ФАКУЛТЕТ ПЕДАГОШКИХ НАУКА
УНИВЕРЗИТЕТА У КРАГУЈЕВЦУ

Посебна издања
Научни скупови, књ. 12

МЕТОДИЧКИ АСПЕКТИ НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ II

ФАКУЛТЕТ ПЕДАГОШКИХ НАУКА
Јагодина, 2012.

МЕТОДИЧКИ АСПЕКТИ НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ II

Зборник радова
са другог међународног научног скупа
одржаног 14-15. маја 2011. године
на Факултету педагошких наука Универзитета у Крагујевцу

Издавач
Факултет педагошких наука Универзитета у Крагујевцу
Милана Мијалковића 14, 35000 Јагодина

За издавача: Проф. мр Сретко Дивљан

Главни уредник: Доц. др Ненад Вуловић

Технички уредник: Доц. др Ненад Вуловић

Корице: Далибор Видовић

Рецензенти
Проф. др Милана Егерић, проф. др Бранислав Поповић, доц. др Ненад Вуловић

Лектура и коректура
др Илијана Чутура, др Снежана Марковић, мр Вера Савић, Маја Димитријевић, Марија Ђорђевић, Бранко Илић, Јелена Максимовић

Превод на енглески језик: Ивана Ћирковић-Миладиновић

Штампа: Сквер, Крагујевац

Тираж: 200

Програмски одбор
dr Olha His, Research scientist, Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics National Academy of Sciences of Ukraine, Lviv, Ukraine;
проф. др Мара Цотич, Педагошки факултет у Копру, Универзитет Приморска, Словениа;
проф. др Татјана Ходник Чадеж, Педагошки факултет, Универзитет у Љубљани, Словениа;
проф. др Даниел А. Романо, Педагошки факултет у Бијељини, Универзитет у Источном Сарајеву, Босна и Херцеговина;
dr Rumyana Papancheva, University "Prof. Assen Zlatarov", Burgas, Bulgaria;
доц. др Веселин Мићановић, Филозофски факултет у Никшићу, Универзитет Црне Горе, Црна Гора;
проф. др Милана Егерић, Факултет педагошких наука Универзитета у Крагујевцу, Србија;
проф. др Мирко Дејић, Учитељски факултет у Београду, Универзитет у Београду, Србија;
проф. др Бранислав Поповић, Природно-математички факултет у Крагујевцу, Универзитет у Крагујевцу, Србија;
доц. др Ненад Вуловић, Факултет педагошких наука Универзитета у Крагујевцу, Србија;
др Александра Михајловић, Факултет педагошких наука Универзитета у Крагујевцу, Србија;
мр Верица Милутиновић, Факултет педагошких наука Универзитета у Крагујевцу, Србија.

Организациони одбор
Проф. др Милана Егерић, доц. др Ненад Вуловић, доц. др Илијана Чутура, др Александра Михајловић, мр Владимир Ристић, мр Верица Милутиновић

ISBN: 978-86-7604-089-6

САДРЖАЈ

УВОДНА РЕЧ

У зборнику *Методички аспекти наставе математике II* објављени су радови поднети на међународном научном скупу „Методички аспекти наставе математике II“ одржаном 14–15. маја 2011. године на Факултету педагошких наука у Јагодини.

Радови са међународног скупа су посвећени теоријским и практичним питањима наставе математике, односно методичким трансформацијама и прилазима математичким садржајима, њиховој међусобној повезаности, као и вези са осталим наставним предметима.

У Зборнику су 42 рада у којима се говори о природи математичких знања, новим концептима и стиловима учења математичких садржаја, факторима математичких способности, креативности, мотивацији и интуицији у настави математике, проблемској настави, дидактичким играма, оцењивању, мултидисциплинарности у настави математике и повезаности математике са српским језиком, светом око нас, ликовном и музичком културом, физичким васпитањем, планирању наставе и припремљености учитеља за наставу, оцењивању, уџбеницима, ставовима родитеља и наставника, примени рачунара у настави математике и платформама којима се она може реализовати.

Наведене теме су веома актуелне у савременој настави математике на свим нивоима. Предавања на скупу су потенцирала значај наставникове креативности у методичкој трансформацији и моделовању часова применом савремене наставне технологије као битног фактора за реализацију образовних и функционалних задатака наставе математике.

Ненад Вуловић

Olha His
Research scientist, Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics National Academy of Sciences of Ukraine
Lviv, Ukraine

371.3::51(477)
37.026

NEW CONCEPTS OF TEACHING. INNOVATIVE COURSE ON PRODUCTIVE THINKING DEVELOPMENT FOR PRIMARY SCHOOL CHILDREN

Summary: The author emphasizes three problems that modern education generally and Ukrainian mathematical education in particular face:

1)The reproductive character of current math education. As a result, children lose abilities to generate their own ideas.

2) School programs are mostly concentrated on the development of logical thinking and do not pay enough attention to children's math creative thinking potential.

3) In Ukraine, textbooks are boring. They are out of date, and emphasize mostly abstract and theoretical math knowledge without applied aspects.

Basic thinking structures are already formed by age 10 - 12 and their late formation becomes less effective. Taking this into account, the author developed and implemented a teaching program on productive thinking for pupils of 6-10 years. It is an integrated course elaborated at the interface of mathematics, logic, language and psychology that consists of the syllabus, the methodology for teachers and five textbooks ("Planet of Thinking" series, see www.child-thinking.com). The textbooks are being widely used in Ukrainian schools by more than 70,000 pupils. The children demonstrate a significant increase of the indicators of both logical and creative thinking (by 2 and 5 times, respectively).

Keywords: productive thinking, innovative program, creative mathematics, primary school

New demands of our time and the problems of higher education

At the time of highly developed technologies, when knowledge requires constant renewal and modification, the question how to educate schoolchildren to prepare them for such a rapid tempo of life becomes extremely important. We do need people who can learn efficiently, renew their knowledge quickly, solve problems, and generate new creative ideas.

How to awake in children the joy of creativity and exploration? How to develop their talents and ability to think courageously, creatively, and originally? What can school offer in response to the new demands of our time?

In general, school education in Ukraine keeps a very high level. We have strong competition between schools and pupils**.** School programs are extremely difficult and complicated. For example, in mathematics, Ukrainian pupils are studying materials which pupils in Europe or the USA study only 2 years later or at a university.

Ukrainian parents consider that knowledge in math, sciences and foreign languages is the key to the success in career. So they even pay extra money to schools for getting extra or advanced lessons and sometimes also to the private tutors to be confident in high level of their children's knowledge in this area.

Thus, our children study very hard and sometimes they are very exhausted doing their homework for many hours everyday. We do have results because our children are well educated. However, nowadays, this method of learning is not efficient enough and needs to be improved. New and more effective forms of teaching are currently being looked for. This search is targeted at revealing the creative potential of a child.

There are three problems that modern math education generally and Ukrainian education in particular face:

Problem 1. The reproductive character of current education. General educational programs are targeted at the acquisition of a certain amount of knowledge and its reproduction. This is necessary to acquire the knowledge developed by the humankind during the centuries of its history. However, is this sufficient enough? Within a traditional educational framework, children receive "ready" knowledge but lose an independent approach to learning and the ability to produce their own ideas. However, it is much more important to teach children to think and to learn than to provide them with certain knowledge. If we explain to children everything in details and do not allow them to seek for the truth themselves, we can at best develop the so-called reproductive thinking.

How to develop the so-called *productive thinking* (the ability to produce ideas)? It has been shown that productive thinking develops when children *solve unusual tasks*, and when they *look for new approaches* and *independently explor*e the surrounding world. Lack of the productive thinking development or of any other ways of boosting cognitive activity is a serious gap in modern education. And this is a problem that needs to be solved.

Problem 2. School programs are mostly concentrated on the development of logical thinking and do not pay enough attention to children's creative thinking potential. Logical thinking is characterized by the ability to analyze, to evaluate, and to sort information. But this is not enough for creative thinking. It is necessary to develop the skills of producing new ideas, to think originally and courageously, to see a problem in general, that is to think creatively. Harmonious development of a person requires integration of both logical and creative thinking.

Problem 3. In Ukraine, *textbooks are boring*. They are *out of date,* poorly illustrated and emphasize mostly *abstract and theoretical knowledge without applied aspects*.

To find the solutions to these problems, educators and psychologists throughout the world focus now on searching for new and more effective forms of learning which can enhance children's creativity and develop their productive thinking.

Fundamental research of thinking

New educational technologies are based on the latest research in the field of cognitive psychology, in particular, heuristics, which reveals subtle mechanisms of the cognitive activity of humans. We can mention here the idea of productive thinking and principle of integrity of perception formulated by well-known gestalt psychologists M. Wertheimer [9], F. Keller, K. Koffka, and J. Levine. A tangible contribution has been made by gestalt psychologist K. Duncker [2], who put forward the idea of functional fixation of human thinking on the properties of an object or a situation. An interesting idea has been expressed by Scandinavian psychologist L. Szekely [7], who has shown that the process of productive thinking consists in revealing hidden, latent properties of objects. The Test of Remote Associations (RAT) suggested by American psychologist S. Mednick, is most widespread in the investigations of creativity as a type of thinking. American scholars J. Guilford [3], and E. Torrance [8] are also considered to be leading researchers in the field of investigation of creative thinking. The characteristics of creativity, based on J. Guilford's research, are most widely used in practice. These characteristics include such parameters as easiness, flexibility, originality and accuracy of thinking, and also imagination. Based on the tests proposed by Prof. E. Torrance, the following four generalized indicators of cognitive activity are calculated: speed, flexibility, originality, and degree of detailed elaboration. Also of interest are the investigations of American scholars M. Wollach [10] and N. Kogan, who modified and improved research of their great predecessors. The problems of intellect were also considered by H. Y Eysenck and H. Steinberg. D. Wechler's test on the level of intellect, which introduces the notion of intellect as a structural transformation, became world famous. The ideas of the founder of the brainstorming method, Alex Osborn [5], are also being successfully implemented.

Nowadays, we can observe a rise of interest in the analysis of creative thinking in mathematics in connection with the problems of heuristic programming. The investigation of the psychology of mathematical research was conducted by such outstanding mathematicians as J. Hadamard [4], who paid special attention to the role of the subconscious in creative processes, and A. Poincare [6], who not only described the processes of making several his own mathematical discoveries but also revealed their cognitive stages. The works of the US popularizer M. Gardner, which focus on finding effective ideas for solving problems, have become widely known. The books of Hungarian mathematicians G. Bizam and J. Herczeg teach how to think consistently and solve problems "by thinking and not by calculating."

And, certainly, brilliant ideas and a term «lateral thinking» (structured creativity) coined by Edward de Bono, the leading proponent of the deliberate teaching of thinking in schools, made a tangible contribution to psychology of thinking and promoted new vision of problems and tasks in modern education.

A course of productive thinking development for elementary school children

These and other fruitful ideas laid the foundations of my research in the field of new educational technologies. I dedicated more than 12 years of my research and pedagogical activity to the following problems: how to teach children to think productively and to be both analytical and creative, how to prepare good tools and materials to train these important skills?

Nowadays at school, thinking skills are formed rather spontaneously and there exists no subject that would straightforwardly teach children to think both logically and creatively. It is known that basic *thinking structures are already formed by 10-12 years*, and that is why it is necessary to start developing creative and cognitive abilities of children as early as possible, since their late formation becomes less effective. Taking this into account, I developed and implemented a *teaching program on productive thinking for pupils of elementary school*. This is an *integrated course, elaborated at the interface of logic, mathematics, language and psychology.*

The program is oriented at the development of the main aspects of cognitive activity and aims at stimulating children's thinking, teaching basic operations of thinking, developing quick-wittedness, spatial imagination, memory, and attention. It takes into account the development of basic aspects of thinking on both verbal and non-verbal levels. The tasks of the course are as follows: to form children's ability to analyze and synthesize, generalize and concretize, abstract and transfer, classify, compare and single out most essential, think by analogy, see differences and regularities, find cause and effect relationships, and also to develop the skills to think by association and to search for non-standard approaches to solving problems. The program preserves the principle of spirality and cyclic recurrence.

The important feature of the program is its orientation at the achievements of modern psychology. The course aims not only at the diagnostics of a certain level of intellect but rather at the development of cognitive abilities of pupils. Many tasks prepare pupils for tests, which, as generally known, are actively used in many developed countries of the world (GRE General, etc.).

My experience has been generalized in six textbooks on the development of logical and creative thinking for pupils of 1-4 grades ("Planet of Thinking" series, see www.child-thinking.com), the syllabus and the methodology for teachers. The program and textbooks were supported by the Ministry of Education and Science of Ukraine. For several times, these books became winners of international publishing fora in various nominations. Each of these books is republished every year.

All tasks and all chapters are systematized according to the main aspect of thinking they develop and difficulty of tasks. They contain the best world tasks, Internet material and also a lot of author's own tasks. They are colourful and well illustrated. The textbooks introduce a new style of children textbook writing, which makes these books more entertaining and interesting, in an easy to read and fun filled format.

Even the titles of chapters and themes offered at mathematical lessons can serve as an example of a new, amusing style of the materials presentation:

A Trip to the Thinking Islands in the Mathematical Sea
I The Logical Thinking Island
    1. Testing the Travelers. Distances.
    2. Testing the Travelers. Intervals
        Problems from the Calendar
        Clock Problems
    3. The Labyrinths of Arithmetical Puzzles
        The Golden Collection of Puzzles Solved from the End
    4. The Laboratory of Logical Thinking. Elaboration of the cut-and-try methods
    5. The Space Station. The Center for Research of Intersection and Addition of Sets
    6. Parts Problems
    7. The Center for Observation of the Numbers' Properties
        Restoration of Numbers
    8. The Volcano of Numerical Regularities. The Principle of the Analogy Island
    9. The Geometrical Thinking Caves
        A Picture with the Stroke of a Pen on the Caves' Walls
        Land Surveyor
    10. The City of Logicsville
        The Comparison Station

2. Selectivity of Attention
3. Free Attention

VIII The Interplanetary Leisure Hall
1. The Amusement Parks of Funny Problems
2. The Room of Humorous Questions
3. The Hall of Laughing

The mail ideas of the training and form of work

– Minimum of explanation from teachers. They only propose a problem to solve.
– Pupils think independently.
– Pupils discuss this problem. Brainstorming method.
– Forms of working:
1) In groups; 2) In pairs; 3) Individual.
– A lot of games. Competitions between these groups.
– Keeping motivation and interest. Better to do less but with inspiration.
– Unusual grading. Coins with pictures of heroes from the books on them.
– Non-standard awards: certificates with the Title of Super-logic of the Class or Super-logic of the School, “Miss Sudoku”, etc.

Training for teachers

Introduction of the subject “thinking” has demonstrated its high efficiency, although simultaneously showing that the availability of the program and textbooks is not sufficient for its dissemination in the schools of Ukraine. It is necessary to teach a teacher to work with the program and textbooks. Consequently, within the framework of the project, trainings for those teachers who are implementing or plan to implement lessons of thinking at their schools are held thrice a year.

To help children and their parents and to present the main ideas of the course, the author has launched the site www.child-thinking.com, where one can find the programme, information on implementation as well as tasks and answers from the textbooks, and also express one’s opinion, share experience or ask a question.

Results of implementation

This course has been implemented as an experimental subject at Lviv first-level school “Dzhereltse” for 11 years. It is also taught at other schools of Lviv, Kyiv and other cities of Ukraine. By 2011, more than 70,000 children have taken this course.

In 1999, the Psychology Department of the National University of Lviv conducted a comparative test of the cognitive development level of children from the experimental school (where the subject “thinking” had been taught for 2 years) and from an ordinary school (called a control one), where such a subject was not taught. The test has shown that the logical thinking of children from the experimental school was almost twice as developed as that of the children from the control school. The creative heuristic thinking of the children of this age group can be developed most successfully, since its indicators appeared to be 4 times larger than those of the children from the control school. Based on the obtained results, the cross-correlational analysis according to Pearson was conducted and correlational sets were built that demonstrated an interconnection between different types of thinking. It has been shown that teaching thinking increases the integration of different types of thinking and promotes their interdependence and mutual influence.

Research methodology

The development of logical thinking was tested along two lines: verbal logical thinking and non-verbal logical thinking.

The test on verbal logical thinking consisted of 10 logical problems with the increasing level of difficulty.

The test on non-verbal logical thinking consisted of two subtests (with 10 questions in each one):

subtest 1. Regularities of illustrative material;

subtest 2. Regularities of numeric rows.

Each of these three subtests was assessed according to a 10-score scale.

Creative thinking was tested along two lines: visual and conceptual thinking.

Characteristics of the subject sample

All second and third grades of both schools were tested. The total sample was as follows: second grades - 103 pupils (48 children in the experimental school and 55 – in the control one, respectively), third grades - 126 pupils (60 children in the experimental school and 66 – in the control one, respectively).

Results

The obtained data were statistically processed with the help of the EXCEL program:

1) The mean value of each subtest both for experimental and control schools was calculated;

2) mean-square deviation from mean value was calculated for each scale;

3) deviations of mean values for compared scales were calculated according to the Student criterion t;

4) the Pearson cross-correlational analysis was conducted to find correlation between different types of thinking.

The mean values of each subtest, mean-square deviations and importance factors according to the Student criterion when p = 0,01% of the validity level were calculated.

Interpretation of results

LOGICAL THINKING

Logical thinking: an average score in non-verbal thinking is 8 for second grades of the experimental school, and 5,7 - of the control school. Mean-square deviations equal, respectively, 2,1 in the control school and 1,69 – in the experimental one. At the validity level of 0,01 %, differences between mean values are important, as according to the Student criterion t = 6,15, significantly exceeding the lower limit (t – critical for this sample – equals 3,17). That is, we may state that logical thinking on the non-verbal level of children of the experimental school exceeds logical thinking on the non-verbal level of children of the control school by 1,4.

Considering the subtests separately, we may notice that more important prevalence of the experimental school children was revealed on the basis of the illustrative material (subtest 1). Mean values here equal, respectively, M = 5,45 in the control school and M = 8,17 – in the experimental school at a large importance factor (t=7,38). That is, the mean value for logical visual thinking in the experimental school exceeds the mean value of the same factor in the control school by 1,5.

The same situation was observed in the comparison of third grades, where the mean value of non-verbal logical thinking in the experimental school was 1,34 larger than the same factor in the control school.

The situation, however, changes when logical thinking on the verbal level is considered. If the results in logical verbal thinking between second grades differ insignificantly, in third grades the children of the experimental school demonstrated the mean value, which is 1,74 times larger than the same factor in the control school. In my opinion, this is due to the curriculum of the third grade where purely logical problems presented on the verbal level are introduced in the “thinking” discipline.

CREATIVE THINKING

As to the factors of creative thinking, the results of both schools differ more significantly. In particular, the mean value of creative thinking both in second and third grades of the control school does not exceed 2 within a 10-score scale:

second grades:	0,93 scores in visual creative thinking,
	0,94 scores in conceptual creative thinking;
third grades:	1,7 scores in visual creative thinking,
	1,01 scores in conceptual creative thinking .

These factors are essentially higher in the experimental school, already beginning with second grades, and are within the range of 2 to 6. Thus, the mean value in the experimental school is as follows:

second grades:	3,76 scores in visual creative thinking,
	1,88 scores in conceptual creative thinking;
third grades:	6,02 scores in visual creative thinking,
	2,66 scores in conceptual creative thinking .

Summing up, we may claim that creative thinking of the experimental school pupils has been developed much better than that of the control school pupils:

– in creative visual thinking – the indicators for second grades are 4,03 higher than in the control school, and 3,54 higher for third grades at high importance factors (t=9,94 – for second grades, t=14,88 for third grades, respectively);

– in creative conceptual thinking, the indicators for second grades are two times higher than in the control school, and 2,63 higher for third grades at high importance factors (t=8,43 for second grades, t=7,01 for third grades).

For visual creative thinking, the number of suggested answers reached 30 in the experimental school, and for conceptual creative thinking – 15, whereas the number of ideas reached respectively 4 and 2 in the control school.

It should be noted that the indicators of visual creative thinking appeared to be much higher than the indicators of conceptual thinking. It is probably determined by the fact that conceptual thinking of the humankind was developed much later than the visual one. Conceptual thinking is based upon more complicated mental operations. Therefore, it is better to work with visual material than with conceptual one in the beginning grades of the elementary school.

Cross-correlational analysis

Based on the obtained results, the Pearson cross-correlational analysis was conducted allowing us to establish the interdependence and mutual influence of different types of thinking of a child.

There exists significant interdependency between logical non-verbal thinking and logical verbal thinking. This interrelation can be traced for third grades of both experimental (r = 0,62 and r = 0,47-) and control schools (r = 0,40), and for second grades – only for the experimental school (r = 0,59).

For second grades of the control school, there exists also an important connection between visual and conceptual creative thinking (r = 0,78). The same interrelation can be traced in third grades of the control school (r = 0,53). Since the mean value here does not exceed even 1, we may assume that there exists interdependence between poorly developed visual and conceptual thinking in the control school.

The indicators of logical and creative thinking in the control school do not exhibit any correlation. The correlational pleiads were built for the experimental and control schools to illustrate the interconnection between different types of thinking. It has been revealed that there exists weak integration between different types of thinking in the control school. The experimental school demonstrates more integration between different types of thinking. Logical verbal thinking correlates with logical non-verbal thinking. We can even observe a significant correlation between logical and creative thinking (for second grades: r = 0,51, r = 0,50), not found in the control school.

Conclusions

The purpose of our investigation was to analyze whether the implementation of the course on productive thinking at elementary school was efficient and if so, how much is it possible to develop different types of thinking.

This paper *hypothesized* that it is possible to essentially develop creative and logical thinking of elementary school children by conducting special classes. Summing up, we can state that the initial hypothesis *proved to be true*:

1) *Logical thinking* of the experimental school children exceeded by *1,4 times* logical thinking of the control school children. A significant increase was observed in the development of non-verbal logical thinking (when comparing second grades) and verbal and non-verbal logical thinking – for third grades. As teaching experience shows, it is better to develop first logical non-verbal thinking, and later – logical verbal thinking.

2) *Creative thinking* of the experimental school children was developed even more successfully, since its indicators were *4,03 times higher* for this group than for the children of the control school. *Visual* creative thinking of elementary school children is better

developed than conceptual creative thinking. That is why it is better to explain new material in the visual form and only later transfer to the conceptual one. This particularly refers to the first grade pupils.

3) *A significant jump in the creative thinking development* of the experimental school pupils also demonstrates a great potential of children which could be lost if they are not given opportunities of producing their own ideas.

4) The Pearson cross-correlational analysis has also shown that classes on thinking development facilitates the *integration of different types of thinking* as well as their *interdependence and mutual influence*.

Impact on Ukrainian elementary education

1. The elaborated course on the development of productive thinking makes a tangible contribution to *the transformation of elementary education in Ukraine*. It permits to *replace a reproductive character of modern education by a developmental one.*

2. It is targeted at the renovation of teaching and learning by *adding to school curriculum a new discipline* which *develops thinking on the systematic basis*.

3. The elaboration of such methodology allows *correcting certain imbalance in education, which is generally oriented at the development of logical thinking* and pays insufficient attention to the rich potential of creative thinking of elementary school children. The introduction of a considerable amount of heuristic tasks provides a possibility to improve this imbalance, to deploy creative potential, and to make *children's thinking more integrated.*

4. *A qualitative leap in children's thinking* will not only *improve the quality of education* but will also develop their cognitive abilities and will teach them to creatively think by *changing their style of thinking* from one-sided and conventional to global and productive. Thinking people are part of the national wealth of each country.

5. New style of writing encourages children to study and also serves as a positive emotional background that *turns learning into a thrilling process* and develops the need to learn throughout the whole life.

REFERENCES

[1] De Bono E. (1997). *Lateralnoye myshleniye [Lateral thinking].* – S. Petersburg.: Piter Publishing, – 320 p.
[2] Duncker K. (1965) *Psikhologiya produktivnogo (tvorcheskogo) myshleniya* [Psychology of productive (creative) thinking] // *Psikhologiya myshleniya* [Psychology of thinking]. M., Pp. 86-234.
[3] Guilford J. P. (1956) *The structure of intellect. Psychol.* Bull. Vol. 53(4), Jul pp. 267- 293.
[4] Hadamard J. (1970) *Issledovaniya psikhologii protsessa izobreteniya v oblasti matematiki* [Investigation of psychology of the invention process in mathematics]. M.: Sovetskoye radio. – 152p.
[5] Osborn, A. F. (1963) *Applied imagination: Principles and procedures of creative problem solving (Third Revised Edition).* New York, NY: Charles Scribner's Sons.

[6] Poincare A. (1970) *Matematicheskoye tvorchestvo [Mathematical creativity]* // Hadamard J. *Issledovaniya psikhologii protsessa izobreteniya v oblasti matematiki* [Investigation of psychology of the invention process in mathematics]. M.,. App. III.
[7] Szekely L. (1965) *Znaniye i myshleniye* [Knowledge and thinking] // *Psikhologiya myshleniya* [Psychology of thinking] /Ed. by A.M. Matiushkin. M., pp. 343-365.
[8] Torrance E. P. (1974) *Torrance Tests of Creative Thinking.* Scholastic Testing Service, Inc.
[9] Wertheimer M. (1987) *Produktivnoye myshleniye* [Productive thinking]. M.: Progress, 1987. – 336 p.
[10] Wollach M. A., Kogan N. A. (1965) *A new look at the creativity — intelligence distinction* // Journal of Personality. – № 33. Pp. 348-369.

Olha His

НОВИ КОНЦЕПТИ НАСТАВЕ. ИНОВАТИВНИ КУРС ПРОДУКТИВНОГ РАЗВОЈА МИШЉЕЊА КОД ДЕЦЕ ОСНОВНОШКОЛСКОГ УЗРАСТА

Резиме: Аутор у раду истиче три проблема са којима се савремено образовање и математичко образовање у Украјини сусрећу:

1) Репродуктивни начин тренутног математичког образовања. Као резултат тога деца губе способност да креирају до сопствене идеје.

2) Школски силабуси су углавном концентрисани на развој ученичког логичког мишљења и не обраћају довољно пажње на њихово креативно мишљење.

3) У Украјини се праве досадни уџбеници. Ови математички уџбеници су застарели и углавном истичу апстрактно и теоријско математичко знање без конкретне примене.

Основне мисаоне структуре су већ формиране код деце узраста 10 – 12 година тако да је формирање ових структура у каснијем периоду мање ефикасно. Узимајући ово у обзир, аутор је развио и применио наставни програм продуктивног мишљења за ученике од 6 до 10 година старости. То је курс који је повезан са математиком, логиком, језиком и психологијом и садржи методологију за наставнике и пет уџбеника под називом „Планета мишљења“, видети на интернет страници www.child-thinking.com. Ове уџбенике тренутно користи преко 70.000 ученика у украјинским школама. Ученици показују знатно побољшање (од 2 до 5 пута) у развоју логичког и креативног мишљења.

Кључне речи: продуктивно мишљење, иновативни програм, креативна математика, основна школа.

Александра Михајловић, Милана Егерић
Факултет педагошких наука
Јагодина

37.03
159.954/.956-057.874
371.3::51

КРЕАТИВНОСТ У НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ. НЕКЕ СТРАТЕГИЈЕ КРЕИРАЊА МАТЕМАТИЧКИХ ПРОБЛЕМА ОТВОРЕНОГ ТИПА

Апстракт: У данашњем свету све бржег и бржег технолошког развоја и напретка, веома је битно да охрабрујемо и подстичемо ученике да развијају своје креативно мишљење. Апсолутно је незамислив напредак у било којој области или сфери савременог друштва без креативности. Међутим, математика као школски предмет се и даље у веома малој мери повезује са самом креативношћу, без обзира на чињеницу да креативност представља суштински део математике као науке. Едукатори широм света се слажу око тога да креативност мора постати битан део сваког математичког курикулума. Потребно је да наставници буду оспособљени да стварају и примењују окружења погодна за учење и задатке који подстичу развој математичке креативности. Ученике треба изложити математичким проблемима који ће бити пуни изазова, повезани са реалним светом и пре свега отвореног типа. У овом раду бавићемо се неким питањима и стратегијама креирања проблема отвореног типа у настави математике у млађим разредима основне школе.

Кључне речи: математичка креативност, настава математике, проблеми отвореног типа

Увод

У данашњем свету све бржег и бржег технолошког развоја и напретка, веома је битно да охрабрујемо и подстичемо ученике да развијају своје креативно мишљење. Апсолутно је незамислив напредак у било којој области или сфери савременог друштва без креативности. Међутим, математика као школски предмет и даље се у веома малој мери повезује са самом креативношћу, без обзира на чињеницу да креативност представља суштински део математике као науке. Едукатори широм света се слажу око тога да креативност мора постати битан део сваког математичког курикулума. Потребно је да наставници буду оспособљени да стварају и примењују окружења погодна за учење и задатке који подстичу развој математичке креативности. Ученике треба изложити математичким проблемима који ће бити пуни изазова, повезани са реалним светом и пре свега отвореног типа.

Да би дефинисали појам проблема отвореног типа, Пехконен и Фунг (Pehkonen, 1997, Foong, 2002) најпре дефинишу проблеме затвореног типа. Проблем затвореног типа је „добро структуриран" проблем у смислу да су захтеви јасно формулисани и постоји један јединствен и тачан одговор који се увек може пронаћи на одређен, фиксиран начин. Са друге стране, проблем отвореног типа је проблем који је отворен за многа различита решења (Becker, 1997, Nohda, 2000, према Kwon, Park, Park, 2006). По Такахашију (Takahashi, 2001 према Yan, Fong, 2005, стр. 1) проблеме отвореног типа можемо поделити на две врсте: проблеме са једним решењем, али са више разноврсних приступа решавању проблема и проблеме са више тачних решења, односно одговора. Обе врсте проблема, и проблеми отвореног и проблеми затвореног типа користе се за процену математичког мишљења ученика, али проблеми отвореног типа су они који нам помажу да боље схватимо сам мисаони процес.

Оно што проблеме отвореног типа чини одличним средством у настави и учењу јесте њихова отворена природа која нуди својеврстан изазов за мисаоно ангажовање ученика. Сматра се да ефективна употреба проблема отвореног типа подстиче и поспешује мишљење вишег реда и ствара основу за дубоко мишљење (Dyer, Moynihan, 2000 према Chan, 2007, стр. 2). Приликом решавања математичких проблема отвореног типа ученик се решавајући проблем „бори“ са тешкоћама, а не ослања се само на пуку репродукцију поступака или научених правила да би нашао решења. На овај начин обезбеђено је боље и дубље разумевање математичких садржаја.

Једна од карактеристика креативног мишљења јесте дивергентно мишљење које је Гилфорд дефинисао као акт трагања за разноврсношћу у решавању проблема без једног фиксираног одговора или размишљање у различитим перспективама. Такође, указао је да дивергентно мишљење повећава могућност доласка до оригиналних мисли. Зато што охрабрује дивергентне мисли, проблем отвореног типа даје допринос развијању дивергентног мишљења. Приликом трагања за различитим решењима и разноврсним приступима, ученици могу слободно доћи до многих идеја (флуентност), могу правити друге покушаје да развију нове стратегије за бављење проблемом тамо где друге не успевају (флексибилност) и могу смислити веома оштроумне и неочекиване идеје (оригиналност). Према томе, проблеми отвореног типа сматрају се веома ефективним у неговању и развијању математичке креативности.

Међутим, без обзира на предности проблема отвореног типа, није лако пронаћи одговарајуће математичке садржаје на основу којих се могу креирати и осмислити различите категорије ових проблема. Проблеми који преовлађују у настави математике у школама обично су затвореног типа и не остављају много простора за креативно мишљење. У овом раду указаћемо на неке могућности и стратегије креирања проблема отвореног типа.

Креирање проблема отвореног типа у настави математике

Највећу препреку за коришћење проблема отвореног типа за наставнике представља недостатак одговарајуће литературе и модела истих. Литература је на страном језику, у уџбеницима скоро да и нема других типова проблема осим оних затвореног типа. Са друге стране, припрема проблема оваквог типа захтева и више времена, али и промишљање да ли је неки проблем отвореног типа вредан у математичком смислу, односно која знања и вештине ће ученици стећи решавањем таквог проблема.

Математика у реалном свету и свакодневном животу

Наставници често говоре ученицима да је један од разлога зашто уче математику и то што се математика користи у свакој сфери људског живота. Ипак, у већини случајева, мали број наставника обезбеђује окружење за учење које иде у прилог овом тврђењу. Добра стратегија је подстицати ученике да пишу писмене саставе или извештаје о томе како се математика користи у свакодневном животу. Нпр., наставници могу ученицима поставити следећа питања као теме: *Где све можеш да видиш математику на делу када идеш од школе до куће? Како и када све користиш математику ван школе? Наведи занимања у којима се користи математика. Како и када све користимо математику у спорту?* Итд.

На овај начин се стимулише и подстиче интересовање за математику. Са друге стране, питања овог типа нам дају увид у то колико су ученици научили и какво је њихово функционално знање.

Од „затвореног“ до „отвореног“ проблема

Проблеми затвореног типа из школских уџбеника се могу „отворити“ постављањем једноставних питања облика „а шта би било ако би...“ или „а шта би било ако не би...“. На овај начин варирамо дате оригиналне услове задатка, а можемо тражити од ученика да то покушају и сами. Различити ученици ће имати различите идеје и приступе. На тај начин подстаћи ћемо њихово математичко мишљење и добићемо информацију о њиховом знању и разумевању неких садржаја.

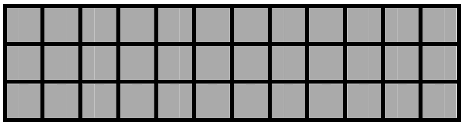
Проблем затвореног типа	Проблем отвореног типа
Колико је $6 \cdot 5$?	Ако је одговор 30, како може да гласи питање?
Породица има троје деце. Они су желели да поделе 22 слаткиша, тако да два брата близанца добију исти број слаткиша и да најмлађа сестра добије 6. Колико је слаткиша добио сваки од браће?	Породица има троје деце. Они су желели да поделе 22 слаткиша, и тако да два брата близанца добију исти број слаткиша, а да најмлађа сестра добије оно што преостане. Колико је слаткиша могао да добије сваки од браће, а колико сестра?
Наведи неколико парних бројева.	Можеш ли да смислиш начин како да пронађеш све парне бројеве до 100? Да ли можеш да пронађеш још неки начин?

Још једна идеја је да након решавања разноврсних задатака на једној страници у уџбенику можемо затражити од ученика да уоче и објасне сличности и разлике између решених задатака. Од ученика можемо захтевати и да на основу датих бројевних израза или једнакости самостално формулишу различите текстуалне проблеме који ће одговарати запису. Или да након решавања неког текстуалног проблема смисле текст новог задатка који се може решити на исти начин.

Коришћење илустрација

Слика понекада може послужити као одличан извор математичких идеја и подстаћи ученике на мишљење у већој мери него питања која се у обично наводе у уџбеницима. Можемо да користимо и дате илустрације у уџбеницима, али тако што ћемо преформулисати наведене захтеве и питања.

Пример. Ивана је направила модел правоугаоника као на слици користећи 36 плочица квадратног облика. Напиши што више једнакости које одговарају овој слици.



Писање на часовима математике

Писање и бележење корака у процесу мишљења представља прави изазов. Од ученика најпре можемо тражити да пишу и врше рефлексију о неким наученим математичким појмовима и садржајима. Нпр., *Напиши шта си данас научио о разломцима, о обиму квадрата и сл.* Исто тако, на основу њихових састава можемо да извршимо процену знања и разумевања одређених садржаја. Нпр., *Објасните својим речима шта значи рачунска операција дељења.* Ученике постепено треба охрабривати да пишу о све сложенијим математичким појмовима. Такође, треба их подстицати да приликом писања користе разне цртеже, дијаграме, табеле и сл. Још једна могућност јесте да тражимо од ученика да пишу литерарне саставе о некој математичкој идеји, појму или садржају. Корисна вежба јесте и тражити од ученика да поред сваког корака у решавању задатака пишу и одговарајуће објашњење и опис поступака. Под описом подразумевамо да ученици записују речима кораке које користе у решавању задатка (нпр. броју 250 додали смо 500), а под објашњењем подразумевамо да се сваки корак образлаже (пошто је Ана имала укупно 250 динара, а од тате је добила још 500 динара, количину новца коју сада има одредићемо тако што ћемо суми новца коју има додати оно што је добила од тате).

Пример. Ана је од тате добила као џепарац 500 динара. Колико новца има Ана сада, ако знамо да је имала својих 250 динара?

Рачунање	Опис	Објашњење
250+500 = 750	Броју 250 додали смо 500.	Пошто је Ана имала укупно 250 динара, а од тате је добила још 500 динара, количину новца коју сада има одредићемо тако што ћемо суми новца коју има додати оно што је добила од тате.

Од ученика можемо да тражимо да сами осмисле одређене математичке вежбе и задатке за своје другове из одељења, вршњаке, или можда за ученике који ће следеће године бити у истом разреду као они сада. Ученицима се веома свиђа могућност да за тренутак и сами преузму улогу учитеља.

Пример. Осмислите игру помоћу које би ученици првог разреда вежбали одузимање до 10. Напишите правила игре.

Креирање ситуација или примера који задовољавају дате услове

Можемо да тражимо од ученика да направе ситуацију или пример који задовољава неке одређене услове. Питања оваквог типа захтевају да ученици препознају дефинишуће карактеристике датих математичких појмова. При томе, ученици морају применити оно што знају о појму и то применити како би пронашли одговарајући пример.

Пример. Пронађи димензије неког квадрата и правоугаоника чији су обими (површине) једнаки. Покажи да твоји примери испуњавају овај услов. Покушај да објасниш зашто.

Разрешавање неспоразума

Основна идеја ове отворене активности је да наставник ученицима износи два или више виђења неког математичког појма, поступка или правила, а затим тражи од ученика да изабере које је виђење тачно и да објасни зашто мисли тако.

Пример. Јелена и Влада су рачунали збир бројева 246 и 387. Јелена је добила резултат 643, а Влада 533. Ко је од њих у праву, а ко је погрешио? Објасните где је начињена грешка и зашто. Да ли може да пронађете које још грешке могу да праве ученици код писменог сабирања троцифрених бројева?

Питање треба да буде такво да подстиче ученике да објашњавају своје расуђивање, а не само да репродукују неки алгоритам.

Постављање проблема

Постављање проблема је подједнако важно као и решавање. Ипак, у настави математике се овој активности посвећује мало времена. Ученицима као извор за постављање проблема можемо понудити слике (из часописа, новина, књига и сл.), илустрације (из уџбеника), различите табеле, графиконе, дијаграме. Извор за генерисање проблема може бити и текст (нпр. нека прича, бајка, чланак из новина и сл.). Можемо користити и проблеме затвореног типа које налазимо у уџбеницима математике. Изостављањем питања и неких података из задатка, отварамо могућност да ученици сами генеришу што више проблема на основу оног што је дато.

Пример. (Из уџбеника за трећи разред основне школе, први део, Креативни центар, стр. 60.) Оригинални задатак из уџбеника гласи: Мира је сама код куће и може да телефонира колико жели. Прво је причала са Тањом 22 минута. После је звала Сашку и са њом разговарала 28 минута дуже, а са Зораном је разговор трајао 13 минута краће него са Сашком. Колико је разговарала са Сашком? Колико је трајао разговор са Зораном? Са ким је најдуже разговарала? Са ким најкраће? Колико је укупно разговарала?

Модификација овог задатка би могла да буде изостављање питања. Тражимо од ученика да сами открију шта све можемо да израчунамо на основу датих података. Односно, да пронађу што више ствари које се могу израчунати на основу датих услова задатка.

Математика у другим предметима

Кад год је то могуће, треба истакнути и користити везу математике и осталих школских предмета. На тај начин ученици ће схватити важност учења математике. Математика се може користити и у истраживачким задацима у оквиру других предмета. Нпр. ученици могу добити задатак да истраже неку тему у оквиру предмета Природа и друштво. За бележење резултата користиће бројеве, табеле, цртаће дијаграме, односно користиће математику као алат.

Закључак

Без обзира на чињеницу да припрема проблема отвореног типа захтева више времена и труда наставника, проблеми отвореног типа представљају одлично средство за подстицање и развијање математичког мишљења и креативности у настави и учењу. Због своје отворене природе нуде својеврстан изазов за мисаоно ангажовање ученика. Приликом њиховог решавања ученици развијају своје сопствене методе и начине доласка до решења. Кроз дискусију у разреду о различитим начинима решавања и решењима ученицима развију и самопоуздање у своју способност да раде математику. Са друге стране, одговори ученика дају важне информације наставнику о математичком мишљењу ученика и њиховом приступу решавању проблема. Ове информације наставник може да користи како би своју наставу што више прилагодио ученицима. Треба напоменути да не мора целокупан час бити посвећен решавању проблема отвореног типа, као и да се не мора обавезно неки проблем отвореног типа решавати на само једном часу. Дакле, време за рад на проблемима отвореног типа није фиксирано, утврђено. Циљ је омогућити ученицима да самостално конструишу математичке идеје развијајући тако, не само своје знање и вештине, већ и своје мишљење и креативност.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Dyer M., & Moynihan C., *Open-ended question in elementary mathematics: instruction &assessment,* Eye on Education, 2000, стр. 127

[2] Kwon O. N., Park J. S., Park J. H., Cultivating divergent thinking in mathematics through an open-ended approach, Asia Pacific Education Review, Vol. 7, No. 1, 2006, стр. 51 – 61

[3] Pehkonen E., Introduction to the concept "open-ended" problem, Use of open-ended problems in mathematics classroom, Research report 176, Helsinki Univ., Dept. of Teacher Education, 1997, стр. 8-11

[4] Foong P. Y., The role of problems to enhance pedagogical practices in the Singapore mathematics classroom, The Mathematics Educator, Vol. 6, No. 2, 2002, стр. 15-31

[5] ChanC.M.E., Using open-ended mathematics problems: A classroom experience (Primary), In C. Shagar& R. B. A. Rahim (Eds.), *Redesigning pedagogy: Voices of practitioners*, Singapore: Pearson Education South Asia,2007, стр. 129-146

[6] Yan, Fong, An analysis of Singapore secondary students' performance on one authentic open-ended mathematics task, ICMI Regional Conference: The 3rd East Asia Regional Conference on Mathematics Education, Shanghai, Nanjing, and Hangzhou, China, 2005, http://repository.nie.edu.sg/jspui/bitstream/10497/3346/1/CRP24_03FLH_Conf05%28EARCOME%29_ZhuTan.pdf

Aleksandra Mihajlovic, Milana Egeric

CREATIVITY IN TEACHING MATHEMATICS. SOME MATHEMATICAL INSTRUCTION STRATEGIES IN CREATING OPEN-ENDED PROBLEMS

Summary: Nowadays, in our increasingly technological world, it is becoming moreand more important to encourage students to develop their creativethinking. We cannot imagine progress in any aspect of modern societywithout creativity. However, school mathematics is one of the subjects rarelyconnected with creativity, although creativity is the very essence ofmathematics as a science. Educators all around the world agree thatcreativity must become an essential part of every mathematics curricula.Teachers must be able to design and implement learning environments andtasks that support development of mathematical creativity. Children shouldbe exposed to challenging, real world and open-ended mathematical tasks.In this paper we will discuss some issues and strategies of creating open-endedtasks in primary mathematics.

Key words: mathematical creativity, teaching of mathematics, open-endedproblems

Svjetllana Kërënxhi
Faculty of Natural Sciences, University of Elbasan
Albania

159.9.019.2
371.3::51

FORMATION OF 'GESTALT INTUITION' THROUGH MATHEMATICS TEACHING IN PRIMARY EDUCATION

Summary: Many people have given and still give their valuable contribution in the direction of continuous improvement of the teaching process. With the desire to contribute in any level in this field, therefore we built our new model in the system of learning and teaching methodology. Our model includes dual treatments in primary education mathematics, and its purpose is to form the 'gestalt intuition' in pupils. The 'gestalt intuition' term implicates a special category of skills that need to be formed in pupils during the teaching process. In this document we present a theoretical model of the 'gestalt intuition' formation and the beginning of the study for involvement of this model in the teaching process in mathematical classes of primary education. The model of 'gestalt intuition' is a new model which is being designed by us, and we present it for the first time in this document. We believe that this model is an experience that will help teachers in the process of teaching mathematics.

Key words: primary education, mathematics, teaching process, dual treatment

Introduction

Metaphor described by Schön (1993) regarding to a famous picture known as Vase-Faces picture has drown the attention of researchers. Some of these researchers have supported their studies in this metaphor. Until the moment of presentation with this metaphor, it has been known also by us the fact that if some people look at the Vase-Faces picture for the first time and they are asked what they see in it, then some of them would answer that they see a vase, while others would answer that see two profiles of people. But Schön (1993) presented us with another way of seeing the Vase-Faces picture "as two profiles pressing their noses into a vase" (p.163), a method which, as Schön explains, is achieved after people learn what is there to be seen. This metaphor represents a model of "a new integrating image" (for more information see Schön, 1993, p.155-156, 163) which is used in our model of formation of 'gestalt intuition'.

Leaning on the ideas of Gray, Tall and Schön even we built a new model of teaching that includes dual treatments and formation of 'gestalt intuition'. For the involvement of dual treatments in teaching we start from the Gray and Tall (1991, 1994) and develop it in a new point of view, while formation of 'gestalt intuition' is explained by using the metaphor described by Schön (1993). We believe that the formation of this intuition among pupils has significant values in the process of learning; therefore it should be included in the teaching process of mathematics and other subjects in school. Various authors provide their experience in the possibility of the involvement of the dual treatments in mathematics of secondary education and university level. Adaptation of dual mathematical treatments even for the level of pupils in primary education, with the aim of forming 'gestalt intuition' became the object of our studies since 2007 (see, Gjoci & Kërënxhi, 2009a, 2009b; 2010; Керенджи, 2009; Kërënxhi & Gjoci 2010). We believe that this experience on the possibility of including dual treatments in mathematics of primary education aiming the formation of 'gestalt intuition', it will be an additional experience for teachers towards education of pupils in active learning and critical thinking.

A new theoretical model of teaching for the formation of 'gestalt intuition'

Gray and Tall (1991) in their article for "duality, ambiguity, and flexibility", take into consideration the duality process-concept implemented in mathematics. They noted that the ambiguity of notation in mathematics "allows the successful thinker the flexibility in thoughts to move between the process … and the concept" (p.72) and they hypothesize that the successful thinker achieves this success in mathematics because he uses a mental structure which is an amalgam of process and concept. Gray and Tall called this 'amalgam' a procept.

In duality concept-process of Gray and Tall (1991), we focus at 'procept and proceptual facts' and treat them from two different points of view. Meanwhile we consider the formation of 'gestalt intuition' as the ultimate achievement of the model. To clarify better the model we will be referring to the mathematics of primary education, but meanwhile we stress that this model can be successfully applied in other subjects. With the formation of 'gestalt intuition' we mean enabling pupils to perceive 'integrating image', meaning that like some people acquire such skills to see both images simultaneously in the picture of Profile-Vase, even pupils should be trained to recognize both the existence of two categories, or in other words, the existence of duality within the same appearance, which may be a concept, exercise or problem. Creation of such skills among pupils has as the first application the inclusion of dual treatments in primary education mathematics. But what do we understand with the saying: dual treatment in primary education mathematics?

With dual treatment in mathematics of primary education we understand the special way of interpretation, elaboration, formulation or solution that is made respectively to the concept, exercise or problem that carries in itself a dual nature.

We will show with examples the dual nature of some concepts, exercises and problems and the possibility of their dual treatment. The dual nature may be also called duality.

Dual treatment of concepts

Concepts are represented by symbols, while the symbols act dually as process and concept. To clarify further this statement we refer to Gray and Tall (1994) who state:

"The ambiguity of notation allows the successful thinker the flexibility in thought to move between the process to carry out a mathematical task and the concept to be mentally manipulated as part of a wider mental schema. Symbolism that inherently represents the amalgam of process/concept ambiguity we call a 'procept'. We hypothesize that the successful mathematical thinker uses a mental structure that is manifest in the ability to think proceptually." (p.116).

In addition to the double perception of the symbol, which allows the pupils to think proceptually we provide another model of double perception of the symbol which allows pupils to handle this symbol under the dual point of view with the aim of forming 'gestalt intuition'.

Here are some examples:

1. 'Bigger than' and 'smaller than' meanings, which are accompanied by corresponding symbols, are a display of the existence of a duality in the concepts of mathematics because when we say that a number is greater than another number, in the same time the second number is smaller than the first number.

2. When we say that the segment [AB] is longer than the segment [CD], at the same time segment [CD] is shorter than the segment [AB].

3. A triangle is called right-angled if it has an angle equal to 90^o, and if in a triangle we recognize that one of its angles is 90^o then immediately we confirm that it is right-angled triangle.

To achieve the creation of 'gestalt intuition' among pupils, the teacher must teach them that when given to the pupils an inequality, pupils should see it once on one side and once the other side of the sign of inequality. This flexibility of seeing the inequality produces that after a sufficient number of teaching sessions, pupils gain the special ability of seeing simultaneously the two relations: 'smaller than', 'bigger than'. So, if pupils are given an inequality, for example 3>2, in their mind should come immediately two ways: '3 is bigger than 2' and '2 is smaller than 3'. We can describe in an analogue way even the procedures for the other examples, therefore, after a practice directed by teachers, when talking about the comparison of segments in the minds of pupils, should arrive in their mind at the same time the two relations 'shorter than', 'longer than' or when we speak of rectangular triangle, in their minds should immediately spark the feature of having an angle 90^0. Only after pupils have acquired the skills described above, we can say that the concepts addressed, 'smaller than', 'bigger than', 'longer than', 'shorter than', 'right angle', '90^0' as dual property of the relations of comparison respectively of the set of numbers, and segments and figures is achieved the creation of 'gestalt intuition'.

Dual treatments of exercises and problems

Gray and Tall (1994) state:

"… we consider the duality between process and concept in mathematics, in particular, using the same symbolism to represent both a process (such as the addition of two numbers 3+2) and the product of that process (the sum 3+2)" (p.116).

As following, numerical equation 3+2=5 is treated by them as proceptual fact that can produce new proceptual facts. We think that the inclusion of dual treatments in the moment of interpretation of the facts of summery or other mathematical operations, it facilitates the transition to the new proceptual facts.

Examples of dual treatments:

1. "The symbol 5+4 represents both the process of adding through counting all or counting on and the concept of sum (5+4 is 9)" (Gray & Tall, 1994, p.120). Numerical equality 5+4=9, which keeps on the left side the process described by Gray and Tall, while keeps on the right side the result of the sum, should be treated in a dual way. This

means that it should be treated as an equality that is shown that the sum of the numbers 5, 4 is 9, and meanwhile as an equality that shows that 9 is the sum of two numbers 5, 4.

2. "The symbol 3/4 stands for both the process of division and the concept of fraction" (Gray & Tall, 1994, p.120). To gain a clearer perception of the division process and the fraction concept, dual treatment should accompany the process for the formation of the concept of division. As a result the dual interpretation associated with the procedure of division should be: when the second number divides the first, at the same time the first number is divided by the second number.

3. "The experience shows that the creative thinking skills are increased when solving of problem is associated … with the dualism of problem. When we say dualism of the problem we take into consideration a new formulation of the problem … which we will call the dual problem" (Gjoci & Kërënxhi, 2009a, p.458). Let's give an example of the dual formulation of the problem: Anna is 13 years old. Emma is 2 years younger than Anna. How old is Emma? Dual formulation: Anna is 13 years old. She is 2 years older than Emma. How old is Emma?

The relationship between the model and the critical thinking

How critical thinking is applied to children and what is its relationship with dual treatments in mathematics? Founder of 'Philosophy for children', Matthew Lipman presents a particular conception about critical thinking of children build by him (Lipman, 2003) that gives a good experience for teachers of lower grades of primary education. He characterizes critical thinking as "thinking that (1) facilitates judgment because it (2) relies on criteria, (3) is self-correcting, and (4) is sensitive to context" (Lipman 2003, p.212). Experience and opinions given by scholars of cognitive psychology, philosophy and multicultural education bring us to the conclusion that learning of students can be extended when teacher can use a variety of thinking strategies and when students have the possibility to apply the new way of learning in new tasks. When we say thinking in a critical way, we will understand thinking in a higher level – higher cognitive abilities, especially referring to advance, at the scale of Beniamin Bloom taxonomy of cognitive field. Critical thinking occurs when there is no possibility 'only one question is the right one'. When we say that the pupil learns in an active way we mean that this pupil is curios, does questions, discovers new things, and uses his knowledge for problem solving. However, to reach the critical thinking we need to add to the sentence above practicing of the pupil in order to see the issues from different points of view, the ability to explore nuances and consequences of ideas and maintaining an attitude based on reason. Dual treatments, as activities that lead to the formation of 'gestalt intuition', can be considered as a practice that contributes to the realization of critical thinking.

If pupils are taught to learn in an active way, looking at issues from dual point of view they will be prepared for the day when school will end and they will need to continue to learn by themselves during all their lives.

The study of content of curricula with the aim the possibility of inclusion of dual treatments

The dual treatments in primary school's mathematics have been the field of our studies since 2007, (see Gjoci & Kërënxhi, 2009a, 2009b; 2010; Керенджи, 2009; Kërënxhi & Gjoci 2010). The aim of our study was that in collaboration with some teachers of primary education of some schools, to be selected and developed an amount "of concepts, exercises and mathematical problems which allowed dual treatment. The selected models to be used in classes of mathematics to develop to the pupils an important aspect of critical thinking and exactly the ability to see issues in dual point of view" (Gjoci & Kërënxhi 2010, p.415). Some of the issues that we have tried to give an answer have been: could the dual point of view be included in teaching of mathematics? At what class in primary education can dual treatment start? Which are some notions that accept dual interpretation? Do the curricula fulfill the conditions about the possibility of the fulfillment of pupil's dual thinking? How does the inclusion of dual treatments influence in the process of teaching mathematics in primary education with the increase of level of acquisition of knowledge of this subject?

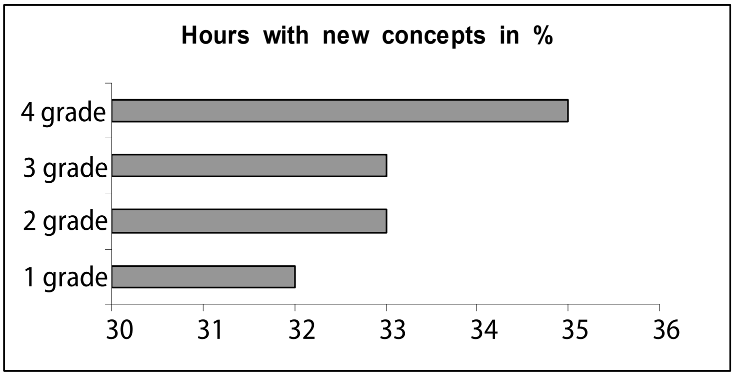
We emphasize that the strategies that we have recommended and will be recommended by us in the future, will not change the content of curricula, but only the way it will be treated to the pupils. We support the idea that the increase of the level of treatment of content implies the increase of the level of teaching from pupils. Teacher's actions influence in the obligations of process of teaching for the pupils, which influence in the process of learning. As much fuller and deeper the thoughts of pupils can be, as better and more constant is the process of teaching.

By cautious study of mathematics textbooks for grades 1-4, we concluded that they generally contained examples of concepts, exercises and problems that teachers could treat in a dual way. For example, from the book of mathematics 1 we can mention the dual concepts 'inside', 'outside'; the dual relations 'more than', 'less than'; 'shorter than', 'longer than'; 'before', 'behind'; the dual equalities a+b=c, c=a+b; the dual inequalities a>b, b<a, etc.

We talked to some teachers of primary education about the possibility of treating these concepts and relations in a dual way. We also asked them to explain in details how they thought they could do these treatments. Taking into consideration their thoughts we arrived to these conclusions:

- Dual treatments can be included in the teaching of mathematics starting from the first grade of primary education.

- The teacher should start with dual treatments, which are more understandable for the pupils. Such are interpretations of understandings and basic relations with their dual side. More these dual concepts are treated by P. Gjoci in the paper: Treatment of mathematics' dual meanings in first grade of primary education for the formation of 'gestalt intuition'.



- If in the books of mathematics for the 1, 2, 3, 4 grades, we extract the teaching lessons, where are given new meanings, then the amount of hours where teachers can do dual interpretations, expressed in % compared with the number of these hours, is shown in this graphic. The results are shown taking into consideration the thoughts of teachers of primary education.

- Then the dual treatments in mathematics can be extended in the solving of exercises and problems. Dual treatments in the exercises can begin in the second semester of the first grade meanwhile the dual interpretations of the problems can begin in the second grade.

Some models about the dual treatment of exercises and problems

Taking into consideration the study of curricula and thoughts of teachers we separated the concepts, exercises and problems that accepted the dual treatment, into three main groups:

- In the first group we included those models that teachers did not face difficulties with for dual treatment. Such we can call the exercises of the first grade 6+3=9, 3+6=9; 9=6+3, 9=3+6.

- In the second group we included those models where teachers faced partially difficulties in dealing with their dual treatment. As example we can mention these exercises from the third grade

a) From the difference of the numbers 4265 and 2738 subtract 619.

b) From the number 5632 subtract the difference of the numbers 4861 and 926.

We recommend the summary of these exercises in a unique exercise:

There are given the numbers 4265, 2738, 619. Give a request so that the exercise to be solved only by the action of subtraction. How many possibilities are there?

The first model can be given by the teacher: from difference of the numbers 4265 and 2738 subtract 619. The second model the teacher requires from the pupils after they have worked in group. The teacher should take from the pupils this answer: from the number 5632 subtract the difference of the numbers 4861 and 926.

- In the third group we included those models that teachers can not treat in the dual standpoint, but that in the following hours of teaching mathematics they should be treated as such once they carried a dual treatment.

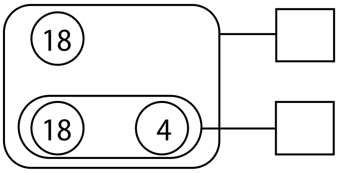
To understand better the treatment that teacher should do to the models of the second and third group we give some examples.

1. From the conversation with the teacher of second grade we learned that she understood the duality of the problem only as possibility of the solution in two different ways of the problem. So the problem:

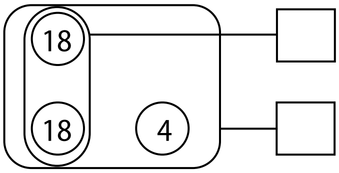
The first day Anna read 18 pages. The second day she read 4 pages more than the first day. How many pages did Anna read?

The teacher said that she thought of solving the problem in two ways as below:

The 1st way 18 + 4 = 22 pages
18 + 22 = 40 pages



The 2nd way 18 + 18 = 36 pages
36 + 4 = 40 pages



From the thorough study of curricula that we had conducted we were faced with the fact that the program of second grade required that for problem solving, pupils should be formed to look at things from different points of view. We discussed with the teacher about this request of the program and came to the conclusion that the problem despite the dual solution accepted also dual formulation and there we could also include in lesson its dual formulation. Its dual formulation is: the first day Anna read 18 pages. This is 4 pages less than the number of pages she read the second day. How many pages did Anna read?

We think that, after a careful work of the teacher and a practice for the pupils, in relation with the dual formulation of the requests of problems, teacher can pass to such requests as those that are shown in the table 1. Such requests help in the formation of 'gestalt intuition' to the pupils.

