семантичког карактера блиско су повезане особине. Вишекратност се може остварити уколико материјал има уграђену или је повезан са неком врстом семантичке информације. То значи да би дизајнери и планери дидактичких материјала требали да укључе семантичке информације везане, између осталог, за употребу, формат, образовне циљеве, примаоце знања и научну област, током креирања таквих материјала. На тај начин, други дизајнери и креатори сличних потреба, могу поново добити и упоредити те семантичке информације са својим тренутним захтевима, а у циљу одлуке да ли могу поново искористити тај дидаткички материјал.

Вишекратност се може постићи захваљујући коришћењу устаљеног, општег речника којим се описује образовни материјал, као што су метаподаци (метадата) и онтологије[5]; и технолошке инфраструктуре, која се користи за складиштење и повраћај материјала. Складишта и претраживачи су та инфраструктура која омогућава складиштење (чување), управљање и повраћај дидактичких материјала, заснованих на тумачењу њихових метаподатака. Доступни су различити типови складишта: централизована насупрот подељеним; са бесплатним коришћењем или са претплатничким (плаћеним) коришћењем. Неки примери складишта су: Merlot , Careo или LionShare .

С друге стране, IEEE Learning Object Metadata (LOM) спецификација обезбеђује ауторима скуп метаподатака, који су класификовани у неколико категорија (тј. General, Lifecycle, Rights, Relation, Technical, Educational и Classification[6]). Ове категорије олакшавају опис различитих особина ма ког дидактичког материјала, при том дозвољавајући њихов sharing[7], управљање њима, размену, селекцију и локализацију, а на такав начин да се могу наново користити у различитим образовним контекстима и научним подручјима.

Иако метаподаци могу обезбедити такве описне информације, они нису довољни за добијање жељене семантичке интеропеpативности за постизање вишекратности. Често се захтева објашњење (коментар) дидактичких материјала. Тај задатак је тежак и често се сматра необавезним током развоја материјала. Стога су дидактички материјали често слабо објашњени или уопште и нису објашњени. Из тог разлога, једино је исправно аутоматски или полуаутоматски обавити коментарисање током развоја и постићи одговарајућу интерпретацију метаподатака. Срећом, онтологије и софтверске апликације као што су софтверска средства и Web сервиси, могу се користити за решавање ових питања.

Онтологије дају средства за представљање дела нашег менталног модела, неког специфичног подручја, на рачунарски користан и машински разумљив

[5] Алати која врше тумачење
[6] Уопштени, стални, права, релације, технички подаци, образовни и класификације
[7] Дељивост

начин (та средства су: софтверска средства, софистицирани претраживачи или web сервиси), што олакшава аутоматску обраду елемената те области. На тај начин, софтверска средства или web сервиси могу користити онтологије с циљем стварања изводљивог и лакшег семантичког објашњења, током планирања дидактичких материјала.

2. *ОНТОЛОГИЈЕ У ОБРАЗОВАЊУ*

Онтологије дефинишу формалне и стварне семантике за информације, чинећи их смисленим садржајима погодним за машински обраду. Такође обезбеђују и корелацију између информационог модела и реалног подручја које он представља, обезбеђујући вокабулар (тј. језик типова и термина, који има одговарајућу формалну семантику) и допуштајући изражавање ентитета и релација концептуалног модела за уопштен или одређен домен.

Истраживање образовних онтологија није ретко. Постојећи примери су Murria-ov предлог и Мицогучијев прилаз. Посебан помен заслужује предлог образовне онтологије који је направио Leidig, а која дефинише модел заснован на концептуалним графовима дидактичких појмова, скупу релација и бројним обрасцима. Обрасци описују типичне случајеве коришћења појмова и релације међу њима. Онтологије, такође, укључују и правила која дефинишу ограничења између концептуалних графова и трансформишу дидактичко знање у навигацијски план између дидактичких материјала. Сходно томе, обезбеђена је таксономска организација дидактичких појмова заснована на разним димензијама.

Обазовне онтологије обезбеђују елементе неопходне за креирање шаблона, визарда и алата за проверу конзистентости, који помажу ауторима током развоја дидактичких материјала. Они обезбеђују исправну семантичку интерпретацију претраживачима, током локализације и поновног добијања дидактичких материјала из подељених складишта. Они такође олакшавају аутоматизацију и конфигурацију образовног процеса, док год концептуални модел садржи релације између задатака, способности и знања. Онтологије, такође, могу обезбедити уобичајени вокабулар потребан за исправну и ваљану комуникацију међу учесницима током колаборативног развоја дидактичких материјала.

3. *КОЛАБОРАТИВНА ПОДРШКА*

Други важан аспект, који треба имати на уму током планирања и развоја дидактичких материјала, јесте колаборација. Ако узмемо у обзир мултидисциплинарни карактер дизајна дидактичких материјала, као и природу и образовне захтеве научних области које се излажу у ма ком наставном материјалу, јасно је да један експерт тешко може да генерише целокупан образовни материјал. Штавише, у развој дидактичких материјала треба да је укључена група специјализованих експерата (тј. састављена од аутора садржаја, учитеља, тутора, медијских експерата, систем и наставних дизајнера, педагошких саветника, па чак и ученика). Све те различите улоге обезбеђују различите идеје током развоја и планирања наставних материјала, као и то да материјали буди развијени са различитим позицијама о томе како они треба да изгледају и да буду креирани и сачињени. Њихове идеје представљају њихова експертска знања из различитих научних дисциплина, и установљују различите погледе на сам ток развитка (уметнички, наставни, образовни, психолошки и уско стручни, везан за дотичну област обрађивану тим материјалима). Значи, за развој је потребна колаборативна подршка, помоћу које се идеје учесника размењују, оцењују, изводе се закључци… И као резултат таквих закључивања стварају се и сачињавају дидактички материјали.

Други битан аспект за адекватну колаборативну подршку је и уобичајени језик и семантичка интерпретација међу учесницима, која је неопходна за исправну и ваљану комуникацију, која може бити обезбеђена онтологијама. Такође, постоји потреба за координативним механизмом различитих активности, учесника и управљања задацима међузависности. Коначно, важно је контролисати и пратити све активности укључене у колаборативни ток развитка.

4. *ДРУГИ АСПЕКТИ*

Постоје друге особине, као што су квалитет и употребљивост, које такође треба узети у обзир током планирања и развијања дидактичких материјала.

Према општој дефиницији квалитета, коју је поставио Taguishi, квалитет дидактичких материјала се може дефинисати као „степен у коме карактеристике материјала могу подмирити жељене или више жељене потребе корисника током временског периода”. Квалитет дидактичких материјала се мора анализирати са две тачке гледишта: а) материјал као сам продукт и б) развојни процес.

Са тачке гледишта производа, да би олакшали мерење задовољења корисника, морају бити обезбеђене: формална спецификација корисничких потреба, захтеване особине дидактичких материјала и неки аналитички алати. Са тачке гелдишта тока развоја, морамо да анализирамо протоколе који воде изградњу дидактичких материјала, и то како они могу да побољшају ефикасност и смање трошкове. Неке иницијативе које стављају акценат на дефиницију квалитета конструкције дидактичких материјала су Essen Learning Model и Australian Flexible Learning Framework.

С друге стране, употребљивост дидактичких материјала је особина блиско повезана са квалитетом. Према дефиницји Rosson-а и Carroll-а, употребљивост дидактичких материјала се заснива на на њиховој способности за: *лаку употребу* (уколико постоје различити начини размене информација са циљним аудиторијумом); *лако учење* (уколико има доследан, повезан и разумљив дизајн, који омогућује новим корисницима да лако разумеју као треба радити са материјалом); и *ефективну подршку* корисничких циљева и задатака. Дакле, како би обезбедили да ће дидактички материјали ефикасно подржавати образовни процес и како би обезбедили постизање образовних циљева, евалуација употребљивости је главна ствар током развоја дидактичких материјала.

Постоје бројна мишљења о начину развијања дидактичких материјала за електронско учење, а ослањају се на различите педагошке теорије. Овде ћемо размотрити три различита приступа креирању дигиталних наставних материјала

V БИХЕВИОРИСТИЧКА ТЕОРИЈА И ИНСТРУКЦИОНИ ДИЗАЈН

У прављењу електронских курсева и образовних/наставних материјала који су врло различити по методама наставе, циљевима учења, медијуму којим се дистрибуирају итд. треба користити препоруке инструкционог дизајна које одговарају циљној групи којој су намењени, предвиђеним исходима учења, методама наставе... Бихевиористичке, когнитивистичке и конструктивистичке теорије учења имају велики утицај на развој модерних педагошких модела електронске наставе и инструкциони дизајн.

Теорија бихевиоризма учење сматра условљеним процесом усвајања новог понашања, уз инсистирање на мерљивим резултатима учења. Иако ова теорија не објашњава све аспекте учења човека и у неким је сегментима оштро и често оспоравана, део препорука се може успешно применити при прављењу папирних уџбеника и осмишљавању класичне наставе, али и у прављењу образовних и наставних материјала за електронско учење.

Наводимо важне препоруке:

– Ученицима је неоходно предочити јасно дефинисане исходе учења (нпр. „Када научите ову лекцију знаћете..., разумећете везу између...., моћи чете да направите....“). Осим систематизације знања, овакво дефинисање исхода даје ученицима могућност контроле сопственог учења и самопроцене резултата свог учења (исходи могу бити до танчина испланирани).

– Организација и представљање наставних материјала у оквиру лекције, или самих лекција у оквиру курса, мора да буде логична, нпр. грађење од лакшег ка тежем, или од познатог ка непознатом, од теорије према пракси итд.

– Потребно је тестирање ученика по завршеној лекцији да би се утврдило да ли су дефинисани исходи учења заиста постигнути. Ови резултати се користе у обезбеђивању повратне информације ученику.

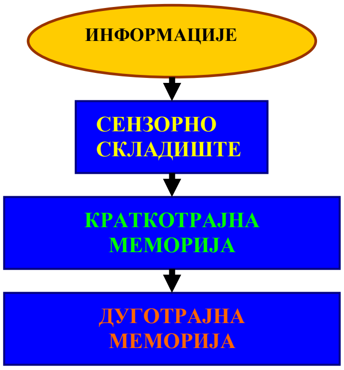
– Неопходно је ученику дати повратну информацију која ће му омогућити да се развија и планира своје даље учење!

VI КОГНИТИВИСТИЧКА ТЕОРИЈА И ИНСТРУКЦИОНИ ДИЗАЈН

Когнитивна педагогија се заснива на когнитивној психологији која учење проучава као ментални процес који укључује памћење, размишљење, апстракцију, мотивацију и метакогницију. Обрада информације добијене кроз чула обавља се у неколико корака: информација се од чула прима у сензорно складиште у коме се задржава мање од секунде, те бива заувек изгубљена ако се одмах не пребаци у кракотрајну меморију. Из краткотрајне меморије информација се пребацује у дуготрајну меморију само ако је ефикасно обрађена. Зато когнитивне теорије учења посвећују пуно пажње стратегијама учења које подржавају обраду информација на сваком од поменутих стадијума памћења.

Мотивација и подизање пажње ученика потребни су да би се информација из сензорног складишта пребацила у кракотрајну меморију. Због ограниченог капацитета радне меморије информације треба да буду организоване и подељене у мање делове.

Количина информација која прелази у дуготрајно памћење зависи од квалитета и дубине обраде у краткотрајној меморији, па је обрада добра ако формира више веза у памћењу и уклапа се у постојеће когнитивне структуре. Когнитивну структуру представљају мреже чворова који садрже информације. Учење се завршава успешном променом постојеће когнитивне структуре која се изменила прихватањем информације.



Слика 2:
Обрада информације

Утицај когнитивне психологије на инструкциони дизајн објеката електронског учења одвија се кроз препоруке за:

– Коришћење стратегија које повећавају пажњу ученика и појачавају перцепцију: информације смештају у средину екрана за читање, кључне информације се специјално наглашавају (употребом боја, променом величине текста, употребом графичких елемената и др.), број информација које се виде на екрану је ограничен, важно је испоштовати след информација и груписати их у логичне целине (неки педагози предлажу груписање у целине од 5 до 9 информација).

– Сложеност и тежина материјала морају да одговарају когнитивном степену развоја ученика и мора се направити јасна веза са једноставнијим и са сложенијим материјалима који се баве истим питањем, за ученике са различитим предзнањем.

– Ученицима треба пружити помоћ у разумевању нове информације у контексту већ постојећег знања које имају, нпр. постављањем питања која служе за активирање постојећег знања пре преласка на презентацију нових информација (и која могу помоћи ученицима различитог предзнања да на ражличити начин и различитим путем уче ново) и коришћењем модела приказа информација. Примена тестова предзнања који се извршавају на рачунару и ученику одређују које лекције треба да учи а које већ зна, јесте добар пример за методу активирања постојећег знања.

– При осмишљавању лекције или курса треба информације представљати и одмах формирати везу међу њима, у облику мапе информација која може бити линеарна, у облику звезде, степенаста или комбинација ових облика. Мапа информација омогућава преглед и систематизацију, те ученику олакшава састављање целовите слике.

– Коришћење стратегија за дубљу обраду информација које од ученика захтевају да градиво анализирају, вреднују, врше синтезу и примену наученог. Практична примена наученог у стварном животу омогућава контекстуализацију учења.

– Кроз доступне технологије може се остварити подршка за различите стилове учења. Индивидуалне разлике међу ученицима огледају се у томе како ученици прихватају и обрађују информацију (чиме се бави и што класификује Колбов *Инвентар стилова учења* или се могу класификовати по Mayers-Briggs индикатору типа). Ученицима треба дати могућност да сами изаберу стил учења и комуникације са наставником и својим друговима.

– Презентација информација треба да буде изведена на што је могуће више различитих начина, да би се задовољиле индивидуалне разлике међу ученицима (треба укључити и текстуалне и сликовне и вербалну презентацију информација, ако је то могуће). Осим тога, ако ученик информације прима у више облика биће боље обрађене него ако их прими само у једном („ученик памти 10% од оног што прочита, 20% онога што чује, 30% онога што види, 50% оног што чује и види, 70% онога што продискутује са другима, 80% оног што лично доживи и 95% онога што испредаје“).

– При прављењу образовних материјала за електронско учење треба одржавати пажњу и мотивацију ученика у току целе лекције (привући позорност ученика и одржавати је све време, треба информисати ученика о важности ученог, нпр. кроз примере примене у животу, треба подстицати ученика на учење и дати им самопоуздање нпр. организацијом материјала од једноставног ка сложеном, те пружати повратну информацију о постигнутим резултатима на задовољство ученика – по ARCS моделу).

– Подршку ученицима за коришћење метакогнитивних вештина учења тј. за коришћење самосвесно сопствених когнитивних вештина у учењу (нпр. кроз прављење тестова који ће омогућити самопроверу знања ученицима).

VII КОНСТРУКТИВИСТИЧКА ТЕОРИЈА И ИНСТРУКЦИОНИ ДИЗАЈН

Конструктивистичка педагогија не види ученика као активног субјекта коме се не може „пренети“ знање већ који стиче знање кроз свесну обраду информација и личну интерпретацију наученог. У оваквом моделу наставник је саветник при учењу, а учење је процес открића и конструкције знања.

Препоруке конструктивистичке школе мишљења за инструкциони дизајн:

– Учење мора да буде интересантан и активан процес, па треба користити стратегије које ученика стављају у средиште процеса учења. Ученици морају сами да имају контролу над процесом учења.

– Учење мора бити смислено за ученике, па при прављењу образовних материјала и курсева треба укључити у њих примере који су блиски ученицима, а ученик треба да има могућност избора између задака који су му смислени и блиски, што ће му помоћи у контекстуализацији и персонализацији знања.

– Ученици сами креирају своје знање, зато је добра интерактивна настава где ученици сами контролишу брзину учења и бирају информације које уче, сами их контекстуализирајући и персонализујући (то за њих не ради наставник!). Претрага интернета у потрази за информацијама, коришћење интерактивних компјутерских програма и игара у учењу су само неки од примера за примену ових препорука у електронском учењу.

– Колаборативно и сарадничко учење се ученицима омогућава груписањем ученика у групе којима се омогућава електронска комуникација и сарадња. Тиме се ученицима даје могућност да практикују сарадњу и стичу животно искуство рада у групи, али треба водити рачуна да групе буду састављене од ученика који имају сличне стилове учења, очекивања, предзнање.

– Ученицима треба оставити време и планирати активности за промишљање (нпр. употребом питања за помоћ у разумевању у току лекције).

ЗАКЉУЧАК

У дизајнирању образовних материјала за електронско учење математике треба користити комбинацију приступа учењу и препорука за инструкциони дизајн које дају различите педагошке теорије у зависности од циљева учења, циљне групе, доступне технологије и других фактора. Наведене су три школе мишљења и њихове препоруке за инструкциони дизајн образовних материјала – бихевиористичке, когнивистичке и конструктивистичке. Бихевиористичке стратегије и њихове препоруке за инструкциони дизајн се пре свега користе у поучавању чињеница, когнитивне стратегије у поучавању процеса и начела, а конструктивистичке стратегије за подстицање напредног мишљења које промовише лично значење, ситуирано и контекстуализовано учење (по Ertmer-у и Newby-jу).

Све побројано и претходно наведено јесу основна и најбитнија начела, којима би требало да се руководе сви они који приступају послу креирања математичких дидактичких материјала за учење подржано рачунаром.

При том је потребно водити рачуна и о неким другим начелима, као што је прилагођеност садржаја и форме материјала. Другим речима, потребно је прилагодити начин излагања градива у припремљеном материјалу, према самој садржини тог образовног материјала. Претварање наставних садржаја у маштовите и фантастичне аудио/видео шоу програме, не доприноси квалитету лекције. Лекција не сме бити презентација телевизијског типа, садржај на који ученик нема никаквог утицаја – интеракција са рачунаром је допуна дискусије. Лекција мора садржавати могућност провере и самопровере знања, могућност бржег прелажења преко неких делова и дужег задржавања на неким другим деловима. Слике, анимације, симулације – да, обавезно, али не као самодовољни и самопотребни елементи, него као сврсисходни делови лекције. Дакле, у свему треба задржати праву меру, а у функцији сврхе, а то је превнствено стицање знања. Суштинско питање које стоји иза процене успешности било ког типа наставе, па тиме и самог наставног материјала је: „Које су уочљиве квалитативне измене у радним могућностима ученика *после* лекције?"