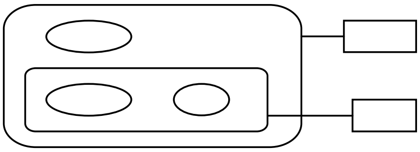
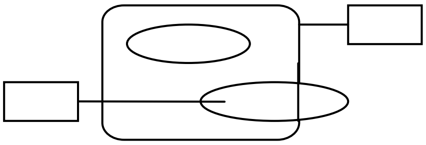
Villagers gathered on one day 3604 apples. The second day they gathered 259 apples more than the first day. How many apples did they gather during two days? 	Eva's book has 5623 words. Laura's book has 1981 words less than Eva's book. How many words have the books of two children? 
Think! 1) Which of the problems is solved in another way? If you can, show the other solution 2) Which of the problems we can formulate differently? If you can, formulate it differently	

Table 1. Problems

2. From the conversation with a teacher that gives classes in the fourth grade we noticed that she accepted as dual the opposite problem of the given problem. So the problem: -the seller sold on Monday 326 books, on Tuesday twice more books than on Monday, meanwhile on Wednesday he sold 15 books less than on Tuesday. How many books did the seller sell on Wednesday? The teacher thought of solving the problem using the scheme of given details as below.

326 books, 2 times more, 15 books less, □ books

After the pupils give the solution, the teacher will ask for the formulation of the problem according to the scheme:

□ books, 2 times more, 15 books less, 637 books

On Monday, the seller sold some books, on Tuesday he sold twice more than on Monday, meanwhile on Wednesday he sold 15 books less than on Tuesday. How many books did he sell on Monday if on Wednesday he sold 637 books?

For the solution of the problem, which in fact is the opposite problem of the first problem, pupils should begin from the end, so scheme that they should follow for solving the opposite problem is:

637 books, 15 books more, 2 times less, □ books

The teacher thought of accompanying the actions of solving the problem with the scheme:

$$\begin{tikzcd} \boxed{326} \arrow[r, shift left, "\times"] & \boxed{2} \arrow[l, dashed, shift left, "="] \arrow[r, shift left, "="] & \boxed{652} \arrow[l, dashed, shift left, ":"] \arrow[r, shift left, "-"] & \boxed{15} \arrow[l, dashed, shift left, "="] \arrow[r, shift left, "="] & \boxed{637} \arrow[l, dashed, shift left, "+"] \end{tikzcd}$$

The way of opposite reasoning always gives good results. Giving such a problem, is mentioned an increase of the interest of pupils and a bigger activation of them in giving ideas for the solution of this problem. Without underestimating the importance of the opposite problem we discussed with the teacher about the fact that the opposite problem of a given problem does not make a dual problem. "The feature of mutually dual problems is that they differ from the formulation, but their solution is the same" (Gjoci & Kërënxhi, 2009a, p.459). The dual problem we can give in relation with the given initial problem and also in relation with its opposite problem. Such problems are shown in the table 2.

1) INITIAL PROBLEM	2) OPPOSITE PROBLEM
The first day pupils planted some flowers, the second day 2 times more than the first day. How many flowers did they plant the first day if the second day they planted 60 flowers?	The first day the pupils planted 30 flowers. The second day they planted 2 times more than the first day. How many flowers did they plant the second day?
Problem's solution: 360 : 2 = 180 flowers	Problem's solution: $180 \cdot 2 = 360$ flowers

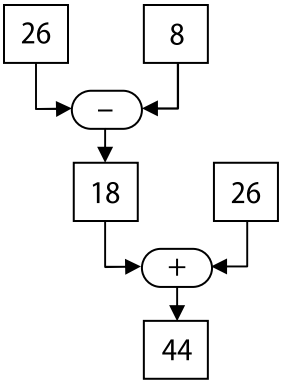
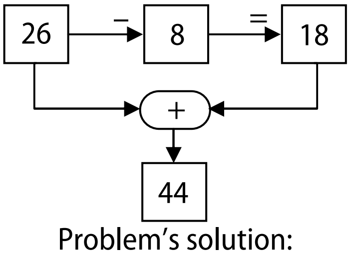
3) THE DUAL PROBLEM OF GIVEN PROBLEM	4) THE DUAL PROBLEM OF THE OPPOSITE PROBLEM
The first day pupils planted 30 flowers. This amount was 2 times less than flowers, which are planted the second day. How many flowers are planted the second day? Problem's solution: 360 : 2 = 180 flowers	The first day pupils planted flowers 2 times less than the second day. How many flowers are planted the first day if the second day they planted 60 flowers? Problem's solution: 180 · 2 = 360 flowers

Table 2. Problems

To control how much the pupils have benefited from the dual formulations of the problems and generally how much has influenced to them this dual way of learning mathematics, for the formation of gestalt intuition, we can prepare some tests with exercises which we should give to parallel classes, where in one of the classes teacher has been working with this and in the other class has not been working and then to make the comparison of answers. We think that testing should be done in two fifth parallel grades. In the testing can be involved such a problem:

Anna bought 26 notebooks. Emma bought 8 notebooks less than Anna. How many notebooks did the two girls buy together? Can you build a scheme for the problem's solution? Give another explanation for this problem which can be solved with the same actions and build the scheme for its solution.

After this every class can be divided in four groups and the answers of pupils are expected. The right solution is shown in the table 3.

The scheme of problem's solution	Another explanation
 Problem's solution: 26 − 8 = 18 18 + 26 = 44 notebooks	Anna has bought 26 notebooks. She has bought 8 notebooks more than Emma. How many notebooks have bought the two girls together? The scheme of problem's solution.  Problem's solution: 26 − 8 = 18 18 + 26 = 44 notebooks

Conclusions

- Dual treatments can be involved in teaching mathematics starting from the first grade of primary education.

- The teacher should start with dual treatments of concepts, which are more understandable for pupils.

- Dual treatments in the exercises can start in the second term of the first grade.

- Dual interpretations of problems can start in the second grade.

- The control that how much could have the pupils benefited from the interpretations, dual treatments and formulations, can be realized with tests in continuous way meanwhile the control of formation of 'gestalt intuition', can be realized in the fifth grade with tests that include exercises and problems.

- We think that the involvement of duality in the mathematics of primary education can be applied only if teachers are ready to involve in the process of teaching mathematics three categories; the dual interpretation of mathematical concepts; dual treatment of mathematical exercises; dual formulation of dual mathematical problems and different ways of their solution.

REFERENCES

[1] Gray, E. M. & Tall, D. O. (1994): "Duality, ambiguity, and flexibility: A proceptual view of simple arithmetic" *Journal for Research in mathematics education,* 26(2), 115-141.

[2] Gray, E. M. & Tall, D. O. (1991): Duality, ambiguity, and flexibility in successful mathematical thinking, in: F. Furinghetti (Ed), *Proceedings of the 13th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Assisi, Italy, Volume 2, pp. 72-79.

[3] Gjoci, P. & Kërënxhi, S. (2010): "Dual interpretations in primary education mathematics as aspect of critical thinking of pupils" *Odgojne znanosti*, Volume 12, No.2(20), 413-426.

[4] Gjoci, P. & Kërënxhi, S. (2009a): Some new elements of methodology of teaching in primary education, in: H. Asutay & E. (Budak) Bayir (Ed.), *Proceedings of the 5th International Balkan Education and Science Congress: Education in Balkans Today,* Edirne: Trakya Üniversitesi, Volume 1, pp. 457-461.

[5] Gjoci, P. & Kërënxhi, S. (2009b): Aspects of dualism in teaching process, in: G. E. Lasker (Ed.), *Advances in Education,* Tecumseh, Canada: The International Institute for Advanced Studies in Sistems Research and Cybernetics, Volume IX, pp. 23-29.

[6] Kërënxhi, S. & Gjoci, P. (2010): "Interpretimet duale gjatë mësimit të matematikës" *Buletini shkencor*, No.19, 181-190.

[7] Керенджи, С. (2009): "Профессиональная направленность преподавания математического анализа на экономическом факультете". *Вестник Университета Российской Академии Образования*, ПОЛИМАГ, No.3(46), 101-103.

[8] Lipman, M. (2003): *Thinking in Education*, (2nd ed.). New York, Cambridge University Press.

[9] Schön, D. A. (1993): Generative metaphor: a perspective on problem-setting in social policy, in: A. Ortony (Ed.*), Metaphor and Thought* (2nd ed.) Cambridge: Cambridge University Press, pp. 137-163.

Svjetllana Kërënxhi

ФОРМИРАЊЕ „ГЕШТАЛТ ИНТУИЦИЈЕ“ КРОЗ НАСТАВУ МАТЕМАТИКЕ У ОСНОВНОЈ ШКОЛИ

Резиме: Многи људи су допринели, и још увек доприносе унапређењу наставног процеса. Са жељом да допринесемо што више на овом пољу, развили смо нови модел методологије подучавања и учења. Наш модел подразумева двојако подучавање у настави математике са сврхом да се развије „гештaлт интуиција“ код ученика. Термин „гештaлт интуиција“ подразумева посебну категорију способности које би требало формирати код ученика у току наставног процеса. У овом раду представљамо теоријски модел увођења „гештaлт интуиције“ у наставу математике у основној школи. Ово је нови модел који смо дизајнирали и по први пут га предтављамо у овом раду у нади да ће помоћи наставницима у подучавању математике.

Кључне речи: основно образовање, математика, наставни процес, двојако подучавање.

Pranvera Gjoci
Faculty of Education Science, University of Elbasan
Albania

371.3::51-028.31
159.9.019.2

TREATMENT OF MATHEMATICS' DUAL MEANINGS IN FIRST GRADE OF PRIMARY EDUCATION FOR THE FORMATION OF 'GESTALT INTUITION'

Summary: In the category of essential meanings of mathematics in first grade of primary education, there are many meanings that coexist in their dual plane. Since these are basic meanings, they need to be transmitted to students in the most complete manner possible. In a study done by us about the inclusion of the mathematic texts in elementary education, among others, we have given special attention to the study of inclusion of essential meanings together with their duality (where it is been possible), and we have arrived at the conclusion that, in general, the math text books of elementary schools are complete in this direction. Despite this conclusion, we think that some inadequacies still exist in the teaching process particularly in the way the teacher transmits these knowledge to the students. Aiming to help the teachers to give in an accurate manner the mathematical meanings to the students of first grade, we give in this document some recommendations for the possibility of treatment of these meanings together with their duality. If the teachers will treat these meanings together with their duality, with the attention that we propose, then they will significantly affect in the growth of thinking, given that these dualities create possibilities for two different interpretations of the same situation orienting the students in the formation of 'gestalt intuition'.

Key words: primary education, duality in mathematics, teaching methods, work with students

Introduction

Some meanings encountered in everyday life exist in close relation with each other. They exist together and simultaneously, in duality. So for example the meaning 'before' can not exist without 'after', because when we affirm that Anna is in front of Emma in the queue at the same moment Emma stands in the queue after Anna. It also can not be understood the existence of meaning 'greater than' without 'less than' because when we affirm that number 5 is bigger than number 3 at the same time number 3 is smaller than number 5. And so on there can not exist the meaning 'great' without 'small', meaning 'greater than' without 'less than', meaning 'inside' without 'outside', meaning 'more than' without 'less than', meaning 'tall' without 'short', meaning 'taller than' without 'shorter than', meaning 'near' without 'far' meaning 'left' without 'right' etc. With these dual meanings, which are generally grouped into three basic categories: the understanding of the size ('big', 'small'; 'bigger', 'smaller'; 'tall', 'short'; 'taller than', 'shorter than') meaning amount ('more than', 'less than') and a meaning of the space ('inside', 'outside'; 'near', 'far away'; 'left', 'right') and other dual meanings students are introduced in the lower grades of primary education.

In this article, which is a continuation of a study initiated by us about the existence of dual content in school mathematics (for more refer to Gjoci & Kërënxhi, 2009a,b; 2010; Kërënxhi & Gjoci, 2010; Керенджи, 2009) we will describe the progress that we think that teachers should follow in the process of explaining the basic meaning of duality in the mathematic classes of first grade of primary education, in order to achieve a more complete transmitting of knowledge to pupils with the intention of logical formation of these last mentioned groupings. Topics of study are selected in the text: Mathematics 1 for the 1st grade of the primary school (Dedej etc., 2010a) and Mathematics 1 – Work Book (Dedej etc., 2010b), because we value this text, the relevant Work Book and methodological guidelines (Dedej etc., 1984) as the most achieved in the teaching process of mathematics in the first grades of primary school. We will stop in the dual meanings discussed in this text, in the way they are listed in the text, in the author's methodical recommendations of how teachers should treat, and will emphasize the necessity of transmission of these meanings by the teacher to the students along with dual side, in other words, the necessity of transmission of these meanings as they exist in reality, as two sides of the same display.

Dual meanings. Ways of giving these meanings to ensure maximum appropriation

After a careful study of the text of Mathematics 1 (Dedej etc., 2010a,b), we concluded that it contains meanings to be interpreted in duality and exercises for these meanings which receive dual treatments. We recommend that these definitions and exercises should be treated by teachers, both during the explanation of the new theme as well as during the moments of strengthening the knowledge in their duality. The teacher is the person who should give life to the model of the text and complete the text with models suitable for realizing the goal of the lesson. The assimilation level of these meanings by the students depends significantly on the explanation that the teacher does to these meanings. In this paragraph will be treated the dual meanings of the text Mathematics 1, by recommending models about explanations and discussions that we think that the teacher should implement to ensure the understanding of the existence of dual meanings by the pupils and to guide the teaching process and the process of the pupils' mental training towards the formation of 'gestalt intuition'.

The meanings 'inside', 'outside'

Among the earliest meanings facing first grade pupils are dual meanings 'in' 'out'; 'inside', 'outside', which are provided for the first time in lesson 4 of chapter 1. "The purpose of this lesson topic is that pupils become familiar with these meanings and individualize elements of community in its internal area" (Dedej etc., 1984, p.41). The assimilation of these meanings is also important for the fact that becoming familiar with them precedes the topic on the association one by one and the topic on other dual meanings of 'more than', 'less than'.

The meanings 'more than', 'less than'

The meanings 'more than', 'less than' are some of the most important meanings pertaining to the understanding of the number directly related with it. Beginning at the age of 5, children are able to make a quantity comparison of the units in the cases when among the units there is visible difference in the number of elements and they do it without counting. In the mathematic text of the first grade, the meanings of 'more than' and 'less than' are given in the sixth lesson of the first chapter, which is studied in the second week of the school program. By using the method of accompanying one by one the elements of both units, a method which they used to learn in lesson 5 of the 1st chapter, the pupils can make the comparison of the units, to come in the conclusion, which of them has 'more' or 'less'. In the first exercises the association is lead by the teacher. Later the association one by one of the elements can be done by pupil's will. Teachers give a great importance to this theme taking into consideration the fact that its assimilation is related to the essential part of the mathematics program because:

1. The comparison between the units is based on the comparison of numbers, as the report 'more than' and 'less than' in the comparison of the units is translated in the relation to 'bigger than' and 'smaller than' for the respective numbers, that's why the report 'more than' and 'less than' lead operations with numbers;
2. The subject of mathematics for the first three grades of the primary educational system has as its principal axis the comparison of numbers upon which many new meanings can rise;
3. Using means of comparison will be possible to understand the ordinal meaning of the numbers.

In the sixth lesson of the second chapter which is explained and treated on the thirteenth class of the teaching program of mathematics, are given for the first time the markings >, <, while in the seventh lesson of the second chapter this two markings link two numbers by forming an inequality. Writing the inequalities is based on the comparison of the units, which is done by using the method of accompanying the elements one by one. This association is done by linking the sociable elements with a slim line. After the association one by one in the exercises of the paragraphs A, B & C, in one of the units there is an element unlinked. Teachers often ask such questions for the exercises of the paragraphs A, B, what do we have more? Or what is more? Is there more? And for the exercises of the paragraphs C the following questions, what do we have less, or is there less? We ask: is it possible for the teacher to direct at first the question, what is there more? and later for the same exercise ask the question, what is there less? The answer is no, because in this step of assimilating concepts like 'more than' and 'less than' giving both questions for the same exercise is premature, but in the seventh lesson of the second chapter the conditions are set to ask dual questions. For example, in the first exercise of the paragraph A (Dedej etc., 2010a, p.18) adapted with (Dedej etc., 1984, p.83) we recommend this progress:

Showing the picture on task A, the teacher asks from the pupils to associate the rabbits with the carrots one by one

-What are there more, rabbits or carrots? (There are more rabbits than carrots)

-How many rabbits are there? (3)

The teacher writes on the blackboard the number three, while the pupils write the number three in the respective label on the text.

-How many carrots are there? (2)

The teacher writes on the blackboard the number two, while the pupils write the number two in the respective label on the text.

-Which number is bigger, the number three or the number two? (The number three)

The teacher completes:

-The number three is bigger than the number two, so we write 3>2 (by putting the marking > between the 3 and 2 that have been earlier written).

An experienced teacher should take the discussion further by asking:

-What do we have less, rabbits or carrots? (There are fewer carrots than rabbits)

-Which number is smaller, the number three or the number two? (Number two)

The teacher completes:

-The number two is smaller than the number three, so we write 2<3.

In order to resolve the other exercises dealing with the same problems, the teacher follows the same way, repeating the questions as in the case of the exercise of the paragraph A mentioned above and by requiring that the pupils answer the questions: what do we have more? What do we have less? Which number is bigger? Which number is smaller? We it is recommended that in each case the teacher and the pupils associate the answers with the dual markings like: 4>3 and 3<4, 3>1 and 1<3, 2<3 and 3>2 etc.

Let's discuss in a more detailed way about lesson eight of the second chapter with the theme: the comparison of numbers 1 to 4. Markings: >, <. In Dedej etc., (1984, p.94) the teacher is recommended to follow this procedure during the explanation of this lesson:

"The teacher draws on the blackboard two units, one with one circle and the other with two circles.

-How many circles are there? (One)

-What about here? (Two)

Under this units are written the numerals 1 and 2.

-Which is smaller, the number 1 or the number 2? (The number 1 is smaller than the number 2)

The teacher writes the marking < between the numerals 1 and 2, then he reads:

-The number 1 is smaller than the number 2.

Pointing to the unit with two circles, the teacher asks:

-How many more circles do we have here? (One)

Pointing to the unit with one circle, the teacher asks:

- How much fewer do we have here? (One)

Than, on the blackboard, the teacher draws a set with two circles and another set with three circles.

The conversation is repeated as above for comparing these two units." (Dedej etc., 1984, p.94).

We think that in the above explanation, after the teacher writes the marking < between the numerals 1 and 2 and reads that: the number 1 is smaller than the number 2, he should continue his thought by completing the saying that: and the number 2 is bigger than the number 1. In this way the pupils will be used to *seeing* the inequality in its both directions and understand that when the number 1 is smaller than the number 2, at the same time, the number 2 is bigger than the number 1.

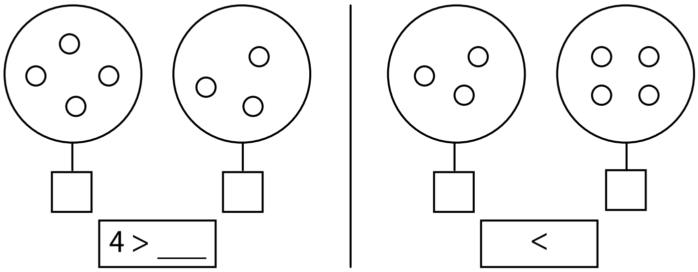


Figure 1.

In the figure 1 we have taken two exercises from paragraph C, p.18. In general, in order to resolve these models, teachers try to direct the pupils so that they can work in a standard, mechanical way, requesting that the first number placed on the first line, corresponds to the first set and never to the second one. This mechanical activity brings the teacher to the fact that these models that express the same situation but in the essentiality, search for the comparison of the two units where one has four circles, and the other has three circles, must be treated as two different exercises. In the first case the teacher expects the pupils to write 4>3, where as in the second case pupils must write 3<4. We recommend that teachers join these two models in a single exercise and follow the above mentioned reasoning. Through discussion, teachers should tend to lead the explanation in a way that the pupils start getting clarity, and step by step begin to understand, that the markings 4>3, 3<4 exist simultaneously and express the same fact. In other words they express the fact that when one number is bigger than the other one, at the same time the second number is smaller than the first number. To measure the scale of the knowledge acquisition by the pupils after such classes, in which is asked the comparison of numbers, the teacher can ask from the pupils to answer the following task:

What do you understand from the note: 4>1, 4>2, 4>3, 2<3, 1<3, 2>1. The complete answer should be: four is bigger than one and one is smaller than four, etc.

The meanings 'longer than', 'shorter than'

"The meaning for length is one of the main meanings that is linked directly with the meaning for distance. The term of length in mathematics serves to characterize the segment and exactly its measure. But in elementary mathematics as well as in practice the term length is often used for one of the two sizes of the surface of the quadrangle or for one of the sizes of a geometric body (cuboids, prism, cylinder, ingot etc). In this meaning the length is the largest dimension that is easily noticed" (Spahia & Gumeni, 1988, p.32). The same effect might happen even with pupils making this terms confused with the ones 'bigger than' or 'smaller then'. The theme of the lesson might be explained by accompanying with examples of comparison. The teacher shows the pupils two pencils with different length, two sticks with different length and two pupils with different lengths and always asks the questions: which is longer, and also the question: which is shorter? Who is taller and who is shorter? In exercise A and in exercise B in p.21, are shown couples of objects with different lengths. In these models the teacher should work carefully so that the student can understand better the comparison method of lengths, for example:

- The red pencil is shorter than the green pencil.
- The green pencil is longer than the red pencil.

So the teacher must make clear to the pupils, and make them understand the fact that when we say the red pen is shorter than the green one, at the same time the green pencil is longer than the red one. Exercise C asks to circle objects that are 'as long as'. Exercise Ç gives some objects and it is requested to take apart the longest object. Going on with the discussion about the exercise Ç1 the teacher should clarify further. For example, after the pupils have come to the conclusion that the red shade is longer than the others, the teacher stimulates the discussion by asking the question: how are the other shorter shades shorter or longer compared with the red one? In the similar way the teacher acts with the other example. After the pupils have answered the question that the blue dressed girl is taller than the other children, the teacher should direct the following question: how are the other children, taller or shorter than the girl?

The meanings 'before', 'after'

The meanings 'before', 'after' accompany the ranking of the elements of a set in a row. The arrangement of the numbers is based on the comparison of numbers. Through the arrangement in a numerical axis that we came across for the first time in unit 3 of chapter 4 p.25 it is given the meaning of the number zero and the ordinary meaning of numbers together with the meaning of the set that give a full physiognomy to this meaning.

After explaining the lesson the teacher reads one, two, three, four, five starting from the notes on the digital axel he asks:

- Which numeral comes after numeral 1? (Numeral 2)
- Which numeral comes before numeral 1? (Numeral 0)
- Which numeral comes after numeral 2? (Numeral 3)
- Which numeral comes before numeral 2? (Numeral 1)

In the next hours the teacher can make the exercises on the alignment axel more interesting and fun by making these assignments: say numbers that are on the right (on left) of number 5; say numbers bigger (smaller) than 5; by using in this way dual meanings 'left', 'right' and the meanings already known by pupils 'bigger', 'smaller'.

Other models that accept dual interpretation

But which models besides dual meanings give us the opportunity for dual interpretation. It is worth mentioning the exercise Ç in unit 6, chapter 8 p.21. In this model which is shown in figure 2, after the pupils have connected with lines the corresponding couples, the teacher should expect them to acknowledge that:

3 plus 4 is equal to 7 and 7 is equal to 3 plus 4;
2 plus 4 is equal to 6 and 6 is equal to 2 plus 4;
3+2 = 5 and 5 = 3+2;
5+1 = 6 and 6 = 5+1.

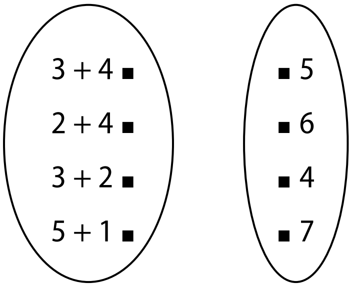


Figure 2.

Such exercises lead to understanding of the equation a+b = c as the fact that the amount of numbers a+b is equal to the number c, while number c can be understood as the sum of two terms a and b. But there is a distance in their use. The closest exercise of this model appears to us in unit 1 of Chapter 11. The total where the sum is 6 or 7, on page 58 of the Math text book 1, whereas in the workbook we face this model in the fourth lesson of Chapter 11 with a distinction that the difference is required to connect to the respective value. It is worth noting as a very positive fact that (on page 58) we find this model along with another model where at the first set we have only numbers while at the second set we the sums a+b. Such exercises for amounts 6, 7, 8, 9, are encountered in the first unit of Chapter 12 of the textbook p.62 and in unit 6 of Chapter 12 p.66, whereas with difference in numbers in the lesson 8 of Chapter 12 p.68.

Control over the formation of 'gestalt intuition'

With the formation of 'gestalt intuition' we understand the skill of the pupils to perceive 'integrating image', this means that the pupils should be trained to recognize the existence of two categories simultaneously or in other words the existence of duality within the same scene, which in our case is concept. Thus for example, through dual treatments in comparing numbers and sets at the level of 'gestalt intuition', the teacher should enable the pupils to see the given inequality on both sides of the sign of inequality. This flexibility of the sight after a sufficient number of teaching sessions makes the pupils gain a special ability to see simultaneously the two relations: 'less than', 'greater than'. That is, if pupils are given an inequality, for example 5>3, in their mind should simultaneously arise two relations: '5 is greater than 3' and '3 is less than 5'. Through analogy we can describe procedures for other examples, so after a practice run by teachers, when talking about the comparison of segments in pupils' mind should be simultaneously shown the two relations 'shorter than', 'taller than', etc.

How, when, and at what stage and period of study can the level of the formation of 'gestalt intuition' be controlled? We think that the level of the formation of 'gestalt intuition' at pupils, for the above mentioned understandings treated in the first grade of primary education, can be controlled in the second grade of primary education, because the formation of 'gestalt intuition' is a process that moves slowly and step by step, so it is needed some time to till its formation. On the other hand this process is continuing and these skills of a successful pupil can be in perfection continuously. The level of such control capabilities can be made in a way how a pupil answers on a test that covers a certain direction. For example, the presented test model can serve to control the skills of the pupils in the direction of interpreting and comparing of sets and numbers.

Conclusions

These concepts that we have selected and the manner of their treatment proposed by us is recommended to be implemented by teachers in the classes of mathematics, aiming and encouraging their pupils become skilled on dual interpretations and affecting the formation of the pupils' 'gestalt intuition'.

Although the teachers that we cooperate evaluate our ideas, we have noticed that they do not hesitate to give us their opinions and in some cases show hesitation on the way of fulfilling the explanation of the lesson thinking that they should deviate from the current way of explanation. Therefore we feel that it is necessary for them and other teachers who wish to work in this direction, to be clarified through this writing that the way of explaining remains the one that the teachers have followed traditionally, but meanwhile we emphasize that they need to enrich the explanation, where possible, with two or three more discussions in order to highlight the existence of duality. We are very confident that the teaching method that we recommend is totally realizable by the teachers affecting nothing at all to the teaching process.

We will move on to the next step of study only after we are convinced on

- Awareness of primary school teachers about the possibility of dual treatment of some concepts, exercises and problems of the text of mathematics.
- Training of teachers in selecting those concepts, exercises and problems receiving dual treatment in the text of mathematics.
- Training of teachers in the dual interpretation of concepts, dual formulation of problems and treatment of solutions in dual point of view, where the possibility exists.
- Awareness of the teachers that the above skills can gradually pass to the pupils.
- Educate teachers' desire to teach pupils so that they can look to the things in dual point of view.

REFERENCES

[1] Dedej, K., Spahiu, E., & Konçi, Z. (2010a): *Matematika 1- për klasën e parë të shkollës 9-vjeçare*. Tiranë, SHBLSH e Re.

[2] Dedej, K., Spahiu, E., & Konçi Z. (2010b): *Matematika 1- Fletore pune*. Tiranë, SHBLSH e Re.

[3] Dedej, K., Frashëri, A. & Gumeni, M. (1984): *Matematika 1- tekst për mësuesin*. Tiranë, ISP.

[4] Gjoci, P. & Kërënxhi, S. (2010): "Dual interpretations in primary education mathematics as aspect of critical thinking of pupils" *Odgojne znanosti*, Volume 12, No.2(20), 413-426.

[5] Gjoci, P. & Kërënxhi, S. (2009a): Some new elements of methodology of teaching in primary education, in: H. Asutay & E. (Budak) Bayir (Ed.), *Proceedings of the 5th International Balkan Education and Science Congress: Education in Balkans Today,* Edirne: Trakya Üniversitesi, Volume 1, pp. 457-461.

[6] Gjoci, P. & Kërënxhi, S. (2009b): Aspects of dualism in teaching process, in: G. E. Lasker (Ed.), *Advances in Education,* Tecumseh, Canada: The International Institute for Advanced Studies in Sistems Research and Cybernetics, Volume IX, pp. 23-29.
[7] Kërënxhi, S. & Gjoci, P. (2010): "Interpretimet duale gjatë mësimit të matematikës" *Buletini shkencor*, No.19, 181-190.
[8] Керенджи, С. (2009): "Профессиональная направленность преподавания математического анализа на экономическом факультете". *Вестник Университета Российской Академии Образования*, ПОЛИМАГ, No.3(46), 101-103.
[9] Spahia, S. & Gumeni, M. (1988): *Metodika e matematikës për arsimin parashkollor*. Tiranë, SHBLSH.

Pranvera Gjoci

ПОДУЧАВАЊЕ МАТЕМАТИЧКИХ ДВОЈАКИХ ЗНАЧЕЊА У ПРВОМ РАЗРЕДУ ОСНОВНЕ ШКОЛЕ У ЦИЉУ ФОРМИРАЊА „ГЕШТАЛТ ИНТУИЦИЈЕ“

Резиме: Поред основних појмовних значења у настави математике у првом разреду основне школе постоји и много појмова који имају двојако занчење. Студија коју смо спровели истражује увођење основних математичких појмова заједно са њиховим двојаким значењима (где је то могуће). Дошли смо до закључка да су углавном математички уџбеници комплетни у овом погледу. Међутим, мислимо да ипак постоје неке недоследности у процесу подучавања математичких двојаких значења па зато у овом раду дајемо неке сугестије како се могу третирати математички појмови са двојаким значењем. Ако наставници презентују ове појмове заједно са њиховим двојаким значењима и на начин који ми препоручујемо, онда ће они знатно утицати на развој мишљења јер ови појмови са двојаким значењем развијају код ученика способност двојаке интерпретације исте ситуације и оријентишу ученике ка формирању „гешталт интуиције“.

Кључне речи: основно образовање, двојакост у математици, наставне методе, рад са ученицима.

Нела Малиновић-Јовановић
Учитељски факултет
Врање

371.315.7
371.3::51

ПРОБЛЕМСКА НАСТАВА У ФУНКЦИЈИ ОСТВАРИВАЊА ЦИЉЕВА И ЗАДАТАКА ПОЧЕТНЕ НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ

Апстракт: У раду се даје структура *проблемске наставе*, једног од облика (модалитета) индивидуализоване наставе и *проблема* који чини основу те наставе. Како се проблемска настава ослања на логику научног истраживања и мишљења, то се у раду врши истраживање о степену остваривања (ефикасности) програмских задатака почетне наставе математике у решавању проблема у оквиру садржаја о природним бројевима у III и IV разреду. Коришћена је дескриптивна метода у аналитичкој и класификационој варијанти, при чему се дошло до података о степену операционализације и класификације циљева и програмских задатака наставе у погледу конкретизације, реализације и могућности провере остварљивости захтева. Такође, дошло се до података о степену остварености програмских задатака наставе о природним бројевима у III и IV разреду основне школе, као и разлици између успеха ученика у решавању проблема на различитим образовним узрастима.

Добијени резултати могу допринети промени у приступима садржајима наставе и то у: вредновању степена остваривања програмских задатака, начину презентовања садржаја програма, ефикаснијој индивидуализацији процеса учења, стицању трајнијег и квалитетнијег знања и др.

Кључне речи: решавање проблема, циљеви и задаци почетне наставе математике, природни бројеви, таксономија

Залагање за решавање проблема у настави математике није новијег датума. Бројни су они који су се залагали за то, јер се проблемском наставом битно мења позиција ученика у настави, развија интересовање, подстиче самосталан рад, развија стваралачко мишљење. Различити аутори на различите начине дефинишу проблемску наставу, али се у суштини сви слажу да је решавање проблема, у ствари, стваралачка активност којом се развија стваралачко мишљење ученика. Проблемска настава ослања се на логику научног истраживања у којој ученик самостално истражује, открива нове истине, развија разноврсне облике мисаоне активности и стиче знања на креативан начин, што значи да је проблемска настава један од облика индивидуализоване наставе. Такође, у њој се суштински мења улога наставника који више није испоручилац готових знања и решења, већ сарадник и организатор такве наставе у којој ће ученици самостално решавати проблеме и тако развијати апстрактно мишљење и менталне способности. Као посебан систем наставног рада, проблемска настава у основи процеса учења полази од проблемских ситуација и решавања проблема, па је од значаја добро познавање ових појмова.

У пракси се најчешће говори о проблемима у ширем и ужем смислу, при чему се првим ученици уводе у нове наставне садржаје, а другим се допуњују, проширују, продубљују и утврђују знања. Међутим, у почетној настави математике не може бити битне разлике између њих, јер се ученик најчешће уводи у нови наставни садржај конкретним проблемом, узетим из животне стварности, мада неки још увек сматарају да математику чине проблеми у ужем смислу и да је основни задатак наставе математике да оспособи ученике да решавају такве проблеме. Проблем у ужем смислу који се најчешће назива проблемски задатак, чини основу проблемске наставе и биће предмет даљег разматрања.

С друге стране, решавање проблема чини највишу лествицу у хијерархијском низу организованих психолошких процеса, односно највиши ниво знања по квалитету према таксономском моделу операционализације циља и задатака наставе у когнитивном подручју. Такође, креативно решавање проблема чини основ дидактичког система проблемске наставе, па је од значаја истраживање које полази од таксономије циљева и задатака наставе, правилног одабирања степена активности ученика и методолошких оквира истраживања.

Методолошки оквир истраживања

Циљ овог истраживања је да се *конструише модел за описивање нивоа креативног решавања проблема, инструменти провере, утврде минимални критеријуми постигнућа и на основу тога утврди степен остварености задатака наставе о природним бројевима у III и IV разреду у категорији креативног решавања проблема.*

У оквиру овако постављеног циља издвајају се следећи специфични задаци истраживања:

1. *За сваки програмски задатак утврдити испуњеност минималног критеријума у категорији креативног решавања проблема у III разреду (идентификовати програмске задатке које ученици могу да постигну у категорији креативног решавања проблема у III разреду).*
2. *За сваки програмски задатак утврдити испуњеност минималног критеријума у категорији креативног решавања проблема у IV разреду (идентификовати програмске задатке које ученици могу да постигну у категорији креативног решавања проблема у IV разреду).*
3. *Утврдити разлику између успеха ученика у еквивалентним програмским задацима с обзиром на њихов образовни узраст.*
4. *Утврдити повезаност успеха ученика у решавању задатака који се односе на садржаје о природним бројевима у категорији креативног решавања проблема.*

У складу са постављеним циљем, претпоставља се да је *степен остварености програмских задатака наставе о природним бројевима већи у IV у односу на III разред основне школе*

Такође, могу се издвојити и следеће претпоставке:

1. *Постоје програмски задаци у којима ученици не могу да постигну знање на нивоу креативног решавања проблема у III разреду.*
2. *Постоје програмски задаци у којима ученици не могу да постигну знање на нивоу креативног решавања проблема у IV разреду.*
3. *Успех ученика у еквивалентним програмским задацима показује боље резултате са повећањем њиховог образовног узраста.*
4. *Постоји позитивна повезаност успеха ученика у категорији креативног решавања проблема.*

У истраживању је коришћена дескриптивна метода у аналитичкој и класификационој варијанти. Анализом се дошло до података о циљу и програмским задацима наставе, односно колико су они операционализовани и класификовани у погледу конкретизације, реализације и могућности провере остварљивости захтева. Класификацијом програмских задатака према једном од таксономских модела, описан је ниво креативног решавања проблема погодан за праћење и вредновање степена остварености истих.

Избор технике и инструмената који су примењивани у истраживању извршен је у складу са природом проблема. Тако је унутар дескриптивне методе примењивана техника анализе садржаја и тестирање. Техника *анализе садржаја* коришћена је да би се дошло до описа нивоа креативног решавања проблема који обезбеђује основу за доношење закључака о успеху ученика. Такође, коришћена је и при испитивању валидности задатака у тестовима, где је логичком анализом испитана садржајна валидност датих задатака, односно да ли су задаци у складу са нивоом знања који треба да мере.

Опис нивоа креативног решавања проблема извршен је на основу таксономског модела операционализације циља и задатака у когнитивном подручју који мери квалитет стеченог знања и развој неопходних способности (Малиновић-Јовановић, 2009; 618–631). Таксономија садржи пет главних категорија и то: *препознавање, репродукција, схватање, операционалност и креативно решавање проблема.* Категорије су хијерархијски поређане према нивоима знања по квалитету, и за сваку су дефинисане поткатегорије које детаљније одређују садржаје образовних циљева сваке категорије. У зависности од степена усвојености чињеница и генерализација, знање може бити различитог квалитета. С обзиром да је за овај рад значајна категорија креативног решавања проблема, наводимо њене карактеристике и дефинисане поткатегорије које ближе одређују садржаје ове категорије.

Креативно (стваралачко) решавање проблема.

Карактеристике: Знање које ученици стичу и способности које развијају *решавањем проблема* сматра се највишим нивоом у хијерархији квалитативног распореда знања и способности у почетној настави математике. Знање укључује разумевање проблема и проблемске ситуације. Решавање проблема подразумева развој и примену способности као што су: анализа, синтеза и евалуација. Решавањем проблема у настави могуће је развијати више форме креативног мишљења, дивергентност и флексибилност. Према *Рубинштајну* проблемност је неотуђиво својство сазнајног процеса.

Поткатегорије:

1. Анализа садржаја проблема и проблемске ситуације: знати уочити проблемску ситуацију и дефинисати проблем; рашчланити проблем на познате елементе (претпоставке), открити односе међу њима и начин повезивања.

2. Синтеза елемената проблема у целину: знати обједините елементе у целину (израз, формулу); знати логички поступак долажења до решења проблема.

3. Евалуација (процена) решења: знати извршити евалуацију према унутрашњим критеријумима, тј. извршити проверу тачности решења; знати проценити шта ће се десити ако дође до измене неких елемената у проблему.

У сагледавању степена остварености програмских задатака наставе о природним бројевима у III и IV разреду пошло се од операционализације задатака почетне наставе математике и описа нивоа креативног решавања проблема. За утврђивање степена остварености програмских задатака, конструисани су *критеријски тестови знања* којима се утврђује ***шта*** су и ***до ког нивоа*** по квалитету ученици савладали од онога што је планирано у одређеном предмету (Вучић, 1979; 26–35). С обзиром да се овде ради о категорији креативног решавања проблема, ***ниво знања*** по квалитету одређен је претходним описом ове категорије.

Програмским задацима датим у Наставном програму математике за основну школу одређено је ***шта*** треба ученици да знају након обраде садржаја. Дефинисани су на нивоу разреда и наводимо их ради даље анализе и интерпретације резултата истраживања.

III разред. Ученици треба да:

3.1. савладају читање, писање и упоређивање природних бројева до 1000;

3.2. успешно обављају све четири рачунске операције до 1000;

3.3. упозната својства операција користе за рационалније рачунање; умеју да прочитају и запишу помоћу слова својства рачунских операција;

3.4. упознају зависност резултата од компонената операције;

3.5. знају да израчунају вредност бројевног израза са највише три операције; знају да одреде вредност израза са словима из дате вредности слова;

3.6. знају да решавају једноставније једначине у скупу бројева до 1000;

3.7. успешно решавају текстуалне задатке.

IV разред. Ученици треба да:

4.1. успешно овладају читањем и писањем природних бројева у декадном бројевном систему;

4.2. упознају уређеност скупа N, односно N_0;

4.3. науче да природним бројевима придружују тачке бројевне праве;

4.4. разумеју изводљивост операција у скупу N, односно N_0;

4.5. умеју да читају и записују помоћу слова основна својства рачунских операција; примењују у задацима комутативност, асоцијативност и дистрибутивност операција (без употребе ових назива), као и друга својства операција, ради лакшег и бржег рачунања;

4.6. уочавају функционалну зависност на примерима зависности између резултата и компонената операције;

4.7. знају да читају, састављају и израчунавају вредност израза са више операција, као и да упознају промењиву на погодним примерима;

4.8. знају да решавају једначине и неједначине упознатих облика у скупу природних бројева;

4.9. успешно решавају (помоћу израза и једначина) задатке дате у текстуалној форми.

Конструисана су два теста која мере ниво креативног решавања проблема и то по један у III и IV разреду. Питања и задаци у њима рађени су према захтевима програмских задатака и према опису нивоа креативног решавања проблема. За сваки програмски задатак који се односи на садржаје о природним бројевима како у III, тако и у IV разреду предвиђена су питања и задаци којима се врши евалуација. Број задатака у сваком тесту зависио је од захтева који су обухваћени датим програмским задатком и бодовани према захтевима програмских задатака. С обзиром да сви задаци мере исти квалитет знања, није било оправдано рангирати их по комплексности. Коришћени су задаци отвореног типа прилагођени опису категорије креативног решавања проблема.

Интерпретација резултата тестова односила се на проценат решености одговарајућих задатака, а класификација степена остварености дата је у табели 1.

Степен остварености програмских задатака	0%–20,0%	20,1%–40,0%	40,1%–60,0%	60,1%–80,0%	80,1%–100%
Тест решавања проблема	*Врло низак ниво* решавања проблема	*Низак ниво* решавања проблема	*Просечан ниво* решавања проблема	*Натпросечан ниво* решавања проблема	*Висок ниво* решавања проблема

Табела 1. Интерпретација резултата с обзиром на степен остварености програмских задатака

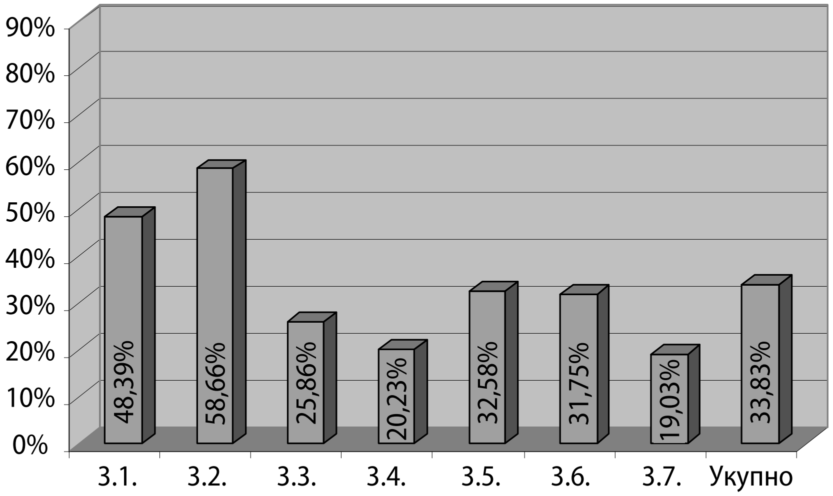
У складу са тим, потребно је утврдити и минималне критеријуме постигнућа у категорији креативног решавања проблема, односно критеријуме који ће бити показатељ да су ученици у могућности да остваре програмске задатке у овој категорији. Тако се, за минималне критеријуме постигнућа узима достигнут просечан ниво, односно решених 40.1%–60.0% задатака на тесту. То значи да, ако су ученици на тесту, решавањем задатака који се односе на одређени програмски задатак дат у Наставном програму математике, постигли бар просечан ниво знања, можемо тврдити да су у могућности да тај програмски задатак и остваре.

Евалуација се односила на степен остваривања програмских задатака наставе о природним бројевима. Највећи број програмских задатака у оквиру једног разреда омогућава брзу, непосредну евалуацију. Ради се о крајњој евалуацији, па се за сваки програмски задатак могу постизати и виши нивои знања по квалитету од оних који су садржани у њему. Наиме, знања која се стичу на почетку школске године биће вишег нивоа на крају, јер ће бити интегрисана у систем знања која следе.

Узорак се односио на популацију ученика основних школа Пчињског округа, од чега је 3623 ученика III и 3548 ученика IV разреда. Тестирани су ученици три основне школе и то: по пет одељења ученика III и IV разреда ОШ „Радоје Домановић“, шест одељења III и пет одељења IV разреда ОШ „Вук Караџић“ и по три одељења III и IV разреда ОШ „Јован Јовановић Змај“ из Врања. Узорак школа и одељења условљен је реалним могућностима истраживача. Укупно је тестиран 341 ученик III и 315 ученика IV разреда, што знатно премашује стопу бирања 0.05, односно 5%. С обзиром да се ради о садржајима који се изучавају у току целе школске године, истраживање је обављено крајем другог полугођа, у периоду мај–јун.

Анализа резултата истраживања

Ради утврђивања степена остварености програмских задатака који се односе на садржаје о природним бројевима, у категорији креативног решавања проблема, израчунат је проценат решености програмских задатака у III и IV разреду, представљен графиконима 1. и 2.



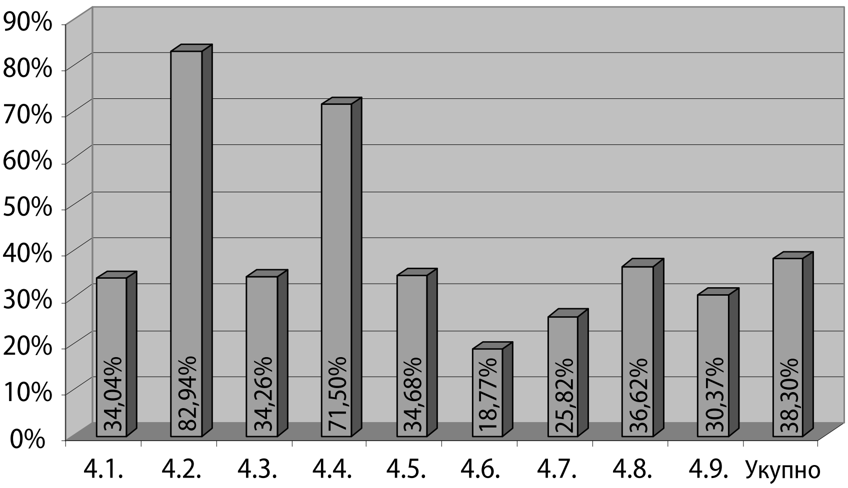
Графикон 1. Степен остварености програмских задатака у III разреду

На основу процената решености задатака, а узимајући табелу интерпретације резултата као критеријум успешности, видимо да су у III разреду ученици постигли:

– *просечан ниво* у решавању задатака који се односе на програмске задатке 3.1. и 3.2, односно на савладавање читања, писања и упоређивања природних бројева до 1000 и успешно обављање све четири рачунске операције до 1000;

– *низак ниво* у случајевима трећег, четвртог, петог и шестог програмског задатка, односно у решавању задатака који се односе на коришћење својстава рачунских операција за рационалније рачунање и читање и записивање помоћу слова, познавање зависности резултата од компонената операције, израчунавање вредности бројевног израза са највише три операције и одређивање вредности израза са словима из дате вредности слова и решавање једноставнијих једначина у скупу бројева до 1000;

– *врло низак ниво* у решавању задатака који се односе на решавање текстуалних задатака.



Графикон 2. Степен остварености програмских задатака у IV разреду

У IV разреду ученици су постигли:

– *висок ниво* у решавању задатака који се односе на програмски задатак 4.2, односно на познавање уређености скупа *N*, односно N_0;

– *натпросечан ниво* у решавању задатака који се односе на програмски задатак 4.4, односно на разумевање изводљивости операција у скупу *N*;

– *врло низак ниво* у решавању задатака који се односе на програмски задатак 4.6. (уочавање функционалне зависности на примерима зависности између резултата и компонената операције) и

– *низак ниво* у решавању задатака који се односе на све остале програмске задатке.

На основу добијених резултата и формулисаних минималних критеријума постигнућа у категорији креативног решавања проблема, може се закључити да:

– ученици на образовном узрасту III разреда могу да постигну само програмске задатке 3.1. и 3.2. дате у наставном програму математике (писање, читање и упоређивање природних бројева до 1000 и обављање рачунских операција до 1000), с обзиром да су решавајући задатке који се односе на ова два програмска задатка постигли просечан ниво креативног решавања проблема, док су у свим осталим случајевима постигли низак или врло низак ниво;

– ученици четвртог разреда могу да постигну само други и четврти програмски задатак који се односе на познавање уређености скупа *N*, односно N_0 и разумевање изводљивости операција у скупу *N*, с обзиром да су, решавајући задатке који се односе на њих, постигли висок, односно натпросечан ниво решавања проблема. У свим осталим случајевима постигли су низак или врло низак ниво решавања проблема.

Због тога се могу прихватити претпоставке да у *III и IV разреду постоје програмски задаци у којима ученици не могу да постигну ниво креативног решавања проблема*. Оно што даје посебну вредност добијеним резултатима односи се на чињеницу да су идентификовани програмски задаци у којима су ученици постигли, као и они у којима ученици нису постигли ниво знања који одговара категорији креативног решавања проблема. На основу тога може се одредити помоћу којих врста учења, и којим задацима би се знања ученика могла побљшати, тако да добијени резултати могу послужити као усмерење за правце у којима треба мењати организацију наставе.

Ради потврђивања основне претпоставке у истраживању, израчунат је проценат решености задатака који се односе на све садржаје о природним бројевима који се изучавају у III и IV разреду, и на основу добијених резултата израчунате су одговарајуће *t*-вредности разлике између успеха ученика у категорији креативног решавања проблема. Добијени резулати дати су у табели 2.

Категорија знања	D_f		*Проценат решености задатака*		*t*	*p*
	III razred	*IV razred*	*III razred*	*IV razred*		
Решавање проблема	310	293	33.81%	38.30%	1.147	-

Табела 2. Статистичка значајност разлике између процената у III и IV разреду

На основу добијених резултата, видимо да не постоји статистички значајна разлика (t=1.147) у решавању задатака који се односе на садржаје о природним бројевима који се изучавају у III и IV разреду у категорији креативног решавања проблема. С обзиром да не постоји разлика између успеха ученика, не може се прихватити основна претпоставка да је *степен остварености задатака наставе математике о природним бројевима већи у IV у односу на III разред основне школе.* Непостојање статистички значајне разлике по категоријама знања на различитим образовним узрастима можемо правдати тиме да се настава у нас још увек изводи на традиционалан начин и да се не очекује од ученика да поседују више нивое знања по квалитету. Такође, не води се рачуна о цикличном распореду садржаја математике у млађим разредима основне школе, при чему би знања из претходних разреда требало да се проширују и надограђују у наредним разредима.

С обзиром да не постоји разлика у степену остварености задатака о природним бројевима ученика III и IV разреда, било би добро знати у којим су садржајима који се изучавају у овим разредима, ученици бољи или лошији у односу на њихов образовни узраст. Овим би се констатовало стање напредовања или назадовања ученика у савладавању програмских задатака, што би могло послужити као усмерење за правце у којима треба вршити промене у организацији наставе.

Да би се ова знања могла упоређивати, формулисани су *еквивалентни програмски задаци* под којима се подразумевају програмски задаци који садрже исте захтеве, али се односе на сличне садржаје који се на различитим образовним узрастима изучавају у различитим блоковима бројева (блок стотине, блок хиљаде и свих природних бројева).

Ако се посматрају програмски задаци који се односе на садржаје о природним бројевима у III и IV разреду, под еквивалентним ће се подразумевати следећи:

– они који се односе на читање, писање и упоређивање природних бројева, односно познавање уређености скупа *N* у скупу бројева до 1000 и на целом скупу природних бројева, односно програмски задатак 3.1. у III и 4.1. и 4.2. у IV разреду;

– 3.3. у III и 4.5. у IV разреду, који се односе на коришћење и примену основних својстава рачунских операција, као и њихово записивање помоћу слова у скупу бројева до 1000 и на скупу *N*;

– 3.4. и 4.6. који се односе на познавање зависности између резултата и компонената операције у скупу бројева до 1000 у III, и на скупу *N* у IV разреду;

– 3.5. и 4.7. који се односе на читање, састављање и израчунавање вредности бројевног израза, као и одређивање вредности израза са словима за дате вредности слова у III и IV разреду;

– 3.6. и 4.8. у III и IV разреду који се односе на решавање једначина и неједначина у скупу бројева до 1000, односно у скупу *N* и

– 3.7. и 4.9. који се односе на решавање текстуалних задатака помоћу израза и једначина у скупу бројева до 1000 и скупу *N*.

Програмски задаци 4.3. и 4.4. који се односе на разумевање изводљивости рачунских операција у скупу природних бројева, као и придруживање бројевима тачака бројевне праве, немају свој еквивалент у III разреду, односно програмски задатак који се односи на сличне садржаје, па нису узети у обзир приликом поређења резултата. У вези са тим, треба напоменути да се ученици срећу са бројевном правом још у I разреду, па није баш најјасније зашто ови садржаји нису обухваћени одговарајућим програмским задатком у III разреду. Затим, Наставним програмом математике, није формулисан програмски задатак који се односи на успешно обављање рачунских операција у скупу природних бројева у IV разреду, тако да програмски задатак 3.2. који се односи на ове садржаје у III разреду, такође нема одговарајући еквивалент у IV разреду, што је опет недостатак важећег Наставног програма.

Разлика између успеха ученика на образовним узрастима III и IV разреда ће се посматрати за све еквивалентне програмске задатке.

У III разреду, први програмски задатак односи се на читање, писање и упоређивање природних бројева у скупу бројева до 1000. У IV разреду знања која се односе на исте садржаје подељена су и сврстана у два програмска задатка, од којих се један односи на читање и писање, а други на упоређивање бројева, односно на уређеност скупа природних бројева. Да би могао да се упоређује успех ученика у решавању задатака који се односе на ове програмске задатке, посебно су обрађени резултати који се односе на онај део програмског задатка везан за читање и писање бројева до 1000 у III разреду, као и они који се односе на њихово упоређивање. На основу добијених података може се извршити упоређивање добијених резултата са програмским задацима 4.1. и 4.2. у IV разреду, при чему ће се упоређивати резултати добијени за први део програмског задатка 3.1. са задатком 4.1., и резултати добијени за други део програмског задатка 3.1. у III, са програмским задатком 4.2. у IV разреду, тим редом. Добијени резултати дати су у табели 3.

N	Miss.	Програмски задатак					
		3.1/1 (читање и писање)			3.1/2 (упоређивање)		
		Могућ број поена	Сум	%	Могућ број поена	Сум	%
310	31	620	291	46.94	930	461	49.57

Табела 3. Проценат решености првог и другог дела програмског задатка 3.1

Проценат решености осталих програмских задатака дат је у графиконима 1. и 2. Такође, израчуната је *t*-вредност разлике између процената успеха ученика у IV у односу на њихов успех у III разреду, у решавању задатака који мере степен остварености еквивалентних програмских задатака, у категорији креативног решавања проблема. Добијени резултати дати су у табели 4.

Категорија знања	Еквивалентни програмски задаци													
	4.1. и 3.1/1		4.2. и 3.1/2		4.5. и 3.3.		4.6. и 3.4.		4.7. и 3.5.		4.8. и 3.6.		4.9. и 3.7.	
	t	*p*	*t*	*p*	*t*	*p*	*t*	*p*	*t*	*p*	*t*	*p*	*t*	*p*
Решавање проблема	-3.250	0.01	9.277	0.01	2.360	0.05	-0.452	----	-1.828	----	1.259	----	3.243	0.01

Табела 4. Статистичка значајност разлика између процената еквивалентних програмских задатака у III и IV разреду

На основу добијених резултата видимо да од могућих седам еквивалентних програмских задатака статистички значајна разлика не постоји у три случаја и то у решавању задатака који се односе на познавање зависности резултата од компонената операција; читање, састављање и израчунавање вредности бројевног израза, као и одређивање вредности израза са словима за дате вредности слова и решавање једначина и неједначина у скупу бројева до 1000, односно у скупу *N*. У случају програмских задатака 4.1. и 3.1/1, који се односе на знање читања и писања природних бројева, добијена разлика има негативну вредност, што нам говори, супротно од очекиваног, да је остварена разлика у корист успеха ученика III разреда. У остала три случаја високо је значајна на нивоу 0.01 или 0.05 и то у корист успеха ученика у решавању задатака у IV разреду у односу на исте у III разреду. Због тога није потврђена претпоставка да *успех ученика у еквивалентним програмским задацима показује боље резултате са повећањем образовног узраста*, с обзиром да не постоји статистички значајна разлика у свим програмским задацима, али је потврђено у којим програмским задацима су ученици напредовали, односно назадовали, или евентуално нису показали никакав напредак у решавању задатака у категорији креативног решавања проблема.

Структура садржаја о природним бројевима који се изучавају у почетној настави математике чини један систем појмова који су концентрично распоређени по разредима. Појмови се уводе поступно и очекује се да знања стечена у једном разреду, надограђују и проширују знања стечена у претходним разредима. Због тога се у истраживању претпоставља да ће знања о природним бројевима која ученици стичу бити повезана, поготово када се ради о категорији решавања проблема која између осталог подразумева развој и примену способности синтезе, односно повезивања садржаја у погодне целине.

Ради потврђивања претпоставке о постојању позитивне повезаности међу програмским задацима у III и IV разреду, израђене су одговарајуће Пирсонове корелационе матрице, дате табелама 5. и 6.

Тест решавања проблема			*Програмски задатак*							
			3.1.	*3.2.*	*3.3.*	*3.4.*	*3.5.*	*3.6.*	*3.7.*	*Укупно поена*
Пирсонова корелација	**Програмски задатак**	**3.1.**	1.000	.406**	.330**	.496**	.363**	.412**	.425**	.637**
		3.2.	.406**	1.000	.582**	.458**	.543**	.596**	.403**	.791**
		3.3.	.330**	.582**	1.000	.495**	.491**	.575**	.279**	.727**
		3.4.	.496**	.458**	.495**	1.000	.448**	.564**	.440**	.754**
		3.5.	.363**	.543**	.491**	.448**	1.000	.605**	.464**	.736**
		3.6.	.412**	.596**	.575**	.564**	.605**	1.000	.577**	.861**
		3.7.	.425**	.403**	.279**	.440**	.464**	.577**	1.000	.665**
		Укупно поена	.637**	.791**	.727**	.754**	.736**	.861**	.665**	1.000

Табела 5. Корелациона матрица међу програмским задацима у III разреду

** - Корелација је значајна на нивоу 0.01

Подаци у табели казују нам да је корелација у III разреду свим случајевима високо значајна на нивоу 0.01. Степен корелације највећи је између успеха ученика у решавању задатака на тесту и сваком од програмских задатака понаособ, где је корелација у већини случајева висока, што претпоставља изразиту повезаност на високом нивоу значајности. Корелација у степену решености програмских задатака је углавном умерена (осим у три случаја где је ниска) и то: најмања је у случају првог програмског задатка, који се односи на читање, писање и упоређивање бројева до 1000 и осталих програмских задатака; највећа је у случају шестог програмског задатка, који се односи на решавање једначина и неједначина у скупу бројева до 1000 и осталих програмских задатака. Коефицијент корелације најмањи је у случају трећег и седмог програмског задатка (0.279), а највећи међу задацима 3.5. и 3.6. и износи 0.605.

Тест решавања проблема			*Програмски задатак*									
			4.1.	*4.2.*	*4.3.*	*4.4.*	*4.5.*	*4.6.*	*4.7.*	*4.8.*	*4.9.*	*Укупно поена*
Пирсонова корелација	**Програмски задатак**	**4.1.**	1.000	.257**	.299**	.388**	.462**	.443**	.461**	.481**	.395**	.624**
		4.2.	.257**	1.000	.297**	.358**	.370**	.205**	.243**	.287**	.183**	.404**
		4.3.	.299**	.297**	1.000	.376**	.490**	.361**	.391**	.470**	.395**	.557**
		4.4.	.388**	.358**	.376**	1.000	.527**	.392**	.418**	.479**	.420**	.661**
		4.5.	.462**	.370**	.490**	.527**	1.000	.580**	.671**	.673**	.535**	.842**
		4.6.	.443**	.205**	.361**	.392**	.580**	1.000	.617**	.642**	.516**	.781**
		4.7.	.461**	.243**	.391**	.418**	.671**	.617**	1.000	.687**	.614**	.835**
		4.8.	.481**	.287**	.470**	.479**	.673**	.642**	.687**	1.000	.703**	.875**
		4.9.	.395**	.183**	.395**	.420**	.535**	.516**	.614**	.703**	1.000	.757**
		Укупно поена	.624**	.404**	.557**	.661**	.842**	.781**	.835**	.875**	.757**	1.000

Табела 6. Корелациона матрица међу програмским задацима у IV разреду

** - Корелација је значајна на нивоу 0.01.

У IV разреду, степен корелације међу свим променљивама такође је високо значајан на нивоу 0.01. Највећи је између успеха ученика у решавању задатака на тесту и сваком од програмских задатака понаособ, где је корелација у четири случаја умерена (програмски задаци 4.1, 4.2, 4.3. и 4.4.), док је у осталих пет случајева висока, што претпоставља изразиту повезаност међу овим променљивама.

У степену решености задатака који се односе само на програмске задатке, корелација је ниска или умерена на нивоу значајности 0.01, док је између програмских задатака 4.8. и 4.9. висока и износи 0.703. Такође, корелација између првог, другог, трећег и четвртог програмског задатка, и осталих програмских задатака је нижа у односу на корелацију између осталих пет програмских задатака. Коефицијент корелације најмањи је између другог и шестог програмског задатка и износи 0.205. Корелација је висока само у решавању задатака који се односе на пети и шести програмски задатак.

На основу овако добијених резултата можемо закључити да је и у трећем и у четвртом разреду највећа повезаност између успеха ученика у решавању задатака укупно на тестовима и сваком од програмских задатака понаособ, где је корелација у највећем броју случајева висока. У случајевима повезаности међу програмским задацима, у III разреду је само у три случаја ниска, док је у свим осталим случајевима умерена. У IV разреду има више случајева у којима је повезаност ниска, поготово када су у питењу први, други и трећи програмски задатак, док је у осталим случајевима умерена, а за разлику од III разреда, има више случајева у којима је висока и то у решавању задатака који се односе на функционалну зависност, израчунавање вредности израза, решавање једначина и неједначина и текстуалних задатака.

С обзиром да у свим случајевима постоји позитивна корелација која је високо значајна на нивоу 0.01, може се констатовати да је потврђена претпоставка о *постојању позитивне повезаности успеха ученика међу програмским задацима у категорији креативног решавања проблема у III и IV разреду.*

Закључна разматрања

Резултати добијени истраживањем указују на чињеницу да ученици трећег и четвртог разреда у Србији не поседују знања о природним бројевима која подразумевају креативно решавање проблема на овом нивоу школовања. Упоређивањем резултата добијених TIMSS истраживањем који се односе на успех ученика VIII разреда код нас у когнитивним доменима и резултате овог истраживања у III и IV разреду, резултати добијени и једним и другим истраживањем указују на чињеницу да наши ученици нису довољно оспособљени да повезују знања из сродних научних дисциплина и да примењују теоријска знања у практичним ситуацијама и за решавање проблема. Такође, TIMSS истраживање показује да се у настави мање пажње посвећује сложенијим менталним операцијама, највише се негује процедуралност, односно омогућава се ученицима да добро савладају поступке решавања задатака, те су се слабији резултати постигнућа ученика могли и претпоставити када је у питању испитивање присуства сложенијих когнитивних способности и вештина (Антонијевић и Вељковић, 2005, 81–107). Резултати добијени овим истраживањем само потврђују ову чињеницу, с обзиром да су ученици и III и IV разреда у само два програмска задатка успели да постигну ниво креативног решавања проблема.

Тиме се може објаснити и непостојање разлике у успеху ученика у категорији креативног решавања проблема на различитим образовним узрастима, с обзиром да се настава у нас још увек изводи на традиционалан начин, и да се не води рачуна о цикличном распореду садржаја математике, при чему би знања из претходних разреда требало да се проширују и надограђују у наредним разредима. Тако се еквивалентни садржаји у сваком разреду обрађују без ослонца на знања која су ученици стекли о њима у претходним разредима, па се стиче погрешан утисак о преобимности предвиђеног наставног градива у сваком појединол разреду. Непостојање разлике у успеху ученика на различитим образовним узрастима последица је и чињенице да се код нас ретко користе критеријски тестови којима би се утврдило шта су ученици постигли и до ког нивоа по квалитету у односу на постављене циљеве. Тиме би се стекао увид у њихово напредовање или назадовање, на основу чега би могао да се разради систем за адекватно планирање процеса и поступака у настави, као и за праћење ефеката рада на свим нивоима.

Резултати до којих се дошло овим истраживањем могу допринети промени у приступу садржајима наставе и то: у мењању и иновирању наставног програма математике, начину презентовања садржаја програма, ефикаснијој индивидуализацији процеса учења, стицању трајнијег и квалитетнијег знања и др.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Антонијевић, Р. и Вељковић М. (2005): *Наставни садржаји и постигнуће ученика из математике,* у: TIMSS 2003 у Србији: Резултати међународног истраживања постигнућа ученика основне школе из математике и природних наука, Београд: Институт за педагошка истраживања, 81–107.

[2] Блум, Б. (1981): *Таксономија или класификација образовних и одгојних циљева, Когнитивно подручје*, Београд: Републички завод за унапређење васпитања и образовања.

[3] Богдановић, С., Малиновић-Јовановић, Н. (2009): *Таксономски модел и степен остварености задатака наставе математике у III разреду основне школе*, Педагогија, бр. 4, Београд, 618–631.

[4] Вучић, Л. (1979): *Критеријски тестови,* Психологија, бр. 3–4, Београд, 26–35.

[5] Mullis, I. V. S., Martin, M. O. & Foy, P. (2005): *IEA's TIMMS international report on achievement in the mathematics cognitive domains: findings from a developmental project*, Chestnut Hill, MA: Boston College.

[6] *Наставни план и програм за основну школу у Републици Србији* (1996), Београд: Архимедес.

Nela Malinovic-Jovanovic

PROBLEM SOLVING IN FUNCTION OF IMPLEMENTATION THE AIMS AND OBJECTIVES OF TEACHING INITIAL MATHEMATICS

Summary: This paper gives the structure of teaching problem solving, one of the forms (modalities) of individualized teaching and the problem, which present the basis of that kind of teaching. Since the teaching problem solving realies on the logic of scientific research and thinking, the paper conduct research of the level of implementation (efficiency) of the educational objectives of teaching initial mathematics in problem solving about natural numbers in the third and fourth grade of primary school.

The descriptive was used in analytical and classification type, and we got the results about the degree of operationalization and classification the aims and specific objectives in teaching in terms of concretization, raelisation and posibility of checking achievement of the given requests. Also, we came about data of the level of implementation of the specific objectives of teaching about the natural numbers in the third and fourth grade, as well as the difference between the accomplishments of students in solving problems at different educational year.

Given results may contribute the changing of teaching approaches as follows: in evaluation of level of implementation of program objectives, the way of presentation of programmes contents, efficient individualization of the process of learning, acquisition of permanent and higher quality of knowledge, etc.

Key words: problem solving, aims and tasks of initial teachibg of mathematics, natural numbers, taxonomy

Daniel A. Romano
Pedagoški fakultet
Bijeljina

371.3::51
371.13

PRIRODA MATEMATIČKOG ZNANJA KOJE NASTAVNICI KONSTRUIŠU U UČIONICI[1]

Apstrakt: Školska matematika, matematička znanja neophodna realizatorina nastave matematike i matematika kao naučna disciplina su srodna ali epistemološki različita domena znanja. Ovaj rad je pokušaj da se identifikuju epistemološki status, priroda matematičkog saznanja, koje se interaktivno konstituiše u učionici. U tu svrhu, dva relevantna teorijska konstrukta - socio-matematičke norme i epistemološki trougao se koriste da bi se analizirao jedan zadatak namjenjen studentima studijskog programa za obrazovanje profesora razredne nastave prilikom utvrđivanja matematičkih kompetencija ovih studenata. Rezultati su pokazali da obje perspektive dozvoljavaju ograničen pristup specifičnim epistemološkim karakteristikama ovog znanja. Vršena je analiza socio-matematičkih normi (kada je pitanje o materijalnoj implikacija metodološki korektno postavljeno, prihvatljivost dokaza tih implikacija koje se osnose na jedan aritemtički zakon, involviranje algebre u aritmetiku, tj. algebarski zapis tog aritemtičkog zakona) te analiziran epistemološki trougao (pri razmatraju matematičkog koncepta koje pruža algebraizacija aritmetičkih sadržaja).

Ključne reči: učionica, nastava, znanje, matematika, socio-matematičke norme, epistemoloski trougao

Uvod

Uprkos značajnim istraživanjima (publikovanim u poslednje dvije decenije) proučavanja uslova pod kojima je izgrađena matematička misao u učionici, priroda matematičkog saznanja u ovom kontekstu je privukla malo pažnje. Razlog za ovu neuobičajenu ograničenost istraživačke djelatnosti može se tražiti u teškoćama definisanja tačnog epistemološkog statusa znanja u okvirima didaktičkog konteksta na dovoljno koherentan način. Šta smatramo da je izraz „škola matematike?“ Kako se ovo odnosi na matematiku kao na naučnu disciplinu? Ove dvije vrste znanja su epistemoloski različite. Jedna od glavnih karakteristika tih različitosti je razlika između dva domena znanja koja se odnose na socijalni kontekst u kojem se svaki od tih domena razvija što utiču na njihove epistemološke suštinske statuse. To sugeriše da epistemološki status školskog znanja matematike ne može biti dedukovan iz naučnog matematičkog saznanja, ali treba da se proučava u vezi sa društvenim kontekstima nastave i procesa učenja. Konkretno, u pokušaju da se identifikuje priroda matematičkog saznanja interaktivno izgrađena u učionici konteksta, možemo usvojiti dva dobro poznata relevantna teorijska konstrukta, odnosno koncept društveno-matematičkih normi i epistemološki trouo. Komparativno čitanje istih lekcija, kroz sočiva koje nude ova dva pristupa, omogućava nam da izoštrimo analize vezane za prirodu matematičkih znanja.

---

[1] Rad je dio istraživačkog projekta *„Estimation of educational levels in mathematics education in the Republic of Srpska / Ustanovaljavanje obrazovnih nivoa u matematici“* koji realizuje Naučno društvo matematičara Banja Luka.

Izgradnja matematičkog znanja u učionici

Sva istraživanja u obrazovanju koja se bave matematikom bave se pitanjima koja su u vezi sa matematikom, kao što su na primjer: „matematička značenja“, „matematičke aktivnosti“, „matematički rezultati“ (učenika, nastavnika, zajednice, itd) i tome slično. Međutim, ono što je pokriveno terminom matematika u ovim izrazima i dalje je prilično nedefinisano i teško može opravdati zašto će značenje, aktivnost ili ishod biti okarakterisani kao matematika. *'Školska matematika'* se razlikuje od matematike eksperta, jer se dešava proces transformacije iz jednog tipa u drugi, iz znanja eksperata do znanja za nastavu (Ovo poslednje nazivamo *'matematička znanja neophodna realizatorima nastave matematike'*, koje se, po prirodi stvari, razlikuje od tzv. 'školskog znanja') i, sem toga, iz znanja za nastavu da znanja kako se predaje / konstruiše matematičko znanje, tzv. *'matematičko-metodička znanja'*, i naravno, do razumijevanja ne samo okruženja u kojem se predaje / konstruiše školsko matematičko znanje već i do razumijevanja procesa konstruisanja školskog znanja kao i interakcija prilikom tog konstzruisanja tj. do specifičnih znanja koje svrstavamo u tzv. '*humanističko-matematičkih znanja neophodnih realizatorima nastave matematike*' (unutar domena *'Problematika matematičkog obrazovanja'*). O identifikaciji ovih matematičkih doemna i njihovim međusobnim odnosima pogledati tekstove [14], [16] i [18]. S druge strane, postoje sličnosti između školske matematike i matematičke nauke (na primer, koncepti, procedure, struktura, itd.). Odnos između nastavnih predmeta matematike i odgovarajućih matematičkih objekata je prilično nejasan. Zato što su matematički objekati, s jedne strane, i pristupi tim objektima, s druge strane, različite forme znanja ali ova dva matematička entiteta, tj. matematički objekti i aspekti pristupa tim objektima, različiti oblici čija se različitost manifestuje u istoriji njihovog razvoja. Drugo, u velikoj većini slučajeva, teme školske matematike više nisu dio akademske matematike. Bilo kao lične ili kao društvene konstrukcije, materijalizovane u različitim kontekstima i na različite načine (na primer, u socijalnim interakcijama), školsko znanje iz matematike je, u skladu sa opšteprihvaćenim stavom akademske zajednice matematičara i edukatora matematike, 'školska matematika'. Da bi se u učionici konstruisalo školsko znanje matematike nophodno je da edukatori matematike posjeduju matematička i matematičko-metodička specifična znnja i vještine koja bi trebalo da omogućavaju dosezanje ciljeva nastave matematike planski predviđenih za odgovarajuće učenike. Budući da nastavnik matematičkih sadržaja treba da osim kognitivnih dosegne i ciljeve nastave matematike vezane za razvoj intelektualnih vještina i sposobnosti, edukator matematike treba da posjeduje znanja i vještine koje mu omogućavaju da pripremajući fundamentalne situacije unutar neke od savremenih teorija matematičkog obrazovanja kao što su, na primjer „Teorija didaktičkih situacija“ ili „Teorija realističkog matematičkog obrazovanja“ (v. [13]) realizuje zadatke nastave matematike posredstvom kojih bi trebalo da se kod njegovih učenika razviju specifični alati matematičkog mišljenja. Dosezanje ciljeva nastave matematike vezanih za usvajanje društveno prihvatljivih stavova, edukator nastave matematike bi trebalo da pri realizaciji zadataka nastave matematike omogući da njegovi učenici u interakcijama 'učitelj-učenik' i 'učenik-učenik' prihvate kao vlastite neke od socijalni normi.

Studije nastave i učenja matematičkih pojava u učionici i, posebno, studija aktivnosti za djecu, pod perspektivom razvoja matematičkog značenja, moraju konstruisati detaljnije kriterijume u odnosu na prirodu aktuelnog konstruisanog matematičkog saznanja. U cilju da se pokrene diskusija o epistemološkom statusu novih znanja matematike u učionici, poznata su dva istraživačka postupka: *'socio-matematičke norme'* i *'Steinbringov epistemiološki trougao'*. Treba da iskoristemo mogućnosti koje nude svaki od njih u pokušaju da se identifikuju određene epistemološke karakteristike predmeta saznanja. U vez sa prethodnim pogledati tekstove [3]-[10], [18]-[28].

Sociomatematičke norme

Socio-matematičke norme, prema Cobb and Yackel ([25]), sastoje se od normativnog prihvatanja šta se podrazumijeva kao 'različito matematičko rješenje, inteligentno / profinjeno matematičko rješenje, efektivno matematičko rješenje kao i prihvatljivo matematičko objašnjenje'. Prema tome, jedna socio-matematička norma matermatičke zajednice je normativno razumijevanje šta je metod dokaza koji matematička zajednica može prihvatiti. Posredstvom ove norme, razvijene tokom vremena, determinisano je šta se sa sigurnošću može reći da će savremena matematička zajednica saglasiti da empirijska evidencija ne može da bude prihvaćena kao validna forma dokaza. Matematička zajednica je saglasan da deduktivno rezonovanje korištenjem aksiomatskog metoda je prihvatljiva forma dokaza. Savremene metode, prihvatljive od strane matematičke zajednice, uključuju direktan metod, indukciju, kontradikciju i kontrapoziciju.

Slijedeća socio-matematička norma je normativno razumijevanje kad treba prihvatiti da je nešto elegantan dokaz. Postoji visoka saglasnost matematičke zajednice o preferiranju lijepih dokaza čak i u slučaju ako u sebi sadrže neke praznine u odnosu na neke korektne dokaze koji se mogu procijeniti kao dosadni (Hersh, 1993, p. 394). Naravno, nisu uvijek svi matematičari saglasni oko toga šta neki dokaz čini lijepim dokazom, ali su uglasvnom saglasni oko toga kako bi trebalo da izgleda elegantna dokaz. Elegantna dokaz bi trebalo da bude kratak i konzistentan po svojoj uunutrašnjoj prirodi. Dalje, nije samo prosto provjeravanje nekih informacija, već, prije svega, mora omogućavati uvid zašto je nešto dokazivo kao i da li bi taj ponuđeni niz informacija mogao biti ponuđen u elegantnijoj formi.

U namjeri da objasnimo prirodu i razvoj socio-matematičkih normi, pozvaćemo se na radove istraživača matematičkog obrazovanja koji su se fokusirali na sociološke i psihološke aspekte interakcija u učionici za vrijeme nastave matematike. U tom cilju pogledati tekstove [20], [21], [22], [23]. Bauersfeld, Cobb, Krummheuer, Voigt, Wood and Yackel, definišu te studije kao 'učioničke eksperimente podučavanja'. Aktivnosti nastavnika u učionici se tipično sastoje od uvodnog dijela koji pravi nastavnik za sve učenike u učionici uvodeći ih u problem koji treba rješavati, formiranjem parova za rad, ili drugih malih grupa, i upravljajući diskusijom čitavog razreda kada učenici jedni drugima nude obrazloženja i provjeravaju ispravnost ponuđenih rješenja. Interakcije unutar tih malih grupa treba analizirati sa aspekta doprinosa matematičkih značenja u procesima učenja u učionici. Cobb je opisao norme malih grupa kao stavove koji uključuju objašnjenja koje jedan član grupe nudi drugima u toj grupi, slušanje i pronalaženje smisla u tim partnerskim objašnjenjima, izmjenjivanje objašnjenja koje im se čine da nemaju smisla, procjenjivanje interpretacija i rješenja kao i neophodnih izmjena u njima da bi bili prihvatljivi od svih članova grupe, saglasnost svih članova grupe da je ponuđeno rješenje i obrazloženja koja idu uz njih najbolje / najmanje loše, metod rješavanja, i tome slično (Cobb 1995). Interakcije između učenika je identifikovana kao jednoglasno objašnjenje (pri čemu je jedan učenik pojavljuje u autoritativnoj poziciji), ili kao multivokalno objašnjenje (ukoliko je rješenje problema i objašnjenje koje ga prati rezultat zajedničkog rada). Jedno opis autoriteta bi mogao biti prihvaćeno samo u slučaju ako neautoritarni članovi grupe prihvataju taj autoritet. Neki učenici pronalaze multivokalna objašnjenja teže jer njihov doprinos pronalaženju tih objašnjenja, po njihovoj procjeni, nije ugrađen u kolektivno rješenje i prateće objašnjenje. Međutim, po mišljenju mnogih istraživača matematičkog mišljenja, samo multivokalna objašnjenja su u vezi sa proizvodnjom učenja u procesu, konstruisanjem znanja pri tom učenju. Ovih šest istraživača iznosi sublimirani stav da društvene norme koje dolaze do izraza u interaktivnom procesu grupa u miljeu matematičkog okruženjuja su vrlo specifične, ta da ta specifičnost proizilazi iz prirode matematike ali i zbog posebnosti procesa učenja i podučavanja matematike

Premisa na kojoj su zasnovene socio-matematičke norme je uvjerenje da učenici prihvataju da je osnova za pripremanje objašanjavanje razumijevanje matematičkih činjenica svakog od učenika mnogo više nego njihov hijerarhijski status u učionici. Yackel i Cobb (vidjeti [25], [26] i [27]) su saglasni da su te norme zasnovane u fazi razvoja. Prvo je objašanjavanje kao jedna deskripcija procedure, tj. algoritma kako treba nešto uraditi; druga je objašnjenje kao deskripcija aktivnosti na matematičkim objektima; treća je prihvatanje procedure prethodno izabrane u drugoj fazi kao refleksija i odlučivanje da li je ta procedura validna za ostale članove radne grupe. Ovo može biti interpretirano kao koraci izračunavanja, konceptualnog objašnjavanja i kao refleksija aktivnosti. Ovdje izneseno objašnjenje jedne socio-matematičke norme kao determinisanje prihvatanja matematičkih obrazloženja može poslužiti kao ilustracija kako se identifikuju druge socio-matematičke norme.

Pojam sociomatematičkih normi je koncipiran u cilju analiziranja i razgovaranja o aspektima matematičkog nastavnika i aktivnost učenika u učionici . Ove norme su kolektivni kriterijumi vrednosti u odnosu na matematičke aktivnosti, koje su interaktivno konstituisane. Socio-matematičke norme su uspostavljene u svim vrstama učionica i one zavise od konteksta. Najčešće socio-matematičke norme iskazane u literaturi, odnose se na objašnjenja, opravdanja i rješenja. U odnosu na objašnjenja i opravdanja, glavna sociomatematička otkrivena norma se odnosi na ono što se računa kao prihvatljivo objašnjenje matematike. Konkretno, dvije kategorije objašnjenja su identifikovane: a) objašnjenja kao opis aktivnosti eksperimentalnih matematičkih predmeta, i b) objašnjenja kao objekat refleksije. Socio-matematičke normi veza su respektivno: objašnjenja moraju opisati aktivnosti na matematičkim predmetima i ne treba da čine proceduralna uputstva, objašnjenja i treba da imaju za cilj pružanje njima razumljivih objašnjenja. Što se tiče rješenja vezanih za socio-matematičke norme istražuje se šta je cijenjena matematika, šta sofisticiranije rešenje, šta je matematički elegantno rešenje? Tražeći matematički drugačije rješenje i vrednovanje rješenja pomoću termina kao što su jednostavno rješenje, otkrića, nastavnik pomaže učionicima da razrade norme o onom što je matematički efikasno ili ono što je matematički drugačije.

Socio-matematičke norme o kojima se u literaturi često raspravlja koja su u vezi sa objašnjenjima, procjenama i solucijama. Jedna od značajnijih socio-matematičkih normi koja je u vezi sa objašanjavanjem i procjenama odnosi se na procjenu „šta se može smatrati kao prihvatljivo matematičko objašnjenje". Specijalno, tri kategorije objašnjavanja su identifikovane: (1) objašnjenje kao proceduralna deskripcija; (2) objašnjenje kao deskripcija na iskustvenim matematičkim objektima, i (3) objašnjenje kao objekt regfleksije.

Razgovori (preciznije, pregovori) o tome šta je adekvatno i jasno objašnjenje odnose se na objašnjenje "kao objekt refleksije". To povlači da se socio-matematička norma vezana sa tim odnose na:

(a) objašnjenje mora opisivati aktivnosti na matematičkim objektima i ne bi trebalo da samo sastoji od proceduralnih instrukcija; i

(b) objašnjenja bi morala biti razumljiva za slušaoce.

Norma koja se odnosi na solucije je u vezi sa "šta je matematrički validno", "šta je sofisticirano rješenje" "šta je elegantno rješenje".

Epistemološki trougao

Koncept razvoja u matematici u mnogim instancama je stvar pravljenja značenja iz znakova (simbola). Ovdje se koristi termin 'znak' u Pierce'ovom smislu: „Jedan znak je stvar kaja služi za saopštavanje znanja neke druge stvari, za koji kažemo da stoji umjesto nje ili da je predstavlja. (Peirce, 1998). Prema tome, znak može biti na primjer, simbol, riječ (napisana ili izrečena) ili gest. U duhu Peirce, Steinbring naglašava da znak ima dvije funkcije: semiotičku funkciju (nešto što stoji umjesto nečega) i epistemiološku funkciju (da znak sadrži značenje o onom umjesto čega stoji) ([21], p. 21). Za ono šta znak znači, u Steinbring's terminim nazvano je objekt ili referentni kontekst. Odnos između znaka i objekta je ilustrovan u Steinbring'ovom epistemiološkom trouglu ([21]. p. 22),

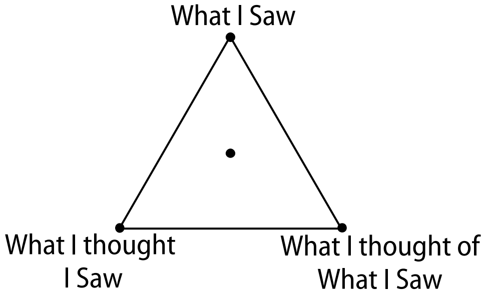
Ovaj trougao je inspirisan trouglom koji su svojevremeno prezentirali Ogden i Richards u svojoj knjizi iz 1948. (v. [9]). Tamo je istaknuto da „između simbola referenci ne postoji relevantna relacija osim na indirektan način. To se sastoji u svom postojanju da neko koristi to umjesto reference ([9], p. 11).

Koristeći se Steinbringovom terminologijom, ovo znači da veza između znaka i referentnog konteksta nije apriori data ali je određena epistemiološkim uslovima matematičkog znanja i mora biti izbalansirana kroz matematički koncept. Steinbring naglašava da sistem ilustrovan u epistemiološkom trouglu nije statičan sistem. Sistem je u razvoju, zasnovanom na aktivnosti učenika i interakciji između nastavnika i učenika ([20], [21], [22] i [23]).

Steinbring se fokusira na epistemološki status onoga što se interaktivno konstruiše od strane učenika/studenata kroz rad na konkretnim problemima. On tvrdi da identifikacija ovog statusa zahtijeva epistemološke analize izjava učenika / studenata, što se može postići relacionom strukturom koja se zove epistemološki trougao.

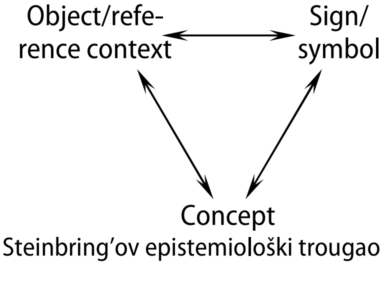
Posebno, on se zalaže da se u toku interakcije u učionici, učenici treba aktivno da konstruišu moguće relacije između znakova ili simbola i referenci konteksta. Ta lična konstrukcija postaje zvanična u socijalnim pregovorima sa nastavnikom i studentima. Prema tome, analiza proizvodnje učionica matematičkog značenja unutar saznajne perspektive mora da uzme u obzir povezanost između izgradnje značajnih odnosa u znaku sistema regulisanih referencama koristi i u smislu konstrukcije procesa te i konvencije funkcionisanja u procesu nastave.

Proizvodnja matematičkog značenja se može opisati kao proces kroz koji se prenosi sa mogućim značenjima relativno poznate situacije (referenca kontekstu). Tokom razvojnog procesa, uloge, kontekst referenca, znakovni sistem može biti promijenjen. Međutim, uglavnom empirijske kontekste referenca za sisteme koristi znakove u učionici i promoviše empirijski tip matematičkih znanja, koja prate interaktivne obrasce komunikacije, algoritamske operacije i podstiče tumačenje matematičkih simbola koji su u sukobu sa teorijskom epistemologijom matematičkog saznanja, jer su studenti navikli na vještačko razumijevanje konkretnih matematičkih pojmova, a to proizvodi epistemološke prepreke za razumijevanje relacionih karakter matematičkih znanja. Analiza predlaže iznad perspektive da je matematičko saznanje specifičan kontekst, i zbog toga, razlika između naučne i školske matematike leži u različitim tipovima referentnih konteksta koji se koriste u toku razvoja.



Ilustracija 1. Epistemiološki trougao

Pri analiziranju različitih problema, nas posebno interesuje status tih problema sa aspekta Epistemiologije (koja je dio Psihologije vezane za Teorije znanja, vjerovanja, rezonovanja i procjenjivanja). Posebno je interesantno proučavati kako različiti ljudi stiću različitost u znanju na osnovu istih opservacija. Trebalo bi da znamo kako ljudi interpretiraju te opservacije i kako ih procjenjuju. Ovo o čemu govorimo može se posmatrati kao trougao sa vrhovima: (1) Na vrhu trougla: *„Šta sam vidio*?". (2) Tjeme na lijevoj strani osnove: *„Šta mislim da sam vidio*?". (3) Na desnoj strani osnove: *„Šta mislim o tome šta sam vidio*?" Steinbring je taj epistemiološki trougao preformulisao u trougao dat u slijedećoj ilustraciji



Ilustracija 2: Steinbring'ov epistemiološki trougao (Preuzeto iz [8])

Steinbringov epistemiološki trougao ima u tjemenima: Matematički objekt, Simbolički zapis tog matematičkog objekta i, kao treće, Koncept matematičke ideje koju reprezentuju objekt i njegov simbolički zapis.

Studije

U cilju da analiziramo ono što se pojavljuje svakodnevno u učionici kao i da otkrivaju i usvajaju matematičkog saznanja, usvojili smo okvir društvenog-konstruktivizma odnosno pojmove socio-matematičkih normi i epistemološki trougao. Namjera je da se obezbijedi komparativno uočavanje određenog epistemološkog statusa u obliku matematičkog saznanja u kontekstu interakcije koje se otkriva i odvija u učionici, kroz sočiva koje nude ta dva pristupa. U tom cilju, korištena je analiza zadataka sa završne procjene uspješnosti studenata studijskog programa za obrazovanje profesora razredne nastave na jednom pedagoškom fakultetu. (O zadacima i obrazloženjima motivacije izbora pitanja unutar tih zadataka, pogledati članak [17].) Vršena je analiza pitanja u okvirima jednog od zadataka u nastojanjima da se identifikuju epizode koje se izdvajaju putem sociomatematičkih normi, s jedne strane, i u procesu konstruisanja referentnog značenja sa druge strane.

U naučnoj literaturi, ali i u naučno-popularnoj literaturi, u domenu 'sagledavanja problematike matematičkog obrazovanja' (v. [12] i [16]) studenata studijskih programa za obrazovanje profesora razredne nastave, često su analizirani nivoi aritmetike i rane algebre. U ne malom broju studija iznesene su tvrdnje da ta populacija studenata ne samo da raspolaže sa vrlo skromnim vokabularom iz elementarne logike već se skoro nikako ne koristi standardnim alatima logičkog zaključivanja (v. [1] i [2]). Zadatak niže izložen, (vidjeti tekst [17]) procjenjujemo, omogućava istraživaču matematičkog obrazovanja formiranje slutnje o ovladanim alatima logičkog zaključivanja (Pitanja 1.1. – 1.4.), o razumijevanju aritmetike i rane algebre (Pitanje 1.5) i o sposobnostima blage algebraizacije aritmetičkih sadržaja (Pitanje 1.6.). O aritmetičkom i ranoalgebarskom mišljenju pogledati tekstove [11] i [15]. Preostala pitanja ovog zadatka (Pitanja 1.7. – 1.10.) su unutar domena Metodika nastave matematike (Pitanja 1.7 i 1.8) i Istraživanja matematičkog obrazovanja (Pitanja 1.8. – 1.10.).

Zadatak 1. Date su tvrdnje:

(1) *Aкo je* 255+27 = 432, *tada je* 254+28 = 432.

(2) *Aкo je* 538+53 = 591, *tada je* 537+54 = 591.

1.1. U prethodnim tvrdnjama, odrediti: (a) Hipotezu; (b) Konsekvent.

1.2. Očigledno je da implikacija (1) glasi: „Ako je 255+27 = 432, tada je (255–1) + (27+1) = 432." Odrediti ispravnost (istinitosnu vrijednost) ove implikacije.

1.3. Očigledno je da tvdnja (2) glasi: „Ako je 538+53 = 591, tada je (538–1) + (53+1) = 591." Odrediti ispravnost (istinitosnu vrijednost) ove implikacije.

1.4. Iskaži riječima implikacije. Opiši (riječima) kako se zaključuje o ispravnosti ovih implikacija.

1.5. Koji je zakon o prirodnim brojevima iskazan gornjim implikacijama? Navedi još jedan primjer tog zakona.

1.6. Napravi uopštenje ovih implikacija koristeći se varijablama.

1.7. Koji od ova dva primjera je primjereniji za korištenje u nastavi matematike u osnovnoj školi? Obrazloži svoj izbor.
1.8. Koje povratne informacije od interesa za nastavu matematike bi dobili ako bi drugu implikaciju zadali u trećem razredu osnovne škole? Obrazloži svoj odgovor.
   (a) O prenosu aritmetičko-ranoalgebarskih ideja?
   (b) O razumijevanju aritmetike?
   (c) O usvojenim alatima aritmetičkog mišljenja?
1.9. Ako bi učenicima, osim druge implikacije, postavili i pitanja 1.4. i 1.5. iz ovog zadatka, koje povratne informacije bi nas interesovale u ovom slučaju? Obrazloži svoj izbor.
1.10. Odredite koja pitanja u ovom zadatku spadaju u domene: (a) Logike; (b) Aritmetike; (c) Algebre; (d) Metodike matematike; (e) problematike matematičkog obrazovanja.

Analiza podataka i diskusija

Analiza koja slijedi odnosi se na epistemiološki trougao i Steinbring-ov epistemološki trougao. Analiziraćemo pitanja 1.1. – 1.6. gore pomenutog zadatka kroz dvije faze: posredstvom epistemiološkog trougla i Steinbring'ov epistemiološki trougla uz dodatna obrazloženja unutar okruženja u kojima se pitanja 1.2. i 1.3. prirodno nalaze.

(a) Unutar logike - intuitivni pristup

$$\begin{tikzcd}
& \begin{array}{c}\textit{Ако je } 255+27 = 432, \textit{ tada je } 254+28 = 432 \\ \text{(Šta vidimo)}\end{array} \arrow[dl] \arrow[dr] & \\
\begin{array}{c}(255+27 \neq 432) \Rightarrow ((254-1) + (27+1) \neq 591) \\ \text{(Šta mislimo da smo vidjeli)}\end{array} \arrow[rr, dash] & & \begin{array}{c}(?) \\ \text{(Šta mislimo o tome šta smo vidjeli)}\end{array}
\end{tikzcd}$$

i analitički pristup

$$\begin{tikzcd}
\begin{array}{c}(255+27 = 432) \Rightarrow (254 + 28 = 432) \\ \text{(Objekt / Referentni kontekst)}\end{array} \arrow[rr, dash] & & \begin{array}{c}(255+27 = 432) \Rightarrow ((254-1) + (27+1) = 432) \\ ((254\text{-}1)+(27+1) \neq 432) \Rightarrow (255 + 27) \neq 432)\end{array} \\
& \begin{array}{c}\text{Koncept / Logički zakon kontrapozicije} \\ (A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)\end{array} \arrow[ul] \arrow[ur] &
\end{tikzcd}$$

Obrazloženje. Treba dokazati "*Ако je* 255+27 = 432, *tada je* 254+28 = 432". U tom cilju, predpostavićemo da ono što treba dokazati nije tačno. Dakle, imamo

(1) $255+27 = 432$ (Hipoteza)

(2) $254+28 \neq 432$ (Hipoteza)

(3) $254+28 \neq 432 \Rightarrow (254+1)+(28-1) \neq 432$ (Koristimo se aritmetičkim zakonom)

(4) $(254+1)+(28-1) \neq 432$ (Na osnovu pravila zaključivanja *Modus Ponens*)
$H, H \Rightarrow T \mid - T$ (*Modus Ponens*)

(5) $255+27 \neq 432$.

(5) je u kontradikciji sa (1). $(5) \Leftrightarrow \neg(1)$

Budući da nas je u tu kontradikciju (vrijedi istovremeno (1) i $\neg$(1) je kontradikcija, tj. mora biti $\neg$((a) $\wedge\neg$(1)), prema logičkom zakonu nekontradikcije) dovela hipoteza (2), moramo je odbaciti. Dakle, umjesto hipoteze (2), imamo

(6) $\neg(254+28 \neq 432)$

(7) $254+28 = 432$. (Koristimo se zakonom dvostruke negacije) $\neg\neg(254+28 = 432) \Leftrightarrow 254+28 = 432$.

(8) $255+27 = 432 \Rightarrow 254+28 = 432$. (Dakle, iz hipoteze (1) slijedi zaključak (7).)

Znanja koja su neophodna za razumijevanje gore izloženog obrazloženja su: *pravilo zaključivanja Modus Ponens*, *princip isključenja trećeg*, *kontradikcija* i *nekontradikcija*, *princip dvostruke negacije*, *indirektni dokaz*. To, očigledno, nisu znanja koja spadaju u 'školsku matematiku', već su to 'znanja neophodna realizatorima nastave matematike'.

(b) Unutar aritemetike i rane algebre:

– školska matematika

$$\begin{tikzcd}
& \textit{Aкo je } 538+53 = 591, \textit{ tada je } 537+54 = 591 \\ (\text{Šta vidimo}) \arrow[dl] \arrow[dr] & \\
(538+53 = 591) \Rightarrow ((538-1) + (53+1) = 591) \\ (\text{Šta mislimo da smo vidjeli}) \arrow[rr, dash] & & (a + b = c) \Rightarrow (\forall x)(x \in N \wedge x < a)((a - x) + (b + x) = c) \\ (\text{Šta mislimo o tome šta smo vidjeli})
\end{tikzcd}$$

Matematički objekt je materijalna implikacija (2): $(538+53 = 591) \Rightarrow (537 + 54 = 591)$ koja se pojavljujje u postavci zadatka 1. i u pitanju 1.3, tj. implikacija (2'): $(538+53 = 591) \Rightarrow ((538-1) + (53+1) = 591)$ čije okruženje je aritmetika. Da bi iskazali koji aritmetički zakon ilustruje ova implikacije moramo involvirati algebrski način pisanja u aritmetičke sadržaje.

Obrazloženje. (Odgovor na pitanja 1.5. i 1.6.) Pitanjem 1.3. iskazano aritmetički zakon o stalnosti zbira dva prirodna broja. Ispravnost implikacije slijedi na nivou intuitivnog razumijevanja implikacije jer su i hipoteza i konsekvent tačne tvrdnje unutar aritmetike. Kao odgovor na pitanje 1.5 može poslužiti slijedeće obrazloženje: Neka je dat zbir 538+53 = 591 i neka je x prirodan broj manji od a (tj. x < 538) da bi rezultat oduzimanja 538 – x bio prirodan broj). Slijedeći niz jednakosti je dokaz implikacije

(1) $538 +53 = 591$ (Hipoteza)

(2) $538 + 0 + 53 = 591$ (Svojstvo cijelog broja 0 u proširenom uređenom poluprstenu N)

(3) $538 + (-x + x) + 53 = 591$ (jer je $0 = x - x = -x + x$ za bilo koji prirodan broj x)

(4) $(538 - x) + (x + 53) = 591$ (osobina asocijativnosti adicije u poluprstenu N)

(5) $(538 - x) + (53 + x) = 591$ (osobina komutativnosti adicije u poluprstenu N).

(6) $(538+53 = 591) \Rightarrow ((538- x) + (53+x) = 591)$

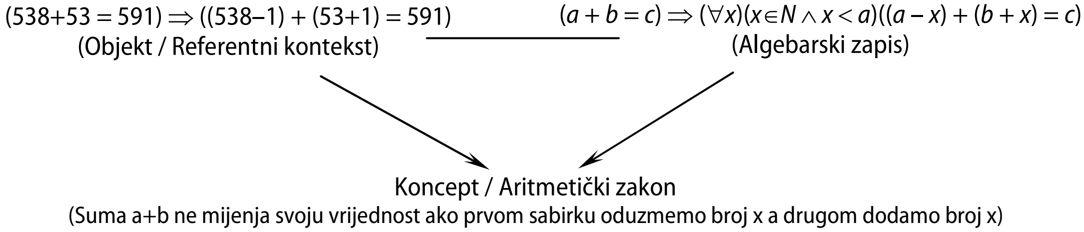
Nije teško uočiti da u gore iznesenom zaključivanju nigdje nije korištni brojevi 538 i 53. To, kao posledici, ima da prezentirano zaključivanje vrijedi i za bilo koje druge izabrane brojeve. Da bi napravili generalizaciju ove aritmetičke implikacije, tj. da bi dali opdgovor na pitanje 1.6., neophodno je da proširimo okruženje posmatranja implikacije. Iz aritmetike preći ćemo u ranu algebru. Neka nam je dat zbir $c = a + b$ prirodnih brojeva

a i b i neka je x bilo koji prirodan broj manji od a ($x < a$). Ponovićemo zaključivanje izneseno u linijama (1) – (6) i pri tome ćemo umjesto broja 538 pisati a, a umjesto broja 53 pisaćemo b. Prema tome, kao rezultat zaključivanja dobijamo implikaciju

$$(a + b = c) \Rightarrow (x < a)((a - x) + (b + x) = c).$$

Dobivenom implikacijom, na nivou školske matematike, reprezentujemo odgovor na pitanje 1.6.

– matematičko-metodička znanja neophodna realizatoru nastave matematike



Analiza podataka preko Steinbringovog sočiva govori o pokušaju da se uzmu u obzir različiti aspekti matematičkog saznanja koji se implicitno kreću od prepoznavanja aritmetičkog zakona do njegovog algebarskog zapisivanja u dva metodski različita tipa. U prvom od njih, u okvirima intuitivnog pristupa u aritmetičko-logičkom okruženju jasno uočavamo poteškoće koje ne možemo razlučiti koristeći se Steinbring'ovim epistemiološkim trouglom. S druge strane, u istom tipu, pri analitičkom pristupu Steinbringov epistemiološki trougao lijepo eksponira problematiku dokazivanja validnosti posmatrane materijalne implikacije. Prateće obrazloženje u ponuđenom obliku ilustruje socio-matematičku normu kojom je pokriveno razumijevanje šta se smatra pod prihvatljivim dokazom. Dakle, sam Steinbringov pristup nam ne omogućava da identifikujemo karakteristike znanja koje bi trebalo konstruisati u učionici pri pokušaju davanja odgovora na pitanje 1.2. već nas upućuj na problematiku razumijevanja materijalne implikacije (izvan aritmetičko-ranoalgebarskog domena).

U drugom tipu implikacije, epistemiološki trougao egzaktno identifikuje matematička znanja na nivou školske matematike. To posebno dolazi do izražaja uz ponuđena obrazloženja pri čemu je egzaktno eksponirano šta se smatra pod prihvatljivim obrazloženjem kod direktnog dokaza. S druge strane, Steinbgingom trougao identifikuje neophodna matematičko-metodička znanja koja se odnose na aritmetičko-ranoalgebarski koncept osobina uređenog poluprstena ($N \cup \{0\}$, =, +, $\cdot$, <) prirodnih brojeva priširenog cijelim brojem 0. U ovom slučaju nisu neophodna dodatna obrazloženja, budući da pri ovoj analizi se podrazumijeva da sudenti raspolažu znanjima neophodnim realizatorima nastave matematike.

Davanjem odgovora na pitanja 1.7.-1.10. ni u kom slučaju ne možemo se koristiti Steinbringovim epistemiološkim trouglom u cilju identifikacije različitosti matematičkih znanja. U ovim slučajevima očigledno se lako identifikuju različite domene znanja. Pti tome, izborom obrazloženja kao se nude kao odgovori na ta postavljena pitanja eksponiraju se mnoge socio-matematičke norme.

Dva načina analiziranja podataka predstavljena u prethodnom dijelu su zabrinutost različitih aspekata interakcije koja se odvija u učionici matematike u odnosu na izgrađenu matematiku. Prvi se fokusira na proces usvojene u učionici ka ciljevima matematičkog saznanja, ali implicitno o prirodi saznanja u izgradnji. Sa druge strane, Steinbring pristup, fokusirajući se na izgradnju interaktivnih matematičkih pojmova kroz sadejstvo između znakova sistema i objekat / referenci ne uzima u obzir procjenu epistemološke orijentacije znanja. Omogućava da se odluči da li ili nije to znanje relacioni i kontekst-slobodni karakter i kako to se to interaktivno desilo, on malo obraća pažnju na određeni epistemološki status ovog znanja. Kao posledica toga, ne dozvoljava nam da pronađemo sličnosti ili razlike matematičkog saznanja izgrađenih u različitim kontekstima .

Očigledno je da je ono što se dešava u matematičkom sadržaju i kako se on rešava u učionici gdje postoji povezanost. Dakle, utvrdili smo da u mnogim učionicama matematike danas postoji homogenost znanja, tj odnosi i osobine ne razlikuju se od definicija ili iz procesa didaktički fenomena koji se javljaju u matematičkoj učionici.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Branislav Boričić, Bernadin Ibrahimpašić, Edin Liđan i Daniel A. Romano: *Utvrđivanje nivoa razumjevanja nekih osnovnih logičkih pojmova studenata studijskog programa za predškolsko obrazovanje na pedagoškim fakultetima u Bihaću i Bijeljini,* IMO, ISSN 1986-518X, Vol. II(2010), Broj 3, 15-25 (In Serbian / Bosnian)
[2] Branislav Boričić, Daniel A. Romano i Vladan Todić: *Logičko obrazovanje studenata predškolskog programa*, Nastava matematike (Beograd), 1-12 pp (pojaviće se)
[3] Petros Chaviaris and Sonia Kafoussi: *Students' Reflection on their Sociomathematical Small-Group Interaction: A Case Study*; *Proceedings of the 24th Conference of PME* , 29(2005), Vol. 2, 241-248
[4] Julie-Ann Edwards:The Language of Friendship: *Developing Sociomathematical Norms in the Secondary School Classroom*; CERME 5(2005), 1190-1199
[5] P. Ernest: A semiotic perspective of mathematical activity: the case of number', *Educational Studies in Mathematics*, 61(2006), 67-101.
[6] Vicenç Font and Núria Planas: *Mathematical Practice, Semiotic Conflicts and Socio-mathematical Norms*; *Proceedings of the 24th Conference of PME* , 32(2008), Vol. 3, 17 – 23
[7] J. Godino and C.Batanero (1996), 'Clarifying the meaning of mathematical objects as priority area for Research in Mathematics Education', in: A. Sierpinska & J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics Education as a Research Domain*, Kluwer, Dordrecht, pp.177- 196.
[8] Kaldrimidou, Sakonidis, H.and M.Tzekaki: Epistemological Features in the Mathematics Classroom: Algebra and Geometry', in T. Nakahara, M. Koyama (eds.), *Proceedings of the 24th Conference of PME*, 2000, Vol. 3, Hiroshima University, Japan, pp. 111-119.
[9] C. K. Ogden and I.A.Richards: *The meaning of meaning*. New York: Harcourt, Brace & Co. 1948
[10] Katrina Piatek-Jimenez: *Sociomathematical Norms and Mathematical Practices of the Community of Mathematicians*; *Proceedings of the 24th Conference of PME-NA*, 27(2005), 1-3
[11] D. A. Romano: *Šta je algebarsko mišljenje?* MAT-KOL (Banja Luka), XV(2)(2009), 19-29
[12] D. A. Romano: *Istraživanje matematičkog obrazovanja*; IMO, Vol. I (2009), Broj 1, 1-10

[13] D. A. Romano: *Teorije matematičkog obrazovanja, prvi dio: RME teorija*; IMO, Vol. I (2009), Broj 1, 23-35

[14] D. A. Romano: *Matematika, Metodika matematike i Istraživanje matematičkog obrazovanja – tri srodna a tako različita domena*; IMO, Vol. II (2010), Broj 2, 3-10

[15] D. A. Romano: *Kako (budući) učitelji razumiju algebarske generalizacije – jedno istraživanje o parnim i neparnim brojevima*; IMO, Vol. II (2010), Broj 3, 27-32

[16] D. A. Romano i Vladan Todic: *Nekoliko napomena o odnosu teorija i prakse matematičkog obrazovanja učitelja*; IMO, Vol. III (2011), Broj 4, 5-16

[17] D. A. Romano: *Jedno utvrđivanje matematičkih kompetencija studenata učiteljskog programa*; Nastava matematike

[18] A. Sfard, 'The many faces of mathematics: do mathematicians and researchers in mathematics education speak about the same thing?', in A. Sierpinska & J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics Education as a Research Domain*, Kluwer, Dordrecht 1998, pp. 491-512.

[19] A. Sierpinska and S.Lerman: 'Epistemologies of mathematics and of mathematics education', in A. J. Bishop et al (eds.), *International Handbook of Mathematics Education*, Kluwer, Dordrecht 1996, pp. 827-876.

[20] H. Steinbring: 'Epistemological constraints of mathematical knowledge in social learning settings', in A. Sierpinska & J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics Education as a Research Domain*, Kluwer, Dordrecht 1998, pp.513-526.

[21] H. Steinbring: *The construction of new mathematical knowledge in classroom interaction. An epistemological perspective.* New York: Springer 2005

[22] H. Steinbring: *The construction of new mathematical knowledge in classroom interaction, An epistemological perspective*, MELI, Vol. 3, Springer, NY, Heidelberg 2005.

[23] H. Steinbring: What makes a sign a mathematical sign? – An epistemological perspective on mathematical interaction, *Educational Studies in Mathematics*, 61(2006), 133-162.

[24] Konstantinos Tatsis: *Investigation the Influence of Social and Socio-Mathematical Norms in Collaborative Problem Solving*, CERME 5(2007), 1321-1330

[25] E. Yackel and P. Cobb: Sociomathematical norms, argumentation and autonomy in maths', *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(1996), 458-477.

[26] E. Yackel, P. Cobb and T. Wood: The interactive constitution of mathematical meaning in one second grade classroom: an illustrative example', *The Journal of Mathematical Behaviour*, 17(4)(1998), 469-488.

[27] E. Yackel: 'Explanation, justification and argumentation in mathematics classroom', in van den Heuvel- Panhuizen, M. (ed.), *Proceedings of the 25th Conference of the PME* (2001), Utrecht University, The Netherlands, Vol. 1, 1-9.

[28] J. Voigt:'Thematic patterns of interaction and sociomathematical norms', in P. Cobb & H. Bauersfeld (eds.), *The emergence of Mathematical Meaning*, Hillsdale, NJ, LEA, 1995, pp.131-162.

Daniel A. Romano

THE NATURE OF THE MATHEMATICAL KNOWLEDGE THAT TEACHERS CREATE IN THE CLASSROOM

Summary: This paper is a part of more extensive research accomplished with students of an education faculty under the title „*Estimation of mathematical education levels*" which the Scientific Society of Mathematicians Banja Luka is realising. In this paper, using the socio-mathematics norms and the epistemiotic triangle, we demonstrate relationships between school knowledge of mathematics, knowledge of mathematics needed to any elemenary school teachers of mathematics, capabilities of construction of mathematics knowledge in the elemnatary school grades (Didactic mathematics domain) and understanding of interaction between pupils and teachers during that construction (Research of Mathematics Education domain).

Key words: mathematics, school mathematics, didactic of mathematics, sociomathematical norms, epistemologic triangle and research of mathematics education

Сретко Дивљан
Факултет педагошких наука
Јагодина

159.928:51

ФАКТОРИ МАТЕМАТИЧКИХ СПОСОБНОСТИ

Апстракт: Живот је број – број почетка и краја. Линија, боја, музика и осећања су саставни део математике. Сваки број има своју линију, боју, осећања и музику. Кад објашњавате деци бројеве, без оклевања, користите највиши ниво математичких појмова. Да ли дете сме да не зна математику? Не сме али може. Страх од математике кочи креативност и потхрањује конформизам. Постоје разлике између способности опажања и замишљања на основу којих се може објаснити велика разлика у успеху ученика коју често примећује наставник математике и геометрије. За развој математике важни су когнитивни процеси. Важна је и брзина схватања. На основу брзине схватања математике говоримо о релацији интелигенције. Фактори математичке способности стичу се кад родитељи подржавају радозналост деце за бројеве (две руке, два дрвета, две птице, једна птица, један пут). Фактори математичке способности су уочавање квантитативних односа у непосредној околини, тј. однос изговарања низа бројева са истицањем елемената у скупу. Децу морамо научити да формирају скуп у оквиру наученог. Математика и ликовна култура решавају проблеме на перцептивном нивоу. Деца не схватају шта је то горе, доле, испред, иза, поред, лево или десно (лево, десно – деца до треће године, доле, горе до девете године). Родитељи морају код деце подржавати радозналост за бројеве. О математици са дететом разговараћемо као са одраслом особом. Дете ће усвојити језик математике. Разговарајте са њим високим математичким језиком. Јако је важно да детету објашњавамо зашто то радимо и како то радимо. За развој математике важни су и пратећи коментари.

Кључне речи: фактори математичких способности, математички језик, математичка перцепција

Просторне величине

Да бисмо научили дете да воли математику, морамо почети са њим да учимо од пузања; шта су то просторне димензије, однос тела у простору и опажање предмета у простору. Просторне величине са децом најбоље можемо учити кроз колерацију са ликовном уметношћу. Дете не схвата шта је то лево а шта је десно, њему није јасно шта је тежина а шта је величина. Дете и љубав мери по величини. Највиша особа на његовом цртежу је особа коју највише воли. Кад детету дамо задатак да наслика или нацрта своју породицу, тада оно истиче своју љубав величином нацртаног или насликаног лика у простору.

Просторне величине

Пузање је део дечијег истраживања у коме најчешће страда дечија глава, јер није у стању да одреди шта је ближе а шта даље. Дете већ крајем прве године уочава боје. Ако у соби поставимо детету три балона различитих боја и кажемо да донесе црвени балон, који се налази с његове десне стране, да је у средини жути балон а с његове леве стране налази се плави балон. На овај начин дете учимо о појмовима:

горе-доле, испред-иза и шта је лево а шта десно и шта је у средини. Пузање код деце развија истраживачку интелигенцију као и прве математичке проблеме.

Пузањем дете развија моторику. Колико је потребно времена да допузи до обојених балона. Детету ћемо објаснити да је први балон црвене боје а жути се налази у средини и на крају, лево, налази се плави балон. 'Црвени балон однећу десно од тебе и он ће бити најближи'. Узимам жути балон и детету објашњавам да ћу га ставити у средину и да ће бити много даље постављен од црвеног балона. 'Видиш ово је жути балон и он је трећи по реду а њега ћу ставити лево од тебе, он ће бити нешто даљи од црвеног балона а ближи од жутог. Колико ја држим у руци балона? Један црвени, један жути и један плави. Ја у руци држим три балона различитих боја. Да би допузао до црвеног балона потребно ти је пет секунди, до жутог осам а до плавог шест секунди. Док дете пузи, оно развија сензо–моторни потенцијал, памћење и мишљење. Јако је важно да дете развија и класификује предмете у простору као и предмете према просторним односима. Док шетамо са дететом улицом примећујемо: много, мало, дебело танко, дубоко, плитко.

Логичко-математичке радње (таутологија). Дете логично размишља тек око пете године живота.

Ако желимо да логично размишља, дете морамо учити, да ли у једној групи има више, мање или једнако предмета. Оно мора знати шта је то непромењљивост количине. Примера ради, ако направимо лопту од глинемола а од те исте лопте направимо ваљак и децу од пет година упитамо да ли је више глинемола било у лопти или сада у ваљку? Она деца која не поседују логично размишљање одговориће да глинемола има више у ваљку него што је било у лопти. У овом раздобљу код деце се јавља хоризонтално математичко виђење, тј. оно које шири све већи круг сложенијих појава и математичких садржаја. Математичко виђење детета иде од конкретног ка апстрактном и од појавног ка појединачном. Дете у почетку математичке појмове види фрагментарно а онда од фрагментарног ка апстрактном. Код деце математичко логичко мишљење почиње од појавног ка суштинском мишљењу. После математичко хоризонталног виђења јавља се вертикално матемтичко виђење, тј. све већа математичка логичност. Математички синкретизам се заснива на перцепцији као математичко логична веза између одређених појмова, тј. од опажајних ка појмовним. Код појединe деце јавља се математички анимализам; у стању су да бројеве претварају у животиње, људе, предмете и појаве. За њих су бројеви живи и они стварају свет који живи. Учимо децу и математичку кореспонденцију, тј. изграђујмо математичко мишљење и појмове: једнако, више, мање, да једних има више а других мање. Од детета тражимо да одреди шта је ниже а шта више, тј. да је неко дете ниже а неко више и да су поједина деца исте висине (синкретизам).

Скупови

Од скупова можемо формирати бројеве. Кроз игру, спонтано долазимо до скупова, одређених сличности и разлика. Решавамо их од мањег ка већем и процењујемо одока.

Важно је да утврдимо са децом поступак о утврђивању скупова, растављање већих од мањих као и мањих од већих скупова. Скупове можемо рангирати и по бојама као и једне наспрам других. Да би дете схватило основно значење скупа и њихове основне разлике или сличности од мањег скупа можемо правити већи скуп. Сваки скуп мора имати своју радњу и циљ те радње, своју визуелну слику. Док ређа одређене предмете дете учи да их групише по одређеној сродности – заједништву. Шта везује одређене предмете и зашто их групишемо у одређене скупове. О скуповима можемо говорити као о ејдетским сликама. Дете кроз скупове формира појам броја. Упоређивањем скупова дете учи да броји и почиње да разликује шта је то мање а шта више, шта је слично а шта различито.

Игра кроз скупове

Узмимо сличне предмете и пробајмо да их класификујемо по основним бојама (плава, жута и црвена). Упоређујмо их по величини, облику, тј форми и пробајмо да их са децом, визуелизујемо. Деци морамо нагласити да ћемо, те скупове, сутрадан визуелизовати и стварати ејдетске слике. Од основних боја створићемо скуп топлих и хладних боја. Топле боје су: жута, окер, наранџаста, црвена и њима сродне боје. Топле боје се визуелно оптички приближавају нашем оку. Хладне боје су плава, зелена, љубичаста и њима сродне боје. Хладне боје се оптички удаљавају од нашег ока. Хладним бојама означићемо одређени облик и од њих стварати скупове одређених боја и облика. На овај начин организоваћемо идентичност визуелно присутних предмета по боји и облику. Научићемо ученика шта је то идентичност кад предмети, кроз ејдетске слике, нису истовремено у видном пољу.

Поређајмо црвене јабуке у црвену корпу и направимо скуп црвених корпи и јабука, тј групишимо неке скупове по боји и облику. Створимо код деце заједнички критеријум – у одређивању основних боја и облика. На овај начин размишљања код ученика стварамо почетну логичко математичку активност кроз критеријум класификовања логичко математичких задатака. Шта је веће река или поток? Да ли је река дубља од потока. Која је обала ближа посматрачу, тј. да ли је ближа супротна обала од потока или реке посматрачу? Све ове математичке вредности дете учи у четвртој години живота. Да ли брже иде пуж или човек? Ко брже трчи ној или кокошка? (брзину дете схвата тек око пете године)

Родитељи и васпитачи морају подржавати заинтересованост деце за бројеве.

Учење о скуповима као и шта је ближе, дубље, брже или схватање временских односа, код деце развија логичко размишљање. Да ли се логика наслеђује или вежбама стиче? Радећи са децом дошли смо до закључка да се логичко размишљање стиче радом и вежбањем. И природа и васпитање утичу на развој интелигенције код деце. Примера ради: Мој брат и ја отишли смо на пијацу да купимо першун и шаргарепу за супу. Док је брат бројао паре њему је динар упао у корпу са шаргарепом. Килограм шаргарепе коштао је пет динара, што значи да смо за један динар могли да купимо једну петину од килограма, тј. још двеста грама. Продавац је рекао: "дете ја не могу претурати по корпи да ти нађем динар. Мој брат је рекао да за један динар, који је остао у корпи, он њему мора дати петину шаргарепе, још двеста грама. Трговац се насмејао и упитао "колико сине ти имаш година? Мој брат је рекао: пет, чико. Вала дете, свака ти част! Ево, теби још један килограм, кад си толико паметан! Гест продавца на пијаци био је велики мотив да мој брат заволи математику те је тако он постао најбољи математичар у школи.

Важно је да дечију радозналост за бројеве што више подржавамо и користимо кроз животне и васпитне ситуације и тако математику приближимо деци.

Замолићемо дете да обиђе дрво и донесе нам две јабуке; једну која се налази доле на земљи испод дрвета, и другу која виси на грани. Донеће их и стави поред корпе која се налази, доле на земљи, поред наше леве ноге. На оним дебелим гранама су црвене и лепше јабуке. Шта је теже килограм вуне или килограм гвожђа? Кад си ишао да донесеш две јабуке, једна је била на земљи а друга је била на грани, да ли си ишао испред или иза јабуке? Да ли си био испод или на дрвету. Да ли си се провлачио испод грана? Које је дрво највеће у твом воћњаку? Ја у свом воћњаку имам четири крушке, три ораха, две кајсије, десет шљива 'чачанки', две вишње и четири мушмуле. Највеће дрво у воћњаку је орах, који се налази с десне стране улаза у воћњак. Најмање дрво у воћњаку је патуљаста вишња, која се налази на крају воћњака. Средње дрво по величини је кајсија, и налази се, гледано са улаза у воћњак, с наше леве стране.