Да ли је ученик способан да репродукује информације које пре наставе није знао? Уме ли ученик да изврши неки нови задатак, који раније није умео? Уме ли боље да изврши неки задатак који је знао да обави и раније? Сведено у једну реченицу, питање је: Може ли се доказати да је настава омогућила ученику да уради нешто ново, другачије или боље него раније? Тек, када постигнемо позитивне резултате на ове одговоре, можемо говорити о успешности наставног процеса, а томе битно доприносе правилно и занимљиво осмишљени наставни материјали.

Очигледно је да ОРС нуди нека битна решења модернизације и унапређења наставе и наставног процеса која представљају битан корак напред у образовном систему.

Образовни рачунарски софтвери постају полако, али сигурно, реалност нових школских програма, што је довољан разлог да им се посвети далеко више пажње него до сада.

ЛИТЕРАТУРА

Арсовић Бранка (2004): *Образовни и рачунарски софтвер у настави (с посебним освртом на наставу математике*, Ужице: Учитељски факултет, Зборник радова 5/2004.

Арсовић Бранка (2005): *Проблеми пројектовања ОРС-а за потребе наставе математике*, Ужице: Учитељски факултет, Зборник радова 6/2004.

Смолец Игнације (1964): *Како да учим математику*, Загреб: Школска књига.

Батлер Х. Чарлс и Ф. Линвуд Врен (1967): *Настава математике у средњој школи,* Београд: Вук Караџић.

Мандић Данимир (2001): *Информациона технологија у образовању*, Српско Сарајево: Филозофски факултет.

Jeremy Roschelle, Chris Digiano & Roy Pea, SRI International, USA, Jim Kaput: *Educational Software Components of Tomorrow (ESCOT*), USA, Dartmouth: University of Massachusetts. Доступно на: http://www.aace.org/DL

Roschelle J., Digiano C. & Pea R., SRI International, USA; Jim Kaput: *Educational Software Components of Tomorrow (ESCOT*), USA, Dartmouth: University of Massachusetts. Доступно на: http://www.aace.org/DL

Swartout, B., Patil, R., Knight, K., Russ, T. (1996): *Toward distributed use of large-scale ontologies*, Canada, Banff, Alberta: 10th Knowledge Acquisition Workshop (KAW ’96).

Sure, Y., Erdmann, M., Angele, J., Staab, S., Studer, R., Wenke, D. (2002) Ontoedit: *Collaborative ontology development for the semsntic web*, 1st Int. Semantic Web Conference (ISWC2002)

Wiley, D. A. (2002): *Connecting Learning Objects to Instructional Design Theory: A Definition, a Metaphor and a Taxonomy*, D. A: Wiley (ed.), The Instructional Use of Learning Objects, Agency for Instructional Technology and Association for Educational Communications and Technology, str. 3-23.

Интернет: http://www.K-12prep.math.ttu.edu

Интернет: http://www.thejournal.com

Верица Милутиновић
Педагошки факултет
Јагодина

УДК: 371.3::51]:004

ОБРАЗОВНИ СОФТВЕР У РАЗВОЈУ ПОЧЕТНОГ МАТЕМАТИЧКОГ РЕЗОНОВАЊА

Апстракт: У раду се анализирају основни захтеви који се постављају пред мултимедијални образовни софтвер намењен савладавању множења у почетној настави математике. Као пример дат је пилот програм који се може користити за разумевање концепта множења и увежбавање таблице множења. Детаљном анализом савремених метода у овој области предочено је које би захтеве један такав софтвер требало да задовољи како би били остварени пројектовани исходи учења. Софтвер пружа и адекватне додатне могућности, намењене напреднијој деци, као што је уопштавање, односно прелазак са аритметике на алгебру.

Кључне речи: образовни софтвер, множење, таблица множења, развој аритметичких и алгебарских способности код деце, функција мултимедија, хипермедији

УВОД

Најновија научна истраживања показују да су исходи учења побољшани ако средина за учење олакшава развој како декларативног тако концептуалног и процедуралног знања математичких чињеница и вештина. Когнитивни психолози се слажу да је потребан симултани развој и декларативног и процедуралног знања како би се решили математички проблеми у учењу (Gagne, 1993). Међутим, методе које се тренутно користе у настави математике углавном се фокусирају на процедурално знање и стављају нагласак на учење математичких симбола и увежбавање симболичких правила. Уз употребу таквих метода превиђају се декларативна знања која су у основи симболичких правила. Процедурално знање, које није подржано одговарајућим декларативним знањем често је ограничено на одређени сценарио у процесу учења, који проузрукује тешкоће када га треба повезати са новим сценариом у оквиру кога се треба решити проблем (Hiebert & LeFevre, 1986). Greer (1987) сматра да настава која се фокусира на рачун уместо на концепте (у овом случају познавање саме таблице множења напамет), отежава учење ђацима који имају тешкоћа са множењем и дељењем.

Национални савет наставника математике Сједињених Америчких Држава (NCTM) 2000. године указао је на чињеницу да разумевање основног множења доприноси развоју математичких способности, вештина и постигнућа вишег нивоа. NCTM такође тврди да декларативно знање треба развити пре постизања рачунске течности одн. аутоматизма. Hiebert и LeFevre (1986) сугеришу да развој декларативног и процедуралног знања треба повезати и да развој техника за решавања проблема треба да буде избалансиран са разумевањем концепата у процесу развоја математичких вештина. Kouba (1989) сугерише да концепт множења треба установити пре него што што се деци да инструкција да науче напамет таблицу множења и симболе множења.

Процес формирања појма множења започиње у другом разреду основне школе здруживањем једнакобројних скупова и увођењем појмова "пута" и "производ". Затим ђаци сазнају да множење представља сабирање (збрајање) једнаких сабирака, упознају појмове *множење*, *чиниоци* и *производ*, замену места чинилаца, упознају се са множењем најпре бројевима 0, 1, 2, 10, 5, а затим 4, 3, 6, 7, 8, 9. При учењу множења неким бројем ђаци углавном напамет уче 11 комбинација, формирају их збрајањем истог броја претходном резултату без посебног наглашавања везе са већ наученим комбинацијама. На крају, деца увежбавају код куће таблицу множења, углавном тако што напишу све комбинације, гледају их и уче напамет (понављају).

Уколико ђаци не савладају таблицу множења у овом узрасту, мала је вероватноћа да ће је касније увежбати, а онда задаци са множењем представљају камен спотицања у њиховом даљем математичком напредовању. Познавање основних чињеница у вези са множењем представља основу за учење вишецифреног множења, разломака, дељења и децимала (Elkins, 2002; Howell & Nolet, 2000; Kilpatrick et al., 2001; Norbury, 2002).

Учење таблице множења за децу са различитим интересовањима и радним навикама може деловати као обиман и зато веома досадан и тежак задатак. Преко 100 таблица треба научити.

Научна истраживања спроведена међу шездесеторо деце другог и трећег разреда у Аустралији идентификовала су различите стратегије које деца користе како би решила низ мултипликативних проблема. Те стратегије дате су у табели1. Побољшања у брзини и величини грешке (тачности) решавања основних мултипликативних задатака делимично се огледају у промени стратегије коју деца користе, напуштањем старих споријих и усвајањем нових (Mulligan, Mitchelmore, 1997).

Стратегија	***Дефиниција***
Директно одбројавање	Физички објекти се користе за моделирање ситуације и они се једноставно преброје без икакве очигледне везе са структуром множења
Ритмичко одбројавање	Бројање прати структуру проблема (нпр. „1,2;3,4;5,6” или ”6;5,4;3,2”). Симултано са бројањем друго бројање чува број група.
Бројање са прескакањем	Бројање се врши по производима (нпр. „2,4,6” или „6,4,2”), како би се лакше памтио број група.
Збирно рачунање/понављање сабирања	Бројање се замењује рачуном (нпр. „2+2=4, 4+2=6”).
Мултипликативно рачунање	Рачунање поприма облик познатих чињеница (нпр. „3 пута 2 је 6” или произилази из познатих чињеница тј. $3{\cdot}2=2{\cdot}2+2$).
Комутативни закон	Промена места чинилаца не мења резултат (нпр. „$7{\cdot}9=9{\cdot}7$”)
Дистрибутивни закон	$ax(b+c)= axb+axc$ или обрнуто (нпр. „9 пута 14” је $9{\cdot}(7+7)=9{\cdot}7+9{\cdot}7$).

Табела 1. Рачунске стратегије за целобројне, мултипликативне проблеме

Многи ђаци измишљају сопствене неефикасне стратегије рачунања и користе их иако су им на располагању много ефикасније. Систематично вежбање (честим понављањем) основних вештина и знања до постизања аутоматског нивоа вештине омогућава извлачење чињеница из дугорочне меморије (сећања) без улагања свесног напора (Hasselbring et al., 1988).

За успешно решавање многих задатака вишег реда из свих домена математике потребно је познавање таблице множења **напамет**, како би ђаци могли да се усресреде на решавање проблема а не на основне вештине множења. Значај аутоматизма постаје јасан тек када је одсутан. Концептуално разумевање јесте неопходно, али недовољно за математичке вештине (Bratina & Krudwig, 2003). Пребацивање основних математичких чињеница у дугорочну (long-term) меморију ослобађа радну меморију чије је веће ангажовање је потребно за учење вештина вишег нивоа. Уколико ђаци оптерете радну меморију „рачунањем” множења може доћи до њеног преоптерећења и лошијих резултата (Faust et al, 1996).

1. МЕТОДОЛОГИЈА РАЗВОЈА СОФТВЕРА

Када је у питању употреба модерних рачунара у млађем основношколском узрасту, најзначајнија је могућност представљања информација у мултимедијалном / хипермедијалном окружењу. Другим речима, данашњи рачунар, програмиран на одговарајући начин може да комуницира са корисником (дететом) помоћу слике, звука, текста, симбола, док корисник може да комуницира са рачунаром једноставним померањем миша и кликом на једно или два дугмета. На прави начин укомпоновани атрактивни анимирани визуелни прикази, слике, текстови, иконе, симболи, звучни ефекти, музика и говор на матерњем језику могу пружити детету високо стимулативно и ефективно окружење за учење.

Мултимедијални часови треба да буду засновани на ваљаним мултимедијалним математичким принципима учења (Кадијевић & Haapasalo, 2004) који захтевају следеће: (1) развој мултимедијалних часова комбинацијом барем текста и слике; (2) постизање солидне техничке реализације; (3) приказивање основне математичке структуре дате теме; (4) представљање њене примене; (5) омогућавање различитих путања за учење и (6) представљање одговарајућег процедуралног и концептуалног математичког знања и постојећих веза између њих.

Пратећи стандардни модел при планирању, дизајнирању и развоју мултимедијалног образовног софтвера (према: Alessi 2001), у овој анализи за развој мултипликативних способности деце, у првој фази планирања, полазиште су нам чинили циљеви математичког развоја деце. Идентификација карактеристика корисника (ученика) којима је намењен, несумњиво је показала да софтвер у подлози мора имати материјал (слике, анимације, текст,..), који је деци млађег основношколског узраста првенствено занимљив и изазован.

Имајући у виду све савремене информационе технологије, у следећој фази дизајнирања образовног софтвера развијене су примарне идеје садржаја, анализа задатака и концепата који ће се обрађивати. Затим, извршен је избор најбољих методологија учења за постизање постављених циљева, изабрани су конкретни начини представљања података, модели задатака као и начини провере њихове тачности, и дат је прелиминарни опис програма.

У фази развоја прототипа софтвера припремљени су одговарајући математички, текстуални, графички, аудио, анимирани и видео материјали. Потом су сви делови прототипа склопљени у складу са развијеном методологијом и описом програма, коришћењем апликативног софтвера Microsoft PowerPoint.

Пилот програм који је представљен има хипермедијалну структуру[8], тако да се стране могу посматрати на више различитих начина. Корисник (ученик) од информација које му се приказују и нуде бира нови приказ избором линка тј. везе, кликом на подвучену реч или друго средство за навигацију (дугме, слику, видео, анимацију).

Ради постизања постављених циљева неки делови имају структуру туторијала са задацима вишеструког избора. Овај туторијал је хипермедијалног карактера, са додатним објашњењима зашто изабрани одговор није тачан и са навођењем корисника на самостално закључивање како би дошао до тачног одговора.

На тај начин задовољавају се индивидуалне потребе корисника различитог предзнања, узраста и интересовања што може бити корисно при самосталном коришћењу програма.

Улога учитеља, при евентуалној употреби овог програма у настави, била би да усмерава ђаке у зависности од постигнућа и разумевања одређеног концепта, на кораке које треба даље одабрати.

2. ПРИКАЗИВАЊЕ ОСНОВНЕ МАТЕМАТИЧКЕ СТРУКТУРЕ МНОЖЕЊА – УВОЂЕЊЕ ПОЈМА КРОЗ ПРЕДСТАВЉАЊЕ РАЗЛИЧИТИХ КОНЦЕПАТА И ПРИМЕНЕ

Примарни захтев постављен пред један овакав софтвер јесте представљање свих основних концепата множења.

Као основа узета је Riedesel, Schwartz и Clements (1996) метода за учење множења која се састоји из три фазе (Табела 2). Извршена је и надоградња ове методе неким вишим нивоима интерпретације и додатним елементима намењеним надареној деци.

[8] Структуру хипермедија чине стране (правоугаоници) са текстом (друге боје и/или подвученим), сликама и другим навигационим средствима који упућују корисника на друге стране.

Фаза	исходи учења
учење основних концепата множења	1. Разумети основни концепт множења кроз проблем еквивалентних група 2. Разумети основни концепт множења кроз проблем вишеструког поређења 3. Разумети основни концепт множења кроз упаривање (повезивање) низова
учење значења и особина множења	1. Разумети значења производа 2. Разумти симболе множења 3. Разумти комутативни закон множења
мултипликативне рачунске вештине	1. Вежба основног множења 2. Појачана вежба множења

Табела 2. (Riedesel et al. 1996) Метода учења множења

Након стартовања програма у главном менију може се одабрати: учење основних концепата множења, учење значења и особина множења, упознавање са таблицом множења, откривање виших нивоа примене за оне који желе нешто више да науче и на крају излазак из програма (Слика 1.).

Слика 1. Главни мени у програму.

Након одабира хиперлинка „Шта ли је то множење?“ добија се нови избор опција као на слици 2. У овом делу корисници могу да се упознају са свим различитим концептима тј. интерпретацијама множења кроз примере из живота.

Слика 2. Део у програму намењен учењу разних концепата множења

КОНЦЕПТ МНОЖЕЊА КРОЗ ПРОБЛЕМ ЕКВИВАЛЕНТНИХ ГРУПА

Значајно је ђацима представити примере множења који се користе свакодневно без свесног схватања да се то чини. Множење се користи да се утврди величина или број елемената у више група једнаке величине. Кроз више очигледних примера ђаци се полако уводе у овај концепт.

Пример 1: Ако има 5 жвака у паковању а ви купите 4 паковања, колико укупно имате жвака?

Овај проблем може бити решен сабирањем као: **5+5+5+5 = 20**. Та метода позната је као **понављање сабирања** и она може бити замењена методом множења **4*5 = 20**. У овој интерпретацији проблеми множења укључују одређени број **скупова** (нпр. 4 паковања жвака), где сваки има исти број објеката (нпр. 5 жвака по паковању).

На слици 3. приказан је један сличан пример (лево) и интерактивни задатак вишеструког избора (десно) где корисници (ђаци) могу да провере колико су усвојили ову методу одабиром одговора (левим кликом миша). Након избора добијају повратну информацију уколико је одговор тачан или додатна упутства за закључивање уколико је одговор био погрешан.

Слика 3. Множење кроз проблем еквивалентних група

Веза између методе понављања сабирања и множења јасно указује на неопходност овладавања основним сабирањем пре учења 10 x 10 таблице множења.

КОНЦЕПТ МНОЖЕЊА КРОЗ ПРОБЛЕМ ВИШЕСТРУКОГ ПОРЕЂЕЊА

Кроз више различитих примера ђаци се уводе и у овај концепт.

Пример 1: Тата зец једе три пута више од сина зеке. Ако је сину зеки потребно да поједе три шаргарепе да би био сит, колико је шаргарепа потребно тати?

Слика 4. Множење кроз проблем вишеструког поређења

Пример 2: Лоптица за тенис пет пута је тежа од лоптице за голф. Ако је лоптица за голф тешка 10г колико је тешка лоптица за тенис?

КОНЦЕПТ МНОЖЕЊА КРОЗ НИЗОВЕ

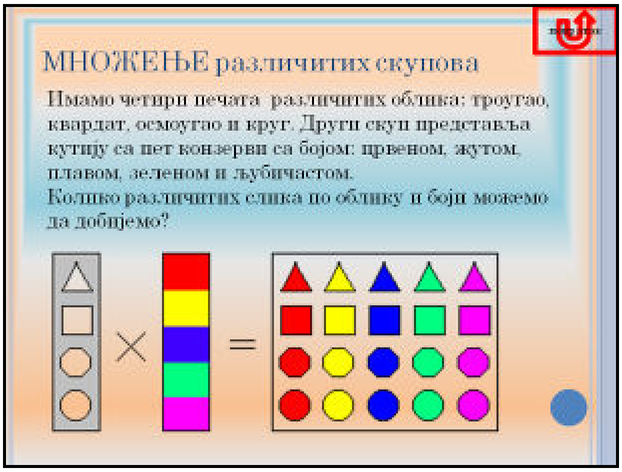
Множење се такође користи за утврђивање броја објеката поређаних у **низове**. Низ је организовање објеката у одређени број редова или колона исте величине. Можете приметити пуно низова у супермаркету, као што су лименке или полице. На слици у програму приказана су три реда са по пет јаја у реду или пет колона са по три јаја у колони.

Слика 5. Множење и низови

Ово се може интерпретирати као 3х5 низ са 3 реда и 5 јаја у сваком реду или као 5х3 низ са 5 колона и 3 јаја у свакој колони.

Множење је такође повезано и са **Декартовим производом**[9] два скупа, па је у програму један део посвећен и овој интерпретацији.

Пример 1: Имамо четири печата различитих облика: троугао, квардат, осмоугао и круг. Третираћемо их са математичке тачке гледишта као скуп четири облика. Други скуп представља кутију са пет конзерви са бојом: црвеном, жутом, плавом, зеленом и љубичастом. Операција креирања Декартовог производа означена је са "X" (напомена: исти симбол "X" користи се да означи производ два броја, али онда има другачије значење). Може се видети да резултат ове операције представља скуп свих облика из првог скупа упарених са бојама другог скупа. Све укупно има **20** елемената трећег скупа која се разликују по облику, боји или и облику и боји. Број елемената трећег скупа добија се множењем броја елемената првог скупа са бројем елемената другог скупа.