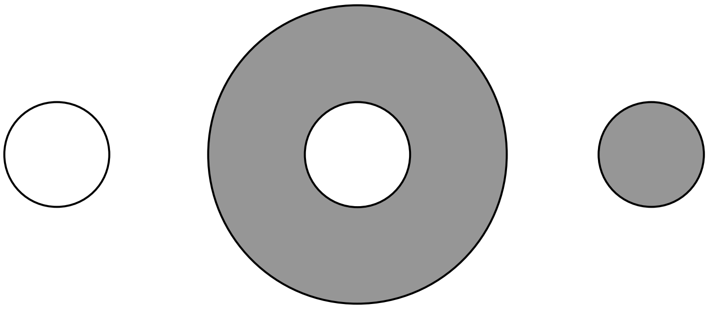
Шта је јато, стадо, рој?

Васпитач мора научити децу шта су то јата, стада и рој, тј, да их научи да именују природне групе као, јато орлова, стадо оваца или рој мува.

Развијање перцепције код детета

Ако посматрамо једну улицу, која има низ кућа са леве и десне стране, да ли вам се чини да се оне, тамо далеко од нас, додирују а улице додирују или секу. Ако вам се то визуелно чини, то се зове оптичка варка. Паралелне линије или улице никад се не секу а ни додирују, оне увек остају паралелне. Тамо где се паралелне линије, оптички додирују или секу називамо тачка недогледа. Кад спојимо тачке недогледа, добијемо линију хоризонта. Ако посматрамо композицију једне слике, да ли су облици који су ближи средини једне слике или на крају слике оптички исте тежине. Сви облици који су ближи средини једне слике су оптички много лакши него они који су на крају једне слике.

Посматрајмо црни и бели круг. Црни круг је већи, а бели, мањи, је у средини.



Који ћемо круг прво приметити? Нормално би било да прво приметимо круг који има већу запремину, тј површину. На овом графикону већи је црни него бели круг и ми оптички прво примећујемо бели, мањи круг.

На путу

Дете је добило задатак да све што види, док вози бицикл, мора да изброји. Дете вози бицикл и броји све око себе, пролазнике, дрвеће, птице, лептире. Ено га једно дрво, два, три, ено га један човек, два, три, ено је једна ласта, један лептир... Онај први човек личи на оног трећег што је прошао поред мене с леве стране. Ласта је црно плава и много је лепа. Она доноси срећу ако направи гнездо на кући. На мојој кући ласта је направила три гнезда. Ја волим посматрати ласте како праве гнездо. Прошле године било је седам ласта. Сад их има девет. Дошла су два мужијака. Баш је то лепо. Ми сад имамо девет ласта, а прошле године имали смо седам.

Док сам возио бицикл избројао сам пет рупа. Једна је била доста мала, она је била лево од моје десне ноге, друга је била дубока, она је била испод мога бицикла, а она трећа била је јако плитка, она се налазила даље, десно од бицикла, четврта је била јако широка, она је била испред бицикла, и пета је била као звезда и налазила се између бицикла и четврте рупе. Занимљиво је гледати околину са бицикла, из птичије перспективе.

Док дете посматра свет око себе тешко да може правити границу између објективног и субјективног. Оно свет доживљава глобално.

Логично засновано груписање предмета

Важно је децу научити да увиђају поједина својства предмета. Прво што морамо код деце развити, јесте прелазак од квалитативног ка квантитативном као и уочавања сличности и разлика између одређених предмета и појава. Дете спаја дрво са пластиком или гвожђем. Узмимо за пример ексер. Ексер има главу и зашиљен врх. Да ли је могуће ексер закуцати у греду са леве и десне стране? Имамо леву и десну ципелу. Да ли је могуће да дете обује леву ципелу на десну ногу? Која је разлика између ексера и леве и десне ципеле. Где се налазити лево ухо? На којој страни се налази око ако се налази на истој страни као и ухо?

Кључ успеха у математици је рационална интелигенција и машта. Машту у математици можемо поделити на конкретну као и на апстрактну визију. Математичку машту делимо на појмовну и суштинску. Математичку машту истражујемо кроз фрагментарне и егоцентричне појмове. Математичка машта може бити хоризонтална, као појава са што сложенијим проблемима, и вертикална која је део природних и друштвених законитости. Страх од неуспеха у математици је веома моћан. Не бити упоран је дефинитивна пропаст, тј. то је први знак да неће бити успеха и напретка у математици. Свако дете поседује капацитет да научи више. У његовом начину размишљања скоро да нема разлике између објективног и субјективног начина размишљања. Дете размишља да се сунце окреће зато што оно трчи. Наравно да ноћ долази да би дете спавало и река тече да би се улила у море. Ми морамо знати каква су дечја интересовања као и какве су математичке могућности на одређеном узрасту.

Дете морамо научити да уочава квантитативне односе око себе и да на основу искуства решава логичке операције. На основу искуства прикупља нове проблеме, прерађује их и мења. Васпитач мора да зна који су психолошки механизми формирања математичких појмова. Инваријантност, тј. непромељивост односа броја, количине, величине и да ништа није одузето као ни додато. Код деце морамо градити систем представа и појмова. А најбитније је да код деце подржавамо спонтаност и сталну радозналост.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Сретко Дивљан (2011): *Ликовна тајна*, Педагошки факултет, Јагодина

[2] Тони Бузан (2001): *Бити генијалац*, Графија, Загреб

[3] Џони Е. Џонстон (2010): *Психологија*, АМБ Графика, Нови Сад

Sretko Divljan

FACTORS OF THE MATHEMATICAL ABILITY

Summary: Life is a number – the number of the beginning and the end. A line, colour, music and feelings are the integral parts of the mathematics. Each number has its line, colour, feelings and music. When you need to explain numbers to the children you should use the highest level of the mathematical concepts. Is it allowed for a child not to understand the mathematics? Yes, it is, but that can happen in the real life situation. There is a difference in student's observing and thinking process which leads to a success or to a failure of a student in solving mathematical tasks. This is usually noticed by a mathematical teacher. The cognitive process and the quality of the understanding are important for this school subject. The mathematical ability may be developed if parents stimulate children's curiosity for numbers (two arms, two trees, two birds, one bird, and one road). Mathematical abilities are also recognized in the process of noticing the relationships in the surrounding, saying the set of numbers, and realizing the concept of the mathematical elements. Mathematics and art deal with problems at the perceptional level. Parents and teachers should talk to a child and always explain why they do what they do. Accompanying comments are very important for the mathematical knowledge expansion.

Key words: mathematical ability factors, mathematical language, mathematical perception.

Милана Егерић, Милена Ђурић
Факултет педагошких наука
Јагодина

159.953
371.132
371.3::51-028.31

СТИЛОВИ УЧЕЊА У ПОЧЕТНОЈ НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ

Апстракт: Чињеница је да свако од нас прима и обрађује информације на различите начине, тако да се не може рећи да постоји такав начин учења који је једнако ефикасан за све ученике. Није редак случај да се наставници усредсреде на своју улогу у настави и не воде довољно рачуна о томе у којој су мери њихови ученици способни активно учествовати у настави. При томе се посебно занемарује чињеница да поједине активности у настави не одговарају исто свим ученицима и да се разлике у постигнућима делом могу приписати и неадекватној примени наставних метода. Евидентно је да се ученици разликују не само у способностима и мотивацији за учење, него и у својим *стиловима учења*. Сваки ученик има јединствени начин опхођења са процесом учења. Задатак учитеља је да открије њихову јединственост и подржи је. Образовање мора бити обликовано тако да остане одговарајуће различитим стиловима учења. Мотивација и постигнућа ученика у настави математике ће се повећати када учитељ установи шта ученике покреће.

Кључне речи: стилови учења, ВАК теорија, мотивација, настава математике

Увод

Питање мотивације ученика за школско учење је старо колико и школа, а сам контекст мотивације остаје вечито неодговорени изазов и несавладани простор. Педагошка пракса потврђује да се деца интересују за различите наставно – предметне области – једни су заинтересовани за музику, други за математику, трећи за историју и тако даље. Истраживања показују да су ова интересовања повезана са склоностима, надареношћу или талентима. Такође, постоји и низ других фактора и извора мотивације који ученика опредељују да мање или више тежи за или против учења одређеног предмета.

Чињеница јесте да су деца све бистрија, способнија и свестранија, а њихова математичка знања све слабија и лошија. Дилема се заснива на томе која решења могу бити пронађена за побољшање мотивације и успеха у настави математике. Наставу математике треба удаљити од уобичајене праксе из прошлости, где се усредсређује на учење напамет, вежбање и меморисање чињеница - што је чини веома досадном за ученике. Наставници морају схватити да немају сви ученици развијено интересовање за математику, и управо зато се морају залагати за развој нових и савремених наставних вежби како би повећали мотивацију код СВИХ ученика. Образовање мора бити обликовано тако да остане одговарајуће различитим *стиловима учења*. Лако је претпостављати да сви ученици имају или морају имати исти начин размишљања. Улога наставника је да, између осталог, обезбеди да сваки ученик добије образовање које максимално подстиче његове или њене сопствене интелектуалне могућности. *Наставници морају остати у складу са жељама ученика како би подстакли мотивацију и постигнућа у математици*.

Традиционални приступи настави математике не пружају сваком ученику могућност да достигне свој истински потенцијал. У циљу остваривања свих потенцијала ученика у настави математике, стилови учења могу бити коришћени као веома моћан инструмент. Допуштајући ученицима да користе своја знања на начин на који најбоље уче можемо повећати њихов ентузијазам и подићи ниво њихових постигнућа. Излагања кроз различите облике омогућавају ученицима са различитим могућностима да уче свом својом снагом. Свакодневне активности треба планирати укључујући различите стилове учења. Мотивација и постигнућа ученика ће се повећати када учитељ установи шта ученике покреће.

Стилови учења

Није редак случај да се наставници усредсреде на своју улогу у настави и да не воде довољно рачуна о томе у којој су мери њихови ученици способни активно учествовати у настави. При томе се посебно заменарује чињеница да поједине активности у настави не одговарају подједнако свим ученицима и да се разлике у постигнућу делом могу приписати и неадекватној примени наставних метода. Евидентно је да се ученици разликују, не само у способностима и мотивацији за учење, него и у својим *стиловима учења*. Сваки ученик има јединствени начин опхођења са процесом учења. Задатак учитеља јесте да открије њихову јединственост и подржи је.

Термин *стилови учења* користи се као опис ставова и понашања која одређују преференције у учењу. Већина особа није свесна који им стил учења одговара, иако знају да из неких активности и ситуација уче успешније него из других.

Према Бјекићу, „стил учења је устаљен и доминантан начин пријема, обраде и употребе стимулуса/информација у процесу учења, а најпрепознатљивији је у току организованог учења у настави; то је начин менталног представљања и обраде садржаја учења“[2].

Стил учења је преферирани начин размишљања, обраде и разумевања информација. То је опис ставова и понашања који одређују наше преференције у учењу. Тај је стил особен баш као и потпис. Ниједан стил није бољи или гори од других стилова. Сваки човек има свој стил учења и сваки човек има неке јаке стране.

Пожељно је да учитељи током свог рада открију стилове учења својих ученика и прилагоде им наставу. То је једна од највреднијих користи које учитељ може обезбедити.

Настава и стилови учења

Свако од нас прима и обрађује информације на различите начине. Ово је основа за теорију стилова учења. Образовни процес би стога требало да буде прилагођен различитим стиловима појединих ученика (када се правилно одреде њихови стилови). Успешна образовна искуства су она која су усмерена ка одговарајућим стиловима учења.

Школе су свим ученицима традиционално нудиле исти распоред, исто окружење за учење и исту методологију учења. Таква структура је погодовала

---

[2] Бјекић, Д., *Психологија за наставнике*, Технички факултет, Чачак, 2009, стр. 1 - 7

неким ученицима, а изостављала друге и током година створила популацију „неподобних" за учење. Учитељи би требало да се оријентишу на одржавање природне радозналости ученика и спремности на учење и помогну деци да схвате ко *су она стварно* - у чему су добра и шта воле. Требало би престати са обраћањем пажње на то шта деца не могу и почети наглашавати *шта могу*[3]. Кад се ради о повећању успеха у учењу, интересовања младе особе, њени таленти, очекивања, наде и циљеви успешни су *мотиватори*.

„Школски" свет зна за те принципе већ много година - заправо, још од 1890. године. Џон Дјуи је био међу гласницима времена, који је објављивао да школе треба да задовоље потребе сваког детета, а не обрнуто. При Чикашком универзитету је 1896. године основао школу која је надахњивала и неговала интересовања поједине деце. Наш образовни систем није обликован према његовим идејама. Стотину година и много истраживачких студија касније, ништа се није променило у нашим школама, иако сада знамо више о томе како мозак учи, како различити стилови утичу на учење и које методе подучавања дају најбоље резултате. Још су и многи други гласови, укључујући Хауарда Гарднера, Томаса Армстронга, Присилу Вејл и Риту Дан, прогласили важност поштовања начина учења сваког детета. Школе су склоне *једном* стилу учења: углавном се обраћају једном типу ученика. Због те наклоности многа деца не уче добро. Када уважимо и поштујемо дететове потребе учења, оно се одазива са невероватном страшћу да учини оно најбоље, чак и у мање задовољавајућим условима[4].

Коришћење дететових јаких страна у сврху превладавања слабости важан је чинилац модела стилова учења. Ученици су спремни да учествују у развијању способности када се користе индивидуализоване и прикладне методе, материјали и активности. Почињу да се осећају способним јер виде да могу да напредују. Многа деца не напредују јер нису подучавана кроз њихов стил учења. Коришћење истих метода које ни раније нису деловале даје им утисак да не могу да успеју. Неки истински не схватају начин на који их подучавају и неће га схватити, без обзира колико оштра била казна или ма колико била дивна награда[5]. Приликом помагања ученику да пронађе и поштује сопствене јаке стране, интересовања, таленте и потребе, у њему се укорењују надарености са којима је рођено. Приликом помагања ученику да открије своје снове, страсти и циљеве, дајемо крила *мотивацији* и *сврсисходности* како би постао предан, самоусмерен ученик. У оба случаја, резултат напора је *успешнији* ученик.

Настава заснована на стиловима учења посматра све начине на које су ученици талентовани. Свако дете се сматра надареним и интелигентним. Модел стилова учења такође мења начин на који дефинишемо и оцењујемо *успех*. Ниједан стил учења није бољи или лошији од другог. Будући да сваки стил има сличне распоне интелигенције, ученик не може бити означен или окривљен због тога што је у било ком од њих[6]. Већина деце може да овлада одређеним градивом, а *како* њиме овладава одређено је њиховим индивидуалним стилом. *Сва* деца могу успешно да

---

[3] Вилис, М., Ходсон, К. В. : *Откријте свој стил учења*, Финеса, Београд, 2005. год., стр. 16

[4] Исто, стр. 179

[5] Исто, стр. 189

[6] Исто, стр. 39

уче уколико су подучавана у складу са њиховим стилом учења. Настава заснована на стилу учења верује да су ученици способни и да је њихов потенцијал неограничен. Она очекује разлике међу појединим ученицима - различиту спремност за учење, различиту брзину учења и потребу за различитим методама подучавања. За већину деце учење градива из различитих предмета није проблем када су подучавана на начин који одговара њиховом стилу учења. Када се програми индивидуализују, могу се задовољити виши стандарди јер расте преданост и способност учења. Што више успеха и постигнућа ученици доживљавају на основу свог јединственог стила учења, боље су опремљени за учење и живот уопште.

Одређивање стила учења

Преферирани стил учења дефинише се између друге и пете године и релативно је стабилан, јер му мозак даје предност при решавању различитих животних проблема, а посебно у важним животним ситуацијама. Сваки ученик има као доминантан неки од стилова учења у оквиру појединих когнитивних процеса, али повремено користи и оне стилове учења који код њега нису доминантни[7].

Стил учења најједноставније је одредити тако што се ученицима понуди могућност избора различитих могућности и онда се прати и посматра њихово функционисање. Они ће одабрати ону активност која захтева њихов доминантан стил учења. Како не можемо меморисати све важне податке за велики број деце, корисно је направити чек листу у којој су наведена обележја различитих стилова учења, те се за поједино дете једноставно означе примећена карактеристична понашања.

Врло економичан начин утврђивања стила учења је коришћење упитника који је припремљен у ту сврху. У литератури која је намењена особама које се баве школским учењем може се наћи већи број таквих упитника који могу бити од помоћи учитељима.

О стилу учења можемо закључити и на темељу праћења и анализирања *постигнућа* ученика. Ученик је успешнији када његово знање проверавамо активностима које ће захтевати његов доминантан стил.

Модели стилова учења

Бројна истраживања резултирала су великим бројем различитих класификација стилова учења које се темеље на различитим аспектима обраде података. Постоји сличност и преклапање неких стилова учења који су дефинисани у оквиру различитих модела. Није потребно познавати све релевантне моделе, али је важно бити свестан постојања и значења стилова учења и њихове повезаности са успехом ученика и познавањем барем неколико релевантних модела како би се:

– ученицима помогло да открију свој доминантан стил учења да неуспех не би приписивали недостатку способности и због тога одустајали од учења и да би ефикасно приступали учењу

---

[7] Према Џенсену, 2003.

– ученици подстицали да користе и недоминантне стилове учења

– настава реализовала на начин да барем повремено свако дете има прилику учити и знање показивати на начин који му највише одговара.

Као доминантан приступ стиловима учења издвојен је приступ *Дејвида Колба*. Ослањајући се на приступе учењу према Пијажеу, Левину и Јунгу, а на основу истраживања о моделу искуственог учења, Колб је осмислио модел стилова учења који поуздано описује и диференцира стилове учења ученика. Још 1984. године Дејвид Колб је први предложио четири основна стила учења. По њему то су: *активисти*, *мислиоци*, *теоретичари* и *прагматичари*.

Данас постоји велики број модела о стиловима учења, а од познатијих су још:

– *Гарднеров модел вишеструких интелигенција*, који разликује седам врста стилова учења: визуелни, аудитивни, вербални, кинестетички, логичко-математички, интерперсонални и интраперсонални.

– *Фелдер-Соломанов модел*, који се заснива на четири пара различитих - супротстављених стилова: активни и рефлексивни, сензорно-осећајни и интуитивни, визуелни и вербални, и секвенцијални и глобални ученици.

– Модел који су предложили *Хани и Мемфорд*, који, слично као и Колб, разликују четири типа ученика: активисте, ревизоре, теоретичаре и прагматичаре.

Два начина виђења математике

Математичком проблему приступамо на различите начине. На пример, када један ученик чита математички задатак, он га одмах дели на много мањих делова, мањих задатака и решава сваки део корак по корак. Поред њега седи други ученик, који чита исти задатак и одмах се сећа неког другог задатка који је сличан овоме и има сличан поступак решавања. Дакле, два ученика су приступила истом задатку на два потпуно различита начина и решила су задатак са два различита стила.

Стил учења математике и приступа математичкој проблематици зовемо *математичка личност ученика*. Свако од нас има посебну и јединствену математичку личност, одређен и јединствен стил учења математике. Тај стил одређује наше разумевање, усвајање и примену математике. Иако су многи научници мислили да постоји двочлана подела, односно два строга стила учења, открило се да постоји читав континуум математичке личности који се протеже од једне крајње тачке до друге. На једном крају спектра налази се особа која приступа математици врло методично, корак по корак, па је зову *алгебарским типом*. Са друге стране, на супротном крају спектра је особа која обрађује информацију визуелно, холистички, а зову је *геометријским типом*.

Ипак, подела на алгебарски и геометријски тип сувише је рестриктивна. Професор Шарма увео је посебне називе који рефлектују те разлике у обради информација. Овде једну крајност чини *квантитативни* стил учења, а другу *квалитативни* стил учења математике. Већина деце налази се између те две крајности, а у разреду учитељ има посла са целим спектром различитих математичких стилова.

1) Квантитативни стил учења

Квантитативни тип ученика обрађује информације методично, поступно, од делова према целини. Такав тип ученика тражи специфичне методе, „рецепте" и формуле за сваки појединi проблем. Он је веома прописан у примени математичких метода. Тако, нови задатак покушава уврстити у „тип", а затим тражи методу која се примењује за решавање тог типа задатака. Све дотле докле му је доступна та метода решавања, ученик нема никаквих тешкоћа у решавању дотичног задатка.

2) Квалитативни стил учења

Овај ученик обрађује математичку информацију углавном визуелно, од целине према деловима. Он холистички приступа задатку и истражује глобалне начине решавања. Успешан је у препознавању образаца - како просторних, тако и симболичких, а такође и у упоређивању и повезивању различитих концепата и идеја. Када се сусретне са проблемским задатком, почиње се играти њиме на посредан метафоричан начин и тек затим приступа решавању. У решавању задатка он тражи или ствара паралелне примере, те након њиховог решавања покушава генерализовати решење основног задатка. Задатак увек посматра глобално, покушавајући увидети у сваком појединoм задатку глобални модел.

Имајући у виду да се ученици једног разреда, у складу са овим моделом стилова учења, крећу од потпуно квантитативне до потпуно квалитативне оријентације, нарочито је важно реализовати наставу математике путем што већег распона дидактичких материјала и наставних стратегија, односно стварати што богатију едукативну атмосферу.

Овде се сада поставља питање: Како то учинити? Сваки математички концепт је могуће представити на оба начина: квантитативно и квалитативно, дедуктивно и индуктивно, путем „засебних" и „неподељених" дидактичких материјала, односно путем стандардних дедуктивних, алгебарских, сукцесивних и процедуралних рецепата или путем визуелних, просторних, индуктивних стратегија.

У књизи „Математика без суза" Шарма разматра конкретну употребу квалитативних *стратегија* у представљању разних математичких концепата. Квалитативно оријентисани ученици захтевају методологију у којој је наглашен *визуелни* аспект математике. Њима су потребне менталне визуализације. То нису слике у дословном тумачењу те речи. Визуелизација прати процес апстраховања и разумевања и зато је нарочито важна у учењу и подучавању. Иако је визуелизација доминирајућа особина квалитативних ученика, најновија истраживања показују да је врло корисна за све ученике. Менталне визуелизације су најмоћније средство смислене реализације формалне математике. Деца која су у стању стварати менталне визуелизације чврсто усвајају концепте и у стању су стварати примере за апстракције, па су зато много активнија и инвентивнија у решавању проблемских задатака.

ВАК теорија стилова

Стилови учења представљају различите приступе или начине учења. Сваки ученик при усвајању знања предност даје информацијама које добија преко одређеног *чулног модалитета*, тако да користећи те информације најефикасније учи. Према том модалитету основну типологију стилова учења чине:

– ВИЗУЕЛНИ стил учења,
– АУДИТИВНИ стил учења,
– КИНЕСТЕТИЧКИ (телесни) стил учења.

Визуелни стил учења доминантан је за оне који најлакше усвајају неко градиво када су информације презентоване визуелно у облику текста (графичко-визуелни) или слика. Углавном преферирају самостално учење.

Они који најлакше уче слушајући предавања, дискусије, разменом идеја, користе *аудитивни* стил учења. Због тога је за овај стил учења карактеристично добро сналажење у раду у групи или пару.

Они који током процеса учења хватају белешке, цртају слике и дијаграме како би лакше запамтили информације имају изражен *тактилни/кинестетички* стил учења. Они најбоље уче кроз покрет, игру, глуму или конкретну радњу, активно истражујући физички свет око себе.

Након откривања стила учења могуће је значајно унапредити учење применом одговарајућих метода и техника учења, односно различитих стратегија које могу довести до још бољих резултата[8].

ВИЗУЕЛНИ	**АУДИТИВНИ**	**КИНЕСТЕТИЧКИ**
коришћење мапа, дијаграма, цртежа, графикона, фотографија	писање говора или презентација	кретање за време учења нових ствари
коришћење различитих боја за означавање најбитнијих делова у тексту	коришћење уређаја за снимање звука умести писања белешки	коришћење редовне паузе током учења
коришћење мултимедијалних средстава	читање текста наглас	слушање музике током учења
визуелизовање информација у облику слика да би их лакше меморисали	учење са пријатељима расправљајући или гласно понављајући	рад у стојећем положају
илустровање својих идеја као слика пре записивања	диктирање својих мисли и идеја другоме	изражавање кроз плес, гимнастику, спорт или глуму
читање илустрованих књига	учествовање у дискусијама и дебатама на часу	оживљавање радног простора сликама и постерима

Примена ВАК теорије стилова учења у настави математике

Применом разноврсних стратегија учења и подучавања усмерених на ученика, подстицањем ученика на размишљање и закључивање, постављањем питања у настави и квалитетне комуникације учитељ-ученик, сваки ученик има могућност за развој свих својих потенцијала. Зато је важно уважавати индивидуалне разлике међу ученицима, а учење прилагодити сваком ученику. Стратегије и

---

[8] Хаџовић, И. Приручник *Како да ефикасно и лакше учите*, стр. 30

активности које могу бити коришћене како би се унапредила мотивација и постигнућа у настави математике путем подучавања у складу са њиховим стилом учења у оквиру ВАК теорије стилова су следеће:

Визуелни тип ученика

– Креде у боји на табли:

Пример: Представљање цифара различите месне вредности различитом бојом при рачунским операцијама

$$\begin{array}{r} 321 \\ +\ 456 \\ \hline 777 \end{array}$$

– Цртање слика при решавању проблема;

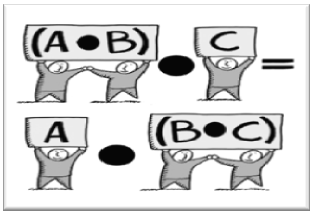
– Прављење - дизајнирање слика од облика:

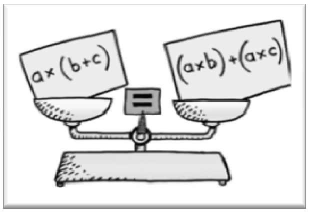
Пример: Од различитих геометријких облика направљених од картона направити кућу, пса, робота...

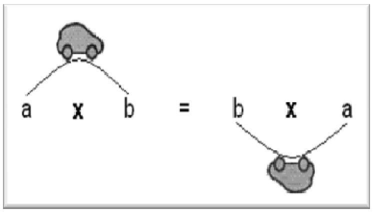
– Гледањем цртаних филмова, а затим задавањем задатака у складу са одгледаним:

Пример: Гледање цртаног филма „Птица тркачица“, а затим задавање задатка: Птица тркачица пређе пут од 1 200km за чак 60 секунди! Којим брзином се она при томе креће?

– Коришћење слика, цртежа и апликација како би ученици боље и трајније упамтили одређена својства и правила; нпр.







Аудитивни тип ученика

– Музика у настави - музика је подручје кроз које се математика може успешно предавати. Различите врсте музике, као што су популарни џинглови, реп песме или слично, олакшавају присећање путем *мнемотехнике*[9]. Уношење риме и ритма у материјал који теба запамтити знатно олакшава учење. На пример:

---

[9] Мнемотехнике су различити поступци којима се олакшава запамћивање неког вербалног, али и других симболичких материјала приликом њиховог учења.

**Ако је испред заграде више,*
заграда се брише.
Ако је у загради мање,
у загради се мења стање.

** Ко је први? Ко је други?*
Зар је и битно...како - год!
Када чиниоци замене места
не мења се производ!

**Квадрат над хипотенузом, то зна*
свако дете, једнак је збиру кавадрата
над обе катете.

**Сећам се као јуче, рекао си ми ти,*
површина круга је ер на квадрат пи.

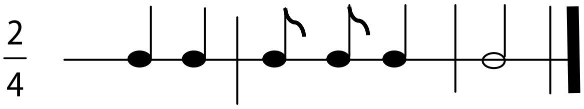
** Три чиниоца можеш било којим*
редом помножити - и притом сасвим
сигуран можеш бити да се производ
неће променити!

– Употреба ритмичких инструмената:

Пример: Шест ученика је распоређено у малом кругу - свако са различитим инструментом. Остатак одељења се окупи око шест музичара и затвара своје очи. Учитељ држи разломак. На основу разломка тачан број ученика ће се огласити својим инструментима - посебно за именилац, посебно за бројилац. Затворених очију остатак ученика мора слушати музичке звукове, утврдити колико се инструмената чује, а затим одредити разломак.

– Повезивање бројева и разломака са нотама:

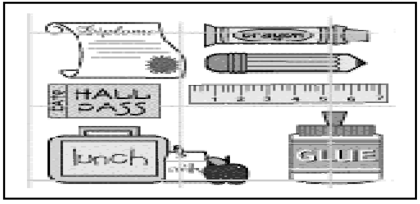
Пример: Одговарајуће нотне вредности именуј одговарајућим разломцима, а затим их упореди имајући у виду дужину трајања тих нотних вредности, и поређај од највећег до најмањег.



– Састављање и решавање властитих задатака речима - овде примену могу наћи задаци отвореног типа, где ученици на основу задатог израза или слике састављају текст задатка и решавају га:

Пример: Састави текст задатка на основу следећег израза: (154 – 122) + 356, а затим израчунај вредност израза.

Пример: Састави текст задатка на основу слике и реши га!



– Математичке приче, којима се ствара проблемска ситуација која ће да заинтересује ученике. То су обично приче које имају неки животни садржај који окупира ученике, али и математичку ситуацију коју они треба да разреше.

Пример: Чика Томин воћњак

У једном крају живео је у некој старој кућици стари чика Тома, који је у дворишту имао и мали воћњак са најлепшим јабукама у крају којима су се сви дивили, а нарочито деца. Сваког дана окупљала су се код његовог воћњака и запиткивала га колико има ту јабука, а он им је увек одговарао много. Једног дана су му досадила и одговорио им је овако: Кад би се броју јабука у воћњаку додало још 20 јабука, имао би укупно 100. То је децу бацило на муке. Покушала су да изброје укупан број, али би се сваки пут забројала.... Колико је било јабука у чика Томином воћњаку?

– Вођење математичких квизова, где ће овај тип ученика бити водитељ квиза и задавати задатке осталим ученицима;

– Расправе о математичким проблемима;

– Припремање усмених излагања.

Кинестетички

Математички језик, рачунске операције лакше савладавамо ако их повежемо са покретом и уочимо повезаност математичког језика и математичких односа. Тако усвајамо сабирање, одузимање покретом, али и усвајање појма нула, прелаз десетице, мање, више, заједно и слично.

– Мерења у простору;

– Учење математичких чињеница док трче, скачу, вежбају, додају се лоптом и сл.

Пример: Наставник може поставити питање, и ученик коме добаци лопту одговара на то питање, и тако се наставља низ

– Костими, драма и глума могу помоћи у настави математике. Ученици или наставници могу играти улоге различитих математичара и истаћи њихове различите теорије. Ученици могу одглумити - драматизовати различите проблемске ситуације.

Пример: Замена места и здруживање чинилаца - кроз драматизовану песму „Чиниоци“

Ја сам први чинилац, и усамљен сам јако. Операцији множења припадам - то зна дете свако. Ја сам други чинилац, и са тобом ћу се дружити. Када се ми помножимо - производ ће се добити! Чекајте мене! Мене сачекајте! Трећем чиниоцу места направите! Како се могу са вама и ја дружити - и сасвим сигуран бити да се производ неће променити?

– Различите кооперативне игре;

– Коришћење слагалица које пружају јединствен избор у настави математике. Оне помажу у развијању смисла за бројеве и операције, помажу ученицима да користе моделе при решавању проблема и развијају вештине критичког мишљења. На пример, коришћењем танграма, геометријских табли и блокова са геометријским шарама богати се процес учења.

– Манипулисање сопственим телом или деловима тела:

Пример: Приликом изучавања садржаја о угловима и врстама углова, ученици могу помоћу руку направити одређену врсту угла - док остали одређују о којој је врсти реч (оштар, туп, прав), или углове могу представити уз помоћ делова тела, при чему у изградњи угла може учествовати један или више ученика.

Пример: На сличан начин, манипулацијом свог тела ученици могу представљати једноцифрене бројеве, или радити у пару за двоцифрене, и слично.

Коришћењем и комбиновањем ових стратегија узимају се у обзир разлике између ученика унутар учионице и наставни садржај се излаже на различите начине - прилагођавајући се ученицима. Као што стара кинеска пословица, упућена учитељима, каже:

„Допустити да стотине цветова процвета је предиван пример за употребу теорије стилова учења унутар учионице. Почевши лагано, откриј шта одговара теби и твојим ученицима, а затим се повуци уназад и удахни пријатан мирис твојих прелепих, процветалих цветова!“

ЛИТЕРАТУРА

[1] Армстронг, Т.: *Вишеструке интелигенције у разреду,* Едука, Загреб, 2000.
[2] Бјекић, Д.: *Психологија за наставнике*, Технички факултет, Чачак, 2009.
[3] Бјекић, Д.: *Стилови учења и професионалне преференције матураната гимназије*, Часопис Педагогија, бр. 62, 2007.
[4] Вилис, М., Ходсон, К. В.: *Откријте свој стил учења*, Финеса, Београд, 2005. год.
[5] Влаховић-Штетић, В.: *Рано учење и подучавање математике*, часопис Зрно, стр.59-60, 2004.
[6] Гарднер, Х.: *Нешколовани ум: како деца мисле и како школе треба да подучавају,* Едука, Загреб, 2005.

[7] Dunn, R., Dunn, K.: *Teaching students through their individual learning styles: A practical approach,* Reston, VA: Reston Publishing Company, 1978.

[8] Mckeachie, W.J.: *Learning styles can become learning strategies*, National Teaching and Learning Forum, 4 (6), стр. 1-3, 1995.

[9] Posokhova, I.: *Математичка личност ученика,* часопис математика и школа, бр.13, стр. 113-115, 2002.

[10] Тубић, Т.: *Стилови учења као фактор постигнућа*, часопис Норма, бр.1-2, стр. 55-56, 2004.

[11] Fleming N.D.: *Teaching and Learning Styles: VARK Strategies,* Honolulu Community College, 2001.

[12] Хаџовић, И: *Како да успешно и лако учите* - приручник, http://www.scribd.com/doc/36163587/vodic-za-ucenje

[13] Honey, P., Mumford, A.: *Using Your Learning Styles*, Maidenhead, UK, Peter Honey Publications, 1983.

[14] Џенсен, Е.: *Различити мозгови, различити ученици: како допрети до оних до којих се тешко допире*, Едука, Загреб, 2004.

[15] Џенсен, Е.: *Супер - настава: наставне стратегије за квалитетну школу и успешно учење,* Едука, Загреб, 2003.

Milana Egeric, Milena Djuric

LEARNING STYLES IN THE INITIAL MATHEMATICS TEACHING

Summary: The fact is that every one of us receives and processes information in different ways, so it cannot be told that there is a way of learning which is equally effective for all students. It is not uncommon for teachers to focus on their role in teaching and do not take into care of that in which extent their students are able to actively participate in teaching. Particularly is ignored the fact that some activities in teaching do not correspond same for all students and that differences in achievement can be attributed partly to inadequate application of teaching methods. It is evident that students are distinguish not only in ability and motivation to learn, but also in their *learning styles*. Each student has a unique way of dealing with the learning process. Duty of the teacher is to discover their uniqueness and to support it. Education should be organized so that it becomes appropriate to different learning styles. Motivation and student achievement will increase when a teacher find out what initiate students.

Key words: Learning styles, VAK theory, motivation, mathematics teaching

Мирјана Базић
Институт за српску културу
Приштина-Лепосавић

371.67:51

НАСТАВНИ ЛИСТИЋИ У ФУНКЦИЈИ ОСТВАРИВАЊА ИНДИВИДУАЛИЗАЦИЈЕ НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ

Апстракт: Научно-технички развој и промене у скоро свим деловима људског живота и рада, условиле су и промене у природним наукама, а посебно у природно-егзактним наукама, као што је математика, пред коју се стављају нови захтеви у складу са насталим променама. Школе напуштају традиционалне оквире рада, модернизују се програмски садржаји, унапређује наставна технологија. Наставни план и програм основне школе истиче да је циљ наставе математике да се у складу са научним достигнућима и праксом обезбеди стицање и разумевање основних чињеница о међусобној повезаности односа, процеса и појава у настави математике. При том треба водити рачуна да се у оквиру школског и домаћег рада, рада у пару и групног рада ученика, допринесе самосталном стицању и примени знања у зависности од индивидуалних особености ученика. Циљ рада је да методолошком анализом утврди колико и како се у настави математике користе наставни листићи као средство индивидуализације наставе. Зато се пред наставника поставља задатак да у зависности од могућности ученика, индивидуализовано прилази избору задатака јер је услов за њихову реализацију обезбеђивање активног процеса учења.

Кључне речи: наставни листићи, наставна пракса, школски систем, васпитне вредности, математички допринос

Научно-технички развој и промене у скоро свим деловима људског живота и рада, условиле су и промене у природним наукама а посебно у природно-егзактним наукама као што је математика пред коју се стављају нови захтеви у складу са насталим променама. Школе напуштају традиционалне оквире рада, модернизују се програмски садржаји, унапређује наставна технологија. Наставни план и програм основне школе истиче циљ наставе математике да у складу са научним достигнућима и праксом обезбеди стицање и разумевање основних чињеница о међусобној повезаности односа, процеса и појава у настави математике, а са тим у вези раније индивидуалне особености ученика у оквиру школског рада, рада у пару и групног рада ученика у оквиру школског и домаћег рада који треба да допринесе самосталном стицању и примени знања у зависности од индивидуалних особености ученика. Зато се пред наставником поставља задатак да, у зависности од могућности ученика, индивидуализовано прилази избору задатака, јер услов за њихову реализацију је обезбеђивање активног учења код ученика.

Методолошки приступ проблему

Већина школа није у могућности да набави ПС рачунаре или их има у врло малом броју. Овај проблем је посебно присутан у основним школама у забаченим селима где се деца уопште не сусрећу са ПС рачунарима и немају никакву представу о њима. Овим недостатком се заправо онемогућује аутентична индивидуализација у настави уз помоћ ПС рачунара. Због овог проблема неопходно је испитати и утврдити колико и како се у настави математике користе наставни листићи као средство индивидуализације наставе.

Истина, њихова примена је отежана у организационом смислу, јер су ученици овог узраста још недовољно оспособљени за овакав рад. Листићи се користе у уводном или завршном делу часа, као и при провери знања на посебним часовима, како би се давали одговори на заједничка питања, која су у вези са новим наставним садржајем. На овај начин се ученици стављају у активан положај, да смостално провере или пак примене стечена знања.

На овом узрасту ученика, употреба наставних листића је нарочито подесна за утврђивање, а мање за обраду новог градива. При изради наставних листића, задатке треба тако осмислити да својом тежином и захтевима одговарају индивидуалним особеностима, како оних слабијих тако и оних бољих ученика.

С обзиром на то, да су различите могућности ученика, тако је различито и време које је потребно за израду задатака, па је потребно обезбедити и допунске задатке чиме би се повећао учинак на часу, а време рационално користило.

Листићи са задацима различитих нивоа тежине, који у већој мери уважавају индивидуалне способности појединца, доприносе превазилажењу слабости фронталне насатаве и бољем успеху ученика.

Досадашња искуства примене наставних листића на часовима математике указује на оправданост њиховог коришћења током целог часа, нарочито ако се успешно комбинује више облика и метода рада. Овакво мишљење се потврдило и при истраживању у овом раду.

Предмет наставе истраживања

Како досадашња примена наставних листића указује на оправданост њиховог коришћења у остваривању циљева и задатака наставе математике, предмет овог истраживања је: насатвни листићи у функцији остваривања индивидуализације насатве математике.

Циљ и задаци истраживања

Циљ истраживања је да се утврди колико и како се у настави математике користе насатвни листићи као средство индивидуализације наставе. Поред утврђеног задатка, треба утврдити:

1. У којој мери се наставни листићи користе у настави математике и које су могућности њихове примене у овој наставној области по мишљењу наставника;
2. Који су основни проблеми и могућа решења у изради наставних листића у нашим условима;
3. Како наставник планира и организује рад са наставним листићима;
4. Могућности израде и примене наставних листића у различитим школским срединама (градска, приградска и сеоска);
5. Који су организациони, материјални и технички проблеми који се јављају при коришћењу наставних листића.

Хипотезе истраживања

С обзиром на претходно утврђени циљ и задатке истраживања пошла сам од следћих хипотеза:

Општа претпоставка од које сам пошла у истраживању је да се упркос великој и неопходној потреби коришћења наставних листића у настави математике, они врло мало користе у функцији остваривања индивидуализације наставе математике.

Претпоставља се да се наставни листићи посебно недовољно примењују при обради новог градива из математике.

Методе истраживања

Метода примењена у овом истраживању одабрана је у складу са природом проблема, предметом, циљем и задацима истраживања, као и у складу са постављеним хипотезама. У истраживању је коришћена *дескриптивна метода*.

Технике и инструмени примењени у истраживању

У истраживању је коришћена *техника анкетирања* и инструмент - *упитник* за наставнике разредне наставе који сам посебно конструисала за потребе овог истраживања.

Упитник је био анониман и састојао се из два дела: први део се односио на опште податке о испитанику, а други на информације о проблему који сам истраживала. Упитник је имао 10 питања отвореног и затвореног типа. Циљ упитника је био да се код наставника разредне наставе, који су у директној вези са наставом, утврди колико користе наставне листиће, колико учествују у њиховој изради и шта мисле о њима, као и на какве проблеме (материјалне, организационе, техничке) наилазе при коришћењу.

У истраживању је коришћена *техника интервјуисања* и инструмент - протокол интервјуа (везани са унапред прецизираним питањима, индивидуални) са наставницима разредне наставе у школи које су узете као узорак, а циљ је био да се дође до одговора значајних за истраживање.

Узорак истраживања

Истраживање је вршено на хотимичном (намерном) узорку школа и наставника. Узорак су чинили наставници и школе градске средине, приградских и сеоских насеља. Из градске средине узела сам школе "Ј.Ј. Змај" и Миладин Поповић" из Обреновца и из сеоске средине школу "Ратари" из Ратара. Из поменутих школа анкетирано је 42 наставника разредне наставе.

Истраживање је обављено у периоду септембар - новембар 2010. год. школске 2010/11 године.

Статистичка обрада података

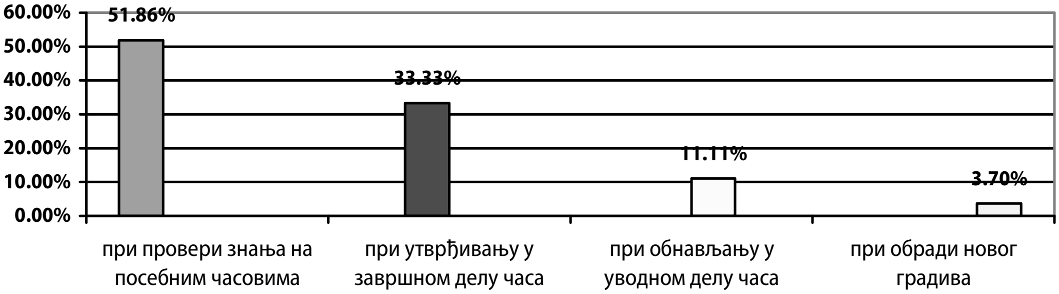
Добијени подаци обрађени су квалитативно и квантитативно у процентима, а резултати истраживања изнети су текстуалним и графичким путем (структурним поступцима) - у програму Microsoft Exel for Windows 98.

На основу сређених и обрађених података указала сам на проценат наставника, који најчешће користе наставне листиће, као и упоређивање употребе наставних листића по дужини радног стажа наставника („мање од 20 година“, „преко 20 година“).

По оцени наставника, наставни листићи имају своју вредност, али их они недовољно, па чак и нерадо користе.

Укупно: 51,86% наставника најчешће користи наставне листиће на посебним часовима, 33,33% користи их за утврђивање наставног градива у завршном делу часа, 11,11% користи их при обнављању наставног градива у уводном делу часа, док је најмањи проценат оних наставника који наставне листиће чешће користи при обради новог градива - таквих је 3,70%.

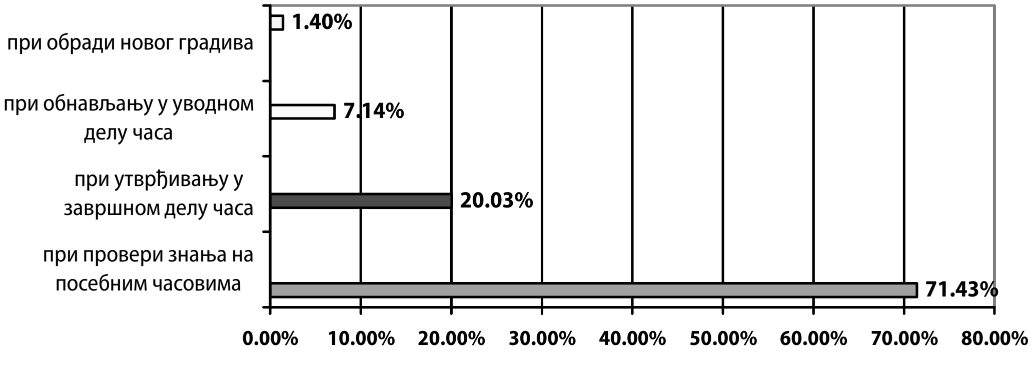
1. Проценат насатвника који најчешће користе наставне листиће



Наставници са мање од 20 година радног стажа наставне листиће користе најчешће:

– при провери стеченог знања на посебним часовима 71,43%
– при утврђивању у завршном делу часа 20,03% наставника
– при обнављању у уводном делу часа 7,14%
– при обради новог градива свега 1,40% "млађих наставника".

2. Проценат наставника са мање од 20 година радног стажа који најчешће користе наставне листиће

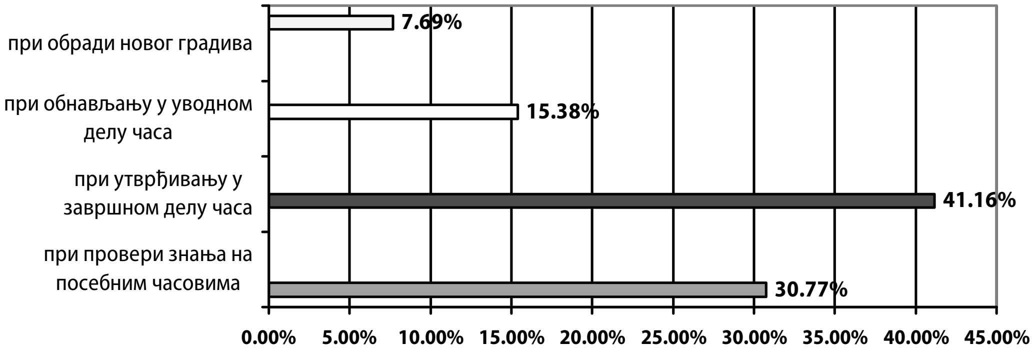


Наставници са више од 20 година радног стажа наставне листиће најчешће користе:

– при провери стеченог знања на посебним часовима 30,77%;

- при утврђивању у завршном делу часа 41,16% наставника;
- при обнављању у уводном делу часа 15,38%;
- при обради новог градива свега 7,69 „старијих наставника“.

3. Проценат наставника са преко 20 година радног стажа који најчешће користе наставне листиће



На основу резултата истраживања може се закључити да се наставници ретко усуђују да користе наставне листиће при обради новог градива.

Израда наставних листића у наставној пракси

О томе да ли наставне листиће наставници разредне наставе сами састављају или користе готове (урађене), већина 85,17% се изјаснила да користе наставне листиће који сами састављају према способностима и знањима својих ученика (то чини 92,86% наставника са мање од 20 година радног стажа и 76,90% наставника са преко 20 година радног стажа).

Занимљиви су разлози због којих укуно 14,83% наставника разредне наставе (7,14% са радним стажом мањим од 20 година и њих 23,10% са радним стажом преко 20 година) углавном користе готове (урађене) наставне листиће.

Разлози због којих наставници користе готове наставне листиће су следећи:

- недостатак материјалних средстава
- израда наставних листића изискује много наставничког времена.

Док као разлоге због којих не користе чешће наставне листиће при обради новог градива из математике наводе следеће:

- њихову слабу обученост
- мало литературе и дидактичког материјала
- велико временско ангажовање наставника у изради наставних листића
- неоспособљеност ученика за њихово коришћење.

Зато наставници разредне наставе предлажу да се одрже семинари на којима ће бити упознати са начином израде и коришћењем наставних листића нарочито при обради новог градива, а оспособљавање би се могло вршити и преко стручних актива.

Из разговора са наставницима разредне наставе сазнала сам да би били спремни да прихвате ову иновацију и примене је у свом раду у већој и при обради новог градива када би њихове школе биле опремљеније и имале више литературе и готовог дидактичког материјала и када би школе омогућиле штампање наставних листића.

Међутм, ситуација у пракси је таква да је даље у највећој мери заступљена класична вербално-предавачка настава, у којој доминира наставник, а ученик је и даље посматрач у наставном процесу уместо да сам учи.

Зато је неопходно, да би се овакво стање променило, веће ангажовање наставника на изради дидактичког материјала и примене у наставном процесу. Да би се ово постигло, наставници треба поред законске обавезе, да буду и додатно стимулисани на разне начине. Један од могућих начина по мени је да се одобрава одсуство за време трајања усавршавања и то као плаћена радна обавеза. Такође може и да се уведе у школама стимулативни део личног доходка који ни наставници својим додатним залагањем остварили и могли да добију одређени проценат плате изнад предвиђеног коефицијента (10%, 20% исл.), што би их касније подстицало ка сталном иновирању својих знања и способности и њихове примене у наставном процесу.

Поред стручних органа школа, педагошке службе и Учитељски факултети морају одиграти велику улогу у даљем оспособљавању наставног кадра и унапређивању наставног процеса.

Планирање и организација коришћења наставних листића

Наставници најчешће користе наставне листиће на посебним часовима наставе математике при провери стечених знања ученика, при утврђивању пређеног градива на завршном делу часа, или при обнављању градива у уводном делу часа. Разлог због кога се наставни листићи ретко користе при обради новог градива је и неоспособљеност ученика за њихово коришћење. Међутим, према изјавама испитаних наставника, најчешћи разлози њихове недовољне примене су ти што је за обраду новог градива уз помоћ наставних листића потребно знатно веће временско и материјално ангажовање наставника, као и њихова обучаност.

У току истраживања показало се да и на овом узрасту ученици могу да дођу до сазнања потребних информација користећи наставне листиће уз добру организацију рада на часу, уз претходно оспособљавање ученика и припремање неопходног дидактичког материјала.

Од укупног броја испитаних наставника разредне наставе њих 55,58% најчешће даје задатке на три нивоа сложености. Потврђује сазнање да је таквим начином рада веће ангажовање сваког појединца, нарочито када се постиже одређени успех, да су ученици заинтересовани за рад, знања су им трајнија и лакше се сналазе у новим ситуацијама када се од њих захтева да сами дођу до решења и нових информација.

Мењањем улоге наставника где он постаје програмер, планер, организатор, координатор, била би елиминисана појава да се он враћа уморан са часа, а без повратне информације, не знајући ни са колико процената му је час успео и у којој мери су ученици савладали ново градиво, а и ученици би имали повратну информацију о ономе шта су постигли на часу што би их додатно мотивисало за даљи рад.

Наставници би требало да тако планирају и организују коришћење наставних листића на часу како би створили стимулативну радну атмосферу у учионици - где се ради, ствара, истражује.

Израда и коришћење наставних листића у различитим школским срединама

Досадашња истраживања су показала, а то је потврђено и мом истраживању, да у данашњим условима не постоје значајне разлике у погледу укупних постигнућа између ученика који живе у различитим срединам, тако да је примена наставних листића на часовима наставе математике подесна и при обнављању градива у уводном делу часа, и за утврђивање наставних садржаја у завршном делу часа, и приликом провере стечених знања ученика на посебним часовима, а при обради новог градива и у школама на сеоском подручју и у школама у приградским и градским насељима. Резултати ових истраживања, а и овог мог, показали су да је општи успех ученика побољшан коришћењем наставних листића. Чак 96,20% свих испитаних наставника разредне наставе из сеоских, приградских и градских школа је то потврдило. Порастао је интерс ученика за овакво учење, што је резултат приближних способности ученика и услова њиховог живота и рада.

То је посебно потврђено у комбинованим одељењима у школама на сеоском подручју у селима Ратари и Скела. У овим школама ученици су оспособљени да самостално уче и самостално се служе књигом у односу на ученике из чистих одељења.

Израда и употреба наставних листића различитих нивоа сложености у знатној мери рационализује време на часу, максимално ангажује сваког ученика у зависности од способности, а тиме доприноси да укупна постигнућа ученика буду већа без обзира да ли су они у сеоским, приградским или градским срединама.

Организационо - технички и материјални проблеми коришћења наставних листића

Резултати истраживања показују следеће: На питање "Да ли Вам школа омогућава израду наставних листића?" 70,35% испитаних наставника разредне одговорило је да њихова школа то чини понекад. Ниједан наставник није изабрао одговор "увек" што само по себи значи да би наше основне школе морале да омогуће наставницима потребна средства и материјал за рад, што би сигурно мотивационо утицало на све наставнике.

С тога није чудно што је 92,57% испитаника тврдило да израда наставних листића изискује материјалне трошкове наставника, 66,65% испитаних мисли да би се наставни листићи више користили у настави када би школе биле опремљеније.

И поред проблема материјалне природе, рад са наставним листићима се све више одомаћује у нашим школама нарочито у коминованим одељењима.

Наставници прихватају наставне листиће ради веће активизације и самосталног рада ученика, а мање као пут потпуне индивидуализације. Најчешћи разлог се може видети у недовољној мотивисаности наставника да припреме и организују овакву наставу, јер она тражи од наставника више напора и веће залагање (временско и материјално), а такође и неопремљеност школа омета извођење индивидуализиране наставе.

Резулатати истраживања упућују на следеће закључке:

– да се наставни листићи недовољно користе у функцији остваривања индивидуализације наставе математике;

– посебно се наставни листићи недовољно примењују при обради новог градива;

– да су наставници разредне наставе недовољно упућени у рад са наставним листићима, када је реч о обради новог градива;

– да је потребно усавршавање наставника како би овакав начин рада нашао примену у нашим школама;

– треба обезбедити веће мотивационе факторе наставника и боље материјално обезбеђивање школе;

– тиме би се наставни листићи чешће користили у раду на часовима у функцији индивидуализације наставе математике;

– наставне листиће би требало израђивати тако да се на њима ништа не пише, већ да се за писање користе дечје радне свеске, како би се могле користити више година за више генерација ученика - као такви би били врло економични.

Закључак

Овим истраживањем су највећим делом потврђене хипотезе од којих се пошло. На основу резултата истраживања може се закључити да и поред научних и у пракси проверених и остварених резултата, наставни листићи у оквиру индивидуализације наставе математике нису нашли право место у наставној пракси.

Резултати добијени путем анкете коју сам спровела са наставницима разредне наставе у срединама где сам вршила истраживање, показује да се овакав вид рада недовољно користи у нашим школама. Нарочито је недовољна њихова примена при обради новог градива. И даље преовлађује вербално-предавачки начин рада, где је ученик пасиван слушалац и упућен на меморисање градива. Наставници нису у довољној мери оспособљени да самостално израде наставне листиће које би користили при обради градива.

Због специфичности рада у комбинованим одељењима се користе наставни листићи на часовима наставе математике, али више ради запошљавања ученика и упућивања на самостални рад, а мање ради њиховог индивидуалног напредовања и усвајања новог градива према својим могућностима.

Резултати истраживања, добијени анкетирањем наставника разредне наставе и прегледом школске документације, показује да се у одељењима где су коришћени наставни листићи ученици постигли бољи успех у настави математике. И поред тога наставници су недовољно мотивисани да припреме и организују рад са наставним листићима, јер захтева веће залагање, како временско тако и материјално. Неопремљеност школа такође омета извођење индивидуализоване наставе.

Индивидуализација наставе полази од ученика уважавајући његове могућности, потребе и интересовања. У њој се улога наставника и ученика квалитетно мења. Ученик постаје активан субјект у наставном процесу, а наставник све више добија улогу програмера, организатора који помаже ученику да активно учи.

Наставни листићи омогућују остваривање наведених захтева који доприносе повећању ефикасности и индивидуализације наставе математике. Њихово коришћење је прихватљиво у организационом и методичком погледу, због чега се могу планирати у највећем броју садржаја и свим типовима и фазама часа.

Потребно је што пре организовати и подстицати све видове и покушаје увођења рада са наставним листићима, не само из предмета математике, како би утицали на што шире увођење индивидуализације наставе у нашој школској пракси, што би допринело потпунијем и ефикаснијем васпитно-образовном раду.

Сигурно је да овакав рад у нашим школама није свемогућ нити може да реши све пропусте и неефикасност наставе, тако да се не може у тој мери користити да замени остале видове наставе. Нарочито не сме да иде на штету социјализације ученика.

Сврха примене резултата овог истраживања и чешћег коришћења наставних листића у функцији индивидуализације наставе је, између осталог, и лична корист наставника јер ће му се почетни труд, уложен у изради дидактичког материјала, исплатити с обзиром на касније олакшање рада, на рационалније коришћење времена на самом часу и на трајнија знања ученика.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Бањур, Вељко: *Статистика у педагошком истраживању,* Универзитет у Приштини, Приштина, 1996.

[2] Бањур, Вељко; Поткоњак, Никола: *Педагошка истраживања у школи,* Учитељски факултет, Београд, 1996.

[3] Вилотијевић, Младен: *Образовање и усавршавање учитеља за примену сацремене образовне технологије*, Завод за унапређење васпитања и образовања, Крагујевац, 1989.

[4] Вилотијевић, Младен: *Вредновање педагошког рада школе*, Научна књига, Београд, 1992.

[5] Ђукић, Мара: *Индивидуализација процеса усвајања знања у настави*, Настава и васпитање, Београд, 1995.

[6] Крнета Љубомир, Поткоњак Милена и Поткоњак Никола: *Педагогија*, Завод за издавање уџбеника, Сарајево, 1973.

[7] Лекић Ђорђе: *Методологија педагошког истраживања и стваралаштва*, Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, 1989.

[8] Мужић, Владимир: *Методологија педагошког истраживања*, Завод за издавање уџбеника Сарајево, 1973.

[9] Продановић, Тихомир, Ничковић, Радисав: *Дидактика* (за трећу и четврту годину Педагошке академије), Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, 1984.
[10] Радојевић, Предраг и Радојевић Милица: *Методика математике* (за четврту годину педагошке академије), Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, 1987.
[11] Стрмчник, Р.: *Васпитно образовна активност ученика - Услов, циљ и средство њиховог развоја*, Педагогија, Београд, 1972.
[12] Супек, Р.: *Испитивање јавног мњења*, СНЛ, Загреб, 1981.

Mirjana Bazic

ACTIVITY BOOKS' FUNCTION IN CARRYING OUT THE INDIVIDUALIZED TEACHING OF MATHEMATICS

Summary: Scientific-technical developments and changes in nearly every part of human life and labor have also caused changes in natural sciences, especially in natural-exact sciences like mathematics, in front of which new requirements are put in accordance with the arising changes. Schools abandon the traditional framework, program contents are modernized, and educational technology is improved. The elementary school curriculum emphasizes that the goal of teaching mathematics is to ensure the acquisition and understanding of basic facts about the interrelation of relations, processes and phenomena in mathematics in accordance with scientific developments and practices, and to contribute to self-generating and applying of knowledge within the school and home work, work in pairs and group work, depending on the individual characteristics of students. The aim is to determine by methodological analysis the frequency and manner in which the activity books as the means of individualized teaching are used in teaching mathematics. That is why a teacher is given a task to approach the selection of activities individually, depending on the student's abilities, because a condition for their fulfillment is to provide an active learning process.