Слика 6. Множење различитих скупова (Декартов производ)

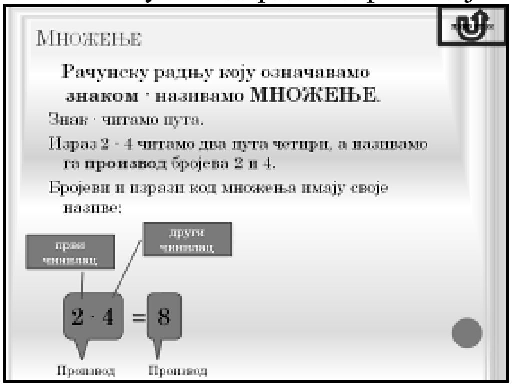
Постоји пуно проблема у реалном животу у којима се користи модел Декартовог производа за добијање резултата. На пример, различите пакете треба увити у одређени број папира за увијање са тракама различитих боја. Број комбинација које се могу направити коришћењем датог броја сукњи и блуза, кошуља и панталона. Број различитих оброка од датог броја различитих намирница као што су месо, салата, поврће и пиће.

Следећа интерпретација сродна са моделом низа је **модел површи**. Типични задатак који илуструје овај модел је: Магнетна таблица је величине 6 цм са 8 цм. Колико је металних плочица (квадратића) величине 1цм*1цм потребно да покријемо целу таблицу? (Питање за старије разреде: Колика је површина таблице?) Када се представи одговарајућом сликом и анимацијом одговор постаје очигледан.

[9] Формално, Декартов производ било која два скупа дефинише се као трећи скуп који садржи све различите парове елемената креиране узимањем једног елемента првог скупа и једног елемента другог скупа.

ЗНАЧЕЊА ПРОИЗВОДА И СИМБОЛИ МНОЖЕЊА

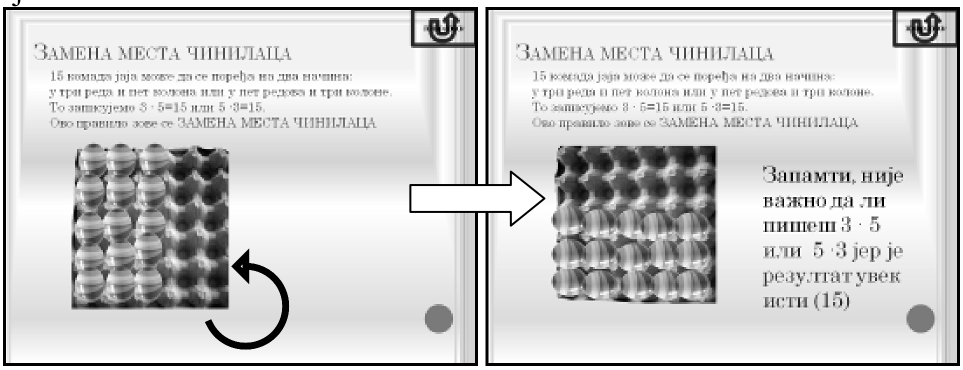
У овом делу програма дате су стандардне дефиниције.



Слика 7. Упознавање са значењем и симболима множења

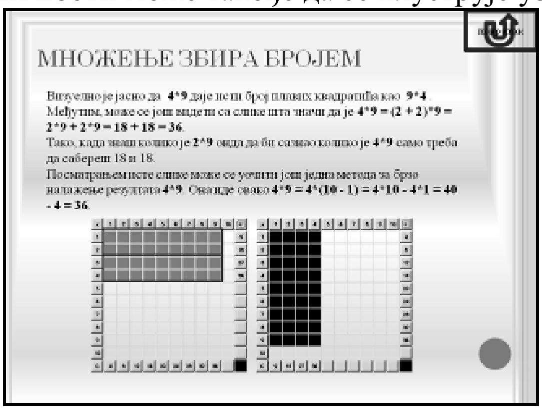
КОМУТАТИВНИ ЗАКОН МНОЖЕЊА

Комутативни закон је илустрован на слици 8. Визуелно је анимацијом тј. ротацијом паковања са јајима јасно стављено до знања да 3·5 представља исти број јаја као и 5·3.



Слика 8. Представљање комутативног закона

Закон **дистрибутивности** може такође да се илуструје уз помоћ слике.



Слика 9. Представљање дистрибутивног закона

Може се видети са слике шта значи да је $4 \cdot 9 = (2+2) \cdot 9 = 2 \cdot 9 + 2 \cdot 9 = 18 + 18 = 36$. Тако, ако ђак зна колико је $2 \cdot 9$, да би сазнао колико је $4 \cdot 9$ само треба да сабере 18 и 18. Посматрањем исте слике може се уочити још једна метода за брзо налажење резултата $4 \cdot 9$. Она иде овако $4 \cdot 9 = 4 \cdot (10-1) = 4 \cdot 10 - 4 \cdot 1 = 40 - 4 = 36$.

Ови примери показују како је могуће савладати таблицу множења учењем о њеним интерпретацијама, структури и особинама пре него учењем напамет. Оваквим приступом поставља се добра основа за учење и разумевање компликованије (софистицираније) математике.

Учење основних интерпретација (концепата) множења је неопходно како би ђаци знали када и како да користе множење у решавању проблема из стварног живота. Ове интерпретације су веома корисне и за рационално учење 10 x 10 таблице множења у основној школи.

Касније оне помажу у разумевању неких од следећих формалних аксиоматских особина множења:

1. $\boldsymbol{a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0}$ нулти елемент
2. $\boldsymbol{a \cdot 1 = 1 \cdot a = a}$ јединични елемент
3. $\boldsymbol{a \cdot b = b \cdot a}$ комутативни закон
4. $\boldsymbol{a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c}$ дистрибутивни закон

Интерпертација множења помоћу низова објашњава све ове особине. Узимање ***a*** пута (нпр. шест пута) ред који не садржи елементе (нула елемената) или нула пута ред који садржи **a** елемента оставља нас без елемената. Ово је управо оно што нулти елемент значи. На исти начин доказујемо јединични елемент (***a*** редова који садржи један елемент или један ред који садржи ***a*** елемената).

3. ОМОГУЋАВАЊЕ РАЗЛИЧИТИХ НАЧИНА УЧЕЊА – РАЗВОЈ МУЛТИПЛИКАТИВНИХ РАЧУНСКИХ ВЕШТИНА

Након упознавања са свим концептима множења важно је деци различитих способности и радних навика пружити разноврсна средства за уочавање веза, увежбавање и учење напамет таблице множења.

Из тог разлога, следећи захтев постављен пред софтвер јесте омогућавање различитих начина предочавања веза и утврђивања таблице множења.

Употреба конкретних материјала у наставном процесу, слика, дијаграма као и дискусија повећава ђачку блискост процесу множења и помаже у њиховом уочавању правила и узорака (Kilpatrick et al., 2001).

На пример, да би се научиле основне чињенице односно цела таблица, множења, треба савладати преко 100 мултипликативних комбинација, што примарно демотивише ђаке. Разумевањем и усвајањем комутативности – односно да радослед бројева не мења резултат (нпр. 4x5 = 5x4) – смањује број комбинација на око половину. Разумевање принципа множења нулом, јединицом, двојком (што је исто што и дуплирање броја), даље смањује број комбинација које треба научити на 28 (Hasselbring et al., 1988; Kilpatrick et al., 2001).

Уочавањем свих различитих веза између одређених комбинација не само да се развија логичко мишљење код деце, развија способност манипулације бројевима , већ се број комбинација које треба научити напамет смањује на **15**.

Редослед којим се деца упознају са таблицом множења може помоћи да ђаци брже и боље усвајају комбинације. Најпре треба децу учити чињеницама које се лакше памте (множење са 0,1,10,2,5,9), а тек после њих треба да следе захтевније комбинације (као што су 4,7,3,8, и 6). Ђаци треба да су савладали бројање до 100.

Сматра се да су деца увежбала таблицу множења ако су у стању да тачно одговоре на 40 основних задатака у минуту.

За комбинације које треба научити напамет могу се применити неке од следећих метода:

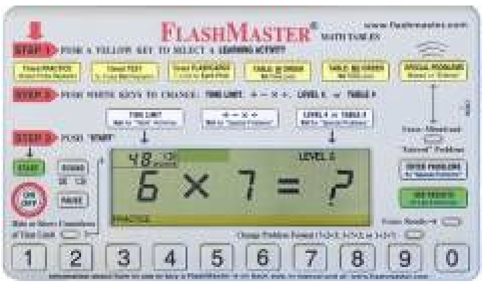
– мнемоник
– таблица у стиху
– комбинације са бојама
– дрил и пракса
– игрице (on line) за учење таблице множења.

Мнемоник је помоћно средство (инструмент) као што је формула, рима или слика, која се користи ради лакшег памћења. Када је у питању таблица множења може се користити као потпора код деце са слабијим радним навикама, лошом пробавом, тешкоћама у учењу, недостатком пажње, лошом концентрацијом и разним другим развојним проблемима и она могу имати користи од оваквог начина учења. Добри ђаци могу више времена посветити решавању проблема.

Ово средство намењено је првенствено савладавању дела таблице множења а не као замена за учење таблице у целини. При раду са дететом закључује се које комбинације бројева су детету тешке за памћење и у тим случајевима се користи ова метода.

У неким земљама постоје рецитације или чак популарне реп мелодије које се могу користити за лакше учење таблице множења напамет (види нпр. http://www.math-help-multiplication-tables.com). На српском тржишту таквих рима још увек нема, једино што деца користе, а римује се је *пет пута пет је двадесет и пет* или *шест пута шест је тридесет и шест*.

На неким тржиштима (углавном иностраним) могу се набавити и техничка помагала као што је Flash master за дрил и праксу.



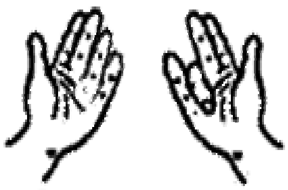
Слика 10. Flash master намењен је вежбању свих рачунских операција па и множења

Постоји низ интернет локација са којих се могу скинути или играти on-line игрице намењене увежбавању таблице множења (Timez attack је једна од најпопуларнијих игрица те врсте). Неке од најпопуларнијих адреса су:

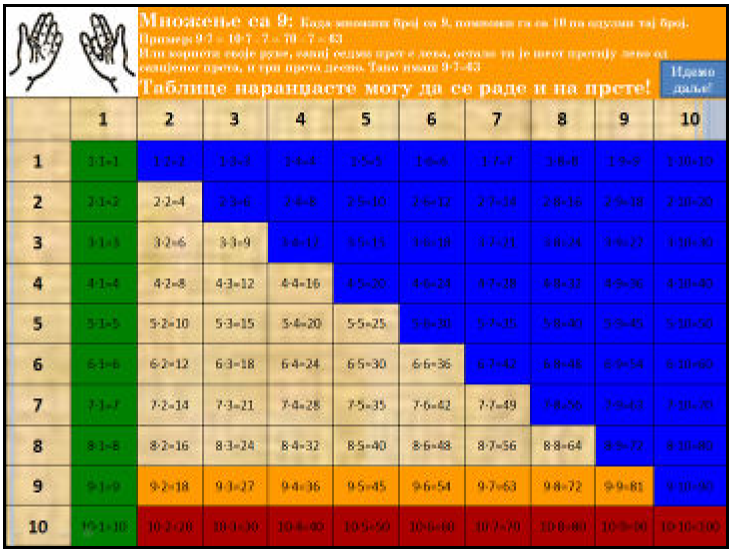
http://www.multiplication.com/interactive_games.htm
https://www.nectar.ca/store/
http://www.aplusmath.com/

У прототипу програма деца се упознају са таблицом множења кроз приказ законитости које у њој важе уз употребу разних боја и стихова ради лакшег памћења тих правила.

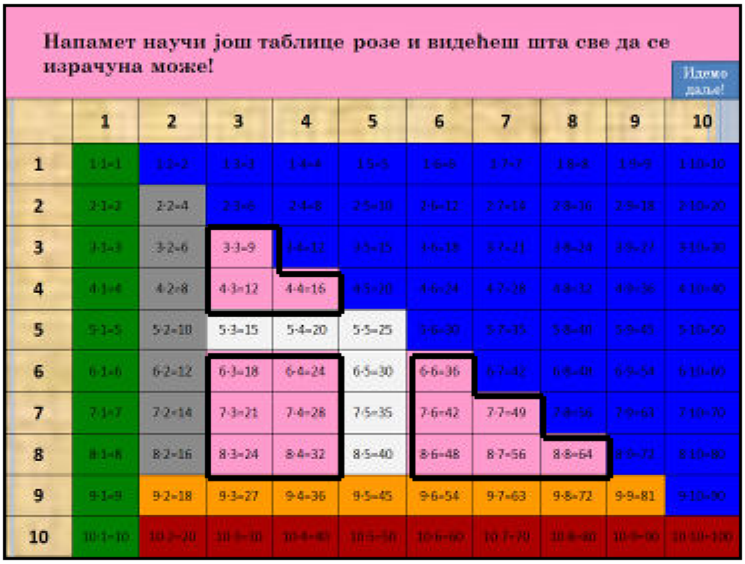
Већина од тих правила која олакшавају овладавање целом таблицом множења на почетку представљена су у програму уз употребу боја и риме, ради лакшег памћења. Табела 3 садржи кључне елементе употребљене у програму.

Правило	***Боја***	***Рима***
Једно исто: Једном савладај један пар знаћеш оба резултата. Запамти да је $7 \cdot 9 = 9 \cdot 7 = 63$, као и $3 \cdot 4 = 4 \cdot 3 = 12$, ...	Плава	Значи, таблице плаве беспотребно те гњаве!
Множење са 1: Када множиш број са 1, не мењај ништа. Пример: $8 \cdot 1 = 8$	Зелена	Таблице зелене баш су лагане!
Множење са 10: Када множиш број са 10, допиши једну нулу на крају броја. Пример: $5 \cdot 10 = 50$	Црвена	Таблице бојом црвеном завршавају се нулом!
Множење са 9: Када множиш број са 9, помножи га са 10 па одузми тај број. Пример: $9 \cdot 7 = 10 \cdot 7 - 7 = 70 - 7 = 63$ Или користи своје руке, савиј седми прст с лева, остало ти је шест прстију лево од савијеног прста, и три прста десно. Тако имаш $9 \cdot 7 = 63$ 	Наранџаста	Таблице наранџасте могу да се раде и на прсте!
Множење са 2: Да би помножио број са 2, додај га самог себи.	Сива	Таблица сива је лака, то свако зна, јер само сабираш иста броја два!
Множење са 5: Када множиш број са 5, запамти да је 5+5=10. Значи помножи број са 10 па узми половину. Пример: 5 x 8 је исто што и четири десетице, или 40, тако $5 \cdot 8 = 40$	Бела	Таблице беле боје као северног пола, добијаш када број множиш са 10 па узмеш пола!
Нема правила	Розе	Напамет научи још таблице розе и видећеш шта све да се израчуна може!

Табела 3. Правила за лакше учење таблице множења



Слика 11. Упознавање са правилима и везама у таблици множења ради лакшег меморисања



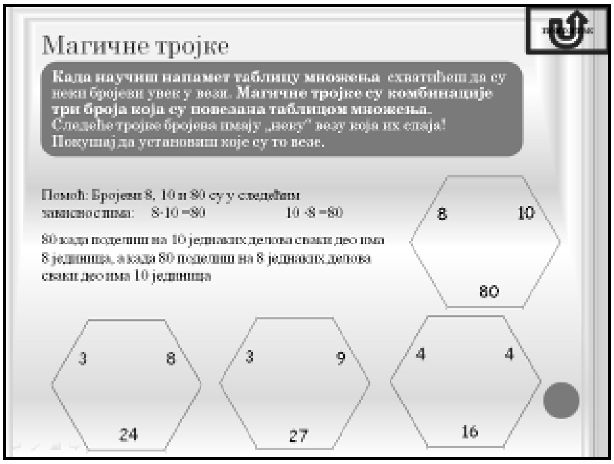
Слика 12. 15 комбинација треба научити напамет (у програму су обојене розе)

4. УВОЂЕЊЕ У „КОМПЛИКОВАНИЈУ” МАТЕМАТИКУ

Последњи задатак постављен пред овај софтвер је развој виших нивоа примене намењен надареној деци.

МАГИЧНЕ ТРОЈКЕ

Магичне тројке представљају комбинације три броја која су повезана таблицом множења.



Слика 13. Вежбање уз помоћ магичних тројака

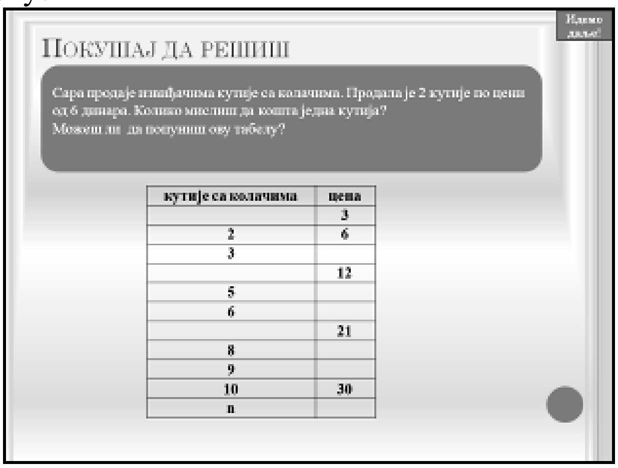
Деца „напамет" уче кроз разне игру уз помоћ картица облика као на слици 12, да одговарајуће тројке бројева имају „неку" везу која их спаја. Овакав рад представља виши ниво примене знања који већ децу полако уводи у дељење, затим, касније у факторизацију и просте бројеве.

ПОПУЊАВАЊЕ ФУНКЦИОНАЛНИХ ТАБЕЛА

За надарану децу може се покушати са изношењем алгебарског карактера аритметике. Piaget и група аутора (1968-1977) установили су и показали да су деветогодишњаци у стању да квантификују функције са директном пропорционалношћу. Деца на крају другог разреда могу да попуњавају табеле са мултипликативним функцијама. Шира истраживања указују на то да се у том периоду може почети и са показивањем функционалних зависности.

Из тог разлога у програму је предвиђена могућност решавања компликованијих задатака путем попуњавања функционалних табела.