Key words: Activity book, teaching practice, school system, educational values, mathematical contribution

Iordanka Gortcheva
Institute of Mathematics and Informatics at the Bulgarian
Academy of Sciences, Sofia, Bulgaria

371.13
371.3::51

PREPAREDNESS OF PRE-SERVICE PRIMARY SCHOOL TEACHERS TO STUDY NATURAL NUMBERS AT UNIVERSITY

Summary: Undergraduate students in primary school education have background knowledge of natural numbers before entering the program. Counting is among the most popular operations with these numbers. However, it is not always quite as trivial as it seems on the surface. This is the reason to examine the preparedness of pre-service primary school teachers on natural numbers through a test, mainly focusing on that topic. Analysis of the test results reveals both the level and the blanks in students' knowledge. The assessment tends to assist undergraduate students internalize mathematical concepts related to natural numbers and draws their interest to the subject. The findings are valuable to improve teaching-and- learning in mathematics courses for pre-service primary school teachers.

Key words: Pre-service primary school teachers, Internalization of mathematical concepts, Natural numbers, Word problems, Test evaluation

Introduction

According to the National standards, K-4 mathematics education in Bulgaria is based on teaching arithmetic operations with natural numbers. Mathematics curriculum for young schoolchildren sets specific requirements to the undergraduate programs aimed at preparing future primary school teachers. To provide better quality of their mathematics classes, university professors are to be aware of the level and blanks in students' preparedness from high school. Among the topics on which pre-service primary school teachers are expected to have gained sufficient preliminary knowledge are those pertaining to natural numbers. This paper is intended to measure *how sufficient* this knowledge is in order to make the teaching-and-learning process in their core university mathematics course more effective.

Design of a test

To assess the future primary school teachers' knowledge on natural numbers at the start of their university mathematics course, I designed a test (see the Appendix), consisting of eight open-ended questions. Details from my experience in working on similar problems with pre-service primary school teachers have already been discussed (Gortcheva, 2007). Including word problems in the test (some of them inspired by mathematical contests for young children) was intended to encourage the pre-service primary school teachers carefully read the text and extract the necessary mathematical information. Such *in situ* experience would also help them overcome the anxiety to deal with word problems they might have had in high school.

Counting is among the most widespread operations with natural numbers, used both in everyday life and science. *Problem 1* of the test targets a possible counting mistake the future teachers should be aware of: many pupils solve the problem just subtracting the smaller integer from the bigger one.

Problem 2 focuses on the difference between digit and number. How essential for primary school children this issue is can be inferred from the fact that Gianni Rodari's short poem about zero has been included in Literature textbooks for Bulgarian second graders and discussed in details in the Teacher's book (Tankova, 2003). Although both *Problem 1* and *Problem 2* use the same numerical sequence, the two test problems are independent.

Problem 3 is a word problem typical of traditional mathematics textbooks: not exciting, and even a bit tedious.

Problem 4 has been inspired by Bulgarian mathematical contests for young pupils. Its purpose is both to show the recent trends in such contests and prepare future elementary school teachers for them. The numerical data in that problem have been carefully selected to allow a variety of seemingly correct, but yet wrong answers. In order to use the specific tree structure of the situation, future primary teachers are expected to visualize it first.

Problem 5 extends the scope of testing by combining the concept of counting with that of divisibility.

Problem 6 represents a situation in public transportation, familiar for most of the students. It requires directed counting of natural numbers from a fixed point on.

Problem 7 offers a challenging situation of two-dimensional counting. The future primary school teachers are expected to draw a square pattern of points. Further they have to figure out where to place one new row and one new column of points in order to preserve the square arrangement already made.

Problem 8 has been included to give some breath to the students while working on the other test problems and to encourage their logical reasoning. Natural numbers are present in its formulation, but its topic is aside from the main concept of the test.

Analysis of test results

The test has been taken voluntarily by undergraduate students of Prof. Zdravko Lalchev, who runs the core mathematics course at the Faculty of Primary and Pre-school education at Sofia University "St. Kliment Ohridski". Each problem has one correct answer graded by 1 point. The mean score of the eight test problems shown in *Table 1* indicates the level of their difficulty: the lower the mean score, the higher the difficulty of the problem. Thus *Problem 5* appeared to be the easiest, while *Problem 4* and *Problem 7* – the most difficult in the test. An illustration of problems difficulty provides the Box and Whisker plot in *Fig. 1*.

The average total score of 3.54167 of the participants can be used to estimate their overall performance on the test. No student gained the maximum score of 8. The best result of 6 points was attained by 4.165% of the participants; 5 points received 25%; 4 points – 16.67%; 3 points – 41.67%; 2 points – 4.165%; 1 points – 4.165%; 0 points – 4.165%.

To evaluate the test, I took into account the system of the research methods described by Stoimenova (2000). I also used the approach to compare the mean score on each test item to an expert estimate (Grozdev & Stoimenova, 2003). The expert estimates about the difficulty of the test problems were provided by the future primary school teachers. At the end of their work on the test they were asked to write, for each test problem separately, the percentage of their peers who, in their own opinion, had solved it correctly. *Fig. 2* shows a comparison between prior expert estimates and the real mean scores on the test problems. The extent to which they match differs with problems. The discrepancy between each mean score and its expert estimate has been expressed numerically by their difference (*Table 2*).

Problem No.	Mean score
1	0.79167
2	0.29167
3	0.58333
4	0.08333
5	0.83333
6	0.66667
7	0.08333
8	0.20833

Table 1. The mean score

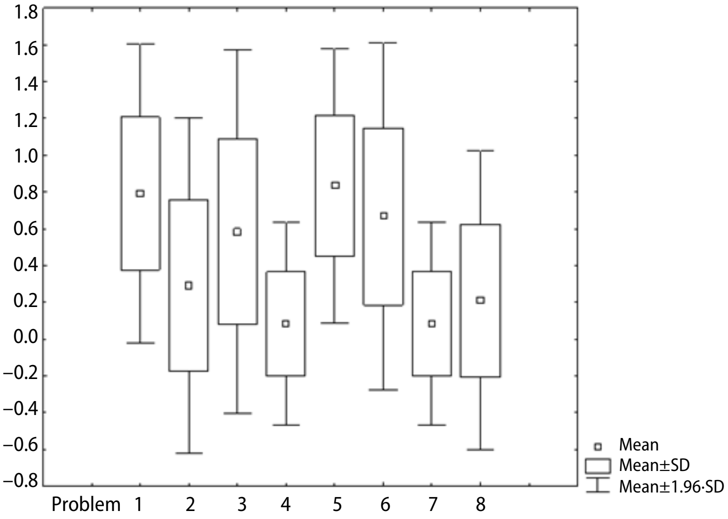


Fig. 1. The Box and Whisker plot

Even the first glance at *Table 2* reveals that the future primary school teachers have underestimated the difficulty of the test problems: except for *Problem 5*, all differences are negative. The best guess the students have made is on *Problem 1*: there the difference between the mean score and its expert estimate has the least absolute value. The greatest discrepancy between achievements and expectations was observed on *Problem 4* and *Problem 2*; therefore, they deserve careful analysis.

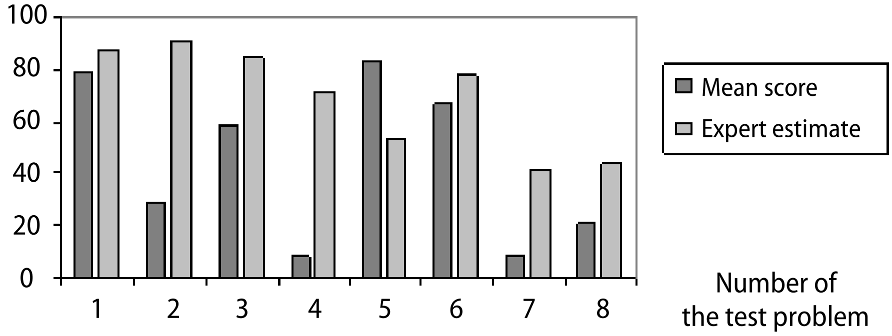


Fig. 2. Comparison between the prior expert estimate and the mean score

Problem No.	Mean score – Expert estimate
1	– 0.0827
2	– 0.6205
3	– 0.2616
4	– 0.6289
5	0.3009
6	– 0.1128
7	– 0.3302
8	– 0.2278

Table 2. The *Mean score – Expert estimate* differences

Analysis of students' achievements and mistakes

From the perspective of Qualitative theory, in any field work the unexpected findings are among the most valuable ones. I was strongly impressed by the question the undergraduate students asked at the beginning of the test, "*Which numbers are called natural*?" Their question made me aware that in their mathematics classes so far, the notion of a natural number had been either not properly introduced or substituted by the equivalent expression of *a positive integer*.

The underlying idea of *Problem 1* is that from 1 to *n* there are exactly *n* natural numbers. Therefore, if the students subtract number 44 from all terms of the given sequence 45, 46, …, 90, they will obtain the new sequence 1, 2, …, 46 of exactly 46 consecutive natural numbers. Since a one-to-one correspondence exists between the two sequences, the initial one also has 46 terms.

Number counting can be based on other approaches as well (Riley, Greeno, & Heller, 1983). What I expected most was that the undergraduate students would add number 1 to the difference 90 – 45. Such a way is expected to be used in high school in the topic of arithmetic sequence. Since 16.67% of the participants gave a wrong answer of 44, they had probably hesitated whether to subtract or to add number 1 to the difference 90 – 45. However, 20.83% of the undergraduate students preferred to write the successive integers from 45 to 90 inclusive and to promptly count them one by one. Such counting technique can be considered, more or less, as primitive. Therefore, the solutions based on it are a message to university professors to develop students' abstract mathematical thinking and generalization skills. To prevent such "*by hand*" counting, some changes in numerical data of *Problem 1* seem appropriate. A possible new formulation is, e.g., to *find the number of all integers between 1500 and 2600 inclusive*.

Concerning *Problem 2*, which emphasizes the difference between digit and number, only 29.17% of all participants gave the right answer of 15. As in *Problem 1,* many students wrote the integers between 45 and 90 inclusive. However, instead of counting the *digits* 5, they counted the *numbers* containing a digit 5. Thus 45.83% of the participants did not take into account the two 5's in number 55 and submitted a wrong answer of 14.

Problem 3 checks students' understanding of the relationship between quantities which compose a sum. The percentage of correct answers was 58.33, as 16.67% of the participants solved the problem arithmetically, 20.83% used an equation, and the rest 20.83% did not provide details for their reasoning. During the test a curious detail popped up: it became clear that most undergraduate students did not know the meaning of the word *container*. Their questions really surprised me, because the expression *trash container* is quite popular in everyday life.

Problem 4 was eventually the one on which the students worked with greatest enthusiasm and were confident that they had reached the right solution. At the same time, *Problem 4* was one of the two test problems solved by the least percentage of participants. The analysis of test papers revealed that the students had been misled by their knowledge of the *Method of inversion* (i.e. *solving problems backwards*), already studied at university. They applied it without paying enough attention to the text details and the specific tree structure of hiring the staff (*Fig. 3*). Ironically, the only 8.33% of the students who obtained the correct answer of 5 did not use the method of inversion but wrote a linear equation (*Fig. 4*). Their approach is evidence of the importance of using correct mathematical models in obtaining correct solutions.

A typical reasoning mistake is shown in *Fig. 5*. The majority of those 79.17% of the participants who did not solve *Problem 4* failed in counting the staff of the firm after the successive hiring campaigns. Actually, compared to the number of the department heads who were hired first, the *total* number of employees increased 4 (*but not 3*) times after the second hiring campaign. Another thing the undergraduate students failed to take into account was that the department heads were part of the firm employees. Therefore, after the third hiring, like any other officer in the firm, they had also received two assistants each. Thus the total number of employees became 3 (*but not 2*) times more. Consequently, careful interpreting of the text and using the Method of inversion with correct multipliers will also lead the students to the right answer (*Fig. 6*).

Among the other wrong answers submitted were 27 (by 8.34% of the participants) and 6 (by 4.17% of the participants).

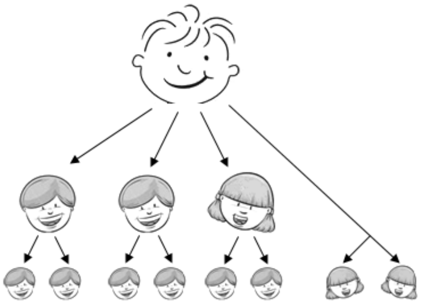
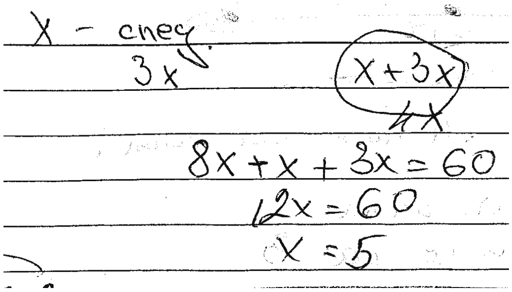


Fig. 3. The tree structure of hiring employees in *one department* of the firm (*Problem 4*)



x – спец

$3x$ $\qquad$ $x + 3x$

$4x$

$8x + x + 3x = 60$

$12x = 60$

$x = 5$

Fig. 4. A correct solution to *Problem 4*, in which the student used an equation

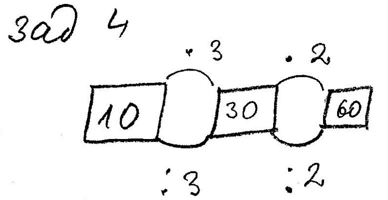


Fig. 5. A reasoning mistake of a student, who applied the method of inversion to *Problem 4*

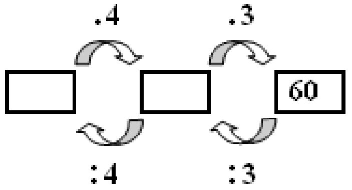


Fig. 6. The method of inversion, applied to *Problem 4* with correct multipliers

To check to what extent the future primary school teachers have internalized the concepts considered, I suggest that students be tested again later on a similar problem, but with different numerical data:

*Problem 4**. For the purposes of a newly established firm, several experts were employed as heads of departments. Each of them, in turn, hired k employees. Several months later, to every officer of the firm, m newly employed assistants were appointed. After that, the total number of firm employees became n. How many department heads have been hired initially, if k, m and n have the following values:

a) $k = 4, m = 1, n = 20$; b) $k = 4, m = 1, n = 30$; c) $k = 5, m = 2, n = 36$.

Problem 5 was the most successful one for the pre-service primary school teachers. But exactly on this problem they underestimated their ability to cope. Here, only 8.33% of the students applied the divisibility rule for 3. A quarter of the participants solved the problem by writing the sequence and focusing on finding the last term. The percentage of the students who only gave the correct answer with no reasoning details was 41.67. A wrong answer of 8 was given by 4.16% of the participants. Probably they had misunderstood the expression "*at least* 24 terms" in the problem formulation and had divided 24 by 3. The percentage of students who did not provide any answer was 16.67%

Problem 6 challenged the students with the imbedded idea of directed number counting and they all worked hard on it. The correct answer of 11 was obtained by 66.67% of the participants. They used a variety of approaches: 12.5% wrote a sequence of natural numbers and counted them "*by hand*"; 20.84% drew a picture, which resembled number line with origin "Sofia University" station, and directly counted the stops (*Fig. 7*); 8.33% of the participants used both logical reasoning and arithmetic operations; 25% gave the correct answer without reasoning. Since some students wrote their answer as an ordinal number, the problem can be also used as an opportunity to talk about cardinal and ordinal numbers.

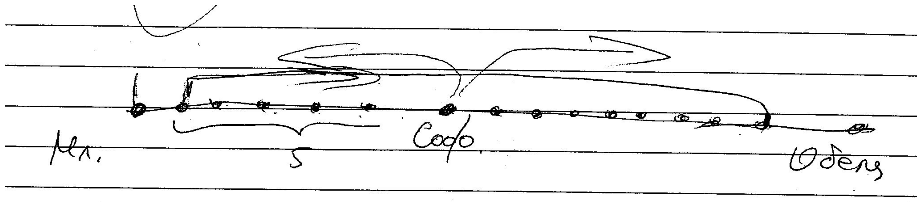


Fig. 7. A student's approach to *Problem 6*

Problem 7 represented the idea of a square grid and two-dimensional counting. It was the other of the two most difficult problems of the test. The students worked hard and 91.67% provided some results. But only 8.33% reached the correct answer of 729. A curious reasoning mistake (4.17%) occurred in arranging the points to form a hollow square and not a square grid. Another mistake (8.33%) was to obtain a non-integer number of points.

Problem 8 was liked by 87.50% of the participants. They keenly worked on it, approaching it combinatorially, by constructing a table of logical operations, or by using exhaustive search. Most of the solutions were systematic and neatly ordered. In their test papers I have provided the following table which the students can fill in with their answers:

Top of the card			
Sentence on the back	This is *not* number 1.	This is *not* number 2.	This *is* number 2.

The correct answer (3, 1, 2) was given by 20.23% of the students; another 12.5% did not provide an answer. As a whole, the problem fulfilled its purpose to diversify the test content, bringing the students some fun, reducing the stress, and building connections to the methods of solving logical problems, already considered in their university mathematics course (Lalchev, 2009).

Concluding remarks

The diagnostics of pre-service primary school teachers' knowledge on natural numbers, herein described, was aimed not only to check the preparedness of a target group but also to raise their competences in interpreting mathematical problem formulation and problem solving. The current research revealed a variety of successful individual approaches to the problems. Acting as test difficulty evaluators, the future primary school teachers gained experience beneficial for the challenges they are about to face in their teaching profession. Estimating subjectively this difficulty, they also trained their mathematical intuition for obtaining correct solutions.

For better results, problem solving and testing future primary school teachers should not be an isolated event, but an inseparable part of their education. Although such activities require a lot of additional time and effort on behalf of the university staff, regular assessment eventually assists undergraduate students to internalize and apply mathematical concepts. As the prominent journalist Bob Talbert (1936-1999) wrote, "*Good teachers are costly, but bad teachers cost more*." What could only be added to that quote is that immediate consumers of this product of university education are the schoolchildren.

Acknowledgments. The author sincerely thanks Prof. Zdravko Lalchev from the Faculty of Primary and Pre-school Education at Sofia University "St. Kliment Ohridski" for his enthusiastic moral support of this research, as well as his undergraduate students, who volunteered to participate.

Appendix

Test on Natural Numbers

Problem 1. How many are the consecutive natural numbers from 45 through 90 inclusive?

Problem 2. How many times has digit 5 been used to write the numbers of the sequence 45, 46, . . . , 90?

Problem 3. A container together with its content weighs 2 000 kilograms. This total weight is 4 times more than the weight of the empty container. How many kilograms does the content of the container weigh?

Problem 4. For the purposes of a newly established firm, several experts were employed as heads of departments. Each of them, in turn, hired 3 employees. Several months later, to every officer of the firm 2 newly employed assistants were appointed. After that the total number of the firm employees became 60. How many department heads have been hired initially?

Problem 5. A sequence of at least 24 successive natural numbers is written. The number of its terms is divisible by 3. The first term is 1, the last term is an odd number, and the term, which is exactly in the middle of the sequence, is less than 17. How many are the terms in this sequence?

Problem 6. The subway system in the city of Sofia can be represented as a line segment with end points the stations "Mladost" and "Obelya". "Mladost" is 5 stops away from "Sofia University" station, including "Mladost" but not including "Sofia University" itself. Similarly, "Obelya" is 8 stops away from "Sofia University" station, including "Obelya" but not including "Sofia University" itself. A passenger gets on the train at the stop that is right after "Mladost" and wants to get to the stop right before "Obelya". Not counting the station he got on at, he counts all stops the train makes. How many stops did he count, including the one he got off at?

Problem 7. Several points are arranged in rows and columns to form a square grid. The number of rows is equal to the number of columns. Keeping the square arrangement, a new row and a new column of totally 55 new points are added to the grid. How many points have been arranged initially in the grid?

Problem 8. There are three identical blank cards. On one of them number 1 is written, on the other card – number 2, and on the last one – number 3. A student turns the cards upside down, chooses randomly one of them and without watching the number, writes on the back, "*This **is not** number 1*." After that he takes randomly any of the remaining two cards and without watching the number on it, writes on its back, "*This **is not** number 2*." On the back of the last card the student writes, "*This **is** number 2*." Then he compares the number on the top of each card to the text he has written on its back, but only one of the three cards has been inscribed correctly. Which sentence has been written on the back of the cards, numbered 1, 2, and 3 respectively?

REFERENCES

[1] Gortcheva, I. (2007). Problem situations and inventiveness by teaching natural numbers. *Mathematics and Informatics, 32* (5), 3-10 (in Bulgarian).

[2] Grozdev, S., & Stoimenova, E. (2003). Psychometric properties of Olympiad test problems. In: Gagatsis, A., & Papastavridis, S. (Eds.). *Proceedings of 3rd Mediterranean Conference on Mathematics Education* (pp. 257-264). Athens, Greece.

[3] Lalchev, Z. (2009) *Mathematics in problems and methods for the primary school teacher.* (Vol. 2, pp. 132-247). Sofia: "St. Kliment Ohridski" Publishing House (in Bulgarian).

[4] Riley, M. S., Greeno, J. G., Heller, J. I. (1983). Development of children's problem-solving ability in arithmetic. In: Ginsburg, H. P. (Ed.). *The development of mathematical thinking* (pp. 153-200). New York, NY: Academic Press.

[5] Stoimenova, E. (2000). *Measurement properties of tests*. Sofia: New Bulgarian University Publishing House (in Bulgarian).

[6] Tankova, R. (2003). *Handbook for second grade literature teacher*. Sofia: Prosveta (in Bulgarian).

Iordanka Gortcheva

ПРИПРЕМЉЕНОСТ СТУДЕНАТА НА УЧИТЕЉСКИМ ФАКУЛТЕТИМА ДА ИЗУЧАВАЈУ ПРИРОДНЕ БРОЈЕВЕ НА УНИВЕРЗИТЕТСКОМ НИВОУ

Резиме: Ученици који похађају основну школу већ поседују основна знања о природним бројевима и пре него што крену у школу. Сабирање је напопуларнија операција која се изводи овим бројевима. Међутим, то и није баш тако једноставно како изгледа. Из тог разлога испитаћемо припремљеност студента – будућих учитеља да изучавају ове природне бројеве да би касније подучавали ученике у основној школи. Резултати тестова показују И знање али И празнине у знању код ових студената. Оцењивање ових тестова има за циљ да подстакне студент да боље усвоје ове математичке појмове као И да се више заинтересују за проучење истих. Подаци до којих смо дошли су заначајни за унапређење наставног процеса из предмета математика на факултетима.

Кључне речи: студенти учитељског факултета, усвајање математичких појмова, природни бројеви, евалуација путем теста.

Adenegan, Kehinde Emmanuel
Adeyemi College of Education
Ondo

371.3::51
371.382-053.5

ADEMMAK'S ARITHMETIC GAME: AN INNOVATIVE MATHEMATICAL GAME IN TEACHING MATHEMATICS

Summary: This paper presents Ademmak's Arithmetic game, an innovative mathematical game coined after the names of the author, Adenegan Emmanuel Kehinde and developed with the aid of simple arithmetic operations such as multiplication, subtraction and addition to teach mathematics (most especially) in primary schools for easy retention and reinforcement of mathematical concepts and to serve as fundamental tool in learning mathematics at higher educational strata thereby consequently enhancing students' interest in learning mathematics. The paper discusses the teaching-learning process, concept of game and its types, the Ademmak's arithmetic game, how to play the game, its remarkable advantages in the teaching and learning of mathematics if readily introduced to the school curriculum and gives objective recommendation to crown it.

Key words: Game, Ademmak, Arithmetic Operations, Mathematics, Teaching and Learning

Introduction

Mathematics, being a field that enjoys a very high level of patronage at all educational strata, should be clearly and meaningfully taught at all levels most especially at the foundational classes (i.e. the primary school level) where the learners are just newly introduced to the fore walls of the classroom. One of the fundamental problems facing some of the teachers is their inability to methodologically vary instructions. As a matter of fact, lack of teaching pedagogies is very inimical to the sustainability of the teaching profession. A great number of teachers have been doing the same thing the same way all along. These sets of teachers use the same method and lack the skills and knowledge of the current ideas and innovations that have taken place in the educational fields in the recent past. Hence, this paper introduces a new innovation to the teaching of mathematics by explicitly discussing a mathematical game called ADEMMAK's arithmetic game which can be very useful in the primary school.

The primary school is the first formal place of contact where the child is formally exposed to teaching and learning activities. What is taught and how it is being taught at that level is significantly important for meaningful learning to take place. Notably, mathematics is the language of science and a subject which will serve as a veritable and fundamental tool for the pupils in their future fields of study especially in sciences, and as such, special attention with regards to how it is taught in primary schools should be given.

Today, there are very many issues or activities individuals pass through, either domestically or officially, which cause boredom, fatigue and psychological breakdown but with the aid of games, such are permanently or temporarily removed thereby making life pleasant and worth living. In essence, by definition, a game is a competitive activity with certain rules that people participate in, together or on their own, for fun, relaxation or specific purposes.

There have been some mathematical games developed to assist students in the learning of the widely known and important subject- Mathematics which are maludo, ludo, ludomatics, snake game, dominoes, go, board game (monopoly), etc. More importantly, this paper presents another distinguished arithmetic game involving some basic arithmetic operations to readily assist students (especially learners at the lower classes without excluding learners at higher level of learning) in their mental ability development.

It is highly imperative to know that game is an activity that catches very easily the attention of young people, especially in today's dispensation, which can eventually have a far-reaching effect on them most especially if it is an educative game. According to Plato in NMC (2002), "amusement and pleasure ought to be combined with instruction in order to make the subject more interesting…" Mathematics games are one of the most potent means of stimulating interest in mathematics. Looking into the philosophy of mathematics games, generally, games like activities may not necessarily be competitive in nature. They are rather social situations wherein the teacher and or the pupils perform moves, countermoves and otherwise maneuvers which are by certain rules prescribed or agreed upon.

In every culture, children play games either as part of learning to grow up in the culture or a pass-time or leisure. In education, play method is a veritable pedagogical process (Adenegan, 2008). In fact, the Montessori's method is predicated on the efficiency of play as an effective learning strategy. Games can facilitate the mathematical environment as they release boredom tension and establish a friendly atmosphere which allows for free growth of skills and knowledge. Hence, in this paper, we shall briefly discuss the concept of games in general and then in detail, give comprehensive methods of playing the game with its luxurious advantages.

The Teaching – Learning Process

Dale (1965) defined teaching as a purposeful activity aimed at imparting definite knowledge into one or more recipient(s) called learner(s). While on the other hand, as defined by Alao (1997), it is a permanent change in behaviour due to experience. Learning does not take place in isolation; teaching and learning go hand in hand. Learning is determined by the teaching activity. It then implies what is taught (that is the content) and how it is being taught matters. For mathematics to be thoroughly taught in schools to facilitate learning and better understanding of the concepts, suitable and adequate instructional materials are needed coupled with appropriate teaching methodologies. For instance, in primary schools, as the pupils' intellectual capability is not yet developed to such level that they can easily and mentally abstract ideas and concepts taught, their teaching should be enriched with improvised instructional materials and innovative programmes for proper retention of taught concepts.

Farant (1964), defines learning as a process by which individuals acquire and retain attitudes, knowledge, understanding, skills and capabilities that cannot be attributed to inherited behaviour, patterns or physical growth. The knowledge and skills acquired through learning are best achieved, where learning resources or instructional materials are available, adequate, appropriate and effectively utilized for maximum productivity.

It is pertinent to know today that many mathematics teachers rely on few or no facilities at all. They neglect the use of instructional materials though they are proposed to be used and available in their vicinity. They believe they can force knowledge no matter how unpleasant into the supposedly empty brain of the children who are just being newly introduced to the subject mathematics. They substitute the use of cane for facilities. This definitely makes learning of mathematics for most children to become distasteful, unpleasant, and superficial or no learning at all. The reason is not far-fetched when Adenegan (2003) contended on this issue that many secondary school students, after leaving the primary school, detest the study of mathematics because a lot of teachers have made it purely a memorization of abstract facts, formulae and worked examples, consequently making mathematics to become a source of constant fear for the mathematics students.

Games in general

Game is a competitive activity with certain rules that people participate in, together or on their own, for fun, relaxation, entertainment, challenge, educational or specific purpose. Games have been played for thousands of years and are common to all cultures. Throughout history and around the world, people have used sticks to draw simple game boards on the ground, making up rules that incorporate stones or other common objects as playing pieces. About 5000 years ago people began to make more permanent game boards from sun-dried mud or wood. One of the earliest games, called senet, was played in ancient Egypt. Like many early games, senet had religious significance. Pictures on the board squares represented different parts of the journey that the ancient Egyptians believed the soul made after death. In fact, Game is an ancient concept as contributed by Steven (2008). In the same vein, Joseph Dauben in his contribution on game theory in Redmond, WA (2007) remarked the likes of French mathematician, Emile Borel who first explored aspects of game theory and wrote several papers on games of chance and theories of play and the Hungarian-American mathematician, John Neumann, who in series of papers in the 1920s and '30s established mathematical frameworks for subsequent theoretical developments.

Many modern games evolved over centuries. As games spread to different geographic regions, people experimented with rules, creating variants and often changing the original game forever. For most of human history, a game could not gain much popularity unless it was fairly easy for players to make their own equipment. Twentieth-century technological advances such as the invention of plastic and the computer revolution led to the creation of more games, and more new kinds of games, than in all previous centuries combined.

Games come in many varieties. They may have any number of players and can be played competitively or cooperatively. They also may involve a wide range of equipment. Some games, such as chess, test players' analytic skills. Other games, such as darts and electronic games require hand-eye coordination. Some games are also considered sports, especially when they involve physical skill. Hence, this leads us to types and categories of games but we will not dwell on what should be the preamble by discussing their details.

Types and categories of games

There are two major categories of games distinguished according to the number of players which are; one-person games and *n*-person games which involve finite number of players which essentially are more than one. While we can classify games into their types according to their forms or places of play which include: indoor/outdoor games; card games, board games, physically-skilled games, electronic games which are becoming rapidly common today. Suffice it to mention in passage the electronic games because of their peculiarity due to advancement in technology and the realization of the millennium development goals. Electronic Games, interactive hardware or software played for entertainment, challenge, or educational purposes. Electronic games vary in design but can include vibrant color, sound, realistic movement, and visual effects; some even employ human actors. There are two broad classes of electronic games: video games, which are designed for specific video-game systems, handheld devices, and coin-operated arcade consoles; and computer games, which are played on personal computers.

Electronic games are a popular pastime for both children and adults. Categories include strategy games, sports games, adventure and exploration games, card and board games, puzzle games, fast-action arcade games, and flying simulations. Some software programs employ game-play elements to teach reading, writing, problem solving, and other basic skills.

The major kinds of card games include trick-taking games, melding games, betting games, and solitaire games, which are played alone. Card games require a deck of cards, and sometimes paper and pencil (or occasionally other equipment, such as a cribbage board) for keeping score.

Games may be classified in several ways. These include the number of players required (as in solitaire games), the purpose of playing (as in gambling games), the object of the game (as in race games, to finish first), the people who play them (as in children's games), or the place they are played (as in lawn games). Many games fall into more than one of these categories, so the most common way of classifying games is by the equipment that is required to play them.

Board games probably make up the largest category of games. They are usually played on a flat surface made of cardboard, wood, or other material. Players place the board on a table or on the floor, and then sit around it to play. In most board games, pieces are placed on the board and moved around on it. Dice, cards, and other equipment can be used.

REMARK: Many games fall into more than one category. The Ademmak Arithmetic game, for example, has elements of board game, *n*-player game, indoor game and card game.

The game – Ademmak arithmetic game

The game *title* as indicated above is a mathematical game basically for class level between Primary 4 to SSS 3. The title is coined after the names of the author and developer. Although, it can be played by adults in the tertiary level as long as they are simply educated or mathematically inclined because it is widely discovered that some tertiary students taking mathematics courses in their early course year or sophomore classes used to fumble with simple and basic arithmetic operations when calculating. Hence, the *objective* of this game is to enable the students (and essentially in this case the players) to solve problems on basic arithmetic operations. *Materials* needed for this game which can easily be improvised for are a square board, a recording board/score sheet, writing materials, numbered cards and coloured buttons.

To this end, the *procedure* and *strategies* of playing this game shall be discussed in detail as well as the two possible variations of the game. It can be seen as a game of chance. The game *plan* allows for n-players such that $n > 1$ and $n < \infty$ i.e. $1 < n < \infty$. But very remarkably, the upper limit simply implies that many people can play it and it should be noted that only sizeable number of players will be required to remove congestion, boredom and time wasting. The following tables are veritable tools for playing the game using the ten basic arithmetic digits: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Addition Table ($\downarrow i + j \rightarrow$) – With *i* as column and *j* as row

+	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Subtraction Table ($\downarrow i - j \rightarrow$) – With *i* as column and *j* as row

–	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
0	0	–1	–2	–3	–4	–5	–6	–7	–8	–9
1	1	0	–1	–2	–3	–4	–5	–6	–7	–8
2	2	1	0	–1	–2	–3	–4	–5	–6	–7
3	3	2	1	0	–1	–2	–3	–4	–5	–6
4	4	3	2	1	0	–1	–2	–3	–4	–5
5	5	4	3	2	1	0	–1	–2	–3	–4
6	6	5	4	3	2	1	0	–1	–2	–3
7	7	6	5	4	3	2	1	0	–1	–2
8	8	7	6	5	4	3	2	1	0	–1
9	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

Multiplication Table ($\downarrow i \times j \rightarrow$) – With *i* as column and *j* as row

×	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81

REMARKS: From the tables above, the followings can be readily observed

1. Addition of any two numbers is commutative. i.e. $i + j = j + i$.

2. Subtraction is not commutative. i.e. $i – j \neq j – i$; if $i > j$, $i – j$ is positive otherwise negative.

3. Multiplication of any two numbers is commutative. i.e. $i \times j = j \times i$.

4. Repetitive addition gives multiplicative product. i.e. $i + i + \ldots + i = ni$, $n > 0$ & if $i = j = 0$, then $ni = nj = 0$ ($n = 0, 1, 2, \ldots, 9$).

5. Under addition, excluding the first operational row and column, it forms successive principal (main) diagonals of even and odd numbers, while the right diagonals form combination of single and uniquely unique numbers.

6. Division, one of the arithmetic operations, is not used because from the tables ten digits, 0, 1, 2, …, 9 were used horizontally and vertically and if two numbers say 2 and 3 are to be used to divide each other; the result is not commutative in the first instance (i.e. $2 : 3 \neq 3 : 2$) and in such cases we will get a set of rational numbers that are not *natural* nor *integers* which is not our interest for the players(learners) to easily get.

How to play the game

The game can be played in two ways as desired by the players which are described below as Game 1 and Game 2.

Game 1

(i) Reshuffle the 20 numbered cards and pick any two, take note of their numbers and return.

(ii) Add the numbers on the picked cards (or simply find its additive value on the addition table) and locate its placement value on the game board by placing your choice button.

(iii) Any sign (arithmetic operation) found in the box of the placement value on the game board should be used on the two numbered cards picked in (i) and traced out on the respective operation table, but with '( )', your score is lost for that round/turn.

(iv) Record the score obtained in (iii) on the score sheet/score board.

(v) Steps (i)-(iv) will be taken successively by all players involved.

(vi) The first player and other players take turns again and follow the steps above by starting and moving their buttons from their last position on the placement value on the game board.

(vii) If the last round of any player exceeds the game board, then addition should be used for the two card numbers and consequently recorded.

(viii) Finally, the scores on the score sheet should be added and the player with the highest score automatically emerges as the winner and presumably "wins" the car in the last box.

Game 1 score sheet outlook

Rounds	Player 1	Player 2	…	Player *n*
1	S_1			S_1
2	S_2			S_2
…				
N	S_n			S_n
TOTAL				

Where TOTAL = $\sum_{i=1}^{n} S_i$ and S_i means score obtained at any i^{th} round/turn.

1 +	2 −	3 +	4 +	5 − **→14**	6 ×	7 −	8 +	9 + **R**	10 −
11 −	12 +	13 ×	14 − **→35**	15 ( ) L	16 ×	17 ( )	18 + **→99**	19 −	20 + **W**
21 +	22 −	23 +	24 −	25 −	26 × **→30**	27 +	28 − **R**	29 +	30 × **L**
31 + **→40**	32 ×	33 ( )	34 +	35 − **R**	36 ×	37 − **→47**	38 ( )	39 ×	40 +
41 −	42 + **37←**	43 ×	44 ( )	45 + **W**	46 ×	47 +	48 + **→79**	49 −	50 + **18←**
51 × **L**	52 −	53 × **→67**	54 +	55 −	56 +	57 × **→66**	58 ( )	59 −	60 × **R**
61 − **31←**	62 +	63 +	64 −	65 + **W**	66 ×	67 +	68 − **L**	69 ×	70 −
71 ( )	72 +	73 −	74 ×	75 ( ) **25←**	76 ×	77 +	78 +	79 − **L**	80 ( ) **74←**
81 ×	82 −	83 + **W**	84 −	85 + **→90**	86 ×	87 ×	88 +	89 +	90 − **79←**
91 −	92 +	93 −	94 − **83←**	95 +	96 ×	97 ( )	98 −	99 − **R**	**Winner**

Key: L – Loose a turn, R – Restart, ( ) - Empty your score and W – Win a turn.

Game 2

(i) Reshuffle the 20 numbered cards and pick any one, take note of the number and return.

(ii) Locate its placement value on the game board by placing your choice button on the respective space on the game board as in a(ii) above.

(iii) Any letter or sign found below the arithmetic operation in (ii) should be adhered to. (See the KEY above and if nothing is found under the operation, then stay in the space till your next round or turn. Obviously, → means 'move forward to' while ← means 'moves backward to'.)

(iv) Steps (i)-(iii) will be taken successively by all players involved.

(v) The first player and other players take turns again and follow the steps above by starting and moving their buttons from their last position on the placement value on the game board.

(vi) A winner automatically emerges if he /she is the first to get to the car box or exceeds it.

Advantages of the game and its implications on the teaching and learning of mathematics

1. It develops in the players (pupils) sense of competitions.
2. It promotes and improves individual/gregarious study habits.
3. It enriches the mathematics concepts and the teaching-learning process.
4. It allows for individual differences and notes the heterogeneity nature of the class.
5. It develops in the players (pupils) positive attitude towards mathematics.
6. It reduces boredom in the classroom situation or environment.
7. It creates interest and excitement about learning mathematics.
8. It readily makes teaching more pleasant and successful.
9. It introduces new ideas and concepts into mathematics and promotes creativity.
10. It reviews variety of mathematical skills and reinforces specific ones.
11. The teacher, on the other hand, is relieved of the stress of repeating an idea over and over (e.g. on simple addition or subtraction) in the class as the pupils themselves will consequently develop more interest and on their own play the game and perhaps get new innovations and acquires more knowledge about the subject matter.

Recommendation and conclusion

In view of the game explicitly described above with its play strategies and the remarkable advantages embedded, this paper hereby recommends that mathematical games such as this should be introduced to the school curriculum, most especially at the lower level of learning (primary schools), to enhance students' interest in the learning of mathematics and consequently assist in creating exciting and pleasant environment for the teaching-learning process for both the teacher and students, making mathematical skills and ideas to be well reinforced. This will necessarily reduce boredom in the class, reinforce the methodological aspect of teaching mathematics and bring about new innovations from the teacher and the pupils as well.

REFERENCES

[1] Adenegan, K. E. (2003). *Relationship Between Educational Resources and Students' Academic Performance in SSCE Mathematics in Owo LGA*. An unpublished research work submitted to Adeyemi College of Education, Ondo. Pp.15, 17-31.

[2] Adenegan, K. E. (2008): *Teaching Methodologies: Issues, Challenges and Implications on the Teaching and Learning of Mathematics in Primary School*. Nigerian Journal of Research in Primary Education (NJORPED). Ola Jesu Publishers, Ondo.Vol.1 No.1. Pp 29-34.

[3] Adenegan, K. E., IPINLAYE, A. B. and LAWAL, M.O. (2010): *Enhancing Quality Control of Mathematics Education through Improvisation and Utilization of Instructional Materials for Mathematics Teaching in Nigerian Schools*. Journal of Educational Administration and Planning (JEAP), Ondo. Vol.2 No.1, Pp 49-55.

[4] Alao, I. F. (1997). *Psychological Perspective of Education, Psychology and Education Series* (pp. 48, 91). Ibadan: Revelation Books, Dugbe.

[5] Aluko, T.M. (2009): "*Self Explanatory Mathematics for Junior Secondary Schools*", Global Victoc Press, Ondo. Pp. 1 - 4.

[6] Dale, E. (1965). *Audio Visual Method in Teaching*. New York: Dryad Press Inc. Illias. Pp. 310-311.

[7] Dauben, J. W. (2007). "*Game Theory*." Microsoft® Student 2008 [DVD]. Redmond, WA: Microsoft Corporation.

[8] Farrant, J. S. (1964). *Principle and practice of education* (pp. 128-131). Ibadan: Longmans Group Ltd.

[9] http://www.gamekids.com.

[10] Kent, S. L. (2007): "*Electronic Games*." Microsoft® Student 2008 [DVD]. Redmond, WA: Microsoft Corporation.

[11] NIEPA (2010): "*Use of Mathematical Kits*" Junior Secondary School Mathematics Teachers Training Manual, Unpublished.

[12] NMC (2002): *Mathematical Games for Secondary Schools*, Marvelous Mice Press Ltd, Abuja.
NTI (2009): *Mathematics Manual for the Re-training of Primary School Teachers*, MDGs Project. National Teachers' Institute Press, Kaduna.

[13] Schmittberger, R.W. (2007): "*Games*" Microsoft Encarta ® 2008 [DVD]. Redmond, WA: Microsoft Corporation.

Adenegan, Kehinde Emmanuel

АДЕМАКОВА АРИТМЕТИЧКА ИГРА: ИНОВАТИВНА МАТЕМАТИЧКА ИГРА У ПОДУЧАВАЊУ МАТЕМАТИКЕ

Резиме: У раду се говори о Адемаковој аритметичкој игри као иновативном моделу математичке игре у процесу подучавања математике а која је добила име по аутору Аденеган Емануел Кехиндеу. Игра се базира на простим аритметичким операцијама као што су множење, дељење и сабирање и која може послужити као основно средство у учењу математике на највишем нивоу а самим тим би се повећао и интерес ученика да уче математику. Рад говори о наставном процесу, концепту игре и њених типова, Адемаковој аритметичкој игри, како се игра ова игра и које су њене предности у подучавању математике ако се уведе у наставни план и програм.

Кључне речи: Адемарк, аритметичке операције, математика, учење и подучавање.

Bernadin Ibrahimpašić
Pedagoški fakultet Univerziteta u Bihaću
Bihać
Senka Ibrahimpašić
Opća gimnazija Bosanska Krupa
Bosanska Krupa

371.26/.27

OBJEKTIVNO OCJENJIVANJE VS. SUBJEKTIVNI FAKTORI

Apstrakt: Ocjenjivanje, odnosno vrednovanje znanja je jedna od završnih karika u odgojno-obrazovnom procesu. Kako pravilno i objektivno ocjenjivati jedan je od problema za koji još nije pronađeno pravo rješenje. Objektivno ocjenjivanje zahtijeva isključivanje subjektivnog faktora ličnosti onoga koji ocjenjuje. U praksi je primjetna razlika u kriterijima kod ocjenjivanju radova učenika ukoliko znamo o kojem je učeniku riječ. U ovom radu je taj problem analiziran na ocjenjivanju radova iz matematike.

Ključne reči: Ocjenjivanje

O ocjenjivanju

U svakoj dobro organizovanoj djelatnosti se određuje stepen postizanja onoga što se željelo postići. U odgojno–obrazovnom radu se to radi i u toku rada i na njegovom kraju, a sve u cilju njegovog ispravljanja i regulacije kako bismo sa što većom vjerovatnoćom postigli željeno stanje.

Procjenjivanje znanja je sistemsko prikupljanje podataka o tome kako se učenici ili odrasli polaznici približavaju željenim postignućima, tj. odgojno–obrazovnim ciljevima. Ono se obavlja pismeno, usmeno ili provjeravanjem psihomotornih radnji, a može imati različite svrhe. Podaci dobijeni provjerom mogu biti namijenjeni brojnim korisnicima, a u odgojno–obrazovnom sistemu, najistaknutiji korisnici su učenici, nastavnici i roditelji. Jedan od segmenata rada nastavnika je i procjenjivanje i mjerenje učeničkih znanja i napredovanja, a te aktivnosti, kao i ocjene koje iz njih slijede, imaju različite posljedice, kako za učenike i njihove roditelje, tako i za nastavnike. Ocjenjivanje je razvrstavanje u kvalitativne kategorije. Ono predstavlja kvalitativnu analizu pri kojoj kao diobeni kriterij služi stepen postignuća određenih ciljeva. U školama našeg okruženja se upotrebljava ljestvica od pet ocjena ili pet kvalitativnih kategorija kojima su pridodane i brojčane vrijednosti, pri čemu trebamo istaknuti da te kategorije ocjena za potrebe procjenjivanja u školama nisu valjano i jednoznačno definisane. Tu se radi o upotrebi takve ljestvice procjenjivanja koja ima sva bitna obilježja ljestvice ranga kojom je jedino moguće prosuditi da li je nešto od nečega drugog veće ili manje. Ispitivanja koja su provođena vezana za tu problematiku su pokazala da su rasponi znanja koji pokrivaju nominalno jednake ocjene u različitim predmetima i u različitim razredima tako veliki i toliko različiti da društvene sankcije uz nivo takve ocjene gube svoju opravdanost.

Problematici procjenjivanja i ocjenjivanja učeničkih znanja u školama se pristupalo i pristupa se s više aspekata, kao što su psihološki, pedagoški, sociološki, i dr. Iz tog razloga se procjenjivanju i ocjenjivanju može dati različito određenje. Ono što je zajedničko tim pristupima je da se uvijek polazi od činjenice da je to procjenjivanje po svim svojim obilježjima mjerenje znanja, pa kao i svako mjerenje, ima svoj predmet mjerenja, instrument i tehniku mjerenja. Nastavnici skoro svakog dana provjeravaju i ocjenjuju znanje svojih učenika. Takva kontrola njihovih obrazovnih postignuća ima dvojaku funkciju:

1. Omogućuje dobijanje podataka o tome s kakvim uspjehom učenici stiču i vladaju predmetnim sadržajima.

2. Osigurava dobijanje povratne informacije o svom nastavnom radu kako bi ga mogli prikladnije oblikovati i realizovati.

Na taj način određena funkcija ocjenjivanja pretpostavlja da je nastavnikov sud o učeničkim znanjima, koji je izražen ocjenom, tačan, objektivan i pouzdan, jer će samo u tom slučaju korekcije koje se čine na osnovu njih, biti logične i opravdane. Ipak, psihometrijska analiza školskog ocjenjivanja nije mogla potvrditi takvu pretpostavljenu metrijsku vrijednost ocjena. Analize pokazuju da je tradicionalno školsko ocjenjivanje neobična mjerna situacija u kojoj je nastavnik i mjerilac i mjerni instrument. Tu je čovjek u mogućnosti da postupak mjerenja provede na najbolji mogući način, tj. da kritički izabere i primijeni najprikladnije raspoložive instrumente, ostvari optimalne uslove mjerenja i vodi računa o svim relevantnim faktorima pri interpretaciji mjerenjem dobijenih rezultata. Međutim, u ulozi mjernog instrumenta čovjek ne može ni približno udovoljiti zahtjevima koje inače postavlja kao kreator mjernih postupaka ili kao korisnik rezultata mjerenja, jer u kontaktu s predmetom mjerenja pokazuje sposobnost i tendenciju da sam definiše, a ponekad i da redefiniše predmet mjerenja, i sve to u zavisnosti o svojim relativno trajnim ili trenutačnim mogućnostima i raspoloženjima. Možda je ta sposobnost i tendencija da slobodno definiše predmet mjerenja, upravo ona osobina koja čovjeka čini inventivnim i potencijalno vrlo korisnim kao konstruktora mjernih postupaka. Ali, sigurno je da ga u ulozi mjernog instrumenta hendikepira i dovodi u toliko specifičnu jedinstvenu poziciju prema ostalim mjernim instrumentima, da se može reći kako vjerovatno ima toliko različitih predmeta koliko ima i ocjenjivača. Iz toga slijedi da i kada su ocjene kod različitih ocjenjivača numerički jednake na istoj ljestvici i kada tretiraju isti predmet, ne mogu nužno imati jednaku simptomatičnu vrijednost, tj. ne mogu biti mjerna veličina istog predmeta ili barem istih dimenzija predmeta, zbog različitih inherentnih karakteristika mjernih instrumenata ocjenjivača. U praksi su karakteristike ocjenjivača u većini slučajeva promjenjive i gotovo uvijek nepoznate.

Faktori koji utiču na ocjenjivanje

Brojne se zamjerke upućuju na račun procjenjivanja i mjerenja znanja. Opažaju se nedostaci ocjena u smislu njihove dijagnostičke i prognostičke vrijednosti. Iz prakse je poznato da s ocjenama nisu zadovoljni ni učenici ni njihovi roditelji, a i u društvu su se množile i množe se kritike koje upozoravaju na to da iza određenih ocjena ne stoje odgovarajuća znanja. Neki kritičari ističu i da slabe ocjene negativno utiču na samopoštovanje učenika i stvaranje loše slike o sebi. Zamjerke se postavljaju i na stvaranje pretjerane takmičarske atmosfere u odjeljenju, što nepovoljno djeluje na socijalne procese. Važan prigovor je da ocjenjivanje nosi sa sobom dugoročne posljedice za učenika, te da su metrijske karakteristike ocjena slabe. Zbog svega toga se može zaključiti da ocjena nije realističan pokazatelj učeničkog znanja, te da ne omogućuje sigurno predviđanje uspjeha učenika u poslovima za koje se školovanjem pripremaju.

U traganju za uzrocima lošeg procjenjivanja znanja, istraživači se nužno usmjeravaju na proučavanje nedostataka školskog ocjenjivanja uslovljenih različitim faktorima, kao što su faktori koji zavise o predmetu ocjenjivanja, faktori koji zavise o nastavniku kao mjernom instrumentu i faktori koji su povezani s njegovim načinom ispitivanja i ocjenjivanja. Ta proučavanja su omogućila da se svi ti nepoželjni faktori, ne samo identificiraju, nego i da se njihov uticaj na ocjenu, kao mjeru znanja, dobrim dijelom i prouči.

Školsko procjenjivanje znanja je posredno mjerenje i nastavnici na pri tradicionalnom ispitivanju procjenjuju učeničke odgovore. Istraživači proučavajući problem relacije znanje – odgovori pri ispitivanju, upozoravaju na nepoželjan uticaj sljedećih faktora: nedovoljna jasnoća i neodređenost odgovora, učenikove verbalne mogućnosti, učenikove mogućnosti opažanja i vještog korištenja percipiranim podacima i čuvstvene otpornosti.

Pri procjeni kvaliteta mjerenja, poznato je da je ispravnost mjerenja uslovljena činjenicom da rezultat mjerenja mora biti isključivo određen veličinom ili razvijenošću predmeta koji se mjeri. Mjerni instrument ne smije imati bilo kakvog uticaja na rezultat mjerenja. Iz tog razloga se od svakog dobrog mjernog instrumenta zahtijeva da ima određena metrijska svojstva kao što su tačnost, objektivnost, pouzdanost i osjetljivost. Najbolja kvaliteta mjerenja se postiže u slučajevima kada mjerni instrument nekim svojim nedostacima ne utiče na rezultat mjerenja. Kada se ti zahtjevi primijene na školsko ocjenjivanje, ocjena pri ispitivanju bi morala biti određena samo znanjima ili bar učenikovim odgovorima, dok nastavnik kao mjerni instrument ne bi uopće smio uticati na vrijednost ocjene. U praksi ocjenjivanja znanja, situacija ponekad izgleda posve drugačije. Tako se dešava da ocjena zavisi, ne samo od učeničkog odgovora nego i od ocjenjivača, tako da je u nekim situacijama za učenika važnije ko ga ispituje nego koliko je njegovo poznavanje predmeta.

Proučavanja kojima je bila svrha utvrditi objektivnost, pouzdanost, osjetljivost i valjanost nastavnika kao mjernih instrumenata pri procjenjivanju školskih pisanih zadaća, istaknula je niz činjenica koje dokazuju da su nastavnici slabi mjerni instrumenti. Takvim su se istraživanjima bavili Laugier, Weinberg, Lapique, Starch, Elliot, Hulton, Bujas, Blašković, Đorđevski, Kaufmann, Guilford, Fisher, Klinger i drugi. Tako Fisher smatra da nastavnici pri ispitivanju procjenjuju različite stvari, dok je Klingor mišljenja da pri ocjenjivanju učeničkih znanja u školama djeluje mnoštvo subjektivnih faktora koji znatno smanjuju metrijsku vrijednost ocjena kao pokazatelja znanja.

Veličina individualnih ljestvica, razdioba i položaj jedinica na njima, ovise o subjektivnim faktorima nastavnika ocjenjivača, među kojima istraživači posebno upozoravaju na vlastitu jednačinu ocjenjivačeve tendencije procjene, a osim toga i na halo–efekt, logičku pogrešku, pogrešku sredine, pogrešku diferencijacije, pogrešku kontrasta i tendenciju prilagođavanja kriterija ocjenjivanja kvaliteti učeničke skupine.

Mnogo je još faktora koji utiču na kvalitet ocjenjivanja. Oni se mogu razvrstati u nekoliko kategorija i detaljno razraditi, ali ćemo ih mi ovdje kratko navesti. Tako ocjenjivanje zavisi od individualnih tehnika ispitivanja pojedinih nastavnika, pri čemu se misli na to da li je nastavnik pasivan ili aktivan pri učeničkom odgovaranju. Osim toga, na kvalitet odgovora, a samim tim i na ocjenjivanje ima uticaja i to da li nastavnik postavlja sugestivna ili nesugestivna pitanja, te da li postavlja pitanja iz lakšeg ili težeg dijela gradiva. Jedan od faktora je i dužina trajanja ispitivanja kao i nastavni predmet koji se provjerava.

Jedan od faktora koji je uočen prilikom ocjenjivanja pismenih radova iz matematike i fizike je način pregledanja i ocjenjivanja tih radova. Pokazalo se da dolazi do nesrazmjera u ocjenama ukoliko se radovi pregledaju na sljedeća dva načina. Jedan način je da se svaki pojedinačni rad u potpunosti pregleda i ocijeni (boduje), a drugi način je da se prvo pregleda prvi zadatak u svim radovima, a zatim se isto uradi s drugim, trećim i svim ostalim zadacima.

Objektivno ili subjektivno

U radu pri izradi testova znanja se došlo do različitih vrsta zadataka koji bi trebalo da omoguće što objektivnije ispitivanje i mjerenje učeničkih znanja. Sam izbor forme zadataka, pa tako i tipa testa, ovisi o zahtjevima koje sastavljač ima u pogledu đačkih znanja i o prirodi građe koja se unosi u test. Prema obliku zadataka koje sadrži test, različiti autori određuju i tipove testova znanja. Npr. Bujas razlikuje tip jednostavnog dosjećanja, tip dopunjavanja, alternativni tip, tip višestrukog izbora, ispravljanja, sređivanja i povezivanja. Wrightstone, Justmann i Robbins navode tipove dopunjavanja, alternativne tipove, tipove višestrukog izbora i povezivanja, a Tuckman navodi nestrukturirani tip, tip dopunjavanja, alternativni tip, tip s dva kriterija izbora, tip višestrukog izbora i tip povezivanja.

U vezi s procjenom i mjerenjem znanja postoje razlike između onoga što utiče na uspjeh u nekom testu znanja i onoga o čemu vode brigu nastavnici na školskim ispitima. Dok se u testu uzimaju u obzir samo tačni odgovori, a svi ostali se vrednuju kao jednako netačni, nastavnik pri ocjenjivanju, osim tačnih, uzima u obzir i približno tačne odgovore, te netačne i apsurdne odgovore. S gledišta valjanosti procjene, kad i ne bi postojali oni brojni faktori koji interferiraju s tačnošću ocjene, pristup nastavnika ocjenjivanju je svakako adekvatniji i realniji. U tom pristupu nije svejedno da li se honorira samo ono što učenik potpuno zna, ili se u obzir uzima i ono što samo približno zna, što ne zna, što pogrešno zna i što predstavlja tešku apsurdnost. Iz tih razloga se i pojavila ideja da bi izrada i upotreba takvog testa znanja, koji bi oponašao spomenute prednosti nastavnika ispitivača i ocjenjivača, a uz to posjedovao sve osobine dobrog mjernog instrumenta, mogla pridonijeti unapređenju sistema evaluacije učeničkih obrazovnih postignuća u školi.

Posebno se u tome ističe ispravljanje i bodovanje (ocjenjivanje) matematičkih zadataka, gdje se u obzir ne uzima samo konačan rezultat, nego se detaljno pregleda i boduje kompletan postupak rješavanja zadataka. U obzir se uzima idejnost, originalnost, poštivanje matematičkih zakona i pravila, matematička preciznost, povezivanje teoretskih pretpostavki i algoritamskog načina rješavanja zadataka, te na samom kraju i egzaktnost konačnog rješenja i rezultata.

Pored svega nabrojanog, postoji pretpostavka da nastavnici imaju različite kriterije kada ocjenjuju učenike kojima predaju i koje poznaju i kada ocjenjuju učenike kojima neko drugi predaje. U tu svrhu, provedeno je istraživanje u šest osnovnih škola u tri općine Unsko–sanskog kantona. Testirano je dvesta trideset osam učenika u devet odjeljenja sedmih razreda osmogodišnjeg obrazovanja. Svi učenici su radili isti test koji je bio sastavljen od deset zadataka. Maksimalan broj bodova koji se mogao osvojiti je iznosio sto, tako da se u razultatima testiranja mogu poistovjetiti podaci o broju osvojenih bodova s procentualnom uradivosti testa. Autor članka je sastavio test uz prethodne konsultacije s nastavnicima koji predaju u sedmom razredu i učenicima tog uzrasta. Testovi su podijeljeni nastavnicima koji su bili saradnici u istraživanju da izvrše testiranje učenika u odjeljenjima u kojima izvode nastavu. Testiranje je bilo anonimno, u smislu da se učenici nisu potpisivali na testove. Nakon testiranja, testovi su bili kopirani kako bi se dobilo više primjeraka testa svakog od učenika. Nastavnici su dobili dvije grupe testova da ih isprave i boduju.

– Prva grupa testova je sadržavala testove učenika iz odjeljenja u kojem taj nastavnik izvodi nastavu. Nastavnik je bio upoznat s činjenicom koje testove ispravlja i boduje.

– Druga grupa testova je sadržavala izmiješane testove učenika iz odjeljenja u kojem taj nastavnik izvodi nastavu i koje je već jednom ispravljao i bodovao, i testova učenika iz druge škole. Nastavnik nije znao iz kojih škola i odjeljenja potječu testovi u ovoj grupi.

Na taj način smo postigli da testovi budu pregledani i bodovani tri puta nezavisno.

– Jedno bodovanje je bilo od strane nastavnika koji izvodi nastavu u testiranom odjeljenju i nastavnik je bio upoznat s tom činjenicom. Rezultate ovog bodovanja ćemo u sljedećim analizama rezultata označavati indeksom 1.

– Drugo bodovanje je bilo od strane istog nastavnika, ali nastavnik nije znao da su to testovi učenika kojima predaje, jer su testovi bili pomiješani s testovima učenika iz druge škole. Rezultate ovog bodovanja ćemo u sljedećim analizama rezultata označavati indeksom 2.

– Treće bodovanje je provodio nastavnik iz druge škole. Rezultate ovog bodovanja ćemo u sljedećim analizama rezultata označavati indeksom 3.

Nakon kompletne obrade rezultata testiranja, možemo općenito zaključiti da nastavnici u odjeljenju u kojem izvode nastavu imaju niži kriterij bodovanja (ocjenjivanja) nego u drugim odjeljenjima. Šta je razlog tome, mogla bi biti tema nekog drugog istraživanja.