Вежба 1: Сара продаје извиђачима кутије са колачима. Продала је 2 кутије по цени од 6 динара. Колико мислиш да кошта једна кутија? Можеш ли попунити ову табелу?



Слика 14. Уз попуњавање табела ђаци се полако уводе у алгебру

Вежба 2: Пробај сада да попуниш таблицу када је цена 2 кутије 8 динара.

Слика 15. Како ђаци не би „вертикално" попуњавали табеле већ изналазили праве везе није пожељно податке у првој колони дати у растућем поретку

Изазовнији проблем је следећи: Пера и Лаза скупљају јабуке. На сваке две јабуке које скупи Лаза, Пера сакупи три. Можеш ли помоћу табеле показати како напредују у сакупљању јабука?

По завршетку употребе програма, децу треба упутити на нека од раније наведених средстава за увежбавања таблице множења, довођења до нивоа аутоматизма, тј. 40 тачних одговора на основне задатке у минуту.

ЗАКЉУЧАК

„Знати како урадити" се односи на *процедурално знање* док *декларативно знање* представља познавање чињеница (у нашем случају познавање таблице множења напамет). *Концептуално знање* односи се на везе између различитих знања тако да када ђаци могу препознати те везе сматра се да имају концептуално разумевање. За решавање проблема потребно је да ђаци познају основне математичке чињенице, извршавају стратегије и процедуре потребне да би се они решили, и концептуално разумети како применити те чињенице и процедуре (Hiebert & LeFevre, 1986).

Значи, да би успешно обрађивали информације, решавали математичке проблеме и стратешки размишљали, ђаци треба да поседују све три врсте знања. Како би се избегло да знање постане само колекција неповезаних чињеница (декларативно) а постигло, насупрот томе, да поприми активну форму (процедурално знање) и постане део активног процеса (концептуално), потребно је још на нижем основношколском узрасту подједнако развијати радну и динамичну везу између све три врсте знања.

Ако као циљ учења множења поставимо његово савладавање као **концептуалне операције**, потребно је ђацима представити разноврсне моделе (нпр. правоугаони низ (поље), површина). Приступ множењу само као модела „понављаног сабирања" и појма „пута" води ка основним неспоразумима и погрешним схватањима множења, што компликује даљу примену множења на децимале и разломке (Bell et al., 1989; English and Halford, 1995).

Научници се слажу, упркос основним неслагањима у вези са тим како би требало учити децу математику, да деца у основној школи морају напамет научити таблицу множења и то знање довести до нивоа аутоматизма. Међутим, подједнако је значајно да пре тога деца савладају све концепте множења и пронађу везе између стечених знања, како би успешно решавала проблеме и савладавала градиво које следи.

ЛИТЕРАТУРА:

Alessi M. Stephen, Trollip R. Stanley (2001), *Multimedia for Learning, Methods and Development,* Allyn&Bacon, A Pearson Education Company, Massachusetts

Bell, A., Greer, B., Mangan, C. and Grimison, L. (1989) „Children's Performance on Multiplicative Word Problems: Elements of a Descriptive Theory." *Journal for Research in Mathematics Education,* 20(5): 434–449.

Bratina, T. A., & Krudwig, K. M. (2003). Get it right and get it fast! Building automaticity to strengthen mathematical proficiency. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 25*(3), 47-63.

Elkins, J. (2002). Numeracy. In A. Ashman & J. Elkins (Eds.), *Educating children with diverse disabilities* (pp. 436-469). Sydney: Pearson Education Australia.

English, L. and Halford, G. (1995) *Mathematics Education: Models and Processes*. Mahwah (NJ): LEA.

Faust, M. W., Ashcraft, M. H., & Fleck, D. E. (1996). Mathematics anxiety effects in simple and complex addition. *Mathematical Cognition, 2*(1), 25-62.

Gagne, E. (1993). The cognitive psychology of school learning (2nd ed.). New York: Harper Collins College Publishers.

Greer, B. (1987). Nonconservation of multiplication and division: Analysis of a symptom. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18, 37–45.

Hasselbring, T., Goin, L. I., & Bransford, J. D. (1988). Developing math automaticity in learning handicapped children: The role of computerized drill and practice. *Focus on Exceptional Children, 20*(6), 1-7.

Hiebert, J., & LeFevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. *In J. Hiebert (Ed.), Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 199–223). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Howell, K. W., & Nolet, V. (2000). *Curriculum-based evaluation: Teaching and decision making* (3rd ed.). Belmont, CA: Wadsworth.

Kadijevich, Dj. & Haapasalo, L. (2004). Mathematics teachers as multimedia lessons designers. In Lagrange J.-B. et al. (Eds.), *Actes du Colloque Europeen ITEM Reims 20-22 juin 2003* (on CD). Reims : lUFM

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.

Kouba, V. L. (1989). Children's solution strategies for equivalent set. Multiplication and division word problems. *Mathematics education*, 20(2), 147–158.

Mulligan, J. T., & M. C. Mitchelmore, M. C. (1997). Young children's intuitive models of multiplication and division, *Journal for Research in Mathematics Education, 28* (3), 309 -331.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Reston, VA.

Norbury, H. (2002). The role of models and representation in the development of multiplicative thinking. In B. Barton, K. C. Irwin, M. Pfannkuch, & M. O. J. Thomas (Eds.), *Mathematics Education in the South Pacific* (Proceedings of the 25th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Auckland, NZ, Vol. 2, pp. 528-535). Sydney: MERGA.

Piaget, J. Grize, J.-B., Szeminska, A. & Bang, V. (1968/1977). *Epistemology and Psychology of Functions,* Dordrecht-Holland/Boston-USA, D. Reidel Publishing Company.

Riedesel, C. A., Schwartz, J. E., & Clements, D. H. (1996). Teaching elementary school mathematics. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

http://www.aplusmath.com/

http://www.multiplication.com/interactive_games.htm

https://www.nectar.ca/store/

http://www.math-help-multiplication-tables.com

Милана Егерић, Александра Михајловић
Педагошки факултет
Јагодина

УДК: 371.3::51-028.31]:004

НОВА ТЕХНОЛОГИЈА – НОВ НАЧИН ИНТЕРПРЕТАЦИЈЕ НАСТАВНОГ САДРЖАЈА

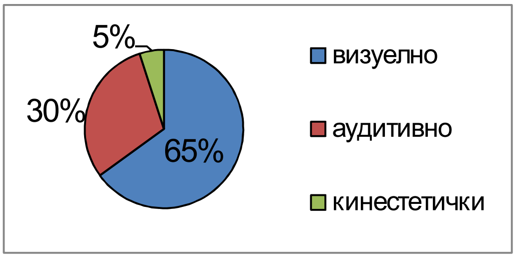
Апстракт: Коришћење мултимедијалних презентација унапређује квалитет и ефикасност наставе. Визуелни приказ представља основу за боље усвајање и схватање наставног садржаја и повећање активног учешћа ученика на часу. Један од најчешће коришћених и најједноставнијих програма за изаду презентација је PowerPoint. У овом раду даћемо примере како се неки садржаји почетне наставе математике могу интерпретирати коришћењем овог програма. Такође указаћемо на неке принципе које треба поштовати уколико желимо да наша презентација буде успешна.

Информационо-комуникационе технологије (ICT) постале су саставни део система образовања и то као подршка наставнику у извођењу традиционалне наставе или као замена таквој настави са једном од бројних нових метода и начина реализације наставног процеса и процеса учења и подучавања. Највише примењивана ICT у образовању је мултимедија, односно мултимедијалне презентације.

Реч мултимедија користи се када говоримо о информацијама које имају вишеструко значење. За њихову перцепцију користимо истовремено више чула, јер користе различите медије кроз које се шире и у којима егзистирају. За разлику од текста, када говоримо о мултимедији, за презентовање информација користе се слика, звук и анимација. Тако се добија богатија и боља презентација информације.

Нове технологије данас користе визуелне и чулне способности човека и преко њих остварују интеракцију. Интерактивни материјали у настави подразумевају наставну грађу, задатке, вежбе, примере и комуникацију наставника и ученика уз помоћ рачунара и технологије. Применом мултимедијалних технологија интегришу се звук, слика, текст и анимација, и све то у дигитализованом облику, што даље пружа могућности савремене рачунарске технологије као што су: чување, обрада, пренос и коришћење.

Мултимедијалне презентације могу привући и задржати активну пажњу посматрача, због чега представљају моћно наставно средство. Осим тога што наставницима олакшавају процес предавања, ученицима омогућавају и самостално савлађивање одређених наставних целина. Са педагошког аспекта, мултимедијалне презентације активирају највећи број чула посматрача и подстичу његову машту. Познато је да човек памти 10% онога што прочита, 20% онога што чује, 30% онога што види, 40% онога што чује и види, 50% онога што продискутује, 70% онога што искуси и 95% онога што предаје. Постоје различити стилови учења. Један од најпопуларнијих приступа је онај који разликује три начина на који људи примају информације: визуелни, аудитивни и кинестетички. Коришћење визуелног приказа омогућава боље усвајање и разумевање наставног садржаја, као и повећање активног учешћа ученика на часу. Сматра се да око 65% људи користи визуелни, 30% аудитивни и око 5% кинестетички (слика 1).



Слика 1

Да бисмо свим ученицима омогућили максималан напредак у учењу, морамо да прилагодимо наставу што већем броју различитих стилова учења.

Циљ коришћења мултимедијалних презентација је:

– укључити све ученике у процес учења,

– обогатити окружење за учење (слика, звук, анимација),

– омогућити им да користе различите стилове учења.

Презентације се успешно могу користити и на часовима обраде и на часовима утврђивања градива:

– да се ученицима олакша да прате наставу и запамте садржај који се обрађује

– за презентовање и илустровање сложених појмова

– за уочавање веза између појмова

– да се направи повољна клима за учење

– да се створе проблемске ситуације, мотивишу ученици

– да се презентују садржаји занимљиве математике (квизови, скривалице итд.).

Данас на тржишту постоји велики број програма за израду мултимедијалних презентација, тако да их могу креирати чак и лаици. Најкоришћенији је свакако PowerPoint, део програмског пакета Microsoft Office.

Предавања подржана мултимедијалним PowerPoint презентацијама су далеко ефикаснија и занимљивија од класичних. Презентација се припрема пре часа и њен приказ на часу омогућава уштеду времена које би било утрошено за писање на табли, а примена мултимедијалних елемената у презентацији замењује примену очигледних наставних средстава.

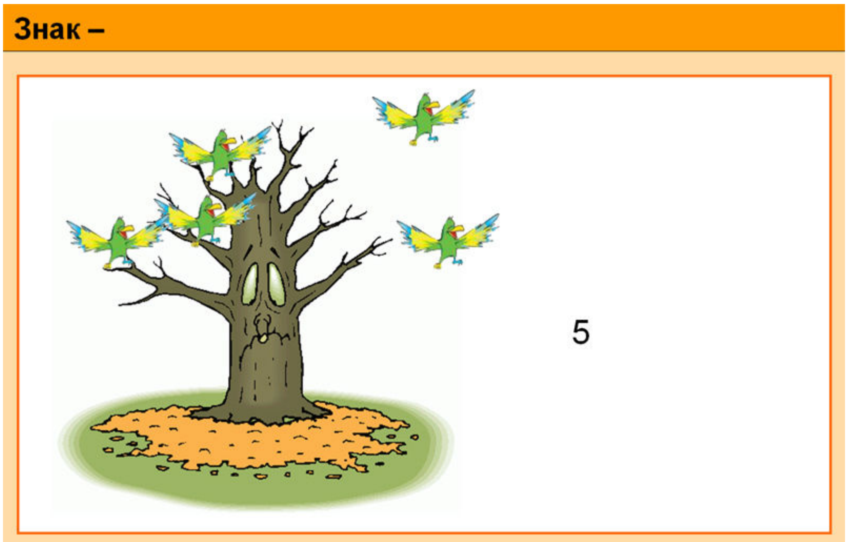
Међутим, PowerPoint треба користити да би обогатили искуство ученика, а не своје лично. Према томе, он не треба бити подсетник наставника, иначе ће слајдови бити пренатрпани, биће отежано њихово праћење. Извођење наставе је много више од презентовања садржаја. Ефективна настава подразумева коришћење методичке трансформације информације на начин који утиче на изазивање жељене промене код ученика. PowerPoint не поседује искуство, стил, циљеве наставе, или познавање методичких поступака.

Док са једне стране PowerPoint може бити изузетно користан додатак педагошком репертоару наставника, са друге стране он није магични штапић који ће сигурно учинити наставника бољим и његов рад импресивнијим. Као и било које друго наставно средство може бити погрешно коришћен или злоупотребљен, и тада ће ефикасност наставе бити не обогаћена већ ослабљена. Зато наставник мора познавати предности и мане сваког наставног средства.

НЕКИ ПРИМЕРИ КОРИШЋЕЊА POWER POINT-А У ПОЧЕТНОЈ НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ

Треба напоменути да не можемо увек и за све наставне садржаје користити мултимедијалне презентације. У нашем раду навешћемо неке идеје и смернице како се PowerPoint може користити за извођење почетне наставе математике.

PowerPoint можемо користити за симулацију неких ситуација како би ученицима олакшали увођење и схватање неких нових математичких појмова. На пример, код обраде рачунских операција сабирања и одузимања у првом разреду основне школе крећемо од „материјализованих“ бројева, односно вршимо манипулацију конкретним елементима једног или више скупова. Ученици ће лакше и боље схватити да се сабирањем број елемената неког скупа повећава или одузимањем смањује уколико то пропратимо одговарајућом анимацијом (слика 2).

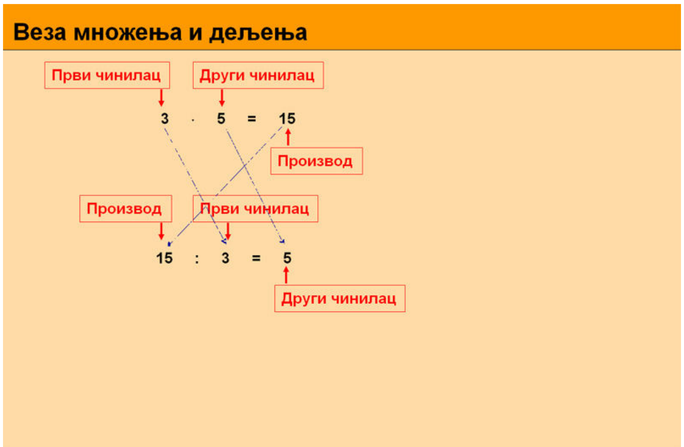


Слика 2

Такође, добро је користити презентације код обраде особина аритметичких операција (комутативност, асоцијативност, дистрибутивност). Ученици ће боље разумети ове особине и схватити зашто се оне користе као олакшице код извођења рачунских операција уколико то илуструјемо одговарајућим презентационим материјалом (слика 3).

Да ли је лакше одредити збир 2 + 5 или 5 + 2?
Слика 3

Презентације можемо користити и када треба уочити везу између математичких појмова. На пример, након обраде компоненти рачунских операција множења и дељења, ученици се упознају са везом множења и дељења. На једноставан начин ученици се упознају са особином инверзности ових рачунских операција и схватају њихову везу (слика 4).



Слика 4

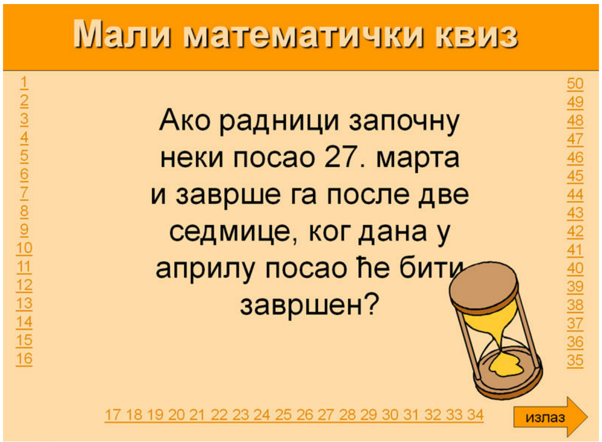
Презентације нарочито треба користити за стварање проблемских ситуација на часовима проблемске наставе. Смисао проблемске ситуације је да мотивише ученике за решавање проблема. Коришћењем неке занимљиве приче која је пропраћена одговарајућом презентацијом са сликом, звуком, анимацијом побуђујемо пажњу ученика, подстичемо и провоцирамо њихово интересовање. На тај начин их мотивишемо, подстичемо на креативност, да мисле и расуђују математички. Стварање проблемских ситуација је посебно битно за ученике млађих узраста.

Приликом упознавања мерних јединица за дужину, може се искористити бајка „Колико је велико стопало?“ (How Big Is a Foot?, Myller, R.). Бајка говори о шегрту који је правио кревет за краљицу. Димензије кревета су мерене стопама, пошто друга мера тада није постојала. До забуне је дошло јер је кревет мерен краљевим великим стопама, а приликом његове израде шегрт је користио своја малена стопала. Циљ је да деца схвате неопходност увођења стандардизованих мерних јединица. Презентација богата сликама и анимацијом, уз причање бајке представљаће одличну основу за час проблемске наставе (слика 5).

Слика 5

Још један успешан начин коришћења PowerPoint презентација је за презентовање садржаја занимљиве математике. То могу бити различити задаци са магичним фигурама, скривалице, загонетке, ребуси, квизови.

Дајемо пример једног слајда квиза који је намењен за проверу знања о мерним јединицама за време (слика 6). Ученици одговарају на питања, бирају решење (број) за које сматрају да је тачно. Уколико тачно одговоре прелазе на следеће питање, уколико је одговор нетачан, покушавају да понове реше задатак. Уколико то технички услови дозвољавају ученици могу и самостално решавати ове задатке, на пример у завршном делу часа (један ученик-један рачунар).



Слика 6

ОСНОВНИ ПРИНЦИПИ КРЕИРАЊА ПРЕЗЕНТАЦИЈА

Пре почетка креирања сваке презентације која ће се користити у настави битно је дефинисати њен циљ. Треба поштовати неке принципе уколико желимо да направимо добру презентацију. Сваки слајд мора бити читљив и не сме бити пренатрпан. Треба користити слике и анимације, али у томе не треба претеривати. Презентација не сме бити сама себи сврха, већ њен циљ мора бити повећање квалитета и ефикасности наставе. Презентација не може од „лошег" наставника направити „доброг". Ипак, у правим рукама и ако се користи на прави начин може бити моћан алат.

Пре него што се приступи изради презентације потребно је одредити и тип презентације. Постоје три типа презентација: speaker-led, self-running и user-interactive презентација.

Speaker-led презентација је традиционалан тип презентације. Наставник стоји испред ученика и презентује материју. Презентација представља само помоћни материјал, јер главна информација долази од наставника, а слајдови су само ту да му помогну да то уради што квалитетније.

Self-running презентација подразумева да нема предавача, већ све информације ученици добијају гледајући слајдове. Оваква презентација треба да садржи више визуелних и звучних ефеката како би ученицима било лакше да прате одговарајућу материју.

User-interactive презентација подразумева активно учешће ученика у току презентације. Презентација је намењена једном слушаоцу који може да ток презентације усмери сходно својим потребама. Овакав тип презентације се често користи као самоедукативно средство (пример математичког квиза).

PowerPoint презентације се могу сачувати и у HTML формату. На тај начин наставници их могу поставити на интернет и учинити их доступним ученицима који их могу користити за самостално учење или обнављање градива.

ЗАКЉУЧАК

Коришћење мултимедијалних презентација унапређује квалитет и ефикасност наставе. Повећава мотивацију ученика, подстиче их на активно учешће на часу, омогућава им да користе различите стилове учења. Све ово представља помак од традиционалног начина предавања. Један од најчешће коришћених и најједноставнијих програма за израду презентација је PowerPoint. Примена презентација олакшава рад наставника и омогућава уштеду времена на самом часу, чини тај час богатијим, занимљивијим и мотивише ученике за рад. Са друге стране наставник се налази пред тежим задатком, јер пре сваког часа мора пажљиво да припреми презентацију и да постави циљ који њом жели да постигне.

Треба имати на уму да колико ће један час који користи мултимедијалне презентације бити успешан зависи од способности и вештине самог наставника. Оне представљају само још једно наставно средство и неће саме по себи учинити рад наставника бољим и импресивнијим. Такође, коришћење мултимедијалних презентација треба да ученицима и наставницима остави више времена да у тиму или самостално раде на задацима и вежбама попут:

– обнављање и излагање садржаја властитим речима

– употребљавање наученог у датим примерима

– предлагање властитих примера

– истраживање новог уз помоћ наученог

– постављање питања, идеја и вођење дискусије са осталим ученицима из одељења.

ЛИТЕРАТУРА

Дејић М., Егерић М., Методика наставе математике, Учитељски факултет у Јагодини, 2005.

Јевремовић М., Ступар М., Церић В., Милошевић М., Увођење мултимедија у процес унапређивања наставе, INFOTEH-JAHORINA, Vol. 7, март 2008., E-III-9, стр. 503-507

Михајловић А., Књижевност за децу – извор проблемских ситуација у настави математике, Зборник радова са Научно-стручног скупа Књижевност за децу у науци и настави, 2008.

Myller, R., How Big Is a Foot?, New York: Dell Publishing, 1990.

Надрљански Ђ., Компјутери и образовање-перспективе примене и могући проблеми, http://www.ucf.so.ac.yu/joomla/xampp/joomla/docs/katedre/informaticka/nadrljanski/ors/kompjuterunastavi.pdf

Sulentic A., Adventures in PowerPoint, The Law Teacher, Fall 1999., http://www.law.gonzaga.edu/About-Gonzaga-Law/Institute-for-Law-School-Teaching/Files/The-Law-Teacher---Newsletter/Past-Issues-of-The-Law-Teacher/Fall1999.pdf

Incorporating Multimedia into Your Teaching, http://www.uoregon.edu/~tep/technology/multimedia/docs/multimedia.pdf

EUnet College, Мултимедија и интернет у настави, http://www.eunetcollege.com/download.php/documents/multimedija_i_internet_u_nastavi.pdf

Добра презентација као основа за добра предавања, Microsoft, http://www.microsoft.co.yu/download/obrazovanje/pil/Dobra_prezentacija.pdf

Горан Манојловић
Грљан

УДК: 371.3::51]:004

РАЧУНАРОМ ЛАКШЕ И БОЉЕ КРОЗ МАТЕМАТИКУ

Апстракт: Захваљујући општим променама у динамици и структури друштва, које доводе до мењања традиционалног понашања, пред новим друштвеним изазовима налази се и школа.

Савремена технологија полако замењује застарелу технологију која се користи у наставном процесу. Процес унапређења наставе је континуиран и стално се врше неке промене. Коришћењем рачунара у процесу образовања добија се квалитетнији процес образовања. Рачунар може да буде употребљен како од стране ученика тако и од стране наставника.

Како је систем образовања комплексан и састоји се од изучавања обавезних и изборних предмета, у овом раду је обрађена употреба рачунара у почетној настави математике. Информатика у почетној настави математике представља један од савремених начина који се користи за реализацију наставних садржаја. Општеприхваћено мишљење је да рачунар који се користи у настави побољшава квалитет наставе.

Застарелим методама рада много теже се може побудити ученичка пажња, као што се може остварити употребом рачунара, нарочито код млађих генерација.

Кључне речи: савремена технологија, унапређење наставе, побољшање квалитета наставе.

СИСТЕМ ОБРАЗОВАЊА

Када се каже *реформа образовања* то подразумева промену у свим или појединим сегментима образовања коју утемељују просветни органи власти о циљу реализације унапред дефинисане стратегије. Тиме се наши планови и програми рада усклађују са земљама у окружењу и земљама Европске уније. Реформа образовања представља веома комплексан друштвени процес, који се заснива на радикалним променама постојећег стања у одређеним сегментима. Концепција реформе образовања представља јасну визију и садржи основне смернице о имплементацији. Њоме се одређују активности и дају смернице за спровођење. Стратегија реформе образовања спаја постојеће стање у друштву, објективне могућности, позитивна искуства других земаља и достигнућа у педагошко-психолошким наукама.

Осим ученика, на које се обично односе наставне иновације, реформа се односи на много шири круг оних на које промене имају утицаја. Ипак, у савременим реформама, препозната је потреба да *наставник* буде најзначајнији фактор од којег треба почети са променама, јер је управо он *главни носилац* процеса које собом носи реформа образовања.

У државама које су у транзицији, промене се дешавају на свим нивоима, па и у области образовања. Посебан значај се придаје реформама обавезног образовања, јер оно обухвата највећу популацију, тј. укупну популацију одређене старосне групе. Основне смернице за реформу система образовања и васпитања у Србији постављене су 2000. године. Усвојене су Основе за обнову наставних планова и програма у којима је дефинисан циљно-развојни приступ у креирању програма.

У Србији реформатори су се определили за *отворени тип курикулума* који оставља могућност прилагођавања курикулума условима у којима се реализује. Отворени курикулум за полазиште има циљни и процесно-развојни приступ, којим се прописују циљеви и исходи као полазишта за планирање активности учења и важе једнако за све школе у држави. Школа креира свој школски курикулум – прилагођавањем националног, наставник креира свој курикулум (аутономним избором метода и поступака наставног рада) – прилагођавањем школског, а сва се прилагођавања дешавају ради поштовања специфичности средине и потреба конкретних ученика.

Курикулум (лат. *curriculum)* је разноврсно коришћен термин, за шта многи језици немају одговарајући еквивалентни израз па се све више одомаћује у изворном облику. Курикулум обухвата прецизну и системску укупност планираног васпитања и образовања, под чим се подразумева: циљ учења (зашто се учи), садржај учења (наставни план и програм), методе учења (како се учи), стратегије, начин вредновања, прописане уџбенике, услове рада, социјалне односе итд. Појмом курикулум означава се васпитно-образовни процес у најширем смислу, све оно што представља планирану интеракцију ученика у школи. Темељна карактеристика му је *да дете види као центар наставног процеса*.

Надлежна просветна институција Завод за унапређење образовања и васпитања (ЗУОВ) прати и вреднује квалитет образовно-васпитног рада у школи.

КОМУНУКАЦИЈА У ПОЧЕТНОЈ НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ

Постоје три типа комуникације у настави: аудитивни, визуелни и електронски.

Аудитивна комуникација је најстарији тип комуникације у настави, где је предаја порука усмерена у фронталном облику (1: н), а код ученика ангажује једино чуло слуха. Таква комуникација представља систем без повратне спреге. Све се то одражава на ефикасност образовања и његове резултате.

Визуелна комуникација је касније ушла у образовање, али је у великој мери обележила образовање у више основа. Визуелна култура комуникације је омогућила појаву и развој апстрактног мишљења, индивидуализацију, а такође је омогућила раздвајање разумске и осећајне сфере. При томе писана реч смањује потребу директних међуљудских контаката у преносу идеје. Визуелна култура комуникације је између осталог, омогућила масовност у образовању.

Електронска култура комуникације је аудитивно-визуелна комуникација, са мултимедијаним формама, која укључује и друга чула у комуникацији. Појава нових медијима постала је предмет интересовања научника и стручњака који се баве образовањем, па су се јавили и нови технолошки подухвати у модернизацији наставе. Ту се пре свега мисли на образовну телевизију, наставне филмове, грамофонске плоче, машине за учење и компјутере.

Електронска култура комуникације је једна од карактеристика нове цивилизацијске епохе – информатичког друштва и увелико је у примени у свакодневном животу и раду. У електронској култури комуникације долази до симулантног ангажовања људских чула. Код ученика се јавља креативни, активни и истраживачки однос према околини. У електронској култури комуницирања, ученику се омогућује да сам бира врсту и садржај комуникационог односа и то на начин који њему највише одговара.

Суштина примене компјутера у настави и учењу математике лежи у сврсисходној прагматици као медијумској помоћи у процесу учења и то да се циљ и садржај учења остваре на примеран и организован начин. Наравно, тај медијум није првенствено рачунар, већ и образовни рачунарски софтвер.

НАСТАВНА СРЕДСТВА У МАТЕМАТИЦИ

Застарелим методама рада много теже се може побудити ученичка пажња него што се то може остварити употребом рачунара, нарочито код млађе генерације. Поставља се питање како се настава математике може осавременити, да се традиционални начин учења замени новим технологијама и иновацијама.

Многи сматрају да је тешко реализовати ову реформу из разлога што се јавља отпор према увођењу рачунара. Отпор се јавља из страха од недовољног познавања нових технологија и избацивања наставника из процес наставе.

За наставу математике користе се следећа *савремена наставна средства*:

– грамофон,
– касетефон са ЦД-ом,
– графоскоп,
– пројектор,
– рачунар.

Применом нове образовне технологије у образовном процесу повећава се ефикасност, квалитет и квантитет наставног процеса. Данас је тешко замислити наставу без употреба рачунара у образовно-васпитном раду. Рачунар се у почетној настави математике примењује као:

– средство за демонстрацију,
– средство за симулацију,
– средство за вежбање,
– средставо за рад,
– средство за организацију.

Употреба рачунара у настави математике успешно може заменити употребу већег броја наставних средстава која користимо да бисмо могли да реализујемо наставне садржаје. Предност рачунара у настави математике је што можемо да презентујемо графику, звук, слику и анимирамо сва чула код ученика, тако да нам час буде што активнији.

Употребом савремене технике и технологије постиже се веће задовољство и учинак од ученика. То доприноси и помаже да се код појединих ученика који имају таленат за математику повећа и створи још веће интересо-вање за учење. Касније то доприноси професионалном развоју и афирмацији ученика за учествовање на такмичењу из математике које се реализује од III до VIII разреда у основној школи.

Примена рачунара у настави математике корисна је како за наставнике, тако и за ученике. Основни покретачи примене рачунара у настави математике треба да буду наставници како би себи олакшали рад, а тиме подигли ниво преношења знања и постигли добре резултате у савладавању плана и програма математике од стране ученика.

УПОТРЕБА РАЧУНАРА У НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ

Употреба рачунара у настави математике од стране наставника огледа се у следећем:

- израда годишњих планова,
- израда глобалних планова,
- израда месечних планова,
- израда недељних планова,
- израда припрема за рад,
- извођење наставног процеса,
- вођење евиденције о ученицима (е-дневник),
- едукација путем интернета,
- учење на даљину,
- комуникација са ученицима путем електронске поште.

Употреба рачунара од стране ученика је у следећем:

- презентовање новог градива,
- утврђивање или увежбавање,
- провере знања,
- комуникација са наставником путем електронске поште,
- играње игрица које развијају мишљење.

Приликом израде годишњих планова наставници треба да обрате пажњу и да одреде који су то наставни садржаји који могу да се реализују уз помоћ рачунара. На основу годишњих планова, потребно је израдити месечне и недељне планове где ће се прецизно дефинисати које су то наставне једнице које се обрађују уз помоћ рачунара. Дефинисати време, место и начин извођења наставе.

Наставника употребљава рачунара у настави математике за писање при-према за час. Тиме се добија да се целокупна папирологија сведе на минималан ниво. За предавања наставних садржаја неке од њих је могуће јако сликовито и звучно урадити помоћу рачунара. Рачунар повезан са пројектором и звучницима омогућава да се настава прати на један савремен и модеран начин.

Сам рачунар пружа наставнику могућност да води евиденцију о ученицима као што је напредовање ученика, које су то области из математике које ученик боље реализује, које су то области које лоше реализује. У последње време у школе се уводи електронски дневник, где је обавеза наставника да унесе оцене. Родитељима се пружа прилика да уз помоћ шифре свог детета код куће изврше увид у оцене ученика. Наставнику се пружа могућност уколико има приступ интернету, да може да обави разне видове едукације, да прибави материјал са интернета, као и да се стручно усавршава.

Још једна од могућности која се пружа је комуникација између наставника и ученика путем e-maila. Тиме се пружа могућност да нпр. домаћи задаци буду послати наставнику који то прими на своју e-mail адресу и може да прегледа. Постоји и могућност, уколико постоје неки проблеми око решавања задатака, да комуникацијом путем e-maila ученик тражи помоћ од наставника да то реши. Постоји систем двосмерног комуницирања што је јако битно за систем образовања.

Учење на даљину је један од инструмената за унапређење наставе и образовног процеса. Постоје два облика учења на даљину и то:

– синхрони (одвија се у стварном времену),
– асинхорни (време се бира по свом избору).

Учење на даљину је такође један вид примене рачунара у области математике у нижим разредима. Наставник након одржаног часа математике, своје предавање поставља на сајт школе и тиме даје могућност ученицима који су били болесни да могу код своје куће, уз помоћ кућног рачунара да виде шта је тог дана рађено из математике. На тај начин они постају информисани шта је рађено из наставног предмета.

Код утврђивања градива наставнику се пружа могућност да у сарадњи са наставником информатике изради неки од програма помоћу којих је могуће вршити тестирање ученика и проверити знање. Предуслов за то био би да један ученик буде за једним рачунаром. Поред индивидуалног начина израде програма за проверу знања, данас постоје и многе софтверске куће које нуде образовни софтвер за примену у почетној настави математике.

Под образовним рачунарским софтвером подразумевамо специјални рачунарски софтвер који је тако осмишљен и реализован да остварује функцију наставе или учења. Софтвер мора да уважава следеће принципе: примерености, очигледности, јасности, егземпларности и самоиницијативности. Образовни рачунарски софтвер као програмско решење мора да у себи садржи следеће делове:

– фазу мотивације,
– фазу решавања проблема,
– фазу свесне примене,
– фазу контроле учења,
– фазу учвршћивања знања.

Код коришћења програма за тестирање ученика пожељно је да за сваки тачан одговор рачунар обавести ученика да је „одговор тачан”, „успешно решен задатак” или „честитамо, задатак сте решили тачно”. Уколико се тестирање врши у мултимедијалној учионици, ту најчешће постоји повезаност мултимедијалног рачунара са рачунарима ученика. Оваква реализација наставног садржаја из математике пружа следеће предности:

– наставнику се пружа могућност да на свом рачунару прати колико и шта је ученик урадио,

– постиже се велики степен објективности,

– за кратко време од свега пар минута оцењено је цело одељење.

ФАЗЕ РЕАЛИЗАЦИЈЕ

Да би се информатика примењивала у почетној настави математике морамо дефинисати следеће фазе:

– фаза испитивања и анализе,

– фаза припремања,

– фаза реализације,

– евалуација и оцењивање.

Прва фаза је фаза испитивања и анализе, где је потребно утврдити колики је проценат интересовања наставника и ученика за употребу рачунара у наставном предмету Математика. Потребно је урадити упитнике и утврдити могућности за примену рачунара у почетној настави математике. Као најбоља анализа која се може урадити је SWOT анализа (**S**trengths – снаге, **W**eaknesses – слабости, **O**pportunities – шансе, **T**hreats – претње). SWOT анализа представља алат за планирање стратегије, којим се сучељавају интерне снаге и слабости школе са екстерним шансама и претњама. На овај начин SWOT анализа комбинује процену интерних фактора са онима који долазе из екстерних извора и даје нам најбољу слику стања у којем се налази школа поводом увођења рачунара у наставу математике.

Друга фаза је фаза припремања која има задатак да припреми школу, изврши обуку наставника у примени рачунара из области математике и обука ученика. Потребно је у школи набавити адекватну рачунарску опрему, умрежити и оформити мултимедија центар школе (медијатеку) уколико у школи не постоји. Када се оформи медијатека онда је потребно направити план рада и знати ко ће када у којим часовима да користи медијатеку да не дође до преклапања.

Наставници морају да прођу обуку за коришћење рачунара. У школи је потребно да се, уз помоћ наставника информатике, организује обука наставника нижих разреда за рад на рачунару. Такође је потребно извршити обуку ученика да користе рачунар. Ова фаза представља најбитнију фазу у процесу увођења рачунара у почетну наставу математике.

Трећа фаза је примена рачунара у реализацији наставних садржаја у почетној настави математике. Примена рачунара подразумева да се рачунар користи у току целог часа или у само појединим деловима часа. Могућа су следећа коришћења рачунара:

– индивидално (1 рачунар – 1 ученик),
– групно (1 рачунар користи група до 4 ученика),
– фронтално (само наставник користи рачунар).

Четврта фаза је евалуација, где треба да се испитају предности и значај употребе рачунара у реализацији наставних садржаја математике у почетној настави. Након реализације претходних фаза, евалуација треба да нам покаже разлике између традиционалног начина држања часова математике и држања наставе употребом нових технологија и иновација.

Евалуацијом је потребно показати разлике између аудитативне и електронске комуникације. Уколико резултати показују велики напредак, потребно је тада да се примена рачунара уведе и кроз друге предмете.

У циљу што веће објективности потребно је извршити оцењивање од стране: ученика, наставника, педагога и психолога.