Označimo li s ASU aritmetičku sredinu ukupnog broja bodova koje su osvojili svi učenici (uz korištenje prethodno opisane oznake indeksima), imamo sljedeću situaciju.

ASU1 : ASU2	ASU1 : ASU3	ASU2 : ASU3
1,17	1,18	1,01

Tabela 1. Odstupanje ukupne aritmetičke sredine

Vidimo da se aritmetičke sredina broja bodova za iste testove, kada su bodovani na način da su nastavnici znali da su to testovi učenika kojima oni predaju i kada nastavnici nisu bili upoznati s tom činjenicom, razlikuju za više od 15%. Kako su aritmetičke sredine broja bodova, kada nastavnici nisu znali iz koje su škole učenici, uglavnom ujednačene i njihov je omjer približno jednak 1, bez obzira da li je test ispravljao nastavnik koji ga je već ispravljao ili neki drugi nastavnik, možemo biti mišljenja da je bodovanje, a samim tim i ocjenjivanje objektivnije ukoliko nismo upoznati s činjenicom ko je radio test. Velika ujednačenost bodovanja od strane više različitih nastavnika koji su testove ispravljali i bodovali pod jednakim uslovima, nam daje osnovu za formiranje takvog mišljenja.

Označimo li s ASO aritmetičku sredinu broja bodova po odjeljenjima, možemo pogledati maksimalne i minimalne odnose među njima.

	ASO1 : ASO2	ASO1 : ASO3	ASO2 : ASO3
minimum	1,13	1,10	0,96
maksimum	1,29	1,23	1,05

Tabela 2: Odstupanje aritmetičkih sredina po odjeljenjima

I ovdje uočavamo situaciju koju smo već analizirali. U svakom od testiranih odjeljenja velike su razlike u broju bodova kada nastavnik jeste ili nije u situaciji da zna koji su učenici radili test. Vidimo da se kod pojednih nastavnika omjer aritmetičke sredine broja bodova, u situaciji kada zna i u situaciji kada ne zna o kojim je učenicima riječ, penje do 1,29. Indikativno je i da najmanji takav omjer iznosi velikih 1,13. I ovdje uočavamo veliku ujednačenost bodovanja od strane više različitih nastavnika koji su testove ispravljali i bodovali pod jednakim uslovima ne znajući o kojim je učenicima riječ.

Pogledamo li pojedinačne rezultate po učenicima, i označimo li s PMO maksimalnu ocjenu (broj bodova) od tri dobijene za svakog od učenika, označenu indeksom po prethodnom dogovoru, imamo sljedeću situaciju

	PMO1	PMO2	PMO3
broj maksimalnih ocjena	213	9	16
postotak	89,50	3,72	6,78

Tabela 3. Broj maksimalnih ocjena po učeniku

I ovdje nam se ponavlja identična situacija kao u prethodnim razmatranjima. Imamo da je kod 238 testiranih učenika, u 213 (89,50%) slučajeva maksimalan broj bodova ostvaren kada je test ispravljao nastavnik koji je znao da predaje tom učeniku. Pogledamo li maksimalne razlike u broju bodova koji su učenici ostvarili, imamo sljedeću situaciju.

odjeljenje	1	2	3	4	5	6	7	8	9
max(PMO1 – PMO2)	15	14	23	19	17	22	17	23	21
max(PMO1 – PMO3)	19	16	21	18	17	16	20	20	23
max |PMO2 – PMO3|	3	4	4	3	8	2	3	4	3

Tabela 4. Maksimalne razlike u broju bodova

U gornjoj tablici, gdje su prikazane maksimalne razlike u broju bodova prilikom bodovanja na sva tri načina u svih 9 testiranih odjeljenja, možemo uočiti da se razlike u broju bodova prilikom ocjenjivanja "poznatih" i "nepoznatih" učenika kreću i do 23 boda, i u svih devet odjeljenja ta je razlika "u korist" ocjena indeksiranih s 1. Istaknimo još jednom da se ocjene (broj bodova), indeksirane s 1 i ocjene indeksirane s 2, odnose na bodove kojima su nastavnici bodovali iste testove, ali su ih prvi put bodovali u situaciji kada su znali da su to testovi učenika kojima predaju a drugi put u situaciji kada nisu znali čije testove ispravljaju.

Zaključak

Iz podataka koji su dobijeni istraživanjem, vidimo da postoji visoka usaglašenost svih nastavnika u ocjenjivanju učeničkih testova kada se nalaze u istim uslovima za taj posao. Ukoliko nisu upoznati s tim ko je radio test, svi nastavnici su uglavnom podjednako ocjenjivali (bodovali) učeničke radove. I u situaciji kada su nastavnici znali čije testove ispravljaju, situacija se ne općem planu mijenjala i to u smislu da su kriteriji bili mnogo niži, ali ako posmatramo njhov odnos međusobno, vidimo da se ista situacija desila kod svih. Postavlja se pitanje kako ustanoviti koji je način i princip mjerenja, procjenjivanja i ocjenjivanja ispravniji i objektivniji. Vrlo je teško zaključiti da li je kriterij koji su nastavnici imali u prvom slučaju, kada su znali da ocjenjuju učenike kojima predaju, blaži od očekivanog, ili je kriterij koji su nastavnici imali u drugom slučaju, kada nisu znali ko su učenici čije testove boduju, prestrog. Ono što je očigledno je da razlika u kriterijima postoji. Opet se vrtimo u začaranom krugu i borimo i dalje sa spoznajom da je ocjenjivanje jedan od najtežih poslova u kompletnom školskom sistemu. Vrlo je teško pronaći pravu mjeru i razdvojiti objektivno od subjektivnog. Čak je upitno i određivanje šta je to objektivno a šta subjektivno, te kako faktori koji utiču na ocjenu i ocjenjivanje mogu biti ispravno, uniformno i standardizirano razdvojeni na subjektivne i objektivne.

Iako se ideja za standardizacijom testova javlja u Americi još pedesetih godina XIX vijeka, još uvijek se javljaju problemi u mjerenju i ocjenjivanju testova u kojima se ne traži samo ispravan rezultat, kao što su testovi izbora i slični, nego se traži mjerenje i ocjenjivanje ideje, kompletnosti postupka i preciznost u radu.

Standardizacijom procedura primjene, ispravljanja i ocjenjivanja bi se trebala isključiti mogućnost da različiti ispitivači ne samo nejednako primjenjuju i ispravljaju učeničke radove nego i da nejednako prosuđuju vrijednost postignutih rezultata. Osim toga, standardizacijom prilika ispitivanja bi se postiglo da svi ispitanici budu stavljeni pred jednake zadatke, da s jednakim uputama pristupaju njihovom rješavanju i da imaju jednako raspoloživo vrijeme za rad.

LITERATURA

[1] V. Andrilović: *Metode i tehnike istraživanja u psihologiji odgoja i obrazovanja*, Školska knjiga, Zagreb, 1986.

[2] V. Andrilović, M. Čudina: *Psihologija učenja i nastave*, Školska knjiga, Zagreb, 1985.

[3] N.L. Bossing: *Progressive Methods of Teaching in Secondary School*, USAFI, Washington, 1944.

[4] Z. Bujas: *Testovi znanja i mogućnosti njihove upotrebe u školskoj praksi*, Zagreb, 1943.

[5] R. Đorđevski: *Objektivnost komisijskog ocjenjivanja*, Pedagoški rad, 1–2, (20–30), Zagreb, 1964.

[6] R. Đorđevski: *Objektivnost komisijskog ocjenjivanja*, Pedagoški rad, 7–8, (306–318), Zagreb, 1964.

[7] R. Đorđevski: *Uloga kvalitete razreda, kontrasta, skale ocjena i klasifikacionih perioda u školskom ocjenjivanju*, Metodološki problemi procjenjivanja znanja i osobina učenika, III kongres psihologa Jugoslavije, (25–54), Beograd, 1969.

[8] H. Fischer: *Was sind Schulnoten Wert?*, Schweizeirische Lehrerzeitung, 51–52, (1398–1400), 1956.

[9] T. Grgin, *Školsko ocjenjivanje znanja*, Naklada Slap, Jastrebarsko, 2001.

[10] J.P. Guilford: *Fundamental Staatistics in Psychology and Education*, McGraw-Hill Book Comp. INC, New York, 1956.

[11] J. Kaufmann: *Note sur les problems de metrique en matiere de notation scolaire*, Le Travail Humain, 38/1, (133–148), 1975.

[12] K. Klinger: *Die neue Volksschule in Stadt und Land*, 7/3, Bonn, 1955.

[13] A. Krković: *Mjerenje u psihologiji i pedagogiji*, Zavod za izdavanje udžbenika SR Srbije, Beograd, 1964.

[14] A. Ostojičić–Bujas: *Kakav raspon znanja pokrivaju nominalno iste ocjene*, Metodološki problemi procjenjivanja znanja i osobina učenika, III kongres psihologa Jugoslavije, (11–24), Beograd, 1969.

[15] D. Resnick: *History of Educational Testing, Ability Testing: Uses, Consequences and Controversies*, PT II; Documentation Section Edsted by A.K. Wigdor, W.R. Gardner, (173–195), National Academy Press, Washington, 1982.

[16] V. Vizek–Vidović, V. Vlahović–Štetić, M. Rijavec, D. Miljković: *Psihologija obrazovanja*, IEP – VERN, Zagreb, 2003.

Bernadin Ibrahimpasic, Senka Ibrahimpasic

OBJECTIVE GRADING VS. SUBJECTIVE FACTORS

Summary: Assessing student’s knowledge is one final step in the educational process. Objective assessment is a difficult problem. This problem has no solution. In this process should exclude subjective factors. In practice there are differences in assessment criteria. In this paper we analyzed this problem in the evaluation of mathematical tests.

Key words: Assessment, evaluation

Veselin Mićanović
Filozofski fakultet
Nikšić

371.3::51-028.31

MULTIDISCIPLINARNI PRISTUP USVAJANJU POČETNIH MATEMATIČKIH SADRŽAJA

Apstrakt: Matematičko obrazovanje učenika je dio cjeline obrazovnog sistema, koje bez unapređenja i integrisanja sa drugim obrazovnim segmentima ne zadovoljava obrazovne potrebe pojedinca u savremenom društvu. Savremeni reformski potezi u obrazovnom sistemu usmjereni su ka jedinstvenom i cjelovitom shvatanju pojmova. Akcenat se stavlja na integrisano znanje i njegovu primjenljivost u praksi.

Potreba za tematskim planiranjem nastavnih sadržaja koje omogućava multidisciplinarni pristup realizaciji srodnih ciljeva karakteristično je za vaspitno-obrazovni sistem u 21. vijeku. Da bi nastavnik na efikasan način planirao i realizovao usvajanje matematičkih pojmova kroz različita vaspitno-obrazovna područja neophodno je njegovo uže stručno, ali i multidisciplinarno obrazovanje. U skladu sa tim, ovaj rad je usmjeren na analizi glavnih karakteristika i specifičnosti nastavničke uloge u multidisciplinarnom pristupu realizaciji planiranih matematičkih sadržaja, na poteškoće koje iz tog domena proističu i moguće načine njihovog prevazilaženja.

Nesporno je da nastavnici u razrednoj nastavi imaju najširi spektar multidisciplinarnog obrazovanja pa je i očekivano da oni u svojoj nastavnoj praksi često pribjegavaju realizaciji matematičkih pojmova kroz srodne sadržaje drugih nastavnih predmeta.

Ključne reči: multidisciplinarni pristup, matematičko obrazovanje, početna nastava matematike, nastavnik, učenik, nastavni sadržaj

Uvod

Početne matematičke pojmove učenici u velikom broju usvajaju potpuno spontano u okolini u kojoj borave. Proces njihovog spontanog usvajanja u okolini se ne odvija ni po kakvim planiranim i organizovanim scenarijima. Neki od tih pojmova su prostorni odnosi, geometrijske figure, brojevi i sl. Učenici ih u slobodnoj komunikaciji sa drugima i manipulišući određenim prirodnim materijalima kroz proces igre usvajaju i ovladavaju njima. Polaskom u školu susreću se sa planskim i organizovanim načinima njihovog usvajanja. Nastavnici u početnoj nastavi matematike nastoje da iskoriste njihovo predznanje i iskustvo u daljem proširivanju stečenih i usvajanju novih znanja. U tom procesu mogu se primijetiti dva modela praktične aktivnosti nastavnika. Po jednom modelu nastavnici treba da se strogo pridržavaju predmetne koncepcije i vremenske organizacije časa za realizaciju planiranog cilja. Po drugom modelu nastavnici nastoje da nastavu matematike približe realnom životu i praktičnu realizaciju planiranih ciljeva „uvežu“ u „mrežu“ srodnih ciljeva iz drugih područja nastavnog rada (likovne kulture, maternjeg jezika, prirode i društva, muzičkog i fizičkog) ne ograničavajući se vremenskim trajanjem jednog časa (45 min). Sada se postavlja logično pitanje koji je model praktične realizacije matičkih sadržaja uspješniji? Odgovor bi glasio onaj koji obezbjeđuje trajnija i primjenljivija znanja, a to je na ovom uzrastu drugi model. Istina, ovdje možemo primijetiti, da se ovaj drugi model planirane realizacije matematičkih sadržaja može u praksi mnogo lakše sprovesti u razrednoj nego u predmetnoj nastavi, jer nastavnici u razrednoj nastavi planiraju i realizuju većinu ili gotovo sve predmete, pa su u prilici da lakše i jednostavnije uspostavljaju potrebnu međupredmetnu korelaciju što nije slučaj u predmetnoj nastavi gdje pretežno jedan nastavnik izvodi nastavu iz samo jednog predmeta, u ovom slučaju matematike.

Kadum ističe da u savremenom kontekstu matematičkog obrazovanja zadatak nastave matematike nije koncentrisan na usvajanje znanja, već na razvijanje sposobnosti mišljenja i rasuđivanja kako bi bili spremni da u životu rješavaju brojne problemske zadatke (Kadum, 2002:138). Početni osnovnoškolski uzrast učenika je specifičan, između ostalog, i po svojim psihološko-pedagoškim osobenostima. Učenička pažnja u mlađim razredima je kraća, a koncentracija slabija nego u starijim razredima pa ukoliko na to još dodamo apstraktnost pojedinih matematičkih pojmova, onda je opravdan zahtjev za multidisciplinarnim pristupom u njihovoj realizaciji. S pravom se postavlja pitanje zašto bi brojne matematičke pojmove o kojima se na određen način govori i u drugim predmetima izolovano usvajali od drugih predmeta ako se već po prirodi stvari mogu uspješnije realizovati u međupredmetnoj organizaciji aktivnosti sa sadržajima vezanim za taj pojam.

Multidisciplinarni pristup kod usvajanja početnih matematičkih pojmova olakšava sam proces usvajanja novih znanja i ta znanja čini primjenljivijim u praksi. Nastava organizovana po ovom modelu pruža učenicima priliku za sticanje različitih iskustava što omogućuje njihovu intenzivniju primjenu u neposrednom okruženju. Aktuelizuju se misaone i praktične aktivnosti. Raznovrsnijim aktivnostima pospješuje se proces usvajanja planiranih matematičkih znanja. Nastavnik planira različite aktivnosti usmjerene na učenike sa ciljem pružanja praktičnih i razumljivijih informacija o učenom pojmu kako bi se olakšao sam proces usvajanja znanja o planiranom pojmu.

Metodička uputstva kod multidisciplinarnog pristupa u realizaciji matematičkih sadržaja

Nastavnici koji u svom radu preferiraju multidisciplinarni pristup u realizaciji planiranih sadržaja moraju u početnoj fazi, tj. u fazi izrade godišnjeg plana rada da predvide moguće korelacije planiranih matematičkih sadržaja sa srodnim sadržajima iz drugih nastavnih predmeta. Da bi se postigao planirani cilj i ostvarili zadaci početne nastave matematike, u ovakvom modelu rada, potrebno je dobro isplanirati sve korake. Dobar plan je preduslov uspješnog rada, mada sam po sebi ne garantuje uspješnu nastavu. Veoma je važno kako se ono što je planirano realizuje u praktičnom radu s učenicima. Koliko planiranje toliko i praktična realizacija zavisi od stručne i metodičke osposobljenosti nastavnika.

Polazeći od toga da se nastava matematike ne svodi samo na nastavu koja podrazumijeva isključivo matematičko obrazovanje, već naprotiv da se kroz matematičke sadržaje učenici šire obrazuju i vaspitavaju (Dejić & Egerić, 2006), moramo stalno voditi računa o ukupnom razvoju sposobnosti učenika. Kada nastavnik utvrdi koji mu svi predmeti mogu pomoći za kvalitetnije usvajanje planiranog cilja iz matematike, a da se pri tome istovremeno postigne realizacija planiranih ciljeva i iz tih predmeta, onda on planira aktivnosti sa konkretnim sadržajima o učenim pojmovima. Na primjer kod usvajanja pojmova prostornih odnosa, nastavnik planira realizaciju u korelaciji sa nastavom maternjeg jezika, fizičkog vaspitanja, prirode i društva, ali i likovne i muzičke kulture. Vrlo je važno da nastavnik u tom slučaju veoma detaljno razradi sve praktične aktivnosti koje vode realizaciji planiranog cilja. U ovom slučaju bi iz maternjeg jezika mogli pripremiti odgovarajuće plakate, priču, pjesmu, iz fizičkog vaspitanja bi mogli izvoditi vježbe oblikovanja i elementarne igre, iz poznavanja prirode i društva bi mogli organizovati čas u prirodi gdje bi s učenicima praktično demonstrirali i objašnjavali pojmove lijevo, desno, ispred, iza gore, dolje, naprijed, nazad, između, u, na, dok bi iz muzičke kulture učili pjesme, slušali muziku i pravili koreografije koje podražavaju, dočaravaju ili asociraju na pomenute pojmove, a iz likovne kulture bi praktično modelovali u prostoru određene skulpture ili crtali različite položaje predmeta u odnosu na zadati objekat. Osim pomenutih sadržaja postoje brojni drugi primjeri koji se mogu realizovati po ovom modelu multidisciplinarnog pristupa. Takvi su recimo sadržaji o skupovima, prirodnim brojevima, geometrijskim figurama, mjerama i mjerenju, razlomcima i sl. Ovakav pristup realizaciji matematičkih sadržaja zahtijeva dobro poznavanje ne samo srodnih sadržaja, već i sposobnosti učenika.

Multidisciplinarni model realizacije matematičkih sadržaja ne može se uvijek sprovesti u praksi. Potrebno je izdvojiti ciljeve koji objedinjuju sadržaje različitih predmeta. Treba naglasiti da ovaj model rada ne podrazumijeva uključivanje svih predmeta ukoliko to zaista priroda sadržaja ne dozvoljava. Znači mogu biti uključena dva ili više predmeta, a na nastavniku je da to planira i sprovede u nastavnoj praksi. A sam proces realizacije ne mora da se završi za jedan dan, naprotiv, može da traje i više dana zavisno od složenosti planiranih ciljeva i sveobuhvatnosti samih sadržaja. Ono što je najbitnije, treba ispoštovati taj proces i ništa ne treba improvizovati kako bi uspjeh bio zagarantovan.

Ovakav model rada zahtijeva posebno izgrađene kompetencije nastavnika koje mu omogućavaju da se snađe u delikatnim situacijama. Ni jednog trenutka ne smije se zanemariti kvalitet usvojenosti planiranih sadržaja, jer bez kvalitetno usvojenih početnih matematičkih pojmova, ne mogu se razvijati složene misaone strukture koje doprinose potpunijem usvajanju apstraktnijih matematičkih pomova koji slijede u narednoj fazi.

Nastavna praksa potvrđuje da se brojni matematički sadržaji mogu realizovati po konceptu multidisciplinarnog pristupa. Činjenica je da početna nastava matematike svoju vaspitnu i obrazovnu funkciju postiže u tijesnoj povezanosti s ostalim nastavnim predmetima (Markovac, 2001:19). Zato često matematički sadržaji predstavljaju sponu među predmetima. S obzirom na izuzetne vaspitne i obrazovne mogućnosti multidisciplinarnog pristupa realizaciji planiranih sadržaja, s jedne i nedovoljne njene primjene, s druge strane, metodici nastave matematike, ali i metodikama drugih nastavnih predmeta treba posvetiti veću pažnju, kako u istraživanjima, tako i u edukaciji i usavršavanju nastavnika u praksi.

Upravo objedinjavanje srodnih nastavnih ciljeva iz različitih nastavnih predmeta povezanih mrežom nastavnih sadržaja i aktivnosti u njihovoj realizaciji doprinosi kvalitetnijem integrisanju učeničkih znanja na ovom uzrastu. To znači da u ovom slučaju, što je tema našeg rada, praktična realizacija matematičkih sadržaja po ovom modelu rada olakšava primjenu stečenih matematičkih znanja u životnoj praksi učenika i uopšte razvoj njihovih matematičkih sposobnosti. Dakle, sa stanovišta tih sposobnosti, usvojena matematička znanja, povezana u konkretne multipredmetne problemske situacije, dobijaju veću primjenljivost.

Primjena multidisciplinarnog pristupa kod usvajanja početnih matematičkih pojmova potpunije razjašnjava integrisano učenje, kao organizaciju aktivnosti i sadržaja na tom planu. Usvajanje matematičkih pojmova kroz matematičke, ali i druge sadržaje u određenim fazama, predstavlja model efikasnog djelovanja na razvoj sposobnosti mišljenja. Ovaj pristup prožima cjelokupni nastavni rad, obuhvatajući sadržaje više predmeta koji zahtijevaju kombinaciju i primjenu srodnih pojmova i činjenica. Posebno je značajna organizaciono-tehnička i stručno-pedagoška priprema nastavnika. Objedinjavanje srodnih nastavnih sadržaja oko planiranog matematičkog pojma pojačava interesovanje učenika, a dati pojam čini razumljivijim. Prema tome, prije izrade plana rada nastavnik treba da uporedi program i sadržaje predmeta matematke sa programima i sadržajima drugih predmeta. Ako procijeni da se neki pojmovi i sadržaji mogu povezati, pristupiće njihovoj multidisciplinarnoj realizaciji.

Cilj multidisciplinarnog pristupa realizaciji matematičkih sadržaja je da se integrišu stečena znanja i nađu svoju primjenljivost u širem kontekstu praktičnih aktivnosti, kao npr.: fizičkog vaspitanja, muzičke i likovne kulture, jezika i književnosti, prirode i društva i same matematike. Neposredno planiranje multidisciplinarnog vaspitno-obrazovnog rada podrazumijeva:

– globalno (tematsko planiranje) i

– dnevno planiranje (pripremanje za čas).

Na osnovu analize godišnjih planova rada i pratećih sadržaja svih nastavnih predmeta, nastavnik izdvaja one ciljeve i sadržaje koji se mogu realizovati u čvršćoj međupredmetnoj korelaciji sa nastavom matematike, to jest izdvaja teme i planira vrijeme njihove realizacije čime se povećava mogućnost kreiranja vaspitno-obrazovnog procesa u kojem će dijete imati centralnu ulogu (Walsh, 2001). U tom slučaju bitno je da nastavnik planira realizaciju programskih ciljeva i sadržaja u, kalendarski posmatrano, istom periodu. Strukturu časova i organizaciju nastave planira sam nastavnik. On u cilju opsežnijeg pripremanja za multidisciplinarni pristup realizaciji matematičkih sadržaja u okviru svake teme mora da pravi detaljniji operativni plan njene realizacije. Nastavnik u okviru jedne teme izdvaja sve sadržaje i pravi plan dnevnih aktivnosti. Pri ovom planiranju treba polaziti od opštih ciljeva i operativnih aktivnosti koji su navedeni u predmetnim programima.

Najznačajniji i najodgovorniji dio pripremanja nastavnika za multidisciplinarni pristup realizaciji matematičkih sadržaja predstavlja njegova neposredna dnevna priprema, koja obuhvata:

– stručnu pripremu nastavnika (izbor sadržaja, zadataka i sl.),

– didaktičko-metodičku pripremu nastavnika (planiranje cilja i zadataka časa, tipa časa, nastavnih metoda, oblika rada, aktivnosti, nastavnih sredstva i sl),

– organizaciono-tehničku pripremu nastavnika (obezbjeđivanje didaktičkog materijala, nastavnih i tehničkih sredstava, organizaciju ambijenta u učionici, pripremljenost učenika za čas i sl.)

Budući da multidisciplinarni pristup realizaciji bilo kojih sadržaja, pa i matematičkih, zahtijeva posebnu pripremljenost nastavnika, to nastavnici moraju biti svjesni da bez obzira na svoje iskustvo moraju ozbiljno prići tom procesu. To nije formalnost i nijedan nastavnik ne smije da potcijeni planiranje i pripremanje za ovakav model realizacije matematičkih sadržaja. Mišljenja smo da je nezahvalno davati neke krute modele planiranja realizacije početnih matematičkih sadržaja po ovom modelu rada, ali je još opasnije prepustiti slučaju veliki broj neiskusnih nastavnika. Nastavnik mora da zna da je planiranje realizacije matematičkih sadržaja po ovom modelu rada izuzetno važno za uspješnost njegovog rada. Zato ćemo ovom prilikom predložiti praktični model multidisciplinarnog pristupa izradi plana realizacije matematičkih sadržaja kroz nastavu matematike, ali i nastavu drugih predmeta čiji se ciljevi i sadržaji prožimaju sa matematičkim ciljevima i sadržajima:

Nastavni predmet	Nastavna tema	Operativni ciljevi	Sadržaj i aktivnosti	Nastavna sredstva	Nastavne metode	Nastavni oblici rada

Ovi planovi se najčešće prave za srodne teme koje su obuhvaćene istim ili sličnim operativnim ciljevima različitih nastavnih predmeta. Aktivnosti i sadržaji se razlikuju ali njihova realizacija doprinosi realizaciji postavljenih ciljeva. Da bismo praktično objasnili ovaj plan o kome je riječ, predložićemo primjer jednog praktičnog modela multidisciplinarnog pristupa realizaciji sadržaja o prostornim odnosima u prvom ciklusu osnovne škole:

Nastavni predmet	Nastavna tema	Operativni ciljevi	Sadržaj i aktivnosti	Nastavna sredstva	Nastavne metode	Nastavni oblici rada
Matematika	Snalaženje u okolini	Određuje položaj predmeta u odnosu na sebe (ispred – iza, lijevo – desno, gore – dolje)	– određuju položaj predmeta koji ih okružuju – zauzimaju određeni položaj po uputstvu druga/drugarice – odlaze na izlet i objašnjavaju položaj predmeta/bića	Prirodni materijal, didaktički materijal, pano sa modelima predmeta i bića, slike iz okoline, pjesme, materijal za oblikovanje, razni predmeti,	Verbalno-tekstualne, ilustrativno-demonstrativne, metode aktivne nastave	Frontalni, grupni, rad u paru, individualni
Maternji jezik i književnost	Govorne sposobnosti, logičko mišljenje i zaključivanje	Uočava i govorno izražava međusobne odnose posmatranih bića/predmeta.	– određuju položaj posmatranih bića/predmeta i pravilno koriste riječi: gore/dolje, lijevo/desno, ispred/iza, unutar/van, blizu/daleko, ispod/iznad, ispred/iza, u, na, između, kod ...			
Priroda i društvo	Od kuće do škole	Pravilno se orijentiše u okolini škole.	– određuju svoj položaj u odnosu na objekte iz okoline škole			
Muzička kultura	Muzičke pjesme i koreografije	Upoznaju se sa muzičkim pjesmama, igrama i jednostavnim koreografijama i njima ovladavaju.	– izvode jednostavne koreografije na temu prostorne orijentacije			

Likovna kultura	Vajarstvo	Usvajaju orijentaciju u prostoru (naprijed, nazad, ispred, iza, lijevo, desno, ...)	– odlaze na izlet kao vid organizovanog planskog učenja – modeluju skulpture i raspoređuju ih u prostoru			
Fizičko vaspitanje	Prostorna orijentacija	Razvija orijentaciju u prostoru	– držanje i nošenje predmeta na različite načine, – provlačenje ispod stola, klupe, ... – penjanje na niske sprave – kretanje na različite načine – sunožni poskoci naprijed, nazad, lijevo, desno			

Nastavni proces u prethodnom primjeru posmatramo kao jedinstven obrazovni proces realizovan kroz multidimenzionalni sistem didaktičkih postupaka i korelacija različitih predmeta. Multidisciplinarnost u ovom slučaju obezbjeđuje jedinstvenost vaspitno-obrazovnog procesa i stečena znanja, vještine i navike integriše u jedinstven sistem primjenljivih sposobnosti. Znanja iz jednog predmeta se nadopunjuju znanjima iz drugih predmeta, što znači da učenik prima informacije iz različitih područja i dovodi ih u vezu s prethodno usvojenim znanjima i na taj način uvezuje ih u jedinstven sistem realizovanih ciljeva.

Obrazovni proces u multidisciplinarnom pristupu realizaciji matematičkih sadržaja prolazi kroz niz teškoća koje proizilaze iz kompleksnosti ovog modela nastavnog rada. Teško je odrediti granice vremenskog opsega pojedinih predmeta. Uz to nedostaju i brojna nastavna sredstva koja su neophodna u procesu ovakvog modela obrazovanja, koja objedinjuju planirane ciljeve i aktuelizuju stvaralačku djelatnost i produktivnost usvojenih znanja. A da bi to postigli neophodno je „osigurati uspjeh učenika na kognitivnom, psihomotornom i konativnom području" (Lavrnja, 1998: 59).

U ovako organizaciono osmišljenoj nastavi, u kojoj matematički sadržaji imaju centralno mjesto, posebna pažnja se posvećuje planiranju aktivnosti i u vezi s tim pripremanju nastavnih sredstava. Multidisciplinarni pristup usvajanju matematičkih pojmova respektuje sve pozitivne vrijednosti tradicionalne nastave obogaćujući ih kvalitativno savremenim didaktičkim mogućnostima proizašlih iz novijih istraživanja i potreba društva.

Ono što karakteriše multidisciplinarni pristup usvajanju matematičkih pojmova u mlađim razredima osnovne škole je to da nastavnici objedinjuju nastavne postupke, aktivnosti i sadržaje kako bi učenici bolje razumjeli i uspješnije usvojili učene pojmove. Riječ je, dakle, o svojevrsnom sveobuhvatnijem objašnjavanju novih pojmova. Usvajanje matematičkih sadržaja kroz ovakav model nastave osigurava veću subjekatsku poziciju učenika u vaspitno-obrazovnom procesu, što se osigurava kroz povećanu praktičnu aktivnost učenika.

Dakle, „sasvim je izvjesno da su kreativni nastavnici glavni pokretači i inspiratori" učeničkih aktivnosti (Stevanović, 2003: 382). Mišljenja smo da je multidisciplinarni pristup realizaciji matematičkih sadržaja savremeniji, ali dosta zahtjevniji i za nastavnike i za učenike u odnosu na tradicionalni način rada. Nastavnicima je on težak iz razloga što zahtijeva iscrpniju analizu planova i detaljniju pripremu aktivnosti i nastavnih sredstava sa objedinjenim ishodima učenja, a učenicima zato što zahtijeva istrajniji umni rad. Prva bitna pretpostavka za uspješnu primjenu multidisciplinarnog pristupa u procesu usvajanja matematičkih sadržaja ogleda se u povećanoj aktivnosti učenika. Zato je neophodno obezbijediti veću pažnju, koncentraciju i istrajnost u radu. To se može postići samo ako su aktivnosti učenicima interesantne i sadržaji koje realizuju razumljivi u dovoljnom stepenu da ih mogu pratiti. Ukoliko se to ne obezbijedi doći će do pasivizacije učenika i sam pristup će biti doveden pod pitanje opravdanosti i izvodljivosti.

Obrazovni proces u savremenoj didaktici posmatramo kao multidimenzionalni skup didaktičkih postupaka i komunikacija sa jedinstvenim ishodom razvoja znanja, vještina i navika, formiranja psihičkih sposobnosti i izgradnje pozitivnih osobina ličnosti (Kadum, 2005:45). Istrajnost učeničkih aktivnosti i umnoga rada upravo se postiže smjenom interesantnih aktivnosti logičkog, jezičkog, manipulativnog, estetskog, ritmičkog i sl. karaktera. Zato multidisciplinarni pristup treba primjenjivati kad god to omogućava priroda izučavanih sadržaja bez obzira koji predmetni sadržaji uzimaju centralno mjesto. U ovom slučaju su to matematički sadržaji, ali vrijednost ovog pristupa se ne umanjuje i kada su to sadržaji iz oblasti jezika i književnosti, likovne ili muzičke kulture, fizičkog vaspitanja ili iz oblasti prirode i društva. Bitno je da se u svim slučajevima vodi računa o uzrastu učenika, njihovom psihofizičkom razvoju i realnim mogućnostima.

Multidisciplinarni pristup u realizaciji matematičkih sadržaja, mijenjajući položaj učenika u nastavnom procesu, dodatno motiviše učenike u nastavi, razvija kod njih interesovanje, podstiče samostalnost u radu i aktivira stvaralačko mišljenje. Ovaj pristup u realizaciji matematičkih sadržaja nije isključivo vezan za uzrast i nadprosječne sposobnosti učenika, što mu omogućava primjenu na svim nivoima razvoja i mogućnosti. Istina, posjedovanje sposobnosti značajna je pretpostavka svakog uspješnog djelovanja i na njima se mora bazirati svaki rad (Miličić, 1994). Učeni pojmovi na ovaj način se shvataju kao cjeline, a nikako kao izdvojeni elementi sa svojim svojstvima. Učenik prezentovane pojmove uočava, usvaja ih i iskazuje kroz fizičke, retoričke, ritmičke aktivnosti, ali i kroz aktivnosti crtanja, modelovanja i sl.

U nastavnoj praksi razrađenoj na multidisciplinarnom pristupu realizaciji matematičkih sadržaja moramo se pridržavati određenih pravila koja moraju biti jasno izražena, npr:

– postoji centralna matematička tema oko koje se organizuje nastava,
– u temi su sadržani pojmovi koji se izučavaju,
– sadržaji se biraju u skladu sa temom,
– aktivnosti su usklađene sa uzrastom i sposobnostima učenika.

Navedena pravila su obavezujuća za nastavnika koji se odluči za ovakav model rada. Pošto nastavnik procijeni da je uvažio data pravila i isplanirao realizaciju nekog matematičkog sadržaja po ovakvom modelu rada može preći na neposrednu realizaciju nastave. Raznovrsni matematički sadržaji koji su prisutni u nastavnom programu početne nastave matematike veoma su pogodni za implementaciju ovakvog pristupa što potvrđuje činjenicu da su matematički sadržaji primjenljivi u brojnim životnim situacijama i imaju svoje mjesto u drugim nastavnim područjima. Kroz multidisciplinarni pristup usvojeni matematički pojam biva produkt više čulnih utisaka koji u mozgu prerastaju u svjesnu njegovu predstavu. U okviru te predstave možemo sagledati i razvoj početnih matematičkih pojmova i individualni razvoj ličnosti u širem smislu te riječi. Upravo kroz multidisciplinarnost pojačavamo percepciju učenih pojmova. Opažanje matematičkog pojma, razvijanje predstave o njemu i njegovo iskazivanje riječju ili slikom ne može se tako uspješno postići kroz samu nastavu matematike, koliko kroz multidisciplinarni pristup objašnjavanju tog pojma. Zato smo mišljenja da u svim situacijama u kojima priroda učenih matematičkih pojmova to dozvoljava u njihovoj realizaciji uključimo i druga nastavna područja koji u sebi sadrže učeni pojam.

Dakle, bez obzira koji su matematički sadržaji u centru multidisciplinarnog pristupa u vaspitno-obrazovnom radu bitno je da je po svom kvalitetu ostvarena međupredmetna interakcija takva da učenik bolje razumije učene pojmove nego u nastavi realizovanoj po odvojenoj predmetnoj usmjerenosti na dati sadržaj. U cilju pravilnog organizovanja i izvođenja nastavnog procesa po ovom modelu rada neophodno je obezbijediti sljedeće uslove:

a) Nastavni sadržaji i aktivnosti (predmetni) moraju biti primjereni uzrastu učenika. Znači sadržaji, matematički i onih predmeta koji učestvuju u objašnjavanju matematičkih pojmova, treba da su uzeti iz nastavnog plana primjerenog uzrastu učenika sa kojima se radi, stoga što teži sadržaji koji prevazilaze učeničke sposobnosti i mogućnosti razumijevanja destimulišu učenike, s jedne strane, dok lakši sadržaji ne privlače njihovu pažnju niti podstiču nihove intelektualne i druge napore, s druge strane. Shodno navedenom aktivnosti sa planiranim sadržajima moraju biti interesantne učenicima kako bi pokrenuli razvoj misaonog procesa neophodnog za razumijevanje i usvajanje planiranog matematičkog sadržaja.

b) Organizacione vremenske jedinice (časovi) ne moraju biti po šablonu strogo vremenski definisane po predmetnoj usmjerenosti na planirani pojam. Za razliku od tradicionalne nastave, ovdje je prisutna mnogo veća fleksibilnost. Nastavnik planira određene predmetne aktivnosti sa centralnim matematičkim pojmovima, a vrijeme predviđeno za djelovanje nekog od predmeta u ovom pristupu nije strogo ograničeno na 45 minuta, već može da varira ispod ili iznad te granice zavisno od interesovanja učenika i koncentracije u tom predmetnom području. Tako na primjer složenije aktivnosti sa nekim predmetnim sadržajima (jezičkim, likovnim, muzičkim i sl.), usmjerenim na razumijevanje i usvajanje datih matematičkih pojmova, koji pretpostavljaju veću i dužu koncentraciju neće jednako trajati kao prostije aktivnosti koje pretpostavljaju brže djelovanje i manju koncentraciju u drugom predmetnom području.

c) Multidisciplinarni pristup realizaciji planiranog matematičkog sadržaja ne smije biti ni prostorno limitiran. Da bi učenici potpunije shvatili i usvojili matematički sadržaj koji im se prezentuje neophodno je obezbijediti adekvatne prostorne uslove. To znači da učionica ne mora biti jedini prostor u kome učenici usvajaju matematičke pojmove. Oni te pojmove mogu usvajati u filskulturnoj sali, školskom dvorištu, na izletu u prirodi i sl. Ono što je uslov jeste da nastavnik u svom planu aktivnosti i realizacije sadržaja predvidi i prostorne mogućnosti u kojima će realizovati multidisciplinarni pristup usvajanju datih matematičkih pojmova. Naravno da na planiranje prostora za realizaciju postavljenog cilja utiču brojni faktori, ali dominantnu ulogu imaju priroda pojma koji se usvaja, vremenski uslovi koji determinišu izvodljivost nastave (na otvorenom prostoru, u sali) i sl.

d) Bitan uslov uspješne primjene multidisciplinarnog pristupa usvajanju matematičkih pojmova su potrebna nastavna sredstva i pomagala i kvallitet njihove primjenljivosti. Ta sredstva moraju biti raznovrsna i u funkciji izučavanih matematičkih pojmova. Neophodnost njihove primjene je direktno uslovljena kvalitetom izvodljivosti ovakvog modela rada u nastavnom procesu. Didaktički materijal mora biti dostupan i na raspolaganju nastavniku u svim predmetnim aktivnostima koje su u vezi sa usvajanjem planiranih matematičkih pojmova. Pored njihove prisutnosti moramo obezbijediti i njihovu funkcionalnost. A to najviše zavisi od samog nastavnika. Nastavnik planira i organizuje primjenu potrebnog nastavnog materijala, a u praktičnom radu s učenicima obezbjeđuje njihovu primjenljivost. Funkcionalno korišćenje nastavnog materijala povećava nivo interesovanja i razumijevanja prezentovanih matematičkih pojmova i iste čini manje apstraktnim.

e) U multidisciplinarnom pristupu kod usvajanja matematičkih pojmova potrebno je izmijeniti tradicionalnu koncepciju odnosa učenik – nastavnik. Učenici posjeduju određena predznanja koja treba iskoristiti i staviti ih na raspolaganje sebi i ostalima. Oni su ti koji učestvuju u planiranim aktivnostima i sopstvenim primjerom podstiču inertne drugove ili drugarice na učešće u radu. Nastavnikovo zalaganje i rezultat izvodljivosti ovakvog načina rada produkt su njegove sposobnosti da planira i obezbijedi prisutnost i funkcionalnost didaktičkog materijala. Zato se pravi detaljni plan, čija izvodljivost podstiče druge nastavnike da planiraju i primjenjuju multidisciplinarnost u radu, odnosno učenike da što više praktično rade i primjenjuju stečena znanja i iskustva u stvarnim životnim situacijama čime se ubrzava put njihovog matematičkog mišljenja i prelaska u narednu zonu razvoja.

f) Planirani sadržaji i aktivnosti moraju biti bazirani na životnom iskustvu učenika. Učenje treba zasnivati na iskustvu i potrebi učenika. Okolina u kojoj učenik boravi je neiscrpan izvor saznanja, a iskustvo koje u njoj stiče polazna osnova daljeg razvoja njegovih sposobnosti. Zato multidisciplinarnim pristupom usvajanju matematičkih pojmova treba crpiti sadržaje iz neposrednog životnog iskustva učenika. To iskustvo dodatno razvija unutrašnju motivaciju učenika koja predstavlja glavni pokretač njegove intelektualne aktivnosti u tom procesu. Životno iskustvo ohrabruje učenike da u novim situacijama ne budu bezvoljni, već naprotiv dodatno motivisani da usvajaju nove sadržaje i uklapaju ih u postojeći sistem znanja, vještina i navika.

Pri korišćenju multidisciplinarnog pristupa u realizaciji matematičkih sadržaja nastavnik mora da vodi računa, osim o usklađenosti predmetnih sadržaja i aktivnosti, još o složenosti i nivou apstrakcije učenih pojmova. Otuda je posebno važna uloga nastavnika da metodskim postupcima primjeri planirane aktivnosti i sadržaje nivou postignuća učenika. Neki učenici su još uvijek na nivou opažajnog i praktičnog rezonovanja i usvajanja datih pojmova. U tom slučaju uspješan nastavni rad na polju usvajanja planiranih matematičkih pojmova moguće je realizovati samo uz uvažavanje sposobnosti kognitivnog razvoja učenika i specifičnosti koje karakterišu njihov uzrast.

Sa aspekta usvajanja planiranih matematičkih pojmova od izuzetne važnosti je poznavanje procesa mišljenja učenika datog uzrasta. U mlađim razredima osnovne škole (prvom i drugom) učenici usvajaju prostije pojmove uz manja misaona naprezanja, dok logičko zaključivanje dolazi do punog izražaja tek u trećem razredu osnovne škole, mada se ono kod neke djece može javiti i znatno ranije. Zato pravilnim izborom odmjerenih sadržaja iz različitih nastavnih područja podstičemo proces mišljenja i usredsređujemo učeničku pažnju na centralni matematički pojam koji je predmet učenja. Tako nastojimo da kod učenika razvijemo logičan slijed aktivnosti koje prezentovane sadržaje logički povezuju u jednu cjelinu.

Budući da sistem obrazovanja po svojoj formi „predstavlja organizaciju, a po suštini proces koji se prvenstveno manifestuje u prilagođavanju svojih sadržaja, organizacionih i metodoloških elemenata" (Nedeljković, 2010: 85), to nas obavezuje da tako postupamo u praksi. Tako proces usvajanja matematičkih pojmova kroz multidisciplinarni pristup njihovoj realizaciji povećava broj učeničkih praktičnih aktivnosti, čime se predstave ili mentalne slike o učenim pojmovima efikasnije izgrađuju, a logičko mišljenje favorizuje. Broj čulnih utisaka iz različitih nastavnih predmeta inicira misaonu aktivnost tako da učenik stiče nova saznanja primjenljiva u životnim situacijama. To se postiže adekvatnim strukturiranjem nastavnog procesa, izborom povezanih sadržaja i aktivnosti, korišćenjem reprezentativnog nastavnog materijala, sredstava rada i sl.

Insistirajući na razvoju kognitivne sfere ličnosti, a prije svega razvoju mišljenja, multidisciplinarni pristup realizaciji matematičkih sadržaja kroz matematičko obrazovanje značajno doprinosi razvoju intelektualne radoznalosti i podizanju nivoa logičkog rezonovanja (Mićanović, 2010). „Sfere" predmetnog djelovanja u ovom pristupu se međusobno preklapaju, tako da ne moramo voditi računa o preciznoj vremenskoj granici zastupljenosti pojedinačnih predmeta. Kao takav ovaj model rada u nastavi predstavlja dobru polaznu osnovu za programiranje vaspitno-obrazovnog procesa sa objedinjenim temama različitih nastavnih programa. Specifičnosti ovog modela, između ostalog, omogućuju da se programiranjem i planiranjem srodnih programskih cjelina (tema) objedinjenih oko matematičkih pojmova integrišu znanja učenika i njihove saznajne funkcije i sposobnosti maksimalno razvijaju.

Mišljenja smo da se kroz multidisciplinarni pristup realizaciji matematičkih sadržaja može:

- efikasnost nastavnog rada podići na viši nivo,
- poboljšati razumijevanje učenog sadržaja,
- dodatno podstaći razvoj sposobnosti logičkog rezonovanja,
- unaprijediti razvoj apstraktnog mišljenja,
- integrisati usvojena znanja,
- usvojena znanja učiniti trajnijim i primjenljivijim,
- pojačati interesovanje i motivacija u nastavnom procesu,
- razviti samostalna aktivnost učenika,
- povećati misaona i stvaralačka aktivnost učenika.

Dakle, usvajanje matematičkih pojmova u multidisciplinarnom pristupu kroz nastavu matematike, ali i nastavu drugih predmetnih programa omogućava veću učeničku misaonu i praktičnu aktivnost, što nesumnjivo dodatno afirmiše njihovu subjekatsku poziciju u nastavnom procesu.

Zaključak

Multidisciplinarni pristup realizaciji nastavnih sadržaja je savremeni model obrazovnog rada. U našem radu matematički sasržaji su centralni i oko njih se okupljaju drugi predmetni programi, ali u praksi za centralnu temu mogu se uzeti nastavni sadržaji i iz nekog drugog predmeta i tada bi bilo riječi o multidisciplinarnom pristupu realizaciji tih nastavnih sadržaja. Ovaj pristup uključuje djelovanje minimum dva, ali i više nastavnih predmeta objedinjenih oko neke zajedničke teme. Ovo ukazuje na činjenicu da se u ovom pristupu mijenja pozicija nastavnika i učenika, što ga u isti mah svrstava u zahtjevnije nastavne modele rada.

Budući da su matematički sadržaji prisutni i u društvenim i u prirodnim naukama, to nas dodatno obavezuje da im posvetimo punu pažnju, kako u njihovoj realizaciji tako i razumijevanju. Prisutnost matematike u svakodnevnom životu zahtijeva osposobljavanje učenika za njihovo razumijevanje i otkrivanje zakonitosti koje tu vladaju. Zato zajedničkim djelovanjem više nastavnih predmeta postižemo taj cilj i usvojena znanja činimo primjenljivim u životnoj praksi. Multidisciplinarni pristup realizaciji matematičkih sadržaja omogućava potpunije razumijevanje učenih pojmova, a učenicima obezbjeđuje veću inicijativu na času što je garancija potpunijeg razvoja matematičkih sposobnosti učenika.

LITERATURA

[1] Dejić, M., Egerić, M. (2006): *Metodika nastave matematike,* Učiteljski fakultet u Jagodini, Jagodina.
[2] Kadum, V. (2002): *Neuspjeh u nastavi matematike. Utjecaj dopunske nastave na obrazovni učinak u nastavi matematike na početku srednjeg obrazovanja,* u: Zbornik radova Visoke učiteljske škole u Zadru, Zadar.
[3] Kadum, V. (2005): *Učenje rješavanjem problemskih zadataka u nastavi (matematike),* IGSA, Pula.
[4] Lavrnja, I. (1998): *Poglavlja iz didaktike*, Pedagoški fakultet u Rijeci, Rijeka.
[5] Markovac, J. (2001): *Metodika početne nastave matematike,* Školska knjiga, Zagreb.
[6] Mićanović, V. (2010): *Stavovi vaspitača i učitelja prema uticaju književnih tekstova na usvajanje početnih matematičkih pojmova*, u zborniku: Stavovi promjena – promjena stavova, Filozofski fakultet, Nikšić.
[7] Miličić, V. (1994): *Smisleno učenje,* Alinea, Zagreb.
[8] Nedeljković, M. (2010): *Društvo u promjenama i obrazovanje*, Eduka, Beograd.
[9] Stevanović, M. (2003): *Modeli kreativne nastave*, Andromeda, Rijeka.
[10] Walsh, B. K. (2001): *Kreiranje vaspitno-obrazovnog procesa u kojem dijete ima centralnu ulogu: metodološki priručnik za rad sa djecom uzrasta 8 do 10 godina,* Pedagoški centar Crne Gore, Podgorica.

Veselin Micanovic

A MULTIDISCIPLINARY APPROACH TO THE ADOPTION OF INITIAL MATHEMATICS

Summary: Mathematics education of students is part of the education system, which without improvements and integration with other educational segments do not satisfy the educational needs of the individual in contemporary society. Contemporary reform measures in education are directed towards a unified and comprehensive understanding of concepts. The emphasis is on integrated knowledge and its applicability in practice.

The need for thematic planning of educational content that allows a multidisciplinary approach to the realization of related goals, is characteristic for the educational system in the 21 ages. If the teacher effectively planned and implemented the adoption of mathematical concepts through the different educational areas, than it is necessary to narrow professional and multidisciplinary education. According to it, this paper focuses on the analysis of the main characteristics and specific teaching role in the multidisciplinary approach to the planned implementation of mathematical content, the difficulties that arise in this field and possible ways to overcome them.

It is undisputed that the teachers in teaching have the widest range of multidisciplinary education and it is expected that they in their teaching practice often resort to the implementation of mathematical concepts through a similar content of other subjects.

Key words: multidisciplinary approach / mathematics education / teaching basic mathematics / teacher / student / teaching content

Вељко Вуковић
Факултет педагошких наука
Јагодина

371.3::51

МЕТОДИКА МАТЕМАТИКЕ КАО МУЛТИДИСЦИПЛИНАРНА НАУКА

Апстракт: Методика математике или Дидактика математике је пресек или састав, унија више научних дисциплина и то:

1) Педагогије, односно Опште дидактике;
2) Математике;
3) Психологије, односно Психологије учења;
4) Методологије истраживања (и то: математичке методологије истраживања и доказивања и педагошке методологије истраживања);
5) Логике.

Из Педагогије Методика математике преузима: педагошке принципе, наставне методе, наставне форме и поступке рада, педагошку терминологију и др.

Из математике Методика усваја многе математичке садржаје. Поред бројева и геометријских облика и фигура, нарочито и ове: скупове, операције, релације, функције, структуре, елементе математичке логике и многе друге делове математике.

Садржаји психологије учења су, такође, саставни део Методике математике и то: мисаоне операције, когнитивне и асимилаторске шеме, ментални развој детета и адолесцента, развој математичког мишљења и др.

У Методици математике важно место заузимају: математичка методологија истраживања и доказивања (која се у образовању трансформише у наставне поступке и, уопште, у поступке учења), математичка терминологија и симболика. Такође, за истраживања у настави и учењу веома је значајна педагошка методологија истраживања, доказивања и верификације резултата педагошких експеримената.

И закони закључивања и, уопште, мишљења, који су преузети из опште и математичке логике имају своје значајно место у настави, учењу и истраживању математике.

Елементи из историје математику су значајни, тако нпр. генеза математичких појмова помаже да се њихова суштина што боље схвати и, уопште, упозна еволуција и развој математике, а исто тако како би се мотивисали субјекти у учењу и истраживању математике.

Кључне речи: дидактика, психологија учења, методологија, математика, логика

Назив и предмет методике математике

Методика математике или Дидактика математике (у међународним класификацијама позната је под овим другим називом) је вештина или наука о настави, односно наука о интелектуалном математичком образовању помоћу наставе у ужем смислу, а у ширем смислу, наука о учењу математике, односно о математичком образовању помоћу наставе и других видова учења у школи и ван школе у току и после школовања.

Други видови математичког образовања у школи су: додатни и допунски рад, математичка секција, припрема за такмичење; а у школи и ван школе и: индивидуално учење и образовање, менторска и истраживачка форма образовања и др.

Дидактика или методика математике разматра: образовне и васпитне циљеве и задатке, принципе, суштину, садржаје (наставни план и програм), организацију наставе и учења, контролу, управљање и регулисање наставе и процес учења, форме, методе и поступке, моделе и системе наставе и учења, позиције наставника и ученика, па чак и родитеља и трећих лица и њихове односе у настави и другим видовима учења, наставна средства и медије и др.

Методика математике усваја као своје не само учење математичких садржаја прописаних школским и универзитетским програмима и побројане делове опште дидактике, већ и делове и резултате истраживања психологије: психологије учења, генетике, психологије о менталном развоју детета и адолосцента; делове из опште и математичке логике.

Предмет методике математике је и методологија педагошких истраживања, као и добар део експерименталне методологије истраживања рефлективне интелигенције ученика. Такође, саставни део методике математике је математичка методологија истраживања и доказивања, као и неки елементи из историје математике.

Назив дидактика потиче из XVII в. код Раткеа и Коменског (у Великој дидактици). На развој опште дидактике нарочито су утицали и значајно су заслужни: J. H. Pestaloci, J. H. Herbart, T. Zillr, W. Rein, O. Wilman, A. Lay, H. Gauding, J. Devey, E. Claparede и још неки други.

Нека схватања о карактеру Методике математике

Из описаног у првом одељку може се сагледати да је ова научна област мултидисциплинарног карактера и да је пресек више наука и (или) састав делова тих наука.

Постоје велика неслагања о карактеру ове научне дисциплине. У такозваним источноевропским и још неким другим државама методика математике је сматрана претежно математичком дисциплином и на свим математичким факултетима у овим земљама егзистирају катедре за методику математике. На овим факултетима из методике математике постоје последипломски студији, такозвана аспиратура и могу се стећи научне титуле кандидат наука и доктор наук исто тако као и из других области математике.

У бившој СФРЈ, а скоро још увек у Р. Србији, методика математике као ни методике других научних дисциплина нису признаване као научне области тих дисциплина, нису постојале катедре за методику, па чак на неким математичким катедрама ни наставници за овај предмет. Методике појединих научних дисциплина сматране су, и данас, претежно, влада такво схватање, саставним делом педагошких наука, нарочито делом дидактике.

У научним круговима говорило се о општој дидактици и посебним дидактикама одређених наука. У пракси није било могуће стећи звање магистра методике математике или докторирати из ове области на математичким катедрама. У комисије за одбрану докторске дисертације из методике бирани су по два педагога и један математичар, а стечена титула доктора била је из педагошких наука. Слична је ситуација била и са природним наукама: физиком, хемијом, биологијом и другим наукама. Ово стање је и данас доминантно.

Ради подсећања и уместо доказа наведимо изражена схватања на научном скупу, на тзв. Научном округлом столу, који се одржао на Учитељском факултету у Јагодини 1998. године. Са овог скупа објављена је и посебна публикација, Зборник радова. У свим рефератима овог Зборника методика математике се схвата као део опште дидактике, тј. као посебна дидактика. Данас се још увек докторат из ове научне области може да стекне само на ПМФ-у у Н. Саду или на неком од учитељских односно педагошких факултета. Да је ово схватање доминантно и на учитељским и на педагошким факултетма, а и на ПМ факултетима, види се и из програма последипломских и докторских студија за научна звања магистра и доктора методике математике (која се третирају као научне титуле педагошких наука). У овим програмима, као и програмима редовних студија, засупљен је нпр. предмет Методологија педагошких истраживања, али и не математичка методологија истраживања и доказивања. Ова чињеница иницира суштинско кључно питање. Каквог профила треба да буде методичар математике? Колико му је потребно математике да би био адекватни методичар овог предмета? У неким земљама сматра се да он мора бити истакнути научник математичар. У математичкој литератури у нас до сада нема ни трага о неким наставним поступцима, као нпр. изоморфизму, хомоморфизму, факторисању структура, о поступку класификовања структура по релацијама (нпр. конгруенцији по мод) и др., о неким математичким принципима, који су истовремено и наставни принципи (нпр. Принцип перманенције). Важно и суштинско питање је шта би студенти на постдипломским односно докторским студијима методичког смера на учитељским и другим факултетима изучавали из математике и методике математике да би били адекватни специјалисти методичари овог предмета (а не општи педагози). Веома погрешно схватање је да је овим кадровима довољно да знају матемаику која се учи у школи и у својим стручним радовима аутори ових радова дају само примере из основне школе или, још горе, примере из млађих разреда основне школе, као да наставницима средњих школа и наставницима виших школа и факултета нису потребна методичка знања. Такође, исто тако је штетно схватање да добрим, истакнутим математичарима није потребна методика; довољно је да добро влада математиком и ништа му више није потребно, лако ће поучавати, односно преносити знања другима. Логично је и исправно схватање да су највећи математичари и најбољи методичари математике.Чини се да се ова мисао може изрећи и овако: да би био велики методичар мораш бити и велики математичар. Али важи и обрнуто, велики методичари су истовремено и истакнути математичари. Светли пример таквог математичара и методичара био је академик проф. др Ђуро Курепа. Довољно је читати његову „Вишу алгебру“ да би се уверио неко у горње наводе.

Шта је методика науке математике, односно наставе математике, да ли је наука или вештина?

У неким, чини се свим капиталним књигама, методика неког наставног предмета, односно научне дисциплине, одређује се и објашњава као вештина поучавања односно наука о интелектуалном образовању помоћу наставе, (В. (3), стр. 74), или као наука или вештина учења, (В. (4), стр. 281-282).

Без обзира да ли је наука или вештина, методика сваке наставне дисциплине је „интелектуална активност", веома значајна и од посебног је друштвеног интереса. Она задовољава описане карактеристике науке, тј. да је „систематизована и аргументована сума знања о објективној стварности до које се дошло свесном применом одређених објективних метода истраживања." Методика, као и свака друга наука, има сличну општу структуру као и свака интелектуална активност помоћу које се решава неки практични проблем. Такође, она долази до сазнања полазећи од искуствених чињеница и размишљањем се изводе закључци, који се затим проверавају у пракси. Овај процес сазнања се остварује помоћу општег метода Лењинове тријаде. Проблеми методике, претежно, имају конкретан карактер, па стога имају и свакодневну директну, непосредну везу са практичним животом. Ипак, и она има толики општи карактер који јој омогућава да сагледа будућу максималну ефикасност наставне праксе и учења.

Методика, као и свака наука, највише се карактерише својом методологијом, која има следеће базне карактеристике:

1. своју језичку терминологију, која је прецизна, јасна, разумљива, комуникабилна;
2. методички научни ставови су кохерентни с другим утврђеним знањима, а то значи усклађени су и повезани с другим знањима и логичким законима, логичким и математичким правилима, која имају објективан друштвени карактер;
3. практична верификабилност у пракси свих резултата њених истраживања. Одређени став добива научну вредност само под условом да из њега могу бити дедуковане консеквенце које тачно предвиђају интерсубјективна искуства.

Методологија методике математике

Методе истраживања у методици математике су преузете из методологоје педагошких истраживања. Најчешће се јавља експериментална метода паралелних група; затим метода прооткола, интервјуа, опсервација, и др.; мерни инструменти вредновања: тестови знања и способности, контролни задаци и др.

У настави, учењу и у истраживању су познате следеће методе: дијалошка метода или метода разговора, метода дискусије (у пару, у групи, на јавним стручно-научним скуповима и метода комуникације путем: рецензије, анализе, експертизе, у медијима и др. Као методе у настави и учењу егзистирају и методе: вођења, вођеног открића и самосталног открића или хеуристичка метода.

Све ове набројане методе су преузете из дидактике и методологије педагошких истраживања.

Методика математике, уз ово, из психологије преузима и резултате о: менталном развоју субјеката учења, а нарочито о развијању свих облика математичког мишљења, па и методологију истраживања у психологији учења, као и методе и мерне инструменте за вредновање способности ученика.

Трансформацијом математичких метода у методици математике јављају се наставни поступци: анализе, синтезе, индукције, дедукције, аналогије, генерализације, конкретизације, хомоморфизма (сличности), изоморфизма, факторизације по релацијама, односно по подскуповима и др.