Резултат добијен евалуацијом и оцењивањем потребно је адекватно обрадити и представити Министарству просвете, које би касније подстакло да се примена рачунара у почетној настави математике реализује у већем броју школа.

ПРЕДНОСТИ И НЕДОСТАЦИ

Информатика је своју примену нашла у свим областима друштва. Своју примену нашла је и у образовању и реализацији наставних садржаја у почетној настави математике. Примена информатике у почетној настави математике има циљ да се ученици боље оспособе за даље образовање. Увођење информатике има неке предности и недостатке.

Предности увођења информатике у почетну наставу математике су:

– веће и боље интересовање ученика,
– олакшан рад наставника,
– припрема наставника (годишњи, месечни планови),
– повратна информација (feedback),
– бољи квалитет анимације,
– велика објективност при оцењивању.

Недостаци увођења информатике у почетну наставу математике су:

– опремање школа,
– немогућност реализације свих наставних садржаја из математике,
– кварови и застоји рачунара,
– појава вируса.

ЗАКЉУЧАК

Увођење информатике у почетну наставу математике треба да нам унапреди реализацију наставних садржаја из математике. *Модернизација наставе* у светлу информатичке технологије важна је област којом морају да поседују учитељи у будућности. У том смислу морају да познају основне принципе рада и коришћења рачунара. Методика наставе са образовним рачунарским софтвером садржај је који треба да савладају будући учитељи.

Велике могућности примене информатике и квалитетни образовни софтвер у почетној настави математике доприноси бољој и квалитетнијој реализацији наставних садржаја.

У образовом систему Србије мало се примењује овакав начин реализације наставе јер и даље постоји одбојност од стране наставника и професора разредне наставе. Потребно је дефинисати *стимулативне мере* које ће тежити да се унапреди овакав вид наставе.

ЛИТЕРАТУРА

Богдановић, А. (1996): *Комуникологија*, Београд: Чигоја штампа.

Влаховић, Б. (1996): *Управљање иновацијама у образовању*, Београд: ЦУРО.

Влаховић, Б. (1998): *Школски мултимедија центар*, Београд: Савез педагошких друштава.

Влаховић, Б. (2001): *Путеви иновација у образовању*, Београд: Стручна књига.

Вуковић, М. (2006): *Култура комуникације*, Бор: Технички факултет.

Гордон, Т. (1998): *Како бити успешан наставник*, Београд: Креативни центар.

Каменов, Е. (1988): *Методика васпитно образовног рада са децом*, Београд: ЗУНС.

Meyers & Meyers, (1985): *The Dynamic of Human Communication*, New York: M_CGraw Hill.

Надрљански Ђ. (1994): *Образовни рачунарски софтвер*, Зрењанин: Технички факултет „Михајло Пупин”.

Надрљански Ђ. (1997): *Мултимедија и виртуелна реалност у образовању*, Зрењанин: Технички факултет „Михајло Пупин”.

Церовић, Т. (2004): *Изазови реформе у Србији*, Београд: Министарство просвете и спорта.

Goran Manojlovic
Grljan

EASIER AND BETTER THROUGH MATHEMATICS WITH COMPUTERS

SUMMARY

Thanks to the general changes in dynamics and structure of the society, that lead to changes in traditional way of behaviour, school also stands in front of the new social challenges. Modern technologies slowly replace old technology which has been used in educational process. Educational development process has been continual and permanently exchanged. Computer application in educational process enables quality increase. Teachers and students together use computers in education process.

In this case has been explained computer's application in the first mathematics classes, because educational system is complex and consists of studding obligate and facultative classes. Informatics, in the first mathematics classes is one of the modern ways of studding. Computer application, in general opinion, increase quality of educational process.

Old educational methods are less effective to held student's interest during classes, than new methods witch use computers applications, especially with younger students.

Ivana Ćirković Miladinović
Education Faculty in Jagodina

УДК: 371.3::811.111

TEACHING NUMBERS IN EL CLASSROOM

Abstract: There is a considerable proportion of foreign students of English, even some at quite advanced levels, have difficulty in comprehending and using numbers. The problems facing both the teacher and the learners are, however, so minimal that the most obvious explanation seems to be sheer lack of practice - indeed, perhaps it is the very simplicity of this feature of the language which causes some teachers to devote too little attention to it. And yet the ability to handle numbers is so essential in achieving any degree of oral fluency that students need to be given adequate opportunities for practicing them.

Key words: Foreign students of English, comprehension of numbers, practice, oral fluency.

INTRODUCTION

In view of the fact that numbers play an integral part in everyday activities such as shopping, travelling, telling the time, expressing the date, making appointments, and talking about one's age and family—topics normally chosen as the basis for oral work in the early stages of learning English in primary school, a good case can be made out for introducing numbers maybe at the beginning of the course, even before dealing with greetings and classroom vocabulary (Dungworth, 1974). According to Dunghworth (1974) it is in fact one of the easiest aspects of the language to teach by a direct method; the basic terms (i.e. one to twenty, the tens up to a hundred, a thousand, and a million) can be learned quite comfortably in one lesson and with a few examples of their combination a student has at his command an infinite range of further possibilities. From then on all that is required is regular practice.

TEACHING NUMBERS AND THE TIME

Numbers are often problematic for both beginner and higher level learners, and students need regular and ample chance to practice them. Low numbers are generally brought into beginners courses quite early on, but even these create difficulties. They may have difficulty remembering the way three changes to *thir*- in *thirteen* and *thirty*, and similarly five to *fif*- in *fifteen* and *fifty* **(**Anghileri, 2000). When high numbers are introduced, if learners are using British English, they will have problems remembering where to put *and* in the following example: *2320 - two thousand three hundred and twenty* not *two thousand and three hundred and twenty.*

This activity aims to give students practice in pronouncing these numbers. You can adapt it to include only the numbers the students learn up to that point. For example: You need to make a series of cards with a number in figures (e.g. 10) on one side and in words (e.g. ten) on the other. The game can be played in pairs or in larger groups – six or seven is fine. The bigger the group the more cards you need on the table – aim for least ten per student.

The cards are laid out on the table number side up. In turn, each student chooses a card, says what s/he thinks will be on the other side, and then turns the card over. If s/he has said exactly what is written there, s/he keeps the card. If not, the card is turned back over and left on the table. The next student can't choose the same card, but the student after that is free to do so is s/he wishes. At the end, the student with most cards is the winner. This seems simple, and with very low level students who are just learning the initial numbers it is best left like that. However, at a later stage it becomes more complex – what is written on the card is not always the exact number. For example, the student who sees 203 and says two hundred and three may turn the card over to find about *two hundred.* Some of the numbers will be exact, others approximate. This has two advantages:

– Firstly, it extends the game. The student who says *two hundred and three* has had productive practice in pronouncing the exact number, but has also had receptive exposure to the approximation – which s/he or another student must later use. It may of course work the other way – the who sees 4.999 and, thinking/he has understood the trick, says *about five thousand* may turn the card over to find *four thousand, nine hundred and ninety nine*, or more or less five thousand.

– Secondly, it helps the weaker students. Played the „straight" way, inevitably the weaker students make mistakes and have to turn the card back over while the stronger ones get it right first time. Introducing the element of chance means that, even if they have said something perfectly correct, the stronger students still may not win the card, and having already seen the correct version the weaker students have a better chance of being right when they pick it up.

A VARIATION: TELLING THE TIME

The game can also be used to practice expressing the time. By far the simplest way of expressing the time is to use the hour/minutes system – It's *ten twenty five.* This is the system which some teachers teach immediately to beginners. However, by the late elementary level they also need to understand the *ten past*/*twenty to twelve* system (Case, 1989). Once this has been presented and practiced in isolation, the game can be used to integrate the two.

In this version, the cards have a clock showing the time on one side, and the written time on the other. But for e.g. 9.20, the card may say either it is *nine twenty* or it's *twenty past nine.* Times like 10.24 may be expressed as it is *ten twenty four*, it's *twenty four minutes past ten* or as it's almost *ten twenty five*, it's *about twenty five past ten* etc. The amount of uncertainty makes it very unlikely that the cards will be guessed the first time, and vastly increases the amount of both receptive exposure and productive practice which the students receive.

For both variations of the game there are more approximating expressions which could be used, for example: nearly, almost, just over, just under, around, approximately, a bit more, less than etc. It goes without saying that the exact number of possibilities should be chosen according to the level and ability of the students: too simple will be too boring, but too difficult will be demotivating (hard or not possible to achieve for some students). It is up to the teacher to decide how many different expressions to include – perhaps none at all for complete beginners, but a lot if you want to use the game as a remedial activity at intermediate level.

SOME GAMES WITH NUMBERS FOR YOUNG LEARNERS

This is a game for young learners who aim to consolidate the numbers 1-6 and the colours. For each group of children you will need: two dice – one with numbers and the other with colours; a counter for each child; and a playing board. The playing board should have the same colours as those on the dice and can be made easily using Word and clipart. If you do not have a colour printer, you will need to leave the circles blank and then colour them by hand. The number of circles you use will depend on the age and attention span of the children.

Version one: The players start with their counters on the circle furthest from the house. Each child in turn throws the colour dice and says the colour. If it is the same as colour of their „path", they throw the number dice and move their counter forward the same number of circles. The first one to reach their house is the winner.

Version two: The first player throws the dice, but this time the player on his/her left calls the colour and the number. If either of those two players has the correct colour, s/he moves her counter the appropriate number of places. This speeds the game up a bit, as there is one in three chance of someone moving, instead of only one in six.

Version three: In each group one child is the „dice-master" but does not play. The „dice-master" throws the dice and calls the colour and the number that come up. The player with that colour moves their counter forward the appropriate number of circles. At the end, the winner becomes the „dice-master" and the old „dice-master" joins the game. This makes the game much faster, as someone moves on each throw.

The problem with any game like this is that it is quite possible to play without saying anything – which defeats the object of the activity in an EFL classroom (Cramer, Post, and delMas, 2002). One way of getting round this with Version Three is if the „dice-master" throws the dice behind a barrier (such as a large book) which prevents the group from seeing the result – the way they have to listen to what s/he says. Another possibility is if the teacher throws the dice and calls the colour and numbers to the whole class. Obviously, in this case there will be a winner in each group at the same moment. This only consolidates the children's receptive knowledge of the language, but is sometimes a good way of introducing Version three and making sure the children understand the game before they continue playing in groups.

PRONOUNCIATION OF NUMBERS

One-figure numbers cause little difficulty, as they are invariably read *one, two, three, four,…nine.* Perhaps the only trouble will be given by 0, which when standing on its own is usually *nought,* though in some combinations it is usually *oh.* In scoring at games, however, 0 is read as *nil* in games where scoring is by goals (Association football, hockey, water polo, etc.) or by points (Rugby football), and as *love* in tennis and games which, resembling tennis, use in part but not in full the tennis system of scoring, as badminton or table tennis.

Two-figure numbers are also straightforward and will doubtless be well known: *eleven, twelve, thirteen, fourteen, . . . twenty, twenty-one, twenty-two, . . . ninety-nine.* These forms are used on all occasions except on the telephone.

Three-figure numbers offer more permissible variants but not many chances of going wrong. You may say *four hundred and sixty-five* or *four sixty-five* or *four six five.* In my own usage the first is by far the least frequent, probably because of its length and heaviness. The *second, four sixty-five,* is possibly the commonest, but is not found for numbers with 0 as the second digit; you must say either *three hundred and two* or *three oh two.* One or two special cases may be noted: 600 can only be *six hundred;* 277 is pronounced as *two hundred and seventy-seven, two seventy-seven* or *two seven- seven,* but you might hear *two double seven* from someone strongly influenced by telephone usage (Ekenstam, A. 1977).

With one method of reading four-figure numbers all foreign students will be familiar because of its use in dates: A.D. 1953 is *nineteen fifty-three* or, in more formal contexts, *nineteen hundred and fifty-three.* Notice, however, that 1903 is *nineteen hundred and three* in formal and often in colloquial language alike; but in colloquial language *nineteen oh three* is equally common—it is also possible to say *nineteen three* but rarely *nineteen nought three.*

Numbers with five or more figures are rarely given in any other way than as a succession of digits.

SOME EXERCISES TO INCREASE FLUENCY WITH NUMBERS WITH YL

1. One of very useful activities is for students to record results, reading from duplicated sheets: football results can be used to drill numbers up to ten (including 0, which often tends to be overlooked when the other numerals are taught). A three-phase drill seems most appropriate—i.e. the student reads the result; hears the correct version on the master track; repeats the correct response. This exercise is also valuable for practicing the pronunciation of the names of British, Italian, Spanish, Serbian etc. football clubs and the towns/cities they come from, which present additional difficulties for foreign students (Markovits and Sowder, 1994).

2. Most learners will probably be familiar with the rules of Bingo, and a simple classroom version provides an opportunity for some fairly intensive practice on numbers. Let the 'caller' write down the figures from 1 to 99 and cross these through as he calls them out. The remainder of the class draws grid 5 spaces by 4, fills in any 20 figures up to 99, and crosses each of these through as it is called. When someone

claims a full card, his numbers are checked back to the caller before a new game is begun. If time is short, only the numbers up to 50 or only those above can be used, with a reduction in those to be crossed through by the rest of the class. Greater concentration on the part of the 'listeners' is obtained if they are informed at the outset that each number will be called once only, and interest can be further stimulated, at least at an advanced stage, by teaching the usual Bingo jargon, e.g. 'unlucky for some' (13), 'key of the door' (21), 'all the fours' (44), 'clickety-click' (66),etc.

CONCLUSION

The teaching and learning of numbers sense has been considered to be a major topic in mathematics education in the 21st century. Some authors argue that English language teachers should choose what to teach and how to teach numbers in their classroom in order to keep up with novice ideas in the field of mathematics as a science.

However, in the EL classroom, teachers may help children develop number sense and pronounce numbers correctly through posing challenging questions that are different from those in their textbooks, encouraging discussions, providing opportunities for students to communicate and to use numbers freely and fluently while communicating ideas.

The development of number sense should become a major focus throughout the elementary school mathematics curriculum. For this reason, promoting mathematics teachers' awareness of the nature of cooperation and importance with English language teachers is important. We do hope this will encourage more teachers to direct their instruction toward the facilitation of understanding and meaningful learning of numbers and using them more efficiently both in English and Mathematics classes (Yang, 2003).

REFERENCES:

Anghileri, J. (2000). *Teaching number sense*. Trowbridge, Wiltshire: Cromwell Press.

Case, R. (1989). *Fostering the development of children's number sense*. In J.T. Sowder & B.P. Schappelle (Eds.), *Establishing foundations for research on number sense and related topics: Report of a conference* (pp. 57–64). San Diego: San Diego University, Center for Research in Mathematics and Science Education.

Cramer, K.A., Post, T.R. & delMas, R.C. (2002). *Initial fraction learning by fourth- and fifth-grade students: A comparison of the effects of using commercial curricula with the effects of using the rational number project curriculum*. Journal of Research in Mathematics Education, 33(2), 111–144.

Dungworth, D. 1974. *Teaching Numbers.* ELT Journal 28/3:245-246

Ekenstam, A. (1977). *On children's quantitative understanding of numbers*. Educational Studies in Mathematics, 8, 317–332.

Markovits, Z. & Sowder, J.T. (1994). *Developing number sense: An intervention study in grade 7*. Journal for Research in Mathematics Education, 25(1), 4–29.

Yang, D.C. (2003). *Teaching and learning number sense – an intervention study of fifth grade students in Taiwan*. International Journal of Science and Mathematics Education, 1(1), 115–134 (NSC 90-2521-S-415-001).

Ивана Ћирковић Миладиновић
Педагошки факултет
Јагодина

ПОДУЧАВАЊЕ БРОЈЕВА У НАСТАВИ ЕНГЛЕСКОГ ЈЕЗИКА

Апстракт: У настави енглеског језика се често срећемо са великим бројем ученика који, иако генерално добро познају страни језик који уче, имају проблема када се од њих тражи да разумеју и користе бројеве на енглеском језику. Овом проблему се не придаје пуно значаја у настави страног језика па се у складу са тим и коришћење бројева мање вежба и учи. Разлози за то су што се предност даје усвајању богатог вокабулара који покрива нека друга подручја живота као што су: породица, школа, путовања, интересовања ученика (хоби), слободно време и др. Ипак, неки аутори сматрају да посебну пажњу треба поклонити и коришћењу бројева у настави енглеског језика како би се знање овог језика унапредило а способност течног излагања побољшала.

Mara Cotič, Darjo Felda
Faculty of Education, University of Primorska
Koper

УДК: 371.3::51-028.31
159.953.2-057.874

PERMUTATIONS AT THE VERY BEGINNING OF EDUCATION

Abstract: In the article, the introduction of permutation at the earliest stages of primary school is presented and it is based on the results of our own empirical researches as well as on the findings of studies conducted abroad. It is important to become familiar with some notions from combinatorics through play where the teacher only directs the attention to some specific stages of the play to stress the learning aim.

INTRODUCTION

Until recently the pupils in Slovenia started learning notions from combinatorics only in secondary school where the teaching of maths is mostly deductive and on an abstract level. This is certainly one of the reasons why students experience difficulties in understanding them. Mialaret (1969) proved with his study that even in secondary school the success of students' understanding and solving problems depends mostly on abstract and concrete formulation of them. Students in secondary school have problems with understanding combinatorics even if they manage to solve combinatorial problems with appropriate illustrative examples and teacher's help. They seem not to be used to concrete examples when developing basic mathematical concepts and at the same time they have not been introduced even to the most basic combinatorial situations, not even to those, which closely relate to everyday life.

With the introduction of a new mathematical curriculum we wanted to improve this deficiency by including combinatorics in the very first stages of primary education, although in many other countries the maths curricula for primary school do not contain it. In the first stages of education combinatorics is not taught in a conventional sense of the word. Pupils are introduced to its basics at a very concrete level through play, which prepares them gradually for abstract thinking.

Introducing notions from combinatorics at the primary school level poses dilemmas about pupil's ability to solve this kind of problems at their age. According to Piaget (1951) a child is capable of solving this kind of problems only on the level of formal operations (11-15). But Piaget's and Inhelder's conclusions that combinatorics is not appropriate on the level of concrete operations of child's development (7-11) are based only on spontaneous children's answers without introducing these issues into lessons. A number of didactic mathematical researches on appropriateness of introducing combinatorics at the first key stages of education in primary school have disproved Piaget's and Inhelder's statement. Here we point out two researches: the empirical research carried out by Fishbein in Israel already in 1970 and the research done in Slovenia in 1993 as a part of the project *Renovation of Primary Schools* by M. Cotič and T. Hodnik.

Again, it is necessary to point out that in the first years of education there is no real teaching of this theory because the study of combinatorial situations demands methods to determine the number of elements of a finite set without counting them. Pupils do not use these methods. They are only exposed to simple combinatorial situations in which there is a small number of elements, which can be simply counted. The teacher speaks to pupils in a natural way and does not make use of a sophisticated mathematical terminology.

LET US FORM A ROW

Three pupils, Ann, Betty and Charles are invited to form a row. The teacher sketches the situation on the blackboard and the pupils draw it in their notebooks.

Figure 1. Ann, Betty and Charles

Someone can describe the positions of these three pupils: *Ann is the first, Betty is the second and Charles is the third*. We have the opportunity to practise the orientation: who is on the left, who is on the right. We can even test the knowledge of some relations: who is *taller than*, who is *the tallest*, who is *shorter than*, who is *the shortest*.

Then we encourage the three pupils to change their positions in order to form a different row. Usually, each of them wants to change his or her position. They are quite sure that otherwise there would be no new situation. Now we can draw a new situation.

Figure 2. Charles, Ann and Betty

We see that *Charles is the first, Ann is the second and Betty is the third*. Is there any possibility left? Betty could establish: *I have not been in the first position yet*. Such statement stimulates other pupils to think by analogy: *Ann has not been in the third position yet* and neither has *Chales been in the second position yet.* The natural conclusion is to form another situation.

Figure 3. Betty, Charles and Ann

Pupils are not aware that the three situations do not represent all possibilities. They are happy with the fact that Ann, Betty and Charles have in turn each been in the first, the second and the third position. At the first meeting with the activity it is not even necessary to remark that there are more possibilities.

There will be enough time during the first years of primary school to gradually emphasize the logical thinking and pay attention to a more systematic approach. Children will perhaps come across some new possibility quite accidentally. But it happens more often that they form the same situation again, which leads them to the wrong conclusion that there are no more possibilities.

HOW MANY ARRANGEMENTS?

Pupils can choose three balls of different colours and put them in a row:

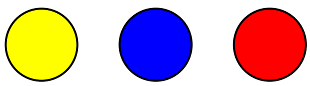


Figure 4a. Three balls of different colours

We first allow the children to find as many different arrangements of the chosen balls in a row as they can. They can work in groups and draw every single arrangement on a large sheet of paper to show their findings to other groups after a certain amount of time. Then they compare the results of their work and examine carefully the work of the group who has drawn the largest number of arrangements to make sure that no combination appears twice. Or they choose the work of one group and possibly add to it the sketch of a single arrangement by another group that was missing in the chosen presentation.

It may happen that in such a way the pupils succeed to obtain all six arrangements. The teacher can tell them that there are no more possibilities, but some of them are not convinced and they keep trying to find new sequences. Even when pupils are more or less happy with the fact that there are only six arrangements, they will hardly find all of them on a later occasion.

The main reason why the teacher should gradually intervene in the activity and guide the searching for all possibilities, is the accidental placing or drawing of the arrangements. In fact, if the procedure is done systematically, the solution comes very easily.

Let us have three balls as in figure 4a. The teacher can interchange just the blue and the red ball, so that we have:

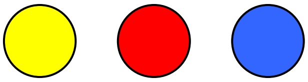


Figure 4b: Another arrangement of three balls of different colours

Now we have to talk about the two arrangements. Pupils should argue about their similarities and about their differences. They should realize that the yellow ball is in the first position in both arrangements and that no further different arrangement with the yellow ball in the first position is possible. So, to get a new arrangement we have to put another ball in the first position:

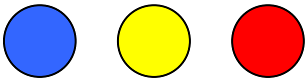


Figure 4c: Blue ball first

Pupils should conclude that there is another arrangement with the blue ball in the first position (figure 4d) as well as that there are no further arrangements with the blue ball in the first position.

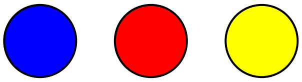


Figure 4d. Blue ball first again

Now we have to complete the story. It is recommended that pupils perform the activity by themselves as much as possible. Let them think and become aware of the basic notions from combinatorics. They should put the last two arrangements and/or draw the corresponding sketches.

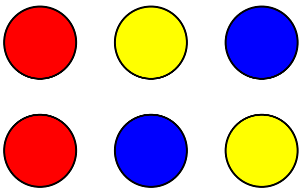


Figure 4e. Red ball first

LEVELS OF SOLVING COMBINATORIAL SITUATIONS

When solving simple combinatorial situations, pupils go through several stages. At the very beginning of education they usually remain at the enactive stage and are gradually adopting the methods of the iconic stage. The symbolic stage comes into consideration in the later years of schooling. Let us have a brief look at the stages and at the steps inside them.

I *ENACTIVE (CONCRETE) STAGE*

1. Setting up the starting-point for a problem situation

Pupils have balls of various colours. First they just play with them as they derive from the play many valuable experiences. We leave them to choose different ways of arranging. Then we ask them: How many arrangements can you make using 3 balls of different colours (yellow, blue and red)?

2. Analysis of the situation

Pupils analyse how to solve the problem situation, how many arrangements there are, what they have to pay special attention to, how they will recognize equal or unequal arrangements etc.

3. Realization of the activity

Pupils form the arrangements. They usually do the activity unsystematically so it happens that they get equal arrangements or they do not get all of them. The teacher should help them to find out that doing the activity systematically it is easier to get all arrangements. During the activity pupils should verbalize their work and procedures.

II ICONIC (GRAPHIC) STAGE

4. Schematization of activity (a picture, a sketch)

At this stage pupils put down graphically the arrangements they have got. First they usually get an unsystematic picture (figure 5a) and after the intervention of the teacher they pay attention to a system (they place the ball of a particular colour in the first position and combine the other two; in this way it is impossible to get the same arrangement twice, figure 5b).

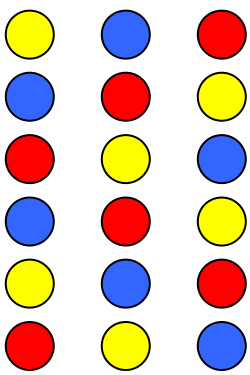


Figure 5a

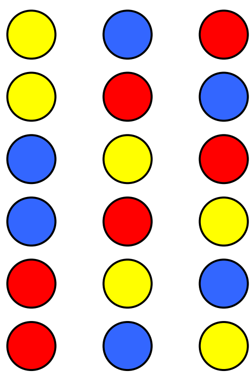


Figure 5b.

5. Realization of activity in various other situations

We encourage pupils to suggest what else is possible to arrange. They usually suggest colour pencils, geometric objects, pictures on the walls, toys etc. Then they arrange the suggested objects and make a graphic presentation.

6. Schematizing of the activity using systematic ways

We accustom the pupils to using a combinatorial tree (figure 6) to present combinatorial situations. It can be used to show individual steps of choosing the colour of balls and all the possible arrangements very evidently.

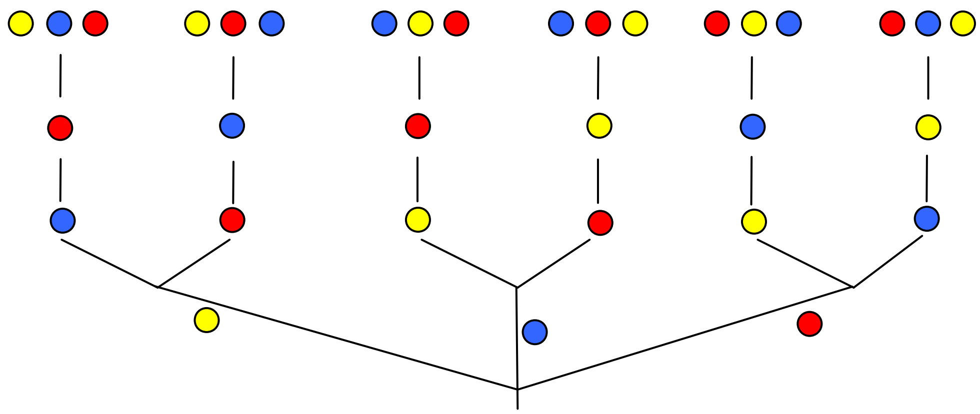


Figure 6.

III *SYMBOLIC STAGE*

7. *Presentation of the activity in more general form*

We set up the calculus for each example. At the given combinatorial tree pupils write down a calculus which shows the number of permutations. In our case the calculus is:

$$2 + 2 + 2 = 6 \quad \text{or} \quad 3 \cdot 2 = 6.$$

8. *Generalization of the problem (formal rule)*

We add a green ball. This time the pupils do the activities with four balls. The brightest pupils put a ball of a particular colour in the first position and then they arrange the other three. It means that each of the balls is in the first position six times. The number of permutations is equal to:

$$4 \cdot 6 = 24 \quad \text{or} \quad 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24.$$

When later on students learn about combinatorics as one of mathematical branches, they write down a general formula for the number of permutations of n elements without repetition:

$$P_n = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \ldots 3 \cdot 2 \cdot 1.$$

9. *Using the developed idea in new situations*

The notion of permutation is used in new problem situations (for example: in developing the notion of permutation with repetition and in problem situations from combinatorics and probability etc.).

All the three stages cannot be considered statically as the process of learning these concepts does not follow exclusively the order of proposed stages. All these levels have to be considered flexible and should be variously used in the educational process.

CONCLUSION

It is important to stress again that the concrete level must not be omitted when forming mathematical ideas at the beginning of education when pupils are at a stage of concrete thinking. It is also important that it should not be too short. With teacher's help pupils should find out that it is necessary to tackle combinatorial situations systematically.

By encouraging pupils to draw what they see we guide them slowly from enactive to iconic stage. In the introductory process, the teacher pays attention to many elements that accompany the beginning of education when the educational process is hardly ever rigorously oriented to a specific matter. Pupils learn several skills. In particular they enrich their knowledge linked with the problem situations that they encounter in their everyday life. An important component of education is also the development and the improvement of their mathematical language.

REFERENCES

Cotič, M., *Uvajanje vsebin iz statistike, verjetnosti in kombinatorike ter razširitev matematičnega problema na razrednem pouku matematike (Introducing issues from statistics, probability, and combinatorics and expanding of mathematical problem in lower primary school)*, Filozofska fakulteta, Ljubljana (1998).

Cotič, M., Felda, D., *The Rainbow Train - the model of Development of Basic Concepts in Combinatorics at the First Key Stages of Education*, Third Mediterranean Conference on Mathematics Education, Athens (2003).

Dörfler, W., *Forms And Means Of Generalization In Mathematics*, in: *Mathematical Knowledge, Is Growth Trough Teaching*, ed. Bishop, A. J., p. 63-85 (1991).

Fischbein, E., *The Intuitive Sources of Probabilistic Thinking in Children*, D. Riedel, Dordrect, Holland (1975).

Fischbein, E., *L'insegnamento della probabilita nella scuola elementare,* in: *Processi cognitivi e apprendimento della matematica nella scuola elementare*, ed. Prodi, G., Editrice La Scuola, Brescia (1984).

Mialaret, G., *L'apprendimento della matematica, Saggio di psicopedagogia*, Armando, Roma (1969).

Piaget, J., Inhelder, B., *La genese de l'idee de hasard chez l'enfant*, PUF, Paris (1951).

Веселин Мићановић
Филозофски факултет
Никшић

УДК: 371.3::51]:004

КОРИШЋЕЊЕ РАЧУНАРА У ПЛАНИРАЊУ ПОЧЕТНЕ НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ

Апстракт: Ако пођемо од чињенице да је планирање једна од најважнијих и најодговорнијих активности у свим дјелатностима, онда је свима јасно зашто овом послу треба посветити посебну пажњу стварајући квалитетне услове несметаног рада. У процесу практичне израде планова рада, пожељно је да наставник има свој кутак, тј. стално мјесто опремљено рачунаром и другом стручном литературом и техничким уређајима за несметан рад.

Неопходна технологија за планирање почетних математичких садржаја, који ће се реализовати по савременим захтјевима наставе математике, јесте савремени мултимедијални рачунар који је међусобно умрежен са осталим рачунарима у школи и који има везу са интернетом. Ова технологија омогућава савремено планирање и припремање реализације математичких садржаја, као и праћење савремених тенденција на овом плану и одржавање неопходне комуникације с колегама у својој области и шире. Наставник може да користи рачунар код куће или у школи како за израду годишњег плана рада тако и за планирање дневних активности у настави па самим тим ово техничко средство има велику могућност примјене у планирању и припремању почетне наставе математике. Предност оваквог начина планирања је у већој прецизности, практичности, савремености и бржој доступности планова корисницима. На тај начин се планирање подиже на један квалитетнији и виши ниво.

Кључне ријечи: планирање, рачунар, почетна настава математике, наставник, ученик, припремање, реализација, наставни садржаји

УВОД

За разлику од класичног планирања гдје наставник користи „хрпу” папира прије него што направи коначну верзију плана рада (годишњег, месечног, седмичног или дневног) уз помоћ рачунара тај поступак се упрошћује, а коначна верзија плана постаје брзо доступна свим корисницима у сваком моменту. И што је врло битно једном направљени план за било који временски период (годишњи, месечни, седмични, дневни и сл.) да се лако промијенити, допуном или брисањем појединих дјелова. За несметано обављање задатака на ефикасном планирању и осмишљавању креативног извођења почетне наставе математике по савременим методичким захтјевима пожељно би било да наставник има увијек на располагању рачунар за рад.

Припремање наставника за квалитетно извођење наставе математике је незамисливо без примјене рачунара, као једног од најсавременијих наставних средстава. „Адекватна примена дидактичко-информатичких иновација у настави претпоставља добру информисаност о могућностима које пружају и оспособљеност наставника за њихову примену.” (Мандић, Д., Ристић, М. 2006:

79). Припремање наставног материјала за ученике, припремање дидактичко-методичког материјала, припремање графофолија, креирање и израда електронских презентација не може се извести без примјене рачунара. Рачунар у овом случају представља једну цјеловиту базу података, појмова, примјера, цртежа итд. То је модерни „лексикон” који стоји стално на услузи наставнику.

ПЛАНИРАЊЕ РЕАЛИЗАЦИЈЕ МАТЕМАТИЧКИХ САДРЖАЈА ПРИМЈЕНОМ РАЧУНАРА

Прављење годишњег плана, не само почетне наставе математике, већ наставе математике уопште, уз примјену рачунара треба да предвиди употребу тог савременог наставног средства у реализацији појединих математичких тема или појединих наставних јединица. Зато наставник треба да сачини план како би на вријеме и лакше размотрио и осмислио могућности употребе рачунара у реализацији одређених математичких садржаја.

Приликом израде годишњег плана рада из почетне наставе математике која обухвата и планирање реализације математичких садржаја примјеном савремених наставних средстава, у првом плану рачунара, треба се придржавати одређених захтјева:

– које садржаје планирати и реализовати;

– када, тј. у које вријеме их реализовати;

– колико времена предвидјети за примјену рачунара у реализацији датих математичких садржаја;

– којим редосљедом извршити презентацију математичких садржаја.

Направљени план реализације математичких садржаја од посебне је важности и за ученике. Наиме, учење појединих математичких тема захтијева добро предзнање из других тема, па је неопходно направити правилну расподјелу и редосљед изучавања предвиђених математичких тема у годишњем плану. А и сама примјена рачунара у реализацији математичких садржаја захтијева у почетку више времена за реализацију појединих тема јер предвиђа већу самосталност ученика. Ако не постоје оптимални услови за несметано изучавање математичких садржаја примјеном рачунара на релацији један рачунар један ученик, наставник може организовати успјешну реализацију почетне наставе математике и примјеном једног рачунара уз коришћење пројектора. У таквим условима наставник користи рачунар за квалитетну презентацију математичких садржаја, али у појединим дјеловима часа могу и ученици да раде пред одјељењем на истом рачунару. Подразумијева се да ученици морају познавати рад на рачунару и знати како се самостално учи. Они морају да овладају техником коришћења рачунара како би могли рјешавати задатке који су пред њих постављени.

Логично је да наставник треба прво да сачини годишњи план рада, а затим на основу њега мјесечне, недјељне и дневне планове рада. Годишњи план рада садржи математичке теме које треба обрадити са предвиђеним бројем часова по темама и укупним годишњим фондом часова. Свака тема је разбијена на наставне јединице чију реализацију наставник треба добро да испланира по мјесецима и класификационим периодима водећи рачуна о правилној расподјели наставних јединица по типовима часова.

Када се сачини добар годишњи план рада онда се на основу њега прави мјесечни план рада који осим наставних јединица захтијева планирање типова часова, наставних облика и метода рада прилагођених извођењу наставе на датом узрасту. Из мјесечног плана рада произилази израда недјељног и дневног плана рада. У недјељни план рада улазе све активности по данима што укључује практично извођење наставе уз примјену рачунара или без његове примјене, затим коришћење литературе, образовног софтвера и сл. На крају долази прављење дневног плана рада који садржи све планиране активности наставника и ученика у току часа које се предузимају за реализацију планираних математичких садржаја. Дакле, у основи укупног планирања се налази годишњи план рада, а из њега даље проистичу мјесечни, седмични и дневни планови рада.

Код планирања реализације математичких садржаја на рачунару наставник мора да узме у обзир временску димензију реализације планираног садржаја. Зато се наставник приликом планирања извођења наставе математике примјеном рачунара мора суочити с неколико прецизних питања:

– шта жели постићи (циљ и задаци);
– којим садржајем (избор садржаја);
– на који начин (избор стратегије учења);
– како добити повратну информацију (евалуација рада).

Дакле, рачунар омогућава наставнику брже повезивање програмских цјелина и њихово интегрисање у годишњи план рада. Примјеном рачунара у планирању почетне наставе математике корисник на један савременији и ефикаснији начин „програмира" своју годишњу, месечну, седмичну и дневну активност.

Циљ детаљног планирања је да се ништа не импровизује, тј. да се не препусти случају. Намера детаљног планирања у реализацији почетне наставе математике примјеном рачунара је да се види који су то садржаји који се могу реализовати примјеном рачунара. У том случају се морају испунити неки кључни услови:

– обучити ученике за рад на рачунару;
– одабрати пригодне математичке садржаје који се могу квалитетно реализовати примјеном рачунара;
– одабране математичке садржаје прилагодити ученицима којима су намијењени, уважавајући њихово предзнање и способности;
– припремити ученике за самосталан рад и учење.