У психологији учења ови наставни поступци су истоимене мисаоне операције, а у математици као науци научно-истраживачке методе; још општије гледано, то су филозофско-гносеолошке методе истраживања и сазнања.

Гранична линија између научних метода и истоимених наставних поступака није оштра и није, понека, ни довољно експлицитна.

Све математичке методе доказивања методика математике издашно и неогранично користи као методе истраживања и верификације резултата ове активности.

Терминологија и симболика методике математике

Језик и језички термини методике математике потичу из говорног језика и педагогије (нарочито из дидактике и методологије педагошких истраживања), психологије (највише из психологије учења, психологије о менталном развоју ученика), математике , логике и других наука.

Који се термини користе из појединих научних дисциплина?

Из педагогије у методици математике врло су честе и најчешће речи, термини, изрази: васпитање, учење, образовање, васпитни и образовни циљеви и задаци, настава, наставни принципи, наставне методе и форме рада, наставна средства, комуникација, процес сазнања, системи учења, модели, итд.

Из психологије, у методици математике су редовно у употреби, између осталих, и термини: мисаоне операције, учење, поучавање, асимилаторске шеме, акомодација, асимилација, рефлективна интелигенција и комуникација, воља, пажња, имагинација, представа, име-назив-термин, представа - ментална слика појма и примери (објекти), сензомоторна, интуитивна и операторна интелигенција, мисаоне активности, развој мишљења, креативне способности, менталне способности, конструктивно, аналитичко и апстрактно мишљење, итд.

Из математике, методика математике као своје користи и терминологију и симболику појмова: скупова, бројева, операција, релација, функција, структура, геометријских фигура, формула, метода и правила одређивања (дефинисања), доказивања, закључивања, израза-термова, алгоритама, назива појединих математичких области, квантификатора (сваки и неки) итд.

Из опште и математичке логике методика математике преузима, између осталог, и користи се и следећим изразима: искази (реченице), састав (конјукција), растав (дисјункција), оповргавање (негација), импликација (условна реченица), еквиваленција (равноваљаност реченица), таутологије, закони и правила мишљења и закључивања, итд.

Кохерентност методике математике

Методички ставови су кохерентни, повезани, систематизовани, усаглашени са општим законима логике и другим законима, знањима и правилима, која имају објективан друштвени карактер.

Делови и целине који се преузимају из педагогије (дидактике и методологије педагошких истраживања), психологије, математике, логике, гносеологије и др. и користе у методици математике имају исти циљ који би се приближно могао исказати: постизање што боље и веће ефикасности наставе и учења, односно васпитања, образовања и истраживања у овој наставној и научној области. Ставови ових наука који се користе у методици се допуњавају, усклађени су, компактни су и нису противречни. Противречност последица из било којих полазних ставова, претпоставки , аксиома и полазних језичких термина се не појављују ни у једном виду с обзиром на циљ методике математике.

Математичке методе попут методе анализе, синтезе, индукције, дедукције, аналогије, генерализације, конкретизације, хомоморфизма, изоморфизма, факторизације по релацијама, односно по подскуповима и др, као и истоимени наставни поступци, подједнако се примењују и у истраживању и у учењу математике, и то у свим фазама тих процеса: у креирању ставова (теорема, тврђења), формулисању, у доказивању ових ставова и у извођењу и доказивању њихових последица (В.(1), стр. 73-156; и (2), стр. 198-216). Избором и коришћењем адекватних педагошких метода и форми рада, које су допуна и кохерентне су са наведеним, овај процес се може учинити што ефикаснијим и најефикаснијим процесом. Резултати добијени психолошким експериментима показују када ће се учити конкретни појмови, када ће бити приступачни апстрактни појмови, када ће се користити дедукција, итд.

Из Педагогије у Методици математике кључно место заузимају: педагошки принципи, наставне методе и форме рада (фронтални, индивидуални, групни, менторски облик рада: помоћу директних консултација, консултација помоћу компјутера - даљинске консултације) и методологија педагошких истраживања. Настава и учење све више постају чинилац удруживања педагогије, психологије, кибернетике и њених модела управљања, алгоритама, теорије информација и других научних дисциплина с циљем остваривања што савременијег начина поучавања и самообразовања ((4), стр. 174).

Педагошки принципи, наставне методе и поступци учења, наставне форме рада и учења, које дају педагогија, математика и методика математике, и резултати и ставови добијени педагошким и психолошким експериментима, о менталном развоју, рефлективној интелигенцији, когнитивним и асимилаторским шемама, о системима, моделима и алгоритмима учења, усмерени су у истом правцу, ка истом циљу: стицању што квалитетнијих, применљивијих знања, развијању креативнх способности, оспособљавању субјеката учења за самостално учење и за самообразовање.

Структура програма и садржаји методике математике

Осим садржаја ове научне дисциплине који су наведени у одељку 1. овог прегледног чланка као допуну нужно је навести и следеће.

Из савремених школских програма математике за све узрасте, као и из факултетских програма математике, који су предмет методике, јасно се оцртавају идеје и идејне линије: скупова, бројева, операција, функција, релација, алгебарских и тополошких структура, једначина, неједначина, геометријских фигура, вектора, математичке логике, статистике, вероватноће, итд.

Из Психологије најважнији пренети садржаји у Методику математике су: резултати о менталном развоју ученика и свих субјеката учења и истраживања, о рефлективној интелигенцији, који су добијени психолошким експериментима, као и о когнитивним, односно асимилаторским шемама.

Из Логике и Математичке методологије Методика математике обухвата: исказни рачун, облике исказа (реченица): конјункцију (саставну реченицу), дисјункцију (раставну реченицу), негацију (одричну реченицу), све видове импликације (условне или погодбене реченице): директну импликацију, конверзну или обрнуту-супротну реченицу или конверзију, инверзију или супротни исказ, и контрапозицију директног исказа (обрнуто супротни исказ), универзалне и егзистенцијалне исказе и квантификаторе (сваки и неки), еквиваленцију исказа, одређивање-дефиниције појмова и теорема, правила за дефиниције и теореме, законе исказног рачуна: упрошћења, искључења трећег, комутације, асоцијације, двоструке негације, дистрибуције, Де Морганове законе, законе и својства транзитивности и продужене транзитивности, закон силогизама Барбара, закон и поступак доказивања reducio ad absurdum, итд.

Поред већ наведених метода истраживања из Методологије математике, ваља још овај списак допунити математичким правилима извођења и доказивања: правило супституције, правило одвајања - модус поненс, директан доказ, индиректан доказ, закон монотоније за сабирање, закон монотоније множења, закон монотоније за релације једнакости и неједнакости, итд.

Из историје Математике Методика ради бољег схватања појмова и ради мотивисања за учење користи генезу појмова и еволуцију математике као науке. Међу важним садржајима из ове области су сигурно и следећи: епоха стварања математике, епоха елементарне математике, Еуклидови елементи, епоха математике промењљивих величина, епоха савремене математике, интересантне епизоде из живота и научног стварања великих математичара: Талеса, Еуклида, Архимеда, Гауса, Галоа, Лобачевског, Де Моргана, Бољај, Була, Цантора, Дедекинда, Ојлера, Њутна, Лајбница, као и наших великих математичара: Мике Петровића Аласа, Ђуре Курепе и других.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Вељко Вуковић: *Савремено учење математике*, Универзитет у Крагујевцу, Учитељски факултет у Јагодини, 1998.

[2] Вељко Вуковић: *Учење и истраживање математике*, Универзитет у Крагујевцу, Педагошки факултет у Јагодини и Учитељски факултет у Ужицу, 2008.

[3] *Dictionary Macmillan*, Macmillan Co., Inc., New York, Collier Macmillan Publishers, London.

[4] *Енциклопедија лексикографског завода 3*, Југословенски лексикографски завод, Загреб, MCMLXVII.

[5] Ђуро Курепа: *Виша алгебра I и II*, Завод за издавање уџбеника, Београд, 1969.

[6] Петар Мандић, Данимир Мандић: *Образовна информациона технологија*, Учитељски факултет у Београду, Учитељски факултет у Јагодини и Учитељски факултет у Ужицу, 1997.

[7] С. Прешић: *Савремени приступ настави математике*, Научна књига, Београд, 1975.

[8] Алфред Тарски: *Увод у математичку логику и Методологију математике*, Издавачко предузеће „Рад“, Београд, 1973.

Veljko Vukovic

DIDACTICS OF MATHEMATICS AS MULTIPLICATIVE SCIENCE

Summary: Didactics of mathematics as science of teaching is intersection or union of parts more scientific (components) branches as:

1)Pedagogy, respectively Didactics; 2) Mathematics;

3) Psychology, respect. Psychology of teaching;

4) Methodology of researching (as: Methodology of mathematics of researching and proving) and pedagogical methodology of researching

5) Logic.

From Pedagogy Didactics of Mathematics is taking: a) the pedagogical principles, b) the methods of teaching, c) the forms of teaching and d) the procedures of teaching.

From Mathematics Didactics of Mathematics was adapted many mathematical contents. Except the numbers, the geometrical forms and equations, especially are important and these: the sets, the operations, the relations, the functions algebraic structures, elements of mathematical logic and other components of mathematics.

The contents of Psychology of teaching are constituent part of Didactics of Mathematics as these: the reflective operations, cognitive and assimilatory schemas, the psychic development of child and of adolescent, development of mathematical thinking.

Mathematical methodology of researching and proving (respectively teaching procedures), the mathematical terminology and symbols are very relevant in Didactics of mathematics. Pedagogical methodology of researching is very important for researching and development of teaching and education, too.

The logical laws of conclusions and, in general, thinking have significant place in the Didactics of Mathematics.

Key words: didactics, psychology, methodology, the logical laws

Валерија Пинтер Крекић
Учитељски факултет
Суботица

371.3::51(497.11)
371.3::51(4)

КОМПАРАТИВНА АНАЛИЗА НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ У РЕПУБЛИЦИ СРБИЈИ И У НЕКИМ ЗЕМЉАМА ЕВРОПЕ

Апстракт: У почетној настави математике од целокупног математичког знања, према одређеном циљу и задацима, бира се само један сегмент тих знања који се методички трансформише у облик погодан за узраст ученика.

Важно је да одабрани садржаји и начин његовог усвајања буду основа за остваривање исхода образовања. Међу најважнијим критеријума избора одговарајућих садржаја и њихове реализације јесу психофизичке могућности ученика. Насупрот ставу да деца узраста 7–11 година могу да усвајају само садржаје аритметике, који се односе на усмено и писмено рачунање и сл., савремена дидактика математике, после многих теоријских и експерименталних испитивања, доказала је да су деца способна да усвоје и идеје савремене математике, ако се ти садржаји адекватно дидактички обликују. Након неуспелог покушаја осавремењавања програма почетне наставе математике у нас одустало се од савременијих садржаја, наставу математике је сведена углавном на класичне садржаје и на класични начин обраде. Савремени програми почетне наставе математике у свету, поред аритметике, елементарне геометрије и мерења садрже и теме као што су: скупови, логика, релације, функције, низови, топологија, комбинаторика, вероватноћа и статистика и сл.

Овај рад се бави компаративном анализом садржаја наставе математике у нижим разредима основне школе, код нас и у неким развијенијим земљама Европе и земљама у транзицији.

Кључне речи: анализа, програми, почетна настава математике

Проблем осавремењивања почетне наставе математике

Историјски развитак математике указује на то да је математичко знање огромно и да се стално увећава. У почетној настави математике од целокупног математичког знања, према одређеном циљу и задацима, бира се само један сегмент тих знања који се методички трансформише у облик погодан за узраст ученика. Одабирањем математичких садржаја и њиховом методичком трансформацијом настаје наставни предмет.

Важно је да одабрани садржаји и начин његовог усвајања буду основа за остваривање жељених исхода образовања. Без обзира што се одабрани наставни садржаји перманентно осавремењавају, они су у сталном заостатку за математиком као науком, па и за свакодневним потребама у реалном животу.

Нека истраживања показују да: „Програми почетне наставе математике код нас су веома класични, наиме након неуспелог покушаја за њихово осавремењавање одустало се од савременијих садржаја и наставу математике смо свели, углавном на класичне садржаје ... Лутања у осавремењавању наставних програма математике, пре свега у основном образовању се јављају као последице невештог методичког приступа тим садржајима, без довољне интуитивне основе, разрађене методологије и операционализације захтева те наставе“ (Ј. Пинтер, 2002).

Настава математике у Републици Србији

Наставни програм математике за основну школу у Републици Србији дефинише циљ и задатке наставе математике [5].

„Циљ наставе математике у основној школи јесте: да ученици усвоје елементарна математичка знања која су потребна за схватање појава и зависности у животу и друштву; да оспособи ученике за примену усвојених математичких знања у решавању разноврсних задатака из животне праксе, за успешно настављање математичког образовања и за самообразовање; као и да допринесе развијању менталних способности, формирању научног погледа на свет и свестраном развитку личности ученика."

Задаци почетне наставе математике у Србији се своде на конкретизацију циља, као нпр.:

– да ученици стичу знања неопходна за разумевање квантитативних и просторних односа и законитости о разним појавама у природи и друштву;

– да развија ученикову способност посматрања, опажања и логичког, критичког, стваралачког и апстрактног мишљења;

– да ученици савладају основне операције с природним бројевима, као и основне законе тих операција, итд.

Наставни програм математике у Србији од 1. до 4. разреда основне школе за редовну наставу предвиђа следеће теме:

– Предмети у простору и односи међу њима,
– Геометријске фигуре (просторне и равне),
– Скупови,
– Природни бројеви (сабирање и одузимање, множење и дељење, „једначине", „неједначине", проблеми),
– Разломци,
– Мерење и мере,

а за допунску наставу (IV разред):

– Логички и комбинаторни задаци,
– Природни бројеви , низови бројева,
– Методе решавања једначина,
– Квадрат и правоугаоник (специјални задаци),
– Коцка и квадар (одабрани задаци),
– Специјални проблеми (превожења, пресипања, размештаја и сл.),
– Занимљиви задаци (бројевни ребуси, магични квадрати, геометрија палидрваца),
– Математичке игре и рачунари.

Реч је о основним, недовољно формираним појмовима, основним рачунским операцијама са природним бројевима и њиховим особинама, елементарним геометријским фигурама, телима и основним мерама. Приликом решавања разних проблема применом математичких модела, бирају се одговарајућа математичка знања, повезују се у функционалне целине и тиме настају одговарајући математички модели.

Тежња ка што ефикаснијим и рационалнијим начином решавања проблема наставу математике усмерава ка увођењу функционалних дидактичких модула за решавање типичних проблема. Савладавањем ових модула ученици ће бити у стању да по неком готовом „алгоритму”, шаблону решавају одређене класе проблема. Ова стратегија наставе математике базира се на способностима извршавања логичких операција, на специјалним математичким способностима и конвергентном мишљењу, усмеравајући све интелектуалне снаге ученика на најрационалније решење, супростављајући се тиме оригиналности, богатству идеја, необичности и духовитости у приступу проблемима и уопште развијању креативних способности код ученика.

Преглед основних карактеристика почетне наставе математике у неким развијенијим земаљама Европе

Упоредна анализа програма почетне наставе математике у Србији и у неким развијенијим земљама Европе и у земљама у транзицији, према разним истраживањима (Е. Каменов, 2002, М. Егерић, 2003 и др.) указује на то да су ти наставни планови и програми, у основи прилично уједначени, али истовремено, неки се веома динамично развијају, гранајући се на разне нивое, а други су статични и одвијају се у истој равни.

Енглеска и Велс [10]

Период обавезног образовања (од 5 до 16 година живота) подељен је на степене образовања:

I степен (од 5 – 7 год.); II степен (од 7 – 11 год.); III степен (од 11 – 14 год.);
IV степен (од 14 – 16 год.).

Програм математике за први степен образовања

Током првог степена образовања, кроз остваривање одређених циљева и задатака, ученици треба да стекну следеће способности:

– практичне активности, истраживање и дискутовање;

– употребу математичких појмова у практичном активностима, уочавање појмова, слика, дијаграма, речи, бројева и симбола;

– употреба математичких појмова у развоју менталних способности;

– процењивање, цртање и мерење у циљу развијања практичности;

– извођење закључака из практичних активности;

– истраживање и употреба различитих извора и материјала;

– активности којима се развијају везе између схватање бројева и других операција везаних за математику.

Наставне теме су:

1. Примена бројева,

2. Бројеви и систем бројева (бројање, читање и писање бројева прво до 20, а затим до 100),

3. Рачунске операције (сабирање, одузимање до 100),
4. Решавање математичких проблема и
5. Обрада, представљање и употреба података.

Програм математике за други степен образовања

Током другог степена образовања, кроз наставу математике ученици се оспособљавају за сигурније коришћење математичких појмова. На овом нивоу образовања прелази се на рад са све четири основне рачунске операције, уз коришћење одговарајућих математичких појмова. У решавању проблема увек се прво користи вербална метода, па затим се прелази на писмену и електронску. Ученицима се нуди могућност проверавања способности мерења основних величина, кроз различите конкретне примере. Инсистира се на различитим математичким решењима проблема.

Током другог нивоа образовања кроз остваривања одређених циљева и задатака, ученици треба да стекну следеће способности:

– проширивање разумевања система бројева, укључивањем природних бројева, разломака и децималних бројева,

– детаљније процењивање математичких поставки,

– употреба модела и релација у истраживању алгебарских система,

– способности мерења у различитим ситуацијама,

– извођење закључака из практичних активности и уочавање разлике између битних и небитних података,

– употреба различитих технологија, укључујући и информатичку технологију,

– решавање задатака помоћу калкулатора, да би свој рад учинили ефикаснијим,

– успостављање корелације између математике и осталих наставних предмета.

Наставне теме су:

1. Примена броја,
2. Бројеви и системи бројева (разломци, децимални и процентни запис),
3. Рачунске операције (сабирање и одузимање до 10 000, множење до 1000, дељење са једноцифреним, двоцифреним и троцифреним бројем),
4. Сабирање, одузимање и множење у децималном запису,
5. Решавање проблема применом математике. Употреба калкулатора.

Холандија [11]

Обавезно основно образовање обухвата децу од пет до дванаест година старости. Садашње основно школство је резултат интеграције предшколског и нижег основног образовања (Basisonderwijs, од 1985. год).

Прва и друга група (разред) стичу основна знања искључиво кроз игру и то је у ствари само нека врста припреме за *трећу групу* (узраст који одговара нашем првом разреду).

Теме за групу 3 (први разред):

– Појам броја (да правилно користе термине: више, мање, једнако, да допуне бројевну праву бројевима који недостају, да праве групе по 5 до двадесет – уз помоћ жетона, да пишу цифре и повезују их са одговарајућим скуповима, бројеви до 50),

– Основне способности (рашчлањавање скупова – структура броја – разне комбинације, формирање збирова до десет, рачунање: сабирање одузимање до двадесет – у контексту приче и уз помоћ рачунаљке),

– Мерење (правилно коришћење термина: теже, лакше, једнаке тежине, да препознају термине за мерење времена, и вредности, „плаћају“ именују “сате“ и упоређују површине „квадратиће“) и

– Просторна оријентација (анализирају блокове једноставније грађе, и упоређују скице и праве „грађевине“).

Теме за групу 4 (други разред):

– Појам броја (да броје до 50 неуређене скупове и до 100 уређене скупове, број и бројна права),

–Основне способности (сабирање и одузимање до 100, текстуални задаци, појам множења, таблица множења),

– Мерење (време-календар, пола сата и четврт сата, вредност, ситан новац дужине),

– Просторна оријентација (оријентација у простору, лево, десно ближе, даље, приказ блок-грађевине скицом).

Теме за групу 5 (трећи разред):

– Појам броја (бројеви до 1000, и већи, структура бројева, релације, месна вредност),

– Основне способности (сабирање, различите стратегије сабирања, одузимање, моделовање проблема, заокруживање, множење и дељење, текстуални задаци),

– Мерење (мерење времена, мерење дужине, новац, процењивање, аналогна и дигитална средства мерења),

– Односи, проценти, разломци (размера, растојање на карти и реално растојање, примена процената) и

– График и табела (читање података из табеле).

Теме за групу 6 (четврти разред):

– Појам броја (бројеви до 10 000, заокруживање, римске цифре, калкулатор),

– Основне способности (сабирање, одузимање, множење и дељење, појам остатка, коришћење калкулатора),

– Мерење (време, датум, површина и обим, максимална и минимална температура, подаци са графика, појам „просечан“),

– Просторна оријентација (хоризонтално, вертикално, кординате, одређивање места на карти, размера, сенка, градње уз помоћ скице) и

– Односи, проценти, разломци (разломци, упоређивање разломака, однос разломка и процента).

Програм: „*Pluspunt–Reken–Wiskundemethode voor de Basisschool*“ служи за садржајну и методичку диференцијацију и индивидуализацију почетне наставе математике. Садржајна диференцијација се остварује помоћу посебне литературе „PLUSPUNT", који садржи сложеније задатке и захтеве на вишим нивоима креативности, односно логичко-комбинаторног мишљења.

Хрватска [12]

Полази се од претпоставке да је у постојећој основној школи математика је предмет с дуготрајном традицијом и добро дефинисаним садржајима, те нису потребни неки значајнији захвати у постојећим програмима.

Наставне теме су биле и остале сличне онима у Србији, па и њихов распоред по разредима, с тим што су код сваке теме дефинисани кључни појмови и образовна постигнућа.

Словенија [8]

Основно образовање дели се на два циклуса. Први циклус обухвата прва три разреда, а други циклус други блок од три разреда.

Нови дух образовања у Словенији се верно рефлектује и кроз садржаје, предвиђене наставним планом и програмом математике за прва три разреда основне школе.

Први разред

Геометрија и мерење

– Оријентација (односи у простору: мреже, путеви, лавиринти),

– Геометријске фигуре (тела, фигуре, линије),

– Коришћење геометријског прибора (лењир са шаблоном),

– Мерење (дужина, маса, запремина).

Аритметика и алгебра

– Формирање представа о броју, појам броја (природни бројеви до 20, појам 0, уређеност скупа природних бројева, низ бројева),

– Рачунске операције (сабирање и одузимање),

– Карактеристике операција (комутативни закон).

Други садржаји

– Логика и језик (скупови, представљање скупова, релације и односи),

– Обрада података (график, графички приказ, приказ помоћу стубаца).

Други разред

Геометрија и мерења

– Оријентација у простору (просторне релације и смерови),

– Геометријски ликови (тела, фигуре, линије, тачке),

– Трансформације (симетрија),

– Коришћење геометријског прибора (лењир са шаблоном),

– Мерење (дужина: m, dm, cm, маса: kg, новац: липа),

Аритметика и алгебра

– Природни бројеви до 20 и број 0 (природни бројеви до 20),

– Рачунске операције (сабирање и одузимање у скупу природних бројева до 20),

– Природни бројеви до 100 (природни бројеви до 100, јединице, десетице, уређеност скупа природних бројева, претходник и следбеник броја, низови бројева),

– Рачунске операције (сабирање и одузимање у скупу природних бројева до 100, без прелаза десетице, увод у множење и дељење),

– Особине операција (комутативност и асоцијативност).

Други садржаји

– Логика и језик (скупови),

– Обрада података (прикази: таблице, геометријски приказ, приказ помоћу стубаца, читање, уређивање и приказивање података, *једноставни комбинаторни задаци*).

Трећи разред

Геометрија и мерење

– Оријентација у простору (једноставне релације и употреба језика, мреже и мапе градова),

– Геометријски облици (фигуре: многоугао, угао, страница, подударност фигура, тела: страна, ивица, темена),

– Трансформације (симетрија),

– Употреба геометријског прибора (лењир са шаблоном),

– Мерење (дужина: m, dm, cm, маса: kg, dkg, запремине: l. dl, новац: еуро, време: дан, седмица, сат, минут).

Аритметика и алгебра

– Природни бројеви до 1000 (декадне јединице, уређеност скупа природних бројева, низови бројева, парни и непарни бројеви),

– Рачунске операције (сабирање, одузимање, множење и дељење, једначине),

– Особине операција (комутативност и асоцијативност сабирања и множења, улога бројева 0 и 1 код рачунских операција),

– Бројевни израз (примери бројевних израза),

– Рационални бројеви (делови целине).

Други садржаји

– Логика и језик (скупови, представљање скупова, релације и уређеност),

– Обрада података (прикази, табеле, прикази помоћу ступаца, провера),

– *Ситуације комбинаторне природе* (једноставни примери).

Словачка [13]

Циљ почетне наставе математике је задовољавање оних математичких потреба деце, које им задаје свакодневни живот и потреба за основном математичком културом. Осим усвајања основних знања и вештина из области аритметике и геометрије, ученици су вођени ка откривању, разумевању и примењивању пригодних веза између појединих области математике. Решавањем текстуалних задатака ученици су оспособљени да примене стечена знања у свакодневној пракси кад купују, мере и слично.

Својим садржајем и методама рада настава математике доприноси развоју мисаоних операција, просторној оријентацији, као развоју позитивних особина личности. Идеје текстуалних задатака мотивишу ученике за усвајање математичких садржаја. Такође доприносе проширивању патриотизма, еколошког, здравственог и моралног васпитања.

Садржај наставе математике је разврстан на *основно* и *проширено* градиво. Преглед тематских целина је дат по разредима:

Први разред

Основни садржаји:

1. Природни бројеви од 1 до 5, нумерација,
2. Сабирање и одузимање природних бројева до 5,
3. Бројеви: 6, 0, 7, 8, 9, 10. Сабирање и одузимање у скупу изучаваних бројева,
4. Нумерација природних бројева до 20. Сабирање и одузимање у скупу до 10,
5. Геометрија

Препоручене теме за проширивање садржаја:

– Увод у садржаје из логике,
– Решавање једначина,
– Усвајање првих искустава са бројевном осом,
– Решавање проблемских задатака.

Други разред

Основни садржаји:

1. Понављање и продубљивање садржаја првог разреда,
2. Сабирање и одузимање у скупу природних бројева до 20,
3. Нумерација природних бројева до 100,
4. Сабирање и одузимање природних бројева до 100,
5. Увођење множења и дељења природних бројева,
6. Геометрија.

Препоручене теме за проширивање садржаја:

– На основу представљене или реалне ситуације записати све примере,
– Решавање проблемских задатака,
– Продубљивање и проширивање знања из логике,
– Представљање бројева на бројевној оси,
– Решавање једначина,
– Решавање комбинаторних задатака.

Трећи разред

Основни садржаји:

1. Понављање и продубљивање садржаја из другог разреда,
2. Множење и дељење, до 100 – таблица множења. Нумерација природних бројева до 10 000,
3. Сабирање и одузимање природних бројева до 10 000,
4. Геометрија.

Препоручене теме за проширивање садржаја:

– Продубљивање и проширивање знања из логике,
– Решавање комбинаторних задатака,
– Решавање једначина,
– Решавање проблемских задатака,
– Запис бројева у декадном систему,

– Представљање бројева на бројевној оси,

– На основу реалности, или илустроване ситуације навести све задатке множења и дељења.

Четврти разред

Основни садржаји:

1. Понављање и продубљивање градива из трећег разреда,
2. Множење и дељење природних бројева до 10 000,
3. Нумерација у интервалу природних бројева до и више од милион,
4. Рачунске операције са природним бројевима,
5. Геометрија.

Препоручене теме за проширивање садржаја:

– Рачунске операције на дигитрону,
– Површина квадрата, правоугаоника и троугла, на квадратној мрежи,
– Разврставање тела на основу две особине (облик, величина),
– Решавање једначина,
– Решавање текстуалних задатака,
– Представљање бројева на бројевној оси.

Мађарска [6]

У Мађарској су задаци почетне наставе математике дефинисани тако да наглашавају развијање способности ученика као што су:

– Репродуковање: развијање мануелних операција, коришћење математичке терминологије, симболике, уважавање договора и математичких правила, примена упознатих алгоритама, решавање познатих типова задатака.

– Разумевање: Уочавање зависности, разликовање облика, величина и њихових релација; схватање тврђења, праћење идеја, редефиниција итд.

– Доношење судова: одбрана, или оспоравање тврђења, једнозначност тврђења, сувишни, односно недостајући подаци, противречни услови, сврсисходност ознака, начини закључивања, проверавање, оправдавање хипотезе, сагласност решења проблема са стварношћу.

– Мотивисање: заинтересовати ученике на основу вредновања математике према унутрашњим вредностима (хармоничност, истинитост, лепота) и према спољашњим вредностима (корисност, примењивост).

– Развијање општих способности: самосталност у раду, самоконтрола, креативност, тачност, прецизност, љубав према раду, самопоуздање, воља, комуникативност, сарадња у групи итд.

Наставни програм у Мађарској садржи следеће теме:

– Скупови,

– Логика,

– Природни бројеви /сабирање и одузимање, множење и делење, једначине, неједначине, проблеми,

– Разломци,

– Цели бројеви,

– Релације,

– Низови и функције,
– Тела и равни ликови,
– Геометријске трансформације,
– Оријентација у простору и у равни,
– Мерење величина,
– Комбинаторика,
– Вероватноћа и
– Статистика.

Закључак

На основу анализе изнетих програма наставе математике може се закључити следеће:

1. Међу циљевима и задацима наставе математике у свим посматраним земљама се посебно истиче: стицање темељних математичких знања потребних за разумевање појава и законитости у природи и друштву. Често се спомиње и пружање савремене математичке културе у духу актуелних тенденција у математици као науци.

2. У већини земаља приступ почетној настави математике базира се на:
– учењу кроз игру и манипулацију стварима,
– богатству дидактичког материјала,
– креативаном приступу настави,
– формирању појмова спирално, у фазама,
– диференцијацији и индивидуализацији.

Овај приступ омогућава упознавање и суптилнијих садржаја почетне наставе математике. Осавремењавање наставе математике се заснива на креативном приступу, на упознавању математичких идеја и математизацији стварности, уместо алгоритамског начина решавања проблема математичке природе, који у први план ставља усавршавање технике рачунања и решавање разних „готових“ математичких модела.

3. У многим земљама Европе програми почетне наставе математике су дати диференцирано: *основна знања, други садржаји*, *препоручене теме за проширивање садржаја* и сл.

4. Ова анализа је показала да програм почетне наставе математике код нас, заиста спада у класичне и да постоји потреба и могућност његовог осавремењивања. Савремени програми почетне наставе математике у свету, поред класичне аритметике, елементарне геометрије и мерења садрже и суптилније теме, као што су: скупови, логика, симетрија, комбинаторика, вероватноћа, статистика итд.

Почетну наставу математике у нас могуће је осавременити препоручивањем савремених тема за проширивање садржаја (за рад са бољим ученицима) које недостају у нашим програмима у односу на неке развијеније земље.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Дејић, М., Егерић, М., (2003), *Методика наставе математике*, Учитељски факултет у Јагодини.

[2] Dienes, Z., (1966), *Mathematics in Primary Education*, Hamburg, Unesco Institute for Education,

[3] Егерић, М. (2003), *Садржајна диференцијација у натави математике*, Јагодина,

[4] Каменов, Е. (2002), *Пројекат „Стратегија развоја система васпитања и образовања у условима транзиције“* , Министарство за науку, технологију и развој Републике Србије, Нови Сад.

[5] *Наставни програм математике за основну школу у РС*, Службени гласник РС – Просветни гласник, Бр. 10/2004, 1/2005.

[6] Neményi C.E., Káldi, E., Suták, M., Orovec, Sz.M., (1995), *Tanmenetjavaslat – Matematika – Általános Iskola 1-4.*, Nemzeti Tankönyvkiadó.

[7] Пинтер, Ј (2002): *Место и улога математике и стратешки приступ настави математике у основном образовању*, Норма, Учитески факултет, Сомбор.

[8] *Програми из математике за основне школе у Словенији* (министарство образовања Словеније, Љубљана)

[9] *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* (1989), National Council of Teachers of Mathematics, Reston.

[10] www.nc.uk.net (План и програм - Министарство просвете Уједињеног краљевства Велике Британије и Северне Ирске)

[11] http://www.minocw.nl/onderwij/kvk/index.htm)(Министарство Холандије)

[12] www.mzos.hr (Ministarstvo znanosti, prosvete i sporta Republike Hrvatske)

[13] www.zoznam.sk,

[14] www.sym.sk

Valerija Pinter Krekic

COMPARATIVE ANALYSIS OF MATHEMATICS IN THE REPUBLIC OF SERBIA AND OTHER EUROPEAN COUNTRIES

Summary: In the basic mathematics teaching , based on the specific aim and tasks ,one segment is chosen which is methodically transformed to a form to suit a particular age.

It is important that the chosen material and the method of implementing are the basis of the education outcome.

One of the relevant criteria is the pupils` psychophysical potential.As opposed to the state that children of age of 7-11 years are only capable of learning arithmetics based on oral and written calculations etc., contemporary didactic mathematics, after a number of teorethical and experimental surveys has proved that children are capable of learning contemporary mathematics ,if the material is didactely adequate.

Some of our research has shown that the basic mathematic programs in Serbia are traditional, in fact, after a failed attempt for bringing the programs up-to-date we have receded of that idea and decided to keep the traditional methods of basic mathematics.

The contemporary programs of basic mathematics worldwide, in addition to traditional arithmetics, elementary geometry and measurements contents of these subjects: Sets, logics, relations, functions, arrays , topology, combinatorics, probability and statistics.

This paper deals with the comparative analysis of the basic mathematic contents in lower grades in elementary schools, in Serbia and in some developed European countries as well as the countries in transition.

Key words: Analysis,programs,basic mathematics teaching

Емина Копас-Вукашиновић, Биљана Стојановић
Факултет педагошких наука
Јагодина

371.3::51-028.31

РАЗВИЈАЊЕ МАТЕМАТИЧКИХ ПОЈМОВА У ПРЕДШКОЛСКОЈ УСТАНОВИ И ШКОЛИ

Апстракт: У раду су анализирани циљеви и задаци образовних програма, којима се код деце у предшколској установи и школи развијају математички појмови. Циљ овог теоријског истраживања је био да се утврди колико актуелни програми омогућавају остваривање континуитета у систему предшколског и школског образовања и васпитања. Посебно нас је интересовало колико се остварује овај континуитет у раду са децом најстаријег предшколског узраста и ученицима првог и другог разреда основне школе. Пошли смо од претпоставке да ови образовни програми морају бити комплементарни. Једино тако је могуће добро припремити дете за школу и омогућити његово даље напредовање.

Кључне речи: математички појмови, образовни програми, дете, предшколска установа, школа

Увод

Математичко образовање у предшколској установи и школи доприноси, пре свега, развоју когнитивних способности детета и јачању његовог интелектуалног потенцијала. Ово образовање подстиче унапређивање логичко-математичког мишљења, које детету помаже да боље упозна себе и могућности сопственог деловања. У периоду до поласка у школу, развој основних математичких појмова тече у складу са узрасним особеностима и законитостима психофизичког развоја предшколског детета, као и његовим могућностима и интересовањима. У свакодневним животним ситуацијама, кроз игру, оно почиње да схвата простор и просторне односе. Међутим, треба истаћи посебан значај најстаријег предшколског узраста у којем деца стичу почетно математичко образовање, у функцији њихове припреме за школу и наставу математике. Стога је реално очекивати да у јединственом систему предшколског и основношколског образовања и васпитања претпоставимо постојање континуитета у систему организованог математичког образовања. То подразумева потребу за јединственим деловањем васпитача и учитеља, који имају задатак да ове активности учине комплементарним, пре свега кроз образовне програме, који се садржајно морају допуњавати и бити детерминисани јединственим циљним оријентацијама. Пре него што почнемо да се бавимо провером ове констатације, значајно је указати на специфичности развоја и учења предшколског детета, које представљају добру полазну основу учитељима првог разреда за препознавање дечијих могућности и потенцијала.

Од чулности до интериоризације дечјих поступака и значај игре у овом процесу

Предшколски период у развоју детета има своје специфичности, по којима се разликује од свих осталих периода кроз које оно пролази у времену свога одрастања. Промене у развоју детета су бурне и интензивне, значајне за његов психофизички и социо-емоционални аспект, за развој комуникације и његових стваралачких потенцијала. У овом периоду дете може да изгради апстрактне структуре и развије *способност апстрактног резоновања* само ако се створе услови за адекватна претходна чулна искуства. То је могуће учинити помоћу предмета којима се демонстрира, затим играчкама и дидактичким средствима, сликама и илустрацијама, које ће изазвати мисаоне активности, а оне довести до *формирања математичких појмова*. На предшколском узрасту чула су основни посредник између детета и света који га окружује. Она му омогућавају стицање првих искустава, у добро структурираној и подстицајној средини. Полазећи од дечје потребе да сазнаје својим чулима, организоване перцептивне активности су од посебног значаја за њихов целокупан развој. Образовање деце предшколског узраста подразумева организовање сазнајних активности путем опажања, у конкретним ситуацијама. Богата и разноврсна чулна искуства подстичу когнитивни развој детета, па тако и развој *способности да опажају и схватају простор и просторне односе, да извршавају логичке операције на конкретним предметима и појавама, да развијају појмове о геометријским облицима у равни и простору, да опажају и схватају мере, мерење и временске односе* (Добрић, 1979; Каменов, 1999; Шаин, 2005). Управо ови садржаји представљају основу почетног математичког образовања деце предшколског узраста. Поменута чулна искуства се временом прерађују у свести детета и устаљене практичне активности прерастају у мисаоне, којима дете у наредном ступњу развоја овладава, без потребе извршавања практичних радњи. Стога се интериоризација практичних радњи сматра једним од основних механизама развоја и васпитања предшколског детета.

У систему деловања на предшколско дете васпитачи организују образовне активности кроз игру, увођењем постепених отежања, према узрасту и могућностима деце. Игра је основна активност предшколског детета, која одређује развој његових укупних потенцијала. У овом тренутку ћемо се задржати на интелектуалном развоју предшколског детета кроз игру. Истраживања су потврдила да правилно култивисана дечја игра подстиче развој њихових менталних способности и убрзава процес преласка на виши ниво менталног развоја, посебно када је реч о дидактичким играма (Каменов, 2008). У прилог овој констатацији иду и могућности примене различитих врста и варијанти игара за децу, које подстичу развој поменутих способности, а чија је примењивост и ефикасност у пракси потврђена (Марковић и сарадници, 2000; Стојановић и Трајковић, 2009; Шимић, 1979).

Међутим, не треба превидети чињеницу да и деца која полазе у основну школу још увек имају изражену потребу за игром. Ову констатацију не можемо занемарити у организацији наставних активности. Истраживања савремених аутора потврђују да учење кроз игру и на млађем школском узрасту представља ефикасан начин усвајања знања и његовог трансфера у новим ситуацијама (Dryden & Vos, 2004; Izrael & Buzan, Копас-Вукашиновић, 2006). Овакво учење, у предшколској установи и млађим разредима основне школе, представља корак напред у остваривању континуитета, у систему организованих образовних активности. То подразумева јединствен приступ у конкретизацији циљева, задатака, садржаја и активности за развој математичких појмова (математичко образовање) на предшколском узрасту, као и организацији наставе математике, пре свега у првом и другом разреду основне школе. Теоријским истраживањем смо проверили валидност ове констатације.

Методолошка објашњења

Циљ истраживања

Утврдити да ли се кроз циљеве и задатке утврђене програмима, за почетно математичко образовање деце у предшколској установи и наставу математике за ученике првог и другог разреда основне школе, остварује складно и јединствено деловање васпитача и учитеља у процесу усвајања математичких појмова и развоја когнитивних способности деце најстаријег предшколског и најмлађег школског узраста.

Задаци истраживања

1. Представити циљеве и задатке којима деца (ученици) стичу знања из математике, а који су утврђени *Општим основама предшколског програма* и *Наставним планом и програмом за први и други разред основног образовања и васпитања*;

2. Утврдити да ли поменути елементи програма могу допринети остваривању континуитета у раду са децом најстаријег предшколског и најмлађег школског узраста, када је реч о усвајању математичких знања.

Методолошки поступак

У истраживању је примењена дескриптивна метода и поступак анализе садржаја поменутих програма.

Резултати истраживања и расправа

а) Циљне оријентације у програмима предшколског и основношколског образовања и васпитања, значајне за усвајање математичких појмова код деце (ученика)

Када је реч о институционалном предшколском васпитању и образовању, треба рећи да се *Опште основе предшколског програма* реализују кроз два модела, Модел А и Модел Б, међу којима постоје извесне концепцијске разлике, али и заједничке циљне оријентације. „Разлика се јавља између модела, пошто *Модел А* гравитира отвореном сиситему васпитања и акционом развијању програма, зависно од интересовања деце, а *Модел Б* има карактеристике когнитивно-развојног програма и разрађене васпитно-образовне циљеве, задатке васпитача и типове активности, међу којима васпитач може да бира и разрађује их зависно од потреба, могућности и интересовања деце. Оба модела се равноправно примењују и комбинују у пракси, а појединци и установе се за њих индивидуално опредељују“ (*Правилник о Општим...*, 2006: 13). У поменутом документу су детерминисани следећи јединствени, заједнички васпитно-образовни циљеви: стицање позитивне слике о себи; развијање поверења у себе и друге; подстицање самосталности, индивидуалне одговорности и аутентичности израза и деловања; развој интелектуалних капацитета у складу са развојним потребама, могућностима и интересовањима; развој социјалних и моралних вредности у складу са хуманим и толерантним вредностима демократски уређеног друштва, осетљивог на породичне, културолошке и верске различитости; култивисање дечјих емоција и неговање односа ненасилне комуникације и толеранције; развој моторних способности и спретности; подстицање креативног изражавања детета; припрема деце за наступајуће транзиционе и комплексније периоде живота; развијање свести о значају заштите и очувању природне и друштвене средине.

Циљне оријентације основношколског програма подразумевају: развој интелектуалних капацитета и знања деце и ученика, нужних за разумевање природе, друштва, себе и света у коме живе, у складу са њиховим развојним потребама, могућностима и интересовањима; подстицање и развој физичких и здравствених способности деце и ученика; оспособљавање за рад, даље образовање и самостално учење, у складу са начелима сталног усавршавања и доживотног учења; оспособљавање за самостално и одговорно доношење одлука, које се односе на сопствени развој и будући живот; развијање свести о државној и нациналној припадности, неговање српске традиције и културе, као и традиције и културе националних мањина; омогућавање укључивања у процесе европског и међународног повезивања; развијање свести о значају заштите и очувања природе и животне средине; усвајање, разумевање и развој основних социјалних и моралних вредности демократски уређеног, хуманог и толерантног друштва; уважавање плурализма вредности и омогућавање, подстицање и изградња сопственог система вредности и ставова који се темеље на начелима различитости и добробити за све; развијање код деце и ученика радозналости и отворености за културе традиционалних цркава и верских заједница, јачање поверења међу децом и ученицима и спречавање понашања која нарушавају остваривање права на различитост; поштовање права деце, људских и грађанских права и основних слобода и развијање способности за живот у демократски уређеном друштву; развијање и неговање другарства и пријатељства, усвајање вредности заједничког живота и подстицање индивидуалне одговорности (*Правилник о наставном...*, 2010).

Поређењем представљених циљева предшколског и основношколског образовања и васпитања, можемо закључити да се већина циљева подудара, што је разумљиво с обзиром да васпитно-образовни систем представља јединствен процес, од предшколског до универзитетског образовања. Разлике које се јављају у дефинисању циљева у предшколском васпитању и образовању, а који нису јасно одређени за основну школу, односе се на „стицање позитивне слике о себи“, „развијање поверења у себе и друге“ и „подстицање креативног изражавања детета“. Полазећи од узрасних развојних особености предшколског детета, прва два задатка се могу одредити као специфична, у односу на развој његове самосталности и аутономне моралности. Међутим, када је реч о подстицању креативног изражавања детета, многа истраживања су потврдила да на основношколском узрасту опада ниво изражене креативности код ученика, у односу на њихов предшколски узраст, чак и када је реч о наставним предметима из области уметности (Копас-Вукашиновић, 2000; Лобро, 1979; Волков, 1989). Узроци за ову појаву су пронађени у разликама које су евидентне у програмским концепцијама по којима се реализује васпитни рад у предшколској установи и школи, временској артикулацији активности у предшколској установи и школи, али и у различитим приступима у систему универзитетског образовања будућих васпитача и учитеља. Ова констатација иде у прилог тврдњи да је неопходно створити услове за квалитетније остваривање континуитета у систему предшколског и школског васпитања и образовања.

Међутим, када је реч о утврђеним циљевима програма основног образовања и васпитања, за разлику од предшколског програма, у већој мери се инсистира на поштовању права људи, усвајању проевропских и међународних вредности и поштовању различитости. Ова разлика се такође приписује могућностима деце основношколског узраста да разумеју ове захтеве и партиципирају у заједници, у циљу остваривања пуних права и грађанских слобода. Наравно, ови васпитни задаци имају посредан значај за целокупан развој деце, према томе и за њихово оспособљавање за усвајање математичких појмова. Међутим, када је реч о јединственом васпитном деловању на развој укупних потенцијала детета (ученика), они се ни у овој анализи не могу занемарити, имајући у виду чињеницу да креативност подразумева флуентност и дивергентно мишљење, а то су значајне способности за решавање математичких проблема путем покушаја и погрешака. Такође, партиципација у заједници и поштовање различитости се везује и за култивисање дечијих емоција, које одређују укупно постигнуће ученика.

б) Приоритетни циљеви и задаци предшколског и основношколског образовања и васпитања, значајни за усвајање математичких појмова код деце (ученика)

У намери да пронађемо везе у актуелним програмским концепцијама за предшколски и основношколски узраст, када је реч о усвајању математичких појмова и стицању знања, у даљем тексту ћемо представити циљеве и задатке *Припремног предшколског програма*, који представља део *Општих основа предшколског програма* и реализује се са децом најстаријег предшколског узраста (од 5,5 - 6,5 година старости). Поменути *Припремни предшколски програм* је детерминисан као део обавезног деветогодишњег основног образовања и васпитања и остварује се у оквиру предшколског васпитања и образовања. У његовој конкретизацији се полази од узрасних могућности и потенцијала деце, у намери да им се помогне да изразе своју особеност, испоље своје унутрашње потребе и интересовања, која ће даље развијати. Овај програм треба да допринесе проширивању и сређивању социјалних и сазнајних искустава деце, развоју њихове емоционалне и социјалне стабилности, подстицању мотивације сваког детета за новим облицима учења и сазнавања (*Правилник о општим*..., 2006).

Математичко образовање деце у предшколској установи има за циљ, пре свега, развој њиховог *логичко-математичког мишљења*, које ће им касније олакшати сазнавање света који их окружује, помоћи им да развију разноврсне начине сопственог деловања у процесу сређивања личних искустава. Процес математичког сазнања је интегрисан са осталим областима дечјег сазнања и на предшколском узрасту се не може посматрати изоловано. Подразумева сложен систем утицаја, у свим аспектима дечјег развоја, затим разноврсне поступке деце у активностима, њихову партиципацију и интеракцију у установи, у циљу изграђивања сопственог *логичко-математичког сазнања*. „Полазећи од тога да математика и математички појмови, као апстракције високог реда, нису дате „а приори", математика за предшколско дете не може бити учење дефиниција, формула и механичких поступака већ развијање унутрашњих процеса" (П*равилник о општим ...,* 2006: 66).

Покушаћемо да представимо циљеве почетног математичког образовања у предшколској установи, према актуелним програмским моделима, по којима се реализује *Припремни предшколски програм*, а затим да их повежемо са циљевима прописаним основношколским програмом за наставу математике, у првом и другом разреду основне школе.

Према Моделу А, циљеви почетног математичког образовања дефинисани су у складу са захтевом да се створе услови за активизацију деце, у свакодневним животним ситуацијама, играма, планираним активностима (истраживачко-сазнајним, стваралачко-изражајним, уметничким, говорним, спортско-рекреативним и друштвеним). Поменути услови подразумевају добро структурирану, подстицајну средину, у којој ће деца испољавати своје укупне потенцијале, тако што ће моћи да:

– „посматрају, испробавају и експериментишу, манипулишу, *уче кроз сопствено откриће*;

– опажају, препознају, разликују и откривају физичка својства предмета који их окружују: облик, боју, величину...;

– прикупљају информације и податке, стварају претпоставке и *самостално закључују* и обављају операције на разноврсним конкретним предметима, користећи се својствима и односима међу предметима и појавама;

– изграђују *логичко-математичка сазнања*: уређују их и стављају у различите односе: ређају, стварају поретке, обрасце, придружују, сортирају, групишу и категоришу ствари, откривају начине утврђивања колико чега има;

– размењују са другима и *презентују своје идеје и закључке*; вербализују и образлажу своје акције и начине долажења до решења; постављају другима задатке;

– представљају на различите начине, комбинују, варирају, мењају редослед, *стварају нове моделе и шеме, повезују симболе и значења*, користећи различите начине представљања;

– развијају сопствене *способности*, уочавају сличности и разлике, анализирају, стварају претпоставке, уочавају логичке последице, издвајају битно од небитног, уопштавају, замишљају, симболизују, планирају, полазе од „мисли ка акцији", разумеју и користе почетне математичке операције придруживања, класификовања, ређања у серијални низ бројања, процењивања;

– повећавају осећање компетенције кроз постепено *откривање својих могућности* и ограничења својих чула; изграђују интелектуалну самосталност ослобађањем од сопственог егоцентризма, делују на средину и развијају осећај да су способни да решавају проблеме и задатке;

– примењују и користе различита дидактичка средства у *решавању проблема* у свакодневним ситуацијама и активностима у вртићу; уочавају и формулишу проблеме; праве логичку анализу ситуација; откривају и изграђују сопствене начине решавања проблема, примењују почетну математичку логику у њиховом решавању и образлажу своје поступке;

– имају прилике да виде друге одрасле и децу како користе своје искуство из *математичке логике*" (*Правилник о Општим...*, 2006: 66).

Стицање и изграђивање почетних математичких појмова подразумева организацију активности са децом према јасно одређеним областима (Табела 1).

Тематске области	**Циљеви развоја математичких појмова**
Опажање и схватање простора и просторних односа	Развијање појмова просторних релација; практична просторна оријентација; практично коришћење и учествовање у креирању различитих простора у вртићу; представљање простора из околине,...
Логичке операције на конкретним предметима и појавама	Формирање појма скупа; изграђивање појма броја,..
Развијање појмова геометријских облика у равни и простору	Развијање почетних сазнања о геометријским фигурама у равни; превођење са предметног на сликовно представљање; практично коришћење предмета различитог облика,...
Мере и мерења	Опажање, схватање и практично мерење различитих величина; индиректно нумеричко процењивање величина; нестандардне мере, ...
Временски односи	Планирање распореда активности у току дана; предвиђање временских секвенци; везивање за одређене догађаје,...

Табела 1: Циљеви развоја математичких појмова по тематским областима у Моделу А

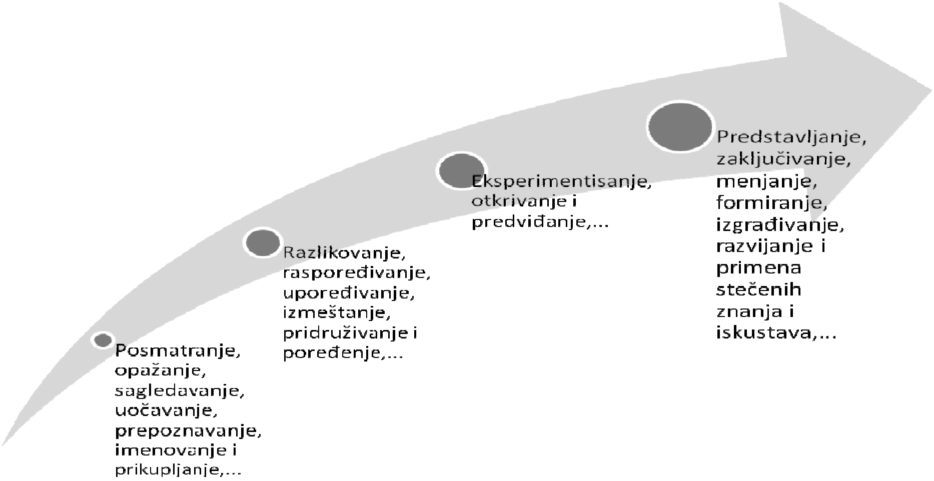
Из поменутих циљева је могуће издвојити неколико кључних појмова, који одређују садржај почетног математичког образовања деце најстаријег предшколског узраста, према Моделу А *Припремног предшколског програма*. То су следећи појмови: посматрање, опажање, препознавање, разликовање, прикупљање, експериментисање, откривање, закључивање, изграђивање, развијање и примена.

Према Моделу Б *Припремног предшколског програма,* циљеви развоја математичких појмова су дати кроз конкретизоване тематске области, којих је предвиђено укупно осам. Полази се од развијања дечијих способности просторног сагледавања сопственог положаја и кретања, затим положаја других особа и предмета у свом окружењу, развијања способности поређења и процењивања, просторне перцепције, способности уочавања и разликовања геометријских облика, уочавања и формирања скупова, бројања и придруживања елемената скупа и временске оријентације (Табела 2).

Тематске области	**Циљеви развоја математичких појмова**
ПОЛОЖАЈИ	Сагледавање простора у односу на сопствено тело и положаја појединих делова тела, једних у односу на друге; уочавање разних положаја тела и положаја предмета међу собом; сагледавање међусобног односа предмета у простору и мењања овог односа у разним активностима,...
КРЕТАЊЕ КРОЗ ПРОСТОР	Уочавање праваца кретања кроз простор у практичним ситуацијама; предвиђање куда ће пасти бачени предмет; кретање предмета или модела у замишљеним ситуацијама, у тродимензионалном простору, или представљеном на цртежу,...
ПОРЕЂЕЊЕ И ПРОЦЕЊИВАЊЕ	Именовање појединих величина поређењем два предмета или коришћењем трећег предмета као условном мером; упоређивање величина на основу малих разлика и њихова серијација.
ОБЛАСТИ, ЛИНИЈЕ И ТАЧКЕ	Обележавање простора линијама, дељење и трансформисање простора и представаљање на макетама; посматрање простора из необичних углова и углова других особа; способност елементарне оријентације у простору,....
ОБЛИЦИ	Уочавање одређених геометријских предмета у околини; разликовање геометријских облика и фигура; представљање и реконструисање фигура у дводимензионалном и објеката у тродимензионалном простору,...
ОБРАЗОВАЊЕ СКУПОВА	Уочавање скупова, формирање скупова и утврђивања припадности појединих елемената у скупу; елементарни појмови о пресеку скупова, унији скупова, подскуповима, измештању чланова скупа,...
БРОЈАЊЕ И СКУПОВИ	Бројање, успостављање кореспонденције „један према један“ уз разне видове придруживања; бројања елемената скупова и способност поређења величине скупа; овладавање рачунским операцијама сабирања и одузимања у оквиру прве десетице,...
ВРЕМЕНСКО САЗНАЊЕ	Уочавање брзине протицања времена на основу ритмичких структура; сналажење у времену на основу оријентира из свакодневног живота; уочавање и реконструисање временског следа догађаја,...

Табела 2: Циљеви развоја математичких појмова по тематским областима у Моделу Б

Из *Табеле 2* издвајамо кључне појмове, који одређују развој математичких појмова код деце најстаријег предшколског узраста, према Моделу Б: сагледавање, уочавање, распоређивање, предвиђање, именовање, упоређивање, мењање, представљање, формирање, измештање, придруживање и поређење. Упоређивањем кључних појмова којима су одређени циљеви почетног математичког образовања деце најстаријег предшколског узраста, према Моделу А и оних који одређују развој математичких појмова према Моделу Б, запажамо да је у основи јединствен контекст. Условно га можемо сагледати кроз четири нивоа у развоју когнитивних способности, значајних за припрему деце за наставу математике у основној школи. Први ниво се односи на посматрање, опажање, сагледавање, уочавање, препознавање, именовање и прикупљање, што чини основу дечијих перцептивних активности. Други ниво подразумева развој сложенијих мисаоних операција, као што су разликовање, распоређивање, упоређивање, измештање, придруживање и поређење. Дечија радозналост одређује трећи ниво у развоју мисаоних способности за експериментисање, откривање и предвиђање. На крају, четврти ниво подразумева представљање, закључивање, мењање, формирање, изграђивање, развијање и примену стечених знања и искустава. Ради боље прегледности и визуелног сагледавања јединствених циљева почетног математичког образовања деце најстаријег предшколског узраста, ове нивое представљамо сликовито (*Слика 1*).



Слика 1: Развој дечијих способности кроз њихово математичко образовање у предшколској установи

Следи представљање циљева и задатака у програмима за реализацију наставе математике у првом и другом разреду основне школе. Према актуелном *Правилнику о наставном плану и програму за први и други разред основног образовања и васпитања*, утврђени су следећи општи циљеви наставе математике у основној школи:

– да ученици усвоје елементарна математичка знања која су потребна за схватање појава и зависности у животу и друштву;

– да се оспособе за примену усвојених математичких знања у решавању разноврсних задатака из животне праксе;

– да се створе услови за успешно настављање математичког образовања и за самообразовање ученика;

– да се подстакне развој њихових менталних способности;

– да се код ученика формира научни поглед на свет,

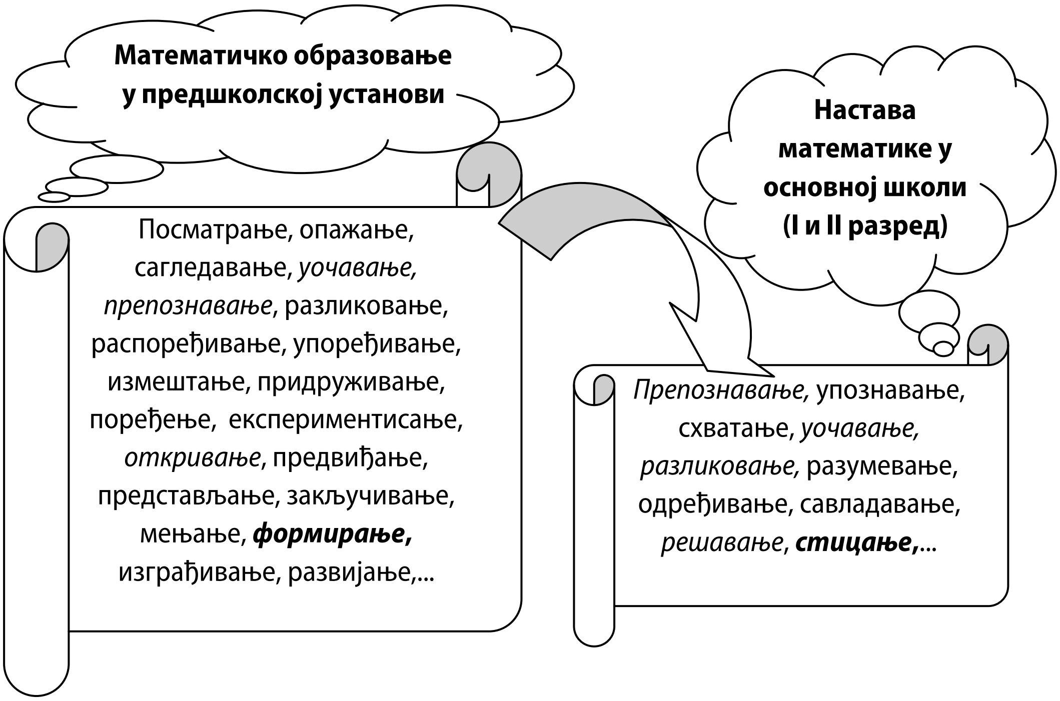
– да се допринесе развоју личности ученика. (*Правилник о наставном ...*, 2010).

Из ових циљева се изводе задаци за остваривање наставног програма, примерени узрасним и индивидуалним особеностима ученика. У *Табели 3* су представљени неки од приоритетних задатака које учитељ реализује у настави математике, са ученицима првог и другог разреда основне школе. Покушали смо да издвојимо неколико кључних појмова, који одређују садржај наставе математике у поменутим разредима. Пре свега, то су следећи појмови: препознавање, упознавање, схватање, уочавање, разликовање, разумевање, одређивање, савладавање, решавање, стицање,...