Припрема и прилагођавање математичких садржаја за њихову реализацију примјеном рачунара пролази кроз две основне етапе:

– методичку припрему наставне јединице (издвајање и међусобно повезивање садржинских секвенци);

– техничку припрему наставне јединице на рачунару (обликовање садржинских секвенци на рачунару).

У методичком припремању садржинских секвенци из дате наставне јединице мора се водити рачуна о педагошким начелима успјешног учења:

– у процесу учења ученик мора стално да буде активан;

– ученик мора да добија брзу повратну информацију о резултату своје активности;

– ученик учи темпом који му одговара;

– ученик благовремено добија помоћ у раду ако му нешто није јасно, посебно у погледу софтвера који користи.

Припремљене садржинске секвенце морају задовољити основне дидактичке захтјеве:

– одмјереност;

– постепено повећање тежине;

– систематску контролу учења;

– коментари које ученик добија од стране рачунара морају бити занимљивији у ситуацијама када је успјешно савладано градиво (тачно ријешен задатак) него код погрешних одговора.

Наставни садржаји се дидактички обликују у посебне садржинске секвенце:

– издвоје се погодни наставни садржаји (јединице) који се могу квалитетно припремити за рад на рачунару;

– издвојени садржаји се рашчлањују на више дјелова (секвенци) које ће ученици, поштујући одговарајући логички низ по којем су распоређени, поступно усвајати;

– за сваку садржинску секвенцу се прави одговарајућа анимација (слајд);

– сваки урађени „слајд” садржи одређени извор знања дат у виду текста, графика, задатка.

Свака садржинска секвенца приказана у облику анимације садржи:

– информацију;

– питање или задатак;

– помоћ у рјешавању задатка (питања);

– рјешење задатка;

– повратну информацију.

Информација је дата у облику акустичког и визуелног саопштавања сазнајног елемента који ученици треба да усвоје путем текста, графика и примјера.

Питање или задатак служи ученицима да провјере колико су разумјели саопштену (прочитану или саслушану) информацију и да се мотивишу да примијене усвојено знање у рјешавању постављеног задатка (питања).

Помоћ у рјешавању задатка (питања) је намијењена оним ученицима који нијесу довољно разумјели саопштену информацију па нијесу у стању да тачно ријеше постављени задатак, односно питање.

Рјешење задатка се нуди као резултат једне или више тачно извршених операција.

Повратна информација обавјештава ученика да ли је тачно ријешио задатак (питање), а уједно га обавјештава да ли је добро усвојио презентовани садржај. Ако је повратна информација негативна, ученик се враћа на поновно изучавање дате садржинске секвенце и поновно рјешавање задатка.

Можда је неопходно напоменути и то да ученик, усвајајући математички садржај примјеном рачунара, не може да прочита тачно рјешење задатка или одговора, већ само може да добије позитиван или негативан одговор на предузети корак у рјешавању задатка. Ученик који не савлада редосљедом планиране садржаје не може прећи на учење сложенијих садржинских секвенци док не савлада претходне.

Наравно да су захтјеви према ученицима различити. То значи да су садржаји диференцирани на више нивоа. Задаци и питања су, такође, диференцирани па се ученицима различитих нивоа нуде и додатне информације које сами траже преко „прозорчета” за помоћ (кликом тастера миша на дато прозорче).

Припрема наставне јединице на рачунару (обликовање садржинских секвенци на рачунару) подразумијева прилагођавање садржинских секвенци наставне јединице рачунарском моделу презентације. Неопходно је израдити квалитетне презентације које ће анимирати пажњу ученика и мотивисати их на усвајање понуђеног садржаја.

ПРИМЈЕНА РАЧУНАРА У ПРИПРЕМАЊУ НАСТАВНИКА

Рачунар има изузетно велику важност у припремању наставника за извођење наставе математике било да се реализација математичких садржаја изводи:

– непосредном примјеном рачунара;

– посредном примјеном рачунара.

Истина, постоји велики број наставника (учитеља) који немају претходног искуства у коришћењу једноставних „алата” које им рачунар пружа у изради дидактичко-методичког материјала (наставних листића, графофолија и сл.) за примјену у настави математике. По том питању потребно је извести један облик курса као увод у упознавање и обучавање наставника за непосредно или посредно коришћење рачунара у настави.

Потреба припремања наставника за извођење наставе уопште, па и наставе математике потпуно је јасна сваком од њих. Наставницима који изводе наставу математике у старијим разредима као и наставницима у почетној настави математике посебну потешкоћу причињава то што не посједују адекватно техничко средство на којем би планирали и припремали савременији начин реализације математичких садржаја. Наставници почетници далеко су више упућени на могућност примјене рачунара у настави, али им и поред великог стручног знања највећи проблем представља слаба опремљеност школа савременим наставним средствима. Највећи проблем им представља како савремене идеје наставе преточити у праксу, тј. како организовати савременији начин реализације наставе математике у учионици где постоје релативно ограничени услови рада.

Посједовање рачунара, тј. умјеће руковања овим савременим средством доприноси наставницима да стално буду у контакту са новијим дешавањима у свијету на пољу развоја васпитно-образовне дјелатности и да читају новију литературу. Не само теоријско, већ и практично усавршавање, наставник може постићи коришћењем интернета гдје се могу наћи практични примјери припремања наставника за реализацију математичких садржаја на свим нивоима (узрасним, менталним итд.). Дакле, интернет представља „прозор" у свијет и пружа стручну помоћ у припремању наставника. Коришћењем овог „беспапирног" медија наставник богати сопствену припрему која му представља велики оријентир за квалитетно презентовање математичких садржаја.

Израда квалитетних припрема на рачунару представља солидну подлогу за практично извођење наставе математике. Захваљујући развоју средстава комуникације, посебно интернета и електронске поште, који омогућују сигуран и брз пренос порука дошло је до револуције у могућностима комуникације (Деспић. 2003: 38). Тако сачињена припрема постаје врло брзо доступна у свом изворном облику надлежној педагошкој служби школе. Значајно је и то да наставник може користити рачунар за припремање практичне реализације математичких садржаја и на тај начин осавременити свој рад у наставном процесу. Посебна погодност коју пружа интернет јесте благовремена размјена искустава са колегама из других средина. Наставници могу за кратко вријеме размијенити припреме како би сопствену припрему обогатили креативнијим идејама и поступцима реализације.

Примјена рачунара као наставног помагала у припремању наставника за дизајнирање и припремање наставе математике темељи се на савременој технологији. Организација припремања наставника примјеном рачунара и интернет технологије осим пружања знања и информација на интернету омогућава припремање наставника за управљање и вођење поучавања разредним рачунарским мрежама. Припремање наставника уз помоћ рачунара за поучавање и учење које се темељи на рачунарској технологији представља основу за развој мултимедијског поучавања. Зато је потребно планирати активности, методе и стратегије поучавања мултимедијом што трансформише традиционалан начин припремања у начин припремања прилагодљив новој технологији.

Савремени наставник или боље речено наставник који примјењује савремену технологију у припремању наставе по новим моделима учења треба да поседује смисао за планирање и припремање по новим методама и техникама ефикасног учења. Постоје бројни фактори који утичу на припремање наставника примјеном рачунара зависно од тога да ли потичу од самог субјекта (индивидуе) или су одраз спољашњих утицаја. Обично их можемо подијелити у двије групе, и то:

– унутрашњи или субјективни фактори;
– спољашњи или физички фактори.

Унутрашњи или субјективни фактори су од пресудне важности за квалитетно припремање наставника за извођење наставе математике. Особине личности наставника су веома значајне за ефикасно припремање. Анксиозне и мање амбициозне особе другачије се понашају у самом процесу припремања наставе математике, скептичне су према иновацијама и мање вјерују у снагу и могућност примјене технике. За разлику од њих постоје личности наставника које су отворене према искуству и напросто желе да иду у корак с временом и радо прихватају све новине, тј. иновације које постоје а могу се примјењивати у настави математике. Такве особе не само да користе рачунар за припремање наставе, већ га радо настоје непосредно примијенити у наставном процесу математике.

Начин поткрепљења, као један вид унутрашње сатисфакције, такође је битан за припремање наставника уз примјену рачунара. Неки наставници математике најчешће „уџбенички” пишу припрему по устаљеном шаблону класичне – традиционалне наставе, а тако углавном ради већина њихових колега и у предметној и у разредној настави сматрајући да су на тај начин извршили своју обавезу. Они то одраде само због надлежне педагошке службе и ријетко када погледају написану припрему непосредно пред реализацију наставне јединице. Међутим, други наставници озбиљније прихватају обавезу припремања за наставу. Студиозније приступају самом припремању наставе математике узимајући у обзир различите способности ученика које на вријеме идентификују како би математичке садржаје што боље приближили њиховим могућностима и саму наставу математике учинили ефикаснијом. Припремање на рачунару им у томе представља велику олакшицу у раду.

Спољашњи или физички фактори имају, такође, великог утицаја на избор савремених средстава и помагала у припремању за наставу математике. Отуда и велики утицај ових фактора на ефикасност самог припремања. Међутим, спољашњи фактори се могу занемарити или се њихов утицај свести на минимум уколико постоји јака унутрашња мотивација и висок ниво аспирације за примену рачунара у припремању наставника. У спољашње факторе припремања наставника убрајамо: радну просторију у којој се наставник припрема, посједовање рачунара за рад, услови у којима наставник изводи наставу и сл. Не можемо захтијевати да се створе идеални услови за несметан рад наставника, али би свака школа требало да поседује радну просторију (кабинет) за актив наставника опремљену неопходном савременом техником за несметано припремање наставника. Та техника не мора бити нарочито скупа нити сваки наставник мора имати свој рачунар, већ један рачунар може послужити за припремање више наставника. Свако одступање од коришћења рачунара у припремању наставника може негативно дјеловати на саму припремљеност наставника, а самим тим и резултате учења и поучавања.

Будући да савремена настава математике подразумијева и укључује нове информационе технологије у њеној реализацији, она исто тако захтијева од наставника и обавезује их да користе ту технологију и у фази непосредног припремања наставе (Пинтер. и др. 1996: 154). Због тога је потребно да се наставници едукују за ефикасну примјену рачунара у математичком образовању младих генерација. То захтијева:

– обуку наставника математике за коришћење нове технологије (рачунара);

– усавршавање наставника из области савремених модела учења и методологије увођења иновација у математичко образовање;

– опремање радних просторија (кабинета и учионица) посебним рачунарским алаткама за реализацију наставе математике;

– трансформацију позиција наставник-ученик у настави математике (централно мјесто умјесто наставника заузима ученик, с тим што се ученик мора обучити за примјену рачунара и употребу савременог образовног софтвера);

– успостављање боље комуникације између наставника и ученика.

Савремено организована настава математике захтијева веома темељне припреме наставника за сваки наставни час, а за то је потребно утрошити доста времена. Потешкоћу у припремању за квалитетно преношење математичких знања представља рад с одјељењима која броје тридесет до тридесет пет, па често и више ученика, а познато је да се квалитетно може изводити настава само с одјељењима која оптимално броје двадесет до двадесет пет ученика. Међутим, разумије се да веома способан и амбициозан наставник неће планирати ни изводити наставу на застарео начин ни у бројнијим одјељењима од наведеног оптимума али је несумњиво његово планирање за рад у бројнијим одјељењима далеко теже.

Да би се користио рачунар за припремање наставе математике, наставник треба обавезно да посједује одговарајућу информатичку писменост. Он треба да зна да примијени стечена информатичка знања у припремању наставе математике. Стога се препоручује свим школама и наставницима, било разредним или предметним наставницима математике, да уколико желе да осавремене свој рад и да наставу математике прилагоде стварним потребама и могућностима ученика треба да стекну минимална (неопходна) знања о коришћењу рачунара у процесу наставе и учења математичких садржаја.

ПЛАНИРАЊЕ РЕАЛИЗАЦИЈЕ МАТЕМАТИЧКИХ САДРЖАЈА ПРИМЈЕНОМ РАЧУНАРА

У настави математике сасвим је извјесно да су креативни наставници главни покретачи и инспиратори стваралачких активности својих ученика.

Улога рачунара у том процесу је несумњиво велика. Међутим, рачунар се не смије произвољно „уграђивати” у процес наставе и учења математичких садржаја, већ се добро мора испланирати његова примјена у специфичним процесима усвајања математичких знања. Рачунар помаже наставнику да усаврши свој стил рада, да се отргне од традиционалног начина преношења знања и обучи ученике да самостално употпуњују стечена и усвајају нова математичка знања.

Познато је да је математика веома комплексан предмет који богатством садржаја, ширином циљева и великом дубином апстраховања на специфичан начин развија математичке способности ученика. С обзиром на улогу коју има настава математике у развоју сваке индивидуе и друштва у цјелини постоји оправдана тежња за повећањем квалитета ове наставе, јер се показало да њен квалитет није на потребном нивоу. Слабости се, у првом реду, односе на строго придржавање крутих и застарелих начина рада. Не поклања се довољна пажња индивидуалним разликама ученика, то се нарочито односи на ученике који заостају у погледу развоја математичких способности и на ученике који постижу натпросјечне резултате или талентоване ученике. Класична настава математике усмјерена је на тзв. просјечног ученика не уважавајући потребе, могућности, способности и интересовања натпросјечних и испотпросјечних ученика. Таква настава математике не примјењује савремену образовну технологију и не ствара услове да се сваки ученик развија у складу са својим индивидуалним способностима и склоностима.

Савремена настава математике своје захтјеве темељи на објективним способностима и могућностима ученика користећи савремену образовну технологију у организовању модела практичне реализације наставе математике. На тај начин се наведене слабости класичне наставе математике превазилазе, а у раду с ученицима се примјењује рачунар који обезбјеђује брже и квалитетније рјешавање математичких задатака, а истовремено подстиче и развија стваралачке математичке способности ученика.

ЗАКЉУЧАК

Полазну основу за примјену рачунара у планирању и реализацији математичких садржаја налазимо у практичности, економичности и хуманости. Сам процес планирања је много бржи и доступнији ширем кругу корисника. Међутим, чињеница је и да међу ученицима истог узраста постоје бројне разлике које се испољавају у различитом нивоу спремности за усвајање математичких садржаја. Услед тога се јавља потреба за упознавањем и уважавањем индивидуалних разлика међу ученицима и прилагођавање циљева и задатака, математичких захтјева и садржаја, облика и метода наставног рада и модела извођења наставе специфичностима сваког ученика. То је могуће најуспјешније постићи примјеном рачунара у реализацији математичких садржаја. Уз његову примјену створила би се основа која би омогућила сваком ученику да сопственим темпом у кругу граница властитих предиспозиција развија своје математичке способности, усвајајући понуђени математички садржај.

ЛИТЕРАТУРА

Дејић, М. (2000): *Методика наставе математике*, Јагодина: Учитељски факултет.

Деспић, А. (2003): *Проблеми информисања у савременој науци*, Београд – Нови Сад: Институт за педагошка истраживања и Центар за развој и примену науке, технологије и информатике, Технологија информатика образовање, бр. 2.

Lehmann, E. (1995): *Projekte im Informatik – Unterricht*, Software–Engineering, Berlin: Dümmler – Verlag.

Мандић, Д., Ристић, М. (2006): *Web portali i obrazovanje na daljinu u funkciji podizanja kvaliteta nastave*, Београд: Медиаграф.

Мићановић, В. (2003): *Савремени приступ реализацији математичких садржаја*, Васпитање и образовање – часопис за педагошку теорију и праксу 2, Подгорица: Завод за уџбенике и наставна средства.

Мрдак, М. (1986): *Рачунар у настави математике*, Иновације у настави, Београд.

Надрљански, Ђ. (2001): *Мултимедијални образовни рачунарски софтвер у разредној настави – модел индивидуализације и диференцијације*, Диференцијација и индивидуализација наставе – основа школе будућности (зборник радова), Сомбор: Учитељски факултет.

Пинтер, Ј., Петровић, Н., Сотировић, В., Липовац, Д. (1996): *Општа методика наставе математике*, Сомбор: Учитељски факултет.

Солеша, Д. (2001): *Образовна технологија у индивидуализованој и диференцираној настави,* Диференцијација и индивидуализација наставе – основа школе будућности, Сомбор: Учитељски факултет, Зборник радова.

Херцег, Д. (2005): *Илустрована змајтематика: од I до IV за 5*, Нови Сад: ЗМАЈ д.о.о.

Veselin Micanovic
Faculty of Philosophy in Niksic

USING COMPUTERS IN PLANNING INITIAL MATHEMATICS TEACHING

SUMMARY

If we remember the fact that planning is one of the most fundamental and responsible activities in all fields, then everyone is clear why it is necessary to pay special attention to this issue, creating good conditions for undisturbed work. In the process of making a syllabus itself, it is desirable for a teacher to have his/her own corner, i.e. a permanent place equipped with a computer and other professional literature, as well as with technical devices necessary for normal work.

A modern multimedia computer, netted with other computers in the school and connected to Internet, is the necessary device used for planning initial mathematics contents to be realized in accordance with contemporary mathematics requirements.

This technology enables contemporary planning and preparing realization of the mathematics contents, as well as following contemporary tendencies in this field and mainitaining necessary communication with the colleagues within this and other areas. A teacher may use a computer at home or at school, both for making annual syllabus and for planning daily teaching activities, and thereby this technical device has enormous possibility of application in the process of planning and preparing the initial teaching of mathematics. The advantages of this way of planning could be intepreted by more precise, practical, contemporary values and faster accessability of users to the syllabuses. In that way, the planning will be increased on a higher and better level.

CIP – Каталогизација у публикацији
Народна библиотека Србије, Београд

371.3::51(082)

МЕЂУНАРОДНИ научни скуп Методички аспекти наставе математике (2008 ; Јагодина)
Методички аспекти наставе математике : [зборник радова са међународног научног скупа одржаног 23-24. јуна 2008. године на Педагошком факултету у Јагодини] / [главни уредник Милана Егерић ; превод на енглески језик Вера Савић]. – Јагодина : Педагошки факултет, 2008 (Београд : Мио књига). – 148 стр. : илустр. ; 24 cm. – (Посебна издања . Научни скупови / [Педагошки факултет, Јагодина] ; књ. 5)

Радови на срп. и енгл. језику. – На врху насл. стр.: Универзитет у Крагујевцу. – Тираж 200. – Напомене и библиографске референце уз текст. – Библиографија уз сваки рад. – Суммариес.

ISBN 978-86-7604-051-3

а) Математика – Настава – Методика – Зборници

COBISS.SR–ID 152439308