Оперативни задаци за I разред	**Оперативни задаци за II разред**
Ученици треба да: – *препознају, разликују* и исправно *именују* облике предмета, површи и линија; – *уочавају* разне примере скупова, припадање елемената скупу и користе речи: "скуп" и "елемент"; – *разумеју* поступке на којима се заснивају ове операције, схвате појам нуле и уочавају њено својство у сабирању и одузимању; – *одређују* непознати број у одговарајућим једнакостима искључиво путем "погађања"; – успешно *решавају* текстуалне задатке у оквиру сабирања и одузимања до 100,...	Ученици треба да: – *савладају* сабирање и одузимање до 100; – *схвате* множење као сабирање једнаких сабирака, *упознају* и користе термине и знак множења; – *упознају* операцију дељења, користе термине и знак дељења; – *уочавају* својства нуле као сабирка, чиниоца и дељеника, а јединице као чиниоца и делиоца; – *савладају* множење и дељење у оквиру 100, *упознају функцију* заграде и редослед извођења рачунских операција; – умеју да *решавају* текстуалне задатке с једном и две рачунске операције, као и једначине с једном операцијом; – *схвате* појам половине; – *уочавају* и *стичу* одређену спретност у цртању праве и дужи као и разних кривих и изломљених линија,...

Табела 3: Оперативни задаци у настави математике, за ученике
првог и другог разреда основне школе

Интересантно је јединствено сагледати поменуте кључне појмове, који се налазе у програмским концепцијама за почетно математичко образовање деце најстаријег предшколског узраста и наставе математике за ученике првог и другог разреда основне школе. Ради боље прегледности, представићемо их шематски (Шема 1). Према једном и другом програму, децу (ученике) треба оспособити да уочавају, препознају, откривају, решавају, стичу, формирају,..., што иде у прилог захтеву предшколске установе и школе да јединствено делују у систему образовања и васпитања. Развој ових и других способности започиње на предшколском и наставља се на школском узрасту, у складу са узрасним особеностима и могућностима деце (ученика).



Шема 1: Програмске оријентације у активностима за почетно математичко образовање деце најстаријег предшколског узраста и у настави математике за ученике првог и другог разреда основне школе (способности које је потребно развити код деце)

Увидом у садржај *Правилника о општим основама предшколског програма* и *Правилника о наставном плану и програму за први и други разред основног образовања и васпитања,* запажамо да су опште циљне оријентације у оба програма слично одређене. Јасно је наглашен захтев да се кроз математичко образовање деце (ученика) подстиче развој њиховог *логичко-математичког мишљења и усвајање знања*, која су им потребна за сређивања личних искустава, схватање појава и зависности у животу и друштву. Тиме је могуће подстицати развој њихових осталих менталних способности и укупних потенцијала. У овако одређеним циљним оријентацијама се јасно може сагледати комплементарност васпитног и образовног деловања на дете (ученика). Тиме се потврђује и континуитет у систему предшколског и основношколског образовања и васпитања, што јесте један од приоритетних захтева који се постављају васпитачима, учитељима и установама. У прилог овој констатацији иде и наше сазнање да су у оба програма утврђени слични или истоветни захтеви који се као задаци постављају васпитачима и учитељима. Из табеларног и шематског приказа (*Табела 3, Шема 1*) то се јасно види. Међутим, треба нагласити да су у предшколском програму ови задаци нешто више конкретизовани и наглашена је васпитна компонента рада са децом, која је и приоритетна на овом узрасту. У наставним програмима је акценат на образовању, односно стицању знања ученика. Наравно, када знамо да деца предшколског узраста уче узгредно, кроз игру, док је стицање знања у наставним активностима основни задатак школе, наше констатације су очекиване. Ипак, не треба занемарити значај васпитног рада са ученицима у наставним активностима, посебно када је реч о развоју когнитивних способности, подстицању социо-емоционалне зрелости и стваралачког изражавања, као битним чиниоцима постигнућа (школског успеха) ученика.

Закључна разматрања

Да бисмо утврдили да ли се остварује складно и јединствено деловање васпитача и учитеља у процесу усвајања математичких појмова и развоја когнитивних способности, код деце најстаријег предшколског и најмлађег школског узраста, представили смо и анализирали програмске циљеве и задатке којима они стичу знања из математике, а који су утврђени *Општим основама предшколског програма* и *Наставном планом и програмом за први и други разред основног образовања и васпитања.* Потврђено је да у теоријском контексту постоји континуитет у одређивању циљних оријентација и задатака, у систему предшколског и школског образовања и васпитања. У настави математике, за ученике првог и другог разреда, реализују се задаци који су у основи утврђени и *Припремним предшколским програмом.* Може се рећи да конкретизација ових задатака подразумева постепену узлазно-развојну линију. На школском узрасту се стварају услови за развој сложенијих способности детета (ученика), од посматрања, опажања, прикупљања, до закључивања, мењања, развијања и примене стечених знања и искустава. Наравно, према узрасним и индивидуалним могућностима деце школског узраста, ови задаци се усложњавају.

За нека наредна емпиријска истраживања, остаје отворено питање могућности реализације образовних активности кроз игру, у настави математике, за ученике првог и другог разреда основне школе. У прилог теоријским констатацијама, овако организоване образовне активности представљају следећи корак у остваривању континуитета у систему предшколског и школског образовања и васпитања.

Напомена. Чланак делом представља резултат рада на пројектима „Од подстицања иницијативе, сарадње, стваралаштва у образовању до нових улога и идентитета у друштву" (бр. 179034) и „Унапређивање квалитета и доступности образовања у процесима модернизације Србије" (бр. 47008), које финансира Министарство за науку и технолошки развој Републике Србије (2011-2014).

ЛИТЕРАТУРА

[1] Марковић, М. и сарадници (2000): *Корак по корак, 2. Део*. Београд: Креативни центар

[2] Добрић, Н. (1979): *Развијање почетних математичких појмова у предшколсим установама*, Београд: Педагошка академија за образовање васпитача у Београду.

[3] Dryden, G. & J. Vos (2004): *Револуција у учењу: како променити начин на који свет учи*. Београд: Тимграф.

[4] Izrael, L. & T. Buzan: *Моћ дечјег ума: постаните геније на брзака*. Београд: Финеса.

[5] Каменов, Е. (1999): *Предшколска педагогија, књига прва*. Београд: Завод за уџбенике и наставна средства.
[6] Каменов, Е. (2008): *Мудрост чула, 2. део: развијање дечје интелигенције*. Нови Сад: Драгон.
[7] Копас-Вукашиновић, Е. (2000): *Креативност деце на прелазу из предшколског у школски период*, Педагогија, XXXVIII, 3-4 (506-509).
[8] Копас-Вукашиновић,Е. (2006): *Улога игре у развоју деце предшколског и млађег школског узраста*, Зборник Института за педагошка истраживања, XXXVIII, 1 (174-189).
[9] Лобро, М (1979): *Образовање пре свега.* Београд: БИГЗ.
[10] *Правилник о наставном плану и програму за први и други разред основног образовања и васпитања* (2010). Београд: „Просветни преглед“.
[11] *Правилник о оптим основама предшколског програма* (2006), Београд: „Просветни преглед“.
[12] Стојановић, Б. и П. Трајковић (2009): *Математика у дечјем вртићу*, Нови Сад: Драгон.
[13] Шаин, М. (2005): *Сопственим искуством до знања*, Београд: Завод за уџбенике и наставна средства.
[14] Шимић, Г. (1997): *Игром до математике*. Шабац: Виша школа за образовање васпитача у Шапцу.
[15] Волков, И.П. (1989): *Много ли в школе талантов*. Москва: Знание.

Emina Kopas-Vukasinovic, Biljana Stojanovic

THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL CONCEPTS IN KINDERGARTEN AND SCHOOL

Summary: The paper analyzes the aims, tasks and contents of educational programs for development of children's mathematical concepts in kindergarten and school. The objective of this theoretical study was to determine how current programs enable the continuity in the system of preschool and school education. We were particularly interested in how this continuity is achieved in work with preschool children and children in the first and second grade of elementary school. We started with the assumption that these educational programs have to be complementary. Only in that way it is possible to prepare a child for school properly, and enable child's further development.

Key words: mathematical concepts, educational programs, child, preschool institution, school

Оливера Ђокић, Мирјана Трмчић
Учитељски факултет
Београд

371.3::514-028.31
159.947.5-028.31

О МОТИВАЦИЈИ И УЧЕЊУ ГЕОМЕТРИЈЕ НА ПРЕДШКОЛСКОМ УЗРАСТУ

Апстракт: У раду ћемо се бавити појмовима мотивације и учења у предшколском периоду и њиховом међусобном условљеношћу. Анализираћемо појам учења у ужем и ширем смислу.

У фокусу ће бити геометрија предшколског нивоа. У погледу садржаја бавићемо се дечјим препознавањем модела геометријских тела и геометријских фигура, њиховим правилним именовањем и именовањем облика предмета из непосредне околине. Разматраћемо дечје мишљење које је глобално и недиференцирано.

Кроз примере ћемо показати како је могуће децу предшколског узраста мотивисати за интуитивно учење геометрије и на тај начин створити основу за организовано формално учење геометријских садржаја.

Кључне речи: мотивација/учење/предшколски узраст/геометрија на предшколском нивоу

Значај претходног знања у настави математике

У разматрању одабраног проблема прво смо пошли од питања шта захтева школа од предшколског васпитања. Одговор на ово питање дао је Виготски – одговор лежи у припремљености детета за школско учење и његовој спремности за предметно учење (Виготски 1990: 53). Како се ово постиже? Када дете пође у школу, оно учи аритметику, геометрију итд. То значи да би дете већ требало да има формиране опште представе о бројевима, количинама, геометријским облицима итд. Ово нас је подстакло на размишљање о геометрији предшколског узраста, односно о томе како деца уче прве геометријске садржаје и како су мотивисана за такву радњу. Истраживања у области методике развоја почетних математичких појмова показују да су деца природно подстакнута и мотивисана да уче геометрију која описује свет у коме живе (Freudenthal 1973, Fuys and Liebov 1993). Ово ће, видећемо нешто касније, бити у сагласности са психолошким теоријама о специфичности мотивације за учење на раном узрасту по коме је дете предшколског узраста *природно* или *спонтано* мотивисано да учи (Пешић 1985: 118).

Шта обезбеђује припремљеност детета за школско учење и његову спремност за предметно учење? За сваку врсту учења неопходан је одређени систем предзнања који треба да буде полазна основа за даља сазнања. У почетној настави математике предзнање представља скуп претходно и трајно усвојених знања о математичким појавама и објектима из предшколског периода која су упориште мишљењу у учењу. Главна функција претходних знања је трансформација старог знања у средство за стицање нових математичких знања. Да би претходно знање било ваљано, оно би требало да поседује својства идентичности, адекватности и структурираности. Идентичност подразумева да предзнање има неке исте или заједничке елементе са новим знањима. Управо ови заједнички елементи трансформишу претходно знање у средство за стицање нових знања и имају важну психолошку функцију повезивања две структуре знања и уношења смисла и разумевања у нови садржај. Својство адекватности огледа се у његовој исправности и потпуности. Треће важно својство предзнања је структурираност тј. чињеница да је предзнање на одговарајући начин уређено. Оно би требало да садржи сва нужна и довољна знања која омогућавају стицање новог знања, јер само тако оно може бити релевантно за учење математичких садржаја.

Велики део свакодневних знања деца стичу директно из окружења. Математичка знања, с обзиром на њихову уопштеност и апстрактност, стичу се индиректно, од васпитача, учитеља, аутора књига математике и др. Наведимо два принципа учења којим се руководимо у почетној настави математике: први – појмови вишег степена апстрактности од оних појмова које појединци већ имају формиране не могу да буду научени помоћу дефиниција, већ само у сусрету са одговарајућом колекцијом примера и други – одрасли прво мора да се увери да су појмови нижег степена апстрактности формирани у свести ученика; појам нижег степена апстрактности мора да буде присутан пре него што је следећа степеница апстраховања могућа (Скемп 1993, према Ђокић 2007: 35). Према првом принципу васпитач, касније и учитељ, бира адекватне и праве примере и негује *интуитивни* пут изграђивања појма. Други принцип од изузетне је важности у настави математике. Наиме, ученици би требало да поседују квалитетна и одговарајућа предзнања неопходна за изграђивање нових знања и уклапање у систем знања (ibid). Скемп се такође бавио питањем уклапања појмова у структуру осталих појмова. Ова структура је хијерархијски уређена, што значи да је сваки појам (изузев основних) изведен од других појмова и он доприноси стварању нових појмова. Појмовну структуру Скемп назива и схемом. Појам има порекло у чулно-искуственом сазнању. Он се затим развија у активности појединца и у међусобној интеракцији са другим појмовима. Појам је повезан са нашом менталном схемом, али и са великим бројем других појмова који често могу да допринесу стварању појмовне структуре. Појмовна структура, или схема, обједињује делове у целину и представља средство за даље учење. Свако ново учење углавном зависи од онога што смо већ научили, што већ знамо.

Особености развоја и учења детета предшколског узраста

Да би указао на особености учења у предшколском узрасту, Виготски пореди програм у предшколској установи са школским програмом. У односу на карактер учења детета, у његовом развоју постоје граничне тачке (Виготски 1990: 47). Дете до своје треће године учи по свом личном програму тј. дете у процесу учења може да ради само оно што се подудара са његовим интересима. Овај тип учења назива се спонтаним учењем (ibid). У школи удео личног програма у учењу постаје занемарљив. Виготски овај тип учења по програму који је предложен назива реактивно учење. Дете у том узрасту у процесу учења може да ради оно што учитељ хоће (ibid). Учење детета предшколског узраста је прелазна категорија између спонтаног и реактивног и назива се спонтано-реактивно учење. Развој учења огледа се у томе што дете прелази од спонтаног ка реактивном типу учења. Дете предшколског узраста у процесу учења ради оно што жели, али оно жели оно што жели његов руководилац (ibid).

Према учењу Виготског значајна су два момента. У периоду око треће године живота код детета се јавља прекретница и оно почиње да постаје способно за нови тип учења. Дете предшколског узраста не учи искључиво по сопственом програму, већ је у могућности да учи у оној мери у којој је програм васпитача постао и његов програм.

Процес учења код деце предшколског узраста био је тема многих истраживања. Учење на овом нивоу веома је специфично, јер се тада развијају чулне и интелектуалне способности којима погодују одлично памћење и интензиван сензомоторни развој. У овом узрасту најбоље учење је оно учење које је контекстуално и интегрисано (Дејић и Ђебић 2010: 341). То подразумева да деца не уче математичке садржаје у оквиру предмета, већ се математички садржаји повезују са другим аспектима сазнања и свакодневним ситуацијама у вртићу, у породици, у свету у коме дете живи. Оно тада проблеме решава интуитивно, а интуицију користи да би брзо дошло до претпоставке, низа идеја чију вредност треба да провери (ibid). Основни квалитет примене интегрисаног учења је у сталном повезивању почетних математичких појмова са другим аспектима сазнања, што ће се најприродније остварити у свакодневним животним ситуацијама.

О мотивацији

Овде ћемо се бавити неким аспектима мотивације (спољашње и унутрашње, и њиховом природом), али не и самим одређењем термина мотив и мотивација, бар не у експлицитној форми.

Деца се мотивом радозналости могу мотивисати за учење математичких садржаја чисто математички. Међутим, гледано ванматематички, они се мотивишу пре свега мотивом животног смисла, односно објашњавањем важности, корисности и употребној вредности конкретних садржаја које треба да науче (Zech 1998). Значај животног смисла неког садржаја за мотивисање ученика заступљен је и код других истраживача (Rosenfeld 1973, према Zech 1998).

Деца поседују унутрашњу мотивацију за упознавање света, предмета и квантитативних односа у њему. Разлози су унутрашњи и важан су покретач зашто деца уче – решавање неког несклада, конфликтне ситуације, остварење сопствених циљева и личних „теорија" сваког детета као покретача учења, потреба дефинисања света око себе истраживањем, откривањем, игром (Дејић и Ђебић 2010: 343). Најбоље разумевање почетних математичких појмова је кроз решавање проблема који за децу имају лични смисао и када граде лична значења тј. када математичке задатке предшколска деца сагледавају кроз животни садржај (ibid).

Да би се учење „десило" потребно је пробудити (интелектуално активирати) ученика, пробудити његову радозналост стварајући сазнајни конфликт (Woolfolk, 1995). Волфолк истиче потребу доживљаја организованих (школских) активности као вредних и смислених од стране ученика (ibid). Ученику се кроз задатак пружа мотивација, јер су задаци одабрани тако да заинтересују ученика. Са друге стране, ученик се доводи у сазнајни конфликт, јер је задатак такав да се не може решити на нивоу дотадашњег знања.

Учење и мотивација у предшколском периоду и њихова међусобна условљеност

Рецимо нешто више о учењу уопште, затим о учењу и о знању на предшколском узрасту.

Правимо разлику између *учења* у *ширем* и *ужем* смислу (Vygotski 1974, Piaget 1972, Hutt 1971, Berlyne 1960, 1965, према Пешић 1985). Учење у ширем смислу подразумева процес формирања сазнајних способности. Наиме, у овом процесу се формирају опште технике за прибављање и сређивање непосредног искуства, изграђивање система за репрезентовање и уопштавање тог искуства. Ово учење често се наводи као формативно или развојно учење и оно се поклапа са периодом развоја когнитивних функција (није ограничен само на предшколски узраст, већ важи за цео период школског учења). Учење у ужем смислу подразумева учење које је карактеристично за одрасле, а за које су способна и деца старијег узраста. Ово учење се одвија као свесна и намерна активност која за циљ има стицање знања или формирање вештина. Знања која је дете на предшколском нивоу стекло учењем у ужем смислу, често бивају заборављена или измењена и прерађена.

Учење у предшколском узрасту одвија се на два плана. Дете се развија и присваја или стиче механизме учења, али оно истовремено стиче и специфична знања помоћу менталних структура које су у том тренутку развијене.

Учење у *ужем* смислу у предшколском узрасту као стицање знања или организовање искустава које изазива васпитач (дакле као директно обучавање) могуће је само уколико се оно што васпитач жели да изазове поклапа са тренутним интересовањима детета и ако је начин на који се обучавање изводи у складу са развојним могућностима детета. У том смислу Виготски говори о учењу детета предшколског узраста као спонатано-реактивном, о чему смо већ говорили (Виготски 1990: 48).

Учење у *ширем* смислу у предшколском узрасту веома доприноси развоју детета. Оно се остварује низом интеракција детета са околином – физичком и социјалном, које су у целини посредоване васпитањем. Овај спољашњи модел развоја јесте механизам којим се културно-историјско искуство једне заједнице преноси детету и обликује његово индивидуално искуство (Пешић 1985: 38). У раном детињству овај процес не мора да има форму директног обучавања. Он се одвија кроз практичну делатност детета и социјалну интеракцију (у току заједничких активности детета и одраслих), а затим и у игри и истраживању[10]. Под практичном делатношћу детета овде се подразумевају радње које дете изводи на предметима из непосредне околине да би решило неки проблем или постигло одређени практични циљ. Практична или сензомоторна интелигенција формира се највећим делом кроз

---

[10] У најранијим фазама *игра* и *истраживање* готово су недиференцирани и тек на старијем предшколском узрасту долази до њиховог диференцирања. Тада истраживање све више постаје усмерена сазнајна активност, покренута оним ситуацијама које су нове, сложене, а игра начин осмишљавања и слободна прераде искуства са афективним доживљајима.

овакве активности детета. Физичка и логичко-математичка искуства која је дете претходно изградило структурирају се и повезују у оквиру таквих практичних активности. Оне могу да буду и прилика за нова искуства, за учење онда када се радњом постигне неочекивани резултат или када очекивани резултат изостане. Учење се разматра у ширем смислу као процес формирања менталних структура. Ове структуре развијају се зависно од садржаја, тако да је учење у ширем смислу истовремено и процес активне конструкције знања (ibid).

О *знању у предшколском узрасту* (или сазнању) може се говорити на сличан начин као и о учењу на овом узрасту. У радовима Пијажеа и следбеника знање се разматра у оба значења – и у *ужем* и у *ширем*. У ужем смислу означено је као фигуративно знање и односи се на специфичне информације. На пример, знати назив једног предмета, места и сл. Знање у ширем смислу или оперативно знање чине опште представе о одређеним доменима физичке и социјалне стварности. Мисли се на систем знања, уопштени модел или слику света. На пример, дете не учи изоловано појединачне називе предмета, већ је такво учење посредовано једном општом схемом – да ствари имају имена.

За наш рад од значаја је конструкт унутрашње мотивације, па рецимо нешто више о њему. Модел понашања „средство – циљ", уколико је циљ спољашњи и независан од активности, није модел истраживачког понашања детета. Феноменолошка карактеристика игре, истраживања и активности детета управо је основа за једну групу дефиниција конструкта унутрашње мотивације. За једну активност се каже да је унутрашње мотивисана ако је сама себи циљ, ако не тежи неком другом циљу изван себе саме (Deci 1975, према Пешић 1985: 22). Унутрашња мотивација основни је покретач учења, бар на раним узрастима. За сада не знамо много о природи ове мотивације, већ једино правимо разлику између „спољашње" и „унутрашње" регулације понашања.

Мишљење већине истраживача је да улога мотивације у процесу учења зависи како од врсте мотивације, тако и од облика учења и развојног статуса субјекта. Однос мотивације и учења решавале су свеобухватне психолошке теорије које и мотивацију и учење покушавају да протумаче као јединствене појаве које подлежу једном општем принципу или законитости (Hull 1943, Cofey and Appley 1969, Tolman 1951, Razran 1971, према Пешић: 23). У области педагошке психологије мотивацији се не приписује улога објашњења самог учења, нити се уопште сматра да је она нужан услов сваког учења. Озубел, на пример, сматра да је однос мотивације и учења, са становишта узрока и последице, пре реципрочан него једносмеран (Ausubel 1968, према Пешић 1985: 24). Док, са једне стране, већ формирани систем мотива може да има дејство на учење дотле је, са друге стране, сам тај систем мотива у највећој мери резултат учења.

Истраживања показују да најзначајнији облици мотивације не стоје ни у каквој вези са развојним органским потребама или примарним нагонима. Мотивација се, исто као и учење, не може проучавати нити разумети уколико се не узму у обзир сложени когнитивни процеси, посебно способност репрезентовања као и општа друштвена условљеност процеса учења и индивидуалног развоја у целини (Пешић 1985: 25). Са становишта једне од теорија васпитања и образовања основно питање није само каква је природа мотивације за учење на датим узрастима, већ и како се, под којим условима и на који начин различити облици мотивације (различити мотивишући фактори), који имају дејство на учење, формирају и развијају. Јер, успешност одређене врсте учења у дато време и код одређене индивидуе не зависи само од тога да ли је она и на који начин мотивисана да учи, већ је исто тако природа њене мотивације условљена, између осталог, претходним учењима, тачније целокупним процесом васпитања коме је та индивидуа била изложена (ibid). Ово представља и једно од основних питања саме психологије мотивације, а од значаја је за наш рад (говорили смо у уводном поглављу о претходним знањима).

У којим се случајевима може основано говорити о *мотивацији за учење*, посебно у вези са учењем које је карактеристично за дете предшколског узраста? Да ли је свако учење мотивисано? Уколико се под учењем подразумева активност индивидуе – учење у ужем смислу – онда је основано говорити о мотивацији за учење, односно говорити о томе да ли је једна особа мотивисана да учи и да научи дате ствари у дато време. Рећи, међутим, да је процес учења (учење у ширем смислу) мотивисан, нема никаквог смисла, сем уколико сам појам мотивације не проширимо до те мере да он означава све (ibid). То не значи да учење у ширем смислу није регулисано извесним законитостима, нити да мотивациона структура индивидуе нема никаквог утицаја на овако схваћено учење, већ да нема логичке основе тврдњама да је свако учење мотивисано.

Пијажеова теорија је директно релевантна за питања мотивације уопште, као и мотивације за учење. Мотивацију Пијаже сврстава у афективне појаве које обухватају осећања, жеље, потребе, вредности и вољу (Пијаже 1954, према Пешић 1985: 71). Једна од важнијих теза Пијажеове теорије је да су афекти и интелигенција два нераздвојна аспекта понашања и менталног развоја. Наиме, свако понашање има енергетски или афективни и структурални, односно когнитивни аспект, из чега следи да мотивација обезбеђује енергију понашања.

Контрадикције које произилазе из ове неодрживе теорије, Пијаже покушава да превазиђе моделом психолошког узроковања. Одговоре на питања шта покреће сазнајни развој и шта мотивише појединца да при стицању знања примењује већ постојеће когнитивне структуре, Пијаже налази помоћу свог модела еквилибрације. Наиме, Пијаже сматра да се сазнајна активност састоји из два комплементарна процеса менталне асимилације (уклапања објекта сазнања у постојеће појмовне структуре) и менталне акомодације (мењања сазнајних структура у складу са захтевима и особинама објекта). Стога, развијена интелигенција представља равнотежу између асимилације и акомодације. Стање неравнотеже је поремећај узрокован неуспелом асимилацијом и то је основни мотивациони фактор сазнајног развоја и сазнајне активности, који се још назива и *когнитивни конфликт*. Пијаже наводи да појединац мора да доживи когнитивни конфликт, да постане свестан тренутне неравнотеже, да би био мотивисан да је превазиђе (ibid). Из овога произилази закључак да се когнитивни конфликт не може посматрати као спољашњи фактор. Когнитивни конфликт је субјективна појава која је зависна од капацитета сазнајне структуре коју појединац поседује (ibid). Подсетимо се да у области педагошке психологије Woolfolk о овоме говори.

Међутим, Пијаже занемарује фактор социјалне средине и процес интериоризације (који се одвија само у оквиру непрекинуте интеракције и комуникације са социјалном средином), где би се могао наћи одговор како се из „урођене потребе за функционисањем" рефлексних шема, на самом почетку развоја, формирају коначно и такве функционалне потребе (односно мотиви) као што су потреба за сазнањем. Можемо рећи да је ово Пијажеово становиште мотивације из домена афективитета адекватније и погодније за проучавање мотивације уопште, па и мотивације за учење, док модел неравнотеже и уравнотежавања има више места у тумачењу механизама и покретача когнитивног и перцептивног развоја него у области мотивације за учење у ужем смислу (ibid).

Можемо дати кратак преглед домета истраживања о мотивацији (ibid). Хипотезе о унутрашњој мотивацији односе се на онај облик мотивације који је у домену психолошке регулације активности и понашања индивидуе. Код унутрашње мотивације, било да се она своди на потребу за осећајем компетенције или на когнитивну неравнотежу, увек се ради о психичким структурама и процесима унутар индивидуе који регулишу њену интеракцију са средином. Она се јавља и развија у контексту практичне и информационе интеракције субјекта са физичком и социјалном средином. Учење подразумева информациону интеракцију са средином, те је хипотеза о унутрашњој мотивацији истовремено и хипотеза о мотивацији за учење.

Два су основна правца тумачења природе унутрашње мотивације: први, који полази од функционалних потреба као што је потреба за осећањем компетенције и други, који у унутрашњој мотивацији види механизам регулације перцептивно-когнитивне активности, базиран на неравнотежи између унутрашњих стандарда индивидуе и њеног опажања једне нове ситуације.

Унутрашња мотивација би се најшире могла одредити као систем психолошке регулације активности. У почетним фазама развоја детета регулација његове активности директно је зависна од тренутне срединске стимулације с једне и урођених неурофизиолошких механизама са друге стране. Ово су по Пијажеу најраније функционалне потребе као израз урођених механизама. У процесу интеракције са средином, која је у почетку регулисана овим механизмима, постепено се формира систем унутрашњих, психолошких средстава регулације понашања, прво у облику једноставних очекивања и циљева – стандарда, да би се касније, посредством способности репрезентовања, изградили и сложени циљеви, намере и мотиви у ужем смислу те речи.

Обе групе тумачења природе унутрашње мотивације релевантне су за питање мотивације за учење (ibid). Мотивација компетенције, потреба за осећајем делотворности, представља основни мотив за учење у ужем смислу и за низ практичних и менталних активности као што су игра и истраживање путем којих се одвија учење у ширем смислу, односно сазнајни развој. У току таквих унутрашње мотивисаних активности управо и долази до диференцирања и формирања специфичних мотива. С друге стране, принцип когнитивне неравнотеже има пре места у тумачењу перцептивно-когнитивног развоја, па тиме и учења у ширем смислу, него у тумачењу мотивације. Принцип когнитивне неравнотеже – као фактор сазнајног развоја – има изузетно значајне педагошке импликације, јер указује на унутрашњу логику развоја. То је уједно и основа за тврдње о специфичности мотивације за учење на раном узрасту по коме је дете предшколског узраста *природно* или *спонтано* мотивисано да учи.

Истраживања указују на две битне ствари: прво, да је предшколски узраст (период од рођења до 7-8. године) у извесном смислу „критичан" за развој унутрашње мотивације (диференцирање посебних мотива као што је сазнајни или мотив постигнућа, формирање „мотивационих оријентација" и оријентација на унутрашњу, насупрот спољашњој контроли понашања) и друго, да су поступци социјалне средине, па тиме и институционализовани систем васпитања и образовања деце предшколског узраста један од одлучујућих чинилаца тог процеса.

Геометрија предшколског узраста

Да би се досегло опште разумевање основних геометријских чињеница, појмова, процедура, стратегија, неопходно је враћати се истим темама изнова и изнова крећући се по спиралној линији наставног програма. Према Хекеловом закону рекапитулације (онтогенеза понавља филогенезу) педагогија мора да тежи да изнова ствара основна искуства која развијају математичке ентитете (Thom 1973, према Villani, 1998: 320). Томово тврђење може да се протумачи на следећи начин: ако је учење (подучавање) процес који би требало да има значење за ученике, онда он не може да прескочи ни један део стазе која постепено води од конкретног и интуитивног аспекта до апстрактне, дедуктивне геометрије.

Изнећемо тумачење Пијажеа о томе како деца формирају просторне (оријентација и визуелно сагледавање) и геометријске појмове. Пијажеова тврђења базирана су на опсежном дугогодишњем раду и експерименталним истраживањима. Историјски посматрано, геометрија, као наука, почела је са Еуклидовом геометријом, затим је дошла пројективна геометрија и на крају топологија. Теоријски гледано, топологија чини општи темељ из кога можемо паралелно извести пројективни простор и општу метричку геометрију из које је произашла Еуклидова (Piaget 1953, 1967, 1960, 1971, према Ђокић 2007: 43). Пијажеова истраживања показала су да је развој преоперационих интуиција, а и просторних операција, код деце *ближи теоријској конструкцији* него историјски посматраном следу појављивања: тополошке структуре (раздвојеност, отвореност, затвореност итд.) претходе другим структурама, а затим из ових основних структура произилазе истовремено и паралелно пројективне (нпр. структура координације тачака) и метричке структуре (премештања, мерења, координатни или референтни систем итд.). На почетном стадијуму квадрати, правоугаоници, кружнице и сл. једнообразно се представљају истом затвореном кривом, без правих линија и углова (цртеж квадрата је приближно тачан тек после четврте године), док се кружни лукови и сл. представљају као отворене фигуре. Око треће године јављају се затворене фигуре. Дете је тада способно да разликује отворену од затворене линије, положај „унутар" или „ван" просте затворене линије и сл. Иако дечји цртеж не зна за перспективу и метричке односе, он води рачуна о *тополошким везама*: раздвојености, затворености итд. Из тих тополошких интуиција, почев од 7–8. године, произилазе пројекцијске интуиције, истовремено када се образује еуклидска метрика. Од тог узраста образује се пројекцијска и тачкаста права линија, као и основна перспектива: дете постаје способно да препознаје облик објекта на основу цртежа. Од 9—10. године дете бира цртеж објекта међу понуђеним цртежима и издваја онај који је исправан (виђен из одређене перспективе) (ibid).

Средином 20. века, поред Пијажеа, Ван Хиле, познати холандски дидактичар математике, предузима значајне кораке експериментално истражујући како тече процес исправног формирања геометријских појмова који је примерен узрасту детета (Van Hiele 1986, 1999, према Ђокић 2007: 55). Да би развили осећај за простор код деце од предшколског узраста до 4. разреда основне школе, учитељи морају да развијају код ученика интуицију о дводимензионалним и тродимензионалним облицима и њиховим својствима, да подстичу проучавање односа међу њима итд. У процесу почетне наставе геометрије деца би требало да истражују, експериментишу и откривају својства, рукујући свакодневним предметима и физичким материјалима. Докази до којих долази Ван Хиле сугеришу нам да развој геометријских појмова води кроз хијерархију нивоа. Ученици прво науче да препознају цео објекат, па тек онда могу да анализирају његове делове и битна својства (на пример облик). Касније, она могу да увиде односе међу облицима и да врше једноставне дедукције. Ван Хиле указује на пет нивоа геометријских знања које дете прелази и који су хијерархијски уређени низом корака који могу да се достижу и у скоковима, а то у највећој мери зависи од одраслог који ради са дететом. Сваки ниво има свој језик, симболе и структуру. Нулти ниво је ниво препознавања геометријских објеката. Први ниво је ниво њиховог описа и анализе. Други ниво је ниво класификације и неформалних доказа са активним истраживањем и закључцима до којих ученици долазе. Трећи ниво је апстрактни ниво који подразумева развој способности за давање дефиниција и на њему је могуће класификовати геометријске објекте на основу уочавања особина. Хијерархијски два највиша нивоа не достижу се у основној школи.

Геометријско мишљење развија се и на предшколском нивоу, водећи рачуна о нивоима кроз које деца пролазе при изграђивању геометријских појмова (Стољар 1969, према Дејић и Ћебић 2010: 349). На првом нивоу геометријске фигуре упознају се као целине које се препознају само по облику, али не и по издвојеним елементима или својствима. Способност деце да опажају облик представља основу за формирање представа о геометријским фигурама. Та способност омогућава детету да препознаје, разликује и црта различите геометријске фигуре: тачку, праву, криву и изломљену линију, дуж, угао, многоугао, квадрат, правоугаоник. Детету је потребно показати одређену геометријску фигуру и назвати је одговарајућим именом. Аналогно се поступа са геометријским телима. На другом нивоу пажња се усмерава на издвајање оних елемената из којих се геометријска фигура састоји, као и на њене битне карактеристике. Геометријске фигуре деца упознају преко својстава и по њима их разликују. Ова својства уочавају кроз експеримент и личну активност (моделовање, цртање, резање итд.) и исказују их речима. Аналогно се поступа са геометријским телима. Упозната својства на трећем нивоу деца користе за повезивање и откривање нових својстава фигура (тела). Мисаону везу између својстава исказују уопштавањима (дефиницијама). На овом нивоу деца су у стању да описују фигуре (тела) додајући специјална својства.

У настави геометрије уопште следимо идеје које теже развоју интуиције, просторног мишљења, логичког мишљења, способности за конструктивно-геометријске активности и владање симболичким језиком геометрије, макар у минималном обиму (Глејзер 1997: 2). Поставља се питање система геометријског образовања у савременој школи који би обезбедио потребни ниво геометријског знања ученика. Изградњу геометријског образовања Глејзер види у принципу који назива природна сврсисходност. Суштина тог принципа је да ученик у процесу учења геометрије пролази у кондензованом облику *основне етапе развоја геометријске науке*, а то су: догрчка (геометрија као емпиријска наука), грчка (прелаз од практичне ка теоријској) и савремена (разрада аксиоматске методе) (ibid). У складу са овим основним етапама развоја геометрије, систем школског геометријског образовања би чинила три или четири курса: сликовита геометрија, практична геометрија, систематски курс геометрије и геометрија намењана изучавању ученика са повишеним интересовањима (ibid).

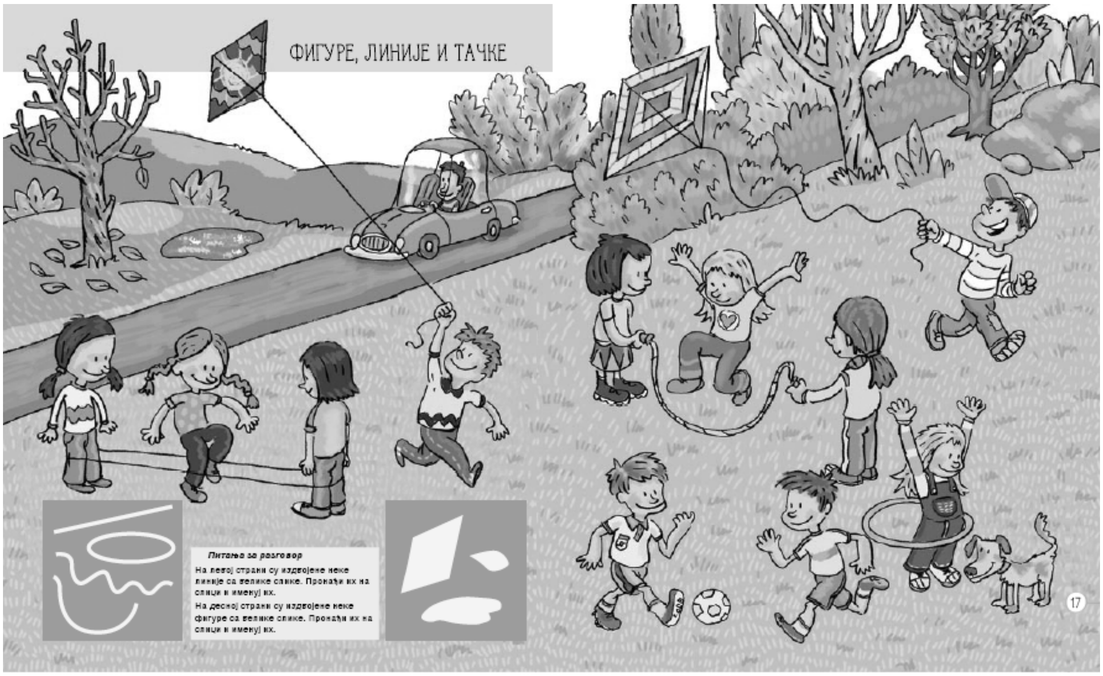
Слично пројектовање историјске перспективе проналазимо и код нашег дидактичара математике Марјановића. Он разматра следеће нивое кроз које пролази школска геометрија: први ниво – интуитивна геометрија, други ниво – геометрија у духу Талеса и Питагоре, предеуклидска геометрија и трећи ниво – еуклидска геометрија (Marjanović 2007: 13). Садржаји интуитивне геометрије покривају програм узраста којим се и ми бавимо – предшколски и млађи школски узраст. Овим начином реализације школске геометрије био би обезбеђен природни процес развоја који би у обзир узимао многовековна историјска искуства човечанства и ослањао се на њих. Марјановић истиче да је геометрија на предшколском узрасту и у млађим разредима основне школе *интуитивна геометрија* која је припрема за следећи ниво – ниво предеуклидске геометрије (ibid). Ово значи да деца треба да усвоје интуитивна значења свих основних појмова предеуклидске геометрије и оспособе се за њихово представљање геометријским цртежима. Марјановић истиче да овај део елементарне геометрије „мора да буде добро организован, јасно заснован и прецизно изложен" (ibidem). Свет геометрије је апстрактан, а људи креирају геометријске идеје у својој свести и у сталном контакту са реалношћу. Учење геометрије у оквиру организованих активности и наставе у школи је процес који мора да буде пажљиво руковођен, комбинован од опажања и иконичког (сликовног) представљања опаженог, као и вербалног изражавања обеју ових активности (Marjanović 2007, Дејић и Ћебић 2010).

Како мотивисати децу за геометрију

Наводимо неке од могућности како да мотивишемо децу предшколског узраста за учење геометријских садржаја. То је у оквиру програмских активности уџбеник, затим примери организованих истраживачких активности и интернет-адресе.

Програмска активност – уџбеник

Назив теме коју смо изабрали је *Фигуре, линије, тачке*. Сврха ове теме је развијање способности препознавања и разликовања фигура и линија на сликама, као и апстраховање објеката из свакодневних ситуација и њихово представљање тачкама и линијама. Циљ је формирање интуитивне представе појмова фигура, линија и тачка.



ФИГУРЕ, ЛИНИЈЕ И ТАЧКЕ

Питања за разговор

На левој страни су издвојене неке линије са велике слике. Пронађи их на слици и именуј их.

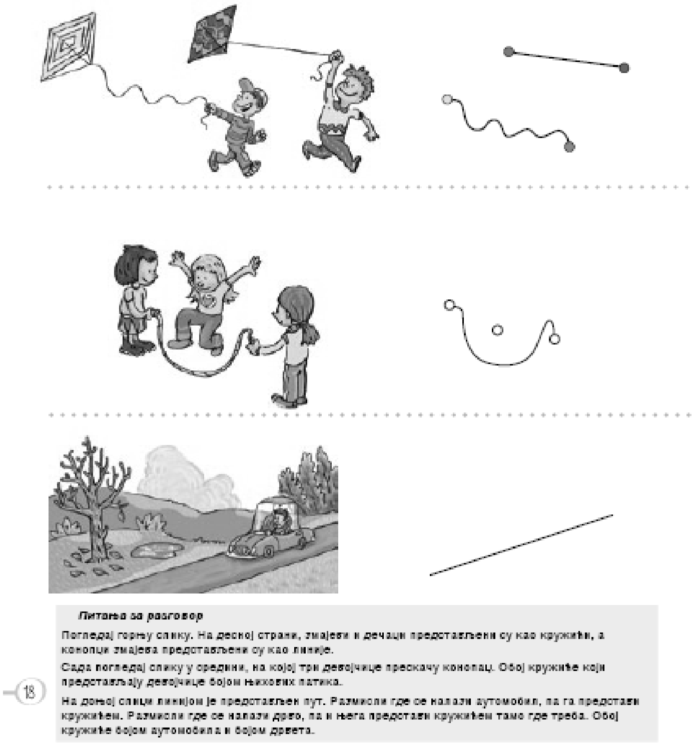
На десној страни су издвојене неке фигуре са велике слике. Пронађи их на слици и именуј их.

(Ђокић и Богавац 2006: 16-17)

Одабрани пример је слика из свакодневног живота детета. Она треба да буде повод за усмерени разговор. Математичке идеје овде се везују са свакодневним искуством детета како би оно постало свесно колико је математика корисна и на тај начин било мотивисано за учење.

У левом пољу издвојене су неке линије са велике слике. Дете треба да препозна шта је од објеката на слици из реалног окружења преставључено линијом и да те објекте именује (вијача, ластиш, канап, хулахоп и сл.). У десном пољу издвојене су неке фигуре са велике слике. Дете треба да их пронађе на слици и именује (бара, змај, лишће дрвета и сл.).

Општи циљ ове активности је стварање ситуације у којој је дете у позицији *упитаности*, у којој се развија *истраживачки дух*, као и осећај за *успостављање веза формалне математике са појавама из реалног окружења*. Дакле, приступ који се следи је упознавање деце са конкретним појмовима, а касније и апстрактним.



Питања за разговор

Погледај горњу слику. На десној страни, змајеви и дечаци представљени су као кружићи, а конопци змајева представљени су као линије.

Сада погледај слику у средини, на којој три девојчице прескачу конопац. Обој кружиће који представљају девојчице бојом њихових патика.

На доњој слици линијом је представљен пут. Размисли где се налази аутомобил, па га представи кружићем. Размисли где се налази дрво, па и њега представи кружићем тамо где треба. Обој кружиће бојом аутомобила и бојом дрвета.

(ibid)

Прва слика са леве стране приказује дечаке и змајеве. На десној страни дечаци су представљени кружићима, а конопци змајева линијама. Кружићи су истих боја као змајеви и панталоне дечака. Дакле, на левој страни су слике објеката из реалног окружења, а на десној слике из математичког окружења. Видимо постепени прелаз са реалног на апстрактно.

На другој слици су са једне стране представљене три девојчице које прескачу конопац. На другој страни су ове девојчице представљене тачкама, а конопац линијом. Дете сада треба да обоји кружиће који представљају девојчице бојом њихових патика.

Следећа слика представља пут. Дете треба да уочи где се налази ауто у односу на пут, па да га представи кружићем на слици са друге стране, а потом да погледа где се налази дрво у односу на исти пут, па да и њега представи кружићем. Дакле, важно је да дете уочи где треба да црта кружиће у односу на линију. Потом оно може да обоји кружиће бојом аута и бојом дрвета (у једном моменту кружић постаје необојена тачка).

На примеру ова три задатка видимо постепено осамостаљивање детета у раду. Важно је нагласити чињеницу да су интуитивни појмови линија и фигура резултат посматрања тела чије је простирање битно само у једном правцу (жице, конопци и сл), а што формира идеју о линији и оних тела чије је простирање битно само у два правца (плоче, листови папира и сл), а што формира идеју о површи. Тачкама дете представља објекте чији облик и величина у одређеном контексту нису битни.

Васпитач може започети активност и на тај начин што ће цртати линије слободном руком. Тада он започиње и употребу речи *линија*. Смисао те речи спонтано се усваја. Слично је и са речи *фигура*. Активност може да се повеже са активностима из српског језика и графо-моторичким вежбама у којима се повлаче различите линије.

Примери организованих истраживачких активности

Дали смо и неколико примера усмерених сазнајних активности (или истраживања) и математичких игара:

– *Магична чарапа*: У чарапу сместите различите моделе геометријских тела (облика квадра, коцке, лопте, ваљка). Дете би требало да завуче руку, опипа модел, препозна га и именује. Потом извуче модел, а остала деца процењују да ли је одговор био тачан.

– *Кеса за откривање*: Сместите у „кесу за откривање“ моделе различитих облика. Нека деца опипавањем изаберу онај модел облика тела какав им васпитач показује.

– *Бацање коцке*: Дете баца већи модел коцке на чијим странама су залепљене слике геометријских фигура. Оно треба да именује геометријску фигуру која је представљена на горњој (видљивој) страни коцке после бацања, да је представи прстима, рукама, телом и сл. Остала деца могу да покажу своје предлоге.

– *Танграм*: Деца индивидуално или у групи од папира различитих геометријских облика праве нови геометријски облик (кућу, птицу, робота и сл.) примерен њиховом узрасту.

– *Игра* „Мој знак – твој знак“: а) Васпитач покаже модел геометријске фигуре/тела. Деца индивидуално, у пару или у групи проналазе своје моделе истих облика и показују их. б) Васпитач покаже модел геометријске фигуре/тела. Деца индивидуално, у пару или у групи проналазе у соби предмете (или само играчке) који су датог облика и показују их. в) Васпитач има велики пано на којем су исцртане геометријске фигуре. Деца треба да пронађу међу папирима различитих облика онај који је одговарајући за свако поље по облику и величини и да га залепе на одговарајуће место. Може и свака група или пар да има свој пано, па да попуни празна места. Напомена: На паноу може бити слика куће, окућнице и слично, па да је деца попуњавају лепећи колаж папир троугаоног и других облика. Дакле, имају шему, као бојанку, а треба да нађу одговарајући облик и да прелепе поље.

– *Игра* „Бинго облика“ по сличном принципу са претходном игром и принципима игре Бинго.

– *Цртамо на основу прича/бајки*: Васпитач прича ученицима добро познату бајку, свакодневну ситуацију из вртића (одлазак на игралиште или на ручак) или неку другу причу. Деца су у групама и имају материјал за цртање. Треба да представе помоћу тачака, линија, квадрата, троуглова итд. ликове из приче, предмете које су ликови употребљавали, пут којим су ишли итд.

– *Игра* „На слово на слово“: Васпитач започиње игру тако што зада облик тела који се проналази и слово којим почиње назив предмета задатог облика. На пример, деца у соби треба да пронађу предмет облика квадра који почиње на слово „О“ (ормар).

Интернет сајтови

Компјутери могу да обезбеде репрезентације као што је то могуће са стварним објектима којима се манипулише. Не улазећи у неке друге аспекте, ми овде наводимо неке интернет-адресе са идејом како да мотивишемо децу за учење геометрије у предшколском узрасту[11].

– http://www.ixl.com/math/kindergarten

На овом сајту је мноштво занимљивих игара. Игре које су засноване на препознавању и именовању облика имају два нивоа сложености. На првом нивоу су задаци који од детета захтевају искључиво препознавање задатог облика или да од три понуђена облика означе један, задати. Други ниво је нешто сложенији и у њему су садржани задаци вишеструког избора, па су и захтевнији за дете.

Постоје игре које захтевају од деце препознавање објеката из реалног окружења и одговоре на питања на коју геометријску фигуру или тело их оно подсећа.

– http://nlvm.usu.edu/en/nav/category_g_1_t_3.html

Овај интернет сајт нуди велики број игара заснованих на усвајању геометријских појмова и утврђивању стеченог знања. У појединим играма дете учи боје и облике сортирањем виртуелних блокова. У неким играма дете може од различитих облика да саставља нови облик. На пример, у игри под називом Pentominoes дете уз помоћ 12 различитих виртуелних манипулативних објеката прави две или три конгруентне фигуре. У игри Turtle Geometry дете истражује бројеве, облике и логику самосталним програмирањем кретања корњаче. Geoboard је игра у којој деца могу да уз помоћ виртуелних гумица исцртавају геометријске фигуре по датој шеми или произвољно (по свом избору, самостално).

– http://www.edhelper.com/geometry_kindergarten.htm

Са понуђене адресе могуће је одштампати материјал за организован рад са децом.

Закључно разматрање

Свакодневне неорганизоване активности детета праћене су примарном интуицијом. Врло брзо дете бива укључено у организоване активности, прво у предшколској установи, а затим и у школи, и оне се ослањају на секундарну интуицију. Пут формирања геометријских појмова започиње интуицијом. Деца на овом узрасту би требало да усвоје интуитивна значења свих основних појмова предеуклидске геометрије. Требало би имати на уму значај предшколског узраста за

---

[11] За детаљније бављење овим проблемом и истраживањима која су из њега произишла, упућујемо на Agam Program или нешто новији Logo Geometry.

развој унутрашње мотивације као основе за касније организовано школско учење у коме обезбеђујемо да ученикова спонтана знања буду употпуњена, кориговане, повезана и надограђена, подигнута на виши ниво – ниво апстрактних и касније умрежених (научних) знања о геометрији.

Дете предшколског узраста способно је за нови цилкус процеса учења које следи у почетној настави у школи. На овом узрасту постоји тенденција да се схвате појединачне чињенице, али и да се изврше извесна уопштавања. Дете треба да стекне одређене најопштије представе (предзнања) које ће му чинити основу и приближити га и припремити за организовано школско учење.

За даља истраживања могу бити занимљива отворена питања о ефектима мотивације на дечја знања из геометрије, или о ефектима различитих репрезентација кроз мотивацију на дечја знања из геометрије и сл.

ЛИТЕРАТУРА

1.

[1] Виготски, Л. С. (1990): "Учење и развој у предшколском узрасту", у: *Когнитивни развој детета*, Мирић, Ј. (пр.), Савез друштава психолога Србије, стр. 47 – 55.

[2] Villani, V. (1998): "The way ahead", In: *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century*, An ICMI Study Ed. Mammana and Villani, V., Kluwer Academic Publishers, 319-327.

[3] Глејзер, Г. Д. (1997): „Геометрија у школи", *Настава математике*, XLII, 1-2, Друштво математичара Србије, Београд, стр. 1-6.

[4] Дејић, М. и Ћебић, М. (2010): "Образовање васпитача у области методике развоја математичких појмова", у: *Образовање и усавршавање наставника – дидактичко-методички приступ*, Учитељски факултет у Ужицу, стр. 339 – 356.

[5] Ђокић, О. (2006): „Улога интуиције у настави геометрије", у: *Методички аспекти наставе математике*, (ур.) Дејић, М., Радовановић, И. и Требјешанин, Б., Учитељски факултет, Београд, стр. 21-26.

[6] Ђокић, О. (2007): *Појам линије у почетној настави геометрије*, Учитељски факултет, Едиција „Монографије", Београд.

[7] Marjanović, M.M. (2007): „Didactical Analysis of Primary Geometric Concepts II". *The Teaching of Mathematics*, Vol. X, 1, pp. 11-36.

[8] Пешић, М. (1985): *Мотивација предшколске деце за учење*, Просветни преглед, Београд.

[9] Требјешанин, Б. (2009): *Мотивација за учење – теорије, принципи, примена*, Учитељски факултет у Београду.

[10] Zech, F. (1998): *Grundkurs Mathematikdidaktik – Theoretische und praktische Anleitungen für das Lehren und Lernen von Mathematik*, 9. Auflage, Beltz Verlag, Weinheim und Basel.

[11] Freudenthal, H. (1973): *Mathematics as an Educational Task*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht.

[12] Fuys D. J. and Liebov A. K. (1993): "Geometry and Spatial Sense". In: *Research Ideas for the Classroom – Early Childhood Mathematics*, ed. by Jensen R. J., Macmillan Publishing Co, New York, pp. 195-222.

[13] Clements, D.H. & Battista, M.T. (1992): „Geometry and Spatial Reasoning". In: *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, (Ed.) D. A. Grouws, Macmillan Publishing Copmany, New York, pp.420-464.
[14] (1999): "Geometry and Geometry Thinking", Focus Issue, *Teaching Children Mathematics*, NCTM, Vol. 5, No. 6. U.S.A.
[15] (2001): "Navigating through Geometry in Prekindergarten – Grade 2", *Navigations Series*, (Ed.) Greenes, C. E., NCTM, U.S.A.
[16] Woolfolk, A. (1995): *Educational Psychology*, Allyn and Bacon, Boston, London, Toronto, Sydney, Tokyo, Singapore.
2.
[17] Богавац, Д. и др. (2007): *Приручник за извођење припремног програма*, Завод за уџбенике, Београд, стр. 37 – 68.
[18] Ђокић, О. и Богавац, Д. (2006): *Припремни предшколски програм – Школа на видику*, Завод за уџбенике, Београд.
[19] Марјановић, М. (2001): *Игре једначења*, Завод за уџбенике и наставна средства, Београд.

Olivera Djokic, Mirjana Trmcic

ABOUT MOTIVATION AND LEARNING OF GEOMETRY AT PRESCHOOL LEVEL

Summary: In this paper we will deal with the concepts of motivation and learning in the preschool period and their causality. We will study the concept of learning in broad and narrow sense.

The focus will be pre-school level geometry. In terms of content we will be dealt with children's recognition of geometric models and geometrical figures, their proper designation and appointment types of objects from the immediate environment. We will consider the child's opinions to the global and undifferentiated.

Through examples we will show how it is possible to pre-school children to motivate intuitive learning geometry and thus create the basis for organized formal learning of geometric content.

Key words: motivation/learning/preschool level/geometry at preschool level

Војислав Андрић
Мегатренд универзитет
Београд
Предраг Спасојевић
ОШ „Милош Гајић"
Мали Зворник

371.3::51
371.3::0/9

КОРЕЛАЦИЈА НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ И ОСТАЛИХ НАСТАВНИХ ОБЛАСТИ У МЛАЂИМ РАЗРЕДИМА ОСНОВНЕ ШКОЛЕ

Апстракт: Математика је, чини се као ниједна друга наука, присутна у природи, друштву и многим другим сферама свакодневног живота. Отуда није тешко повезати наставу математике са наставом матерњег језика, природе, друштва, музичке и ликовне културе, физичког васпитања ... Циљ овог рада је да укаже на потребу повезивања наставних садржаја математике и наставних садржаја осталих наставних предмета и кроз конкретне примере прикаже неке могућности, методичке аспекте и плодотворност таквог повезивања.

Кључне речи: корелација, наставни садржаји, математика

Увод

Корелација је таква врста повезаности наставних садржаја која подразумева обједињену реализацију садржаја различитих наставних предмета на нивоу једног разреда. Како је математика, као ниједна друга наука, присутна у природи, друштву и многим другим сферама свакодневног живота, то је корелација наставе математике са другим наставним областима не само могућа и пожељна, него и неопходна. Та повезаност није само формална, већ суштинска. Приликом извођења часова српског језика, физичког васпитања, музичког васпитања, ликовне културе или природе и друштва (света око нас), учитељ може да изврши припреме за поједине активности у области математике. Само у доброј корелацији садржаја свих предмета које је учио, учитељ може остварити квалитетан васпитно-образовни рад и стално задржати на часовима дечију пажњу и заинтересованост за рад. Циљ овог рада је да укаже на неке аспекте повезивања наставних садржаја математике и наставних садржаја осталих наставних области и кроз конкретне примере прикаже неке могућности, методичке аспекте и плодотворност таквог повезивања у млађим разредима основне школе.

Дидактичке основе корелације

Корелација у настави се односи на функционално повезивање и усклађивање наставних садржаја и различитих активности који су сличне или се међусобно допуњују. То значи да познавање наставне материје једног предмета помаже и доприноси квалитетнијем усвајању наставних садржаја другог предмета. Добро осмишљене корелативне активности интегришу садржаје различитих области и подручја, при чему ученици стичу целовита, трајна и суштинска знања о неком феномену који се не посматра парцијално, кроз призму овог или оног предмета. Наставне активности се прожимају, преплићу и допуњују, тако да се њиховом потпуном реализацијом остварују наставни циљеви две или више наставних области. На тај начин се стичу активна и трајна знања која су практично примењива у разним областима.

На тај начин се стичу и способности да се стечено искуство примени у решавању сличних проблема. Могућност да се неки наставни проблем нападне са разних страна доприноси бољем трансферу знања, али и подстиче и развија стваралачко мишљење и омогућује квалитетније разумевање теоријских поставки и њихову практичну примену[12].

Све наведено чини суштину *интегративне наставе* као иновативног модела рада. Елементе интегративне наставе поједини аутори (Вилотијевић, 2006) проналазе у елементима гешталт теорије, активне наставе, пројект метода, егземпларне наставе и сл. У овој врсти наставе садржаји се посматрају као систем и имају особине система уопште. Интеграција се, у том контексту, појављује у више облика, као што су целокупност, комплексност, уређеност, повезаност и организованост (Вилотијевић, 2006: 18). Појам *интегративна настава* код немачких и руских аутора употребљава се као појам *инклузивна настава* на нашем подручју. Основ за интегративну наставу чине тематске целине. Знања, која ученици стичу, морају функционално и смислено бити повезана, а не да садржај једног наставног предмета у потпуности буде одвојен и неповезан са садржајима осталих наставних предмета. Наравно, не треба по сваку цену све тематске целине повезивати, већ повезивање урадити тамо где је то могуће и где ће дати ефекат који треба.

Интегративна настава реализује се као блок час или интегративни дан зависно од степена повезаности и могућности повезивања више наставних области.

Потребно је напоменути да се не може очекивати једнак ниво интегрисаности наставних садржаја свих предмета. С друге стране, потребно је добро управљати овако организованом наставом. Једноставно речено, потребно је остварити међупредметне везе. То захтева тематско планирање, али оно није предмет овога рада. Наставни план је основни школски документ. Њиме се одређују „предмети који ће се учити у појединим типу и врсти школе, којим редоследом по разредима и коликим бројем часова по сваком предмету“ (Вилотијевић, 1999: 23).

Планирања има више врста. С обзиром на време, планирање може бити годишње, полугодишње, тромесечно и седмично. С обзиром на степен разраде, може бити глобално, оперативно и детаљно. Према дидактичко-логичкој структури градива, планирање може бити тематизовано.

Годишње, тематско и оперативно планирање наставних тема засновано је на тематизацији наставних програма. Тематизованим наставним програмима жели се адекватније и потпуније изразити повезаност и целовитост природних, друштвених и других социо-културних подручја која се изучавају у школи. Овај модел тематског и оперативног планирања иде за тим да се, према целовитој и унутрашњој

---

[12] Видети чланак: Предраг Спасојевић - Корелације ликовног васпитања и осталих наставних области http://pspasojevic.blogspot.com/2011/02/blog-post_8442.html

дидактичкологичкој структури градива (према садржајима), адекватно изаберу методе, средства, облици и поступци (елементи организације наставе) како би се одређене појаве и чињенице боље разумеле и усвојиле.

Интегративни приступ учењу наглашава интелектуални, друштвени, емоционални и естетски развој, подржава целовит развој ученика, не усредсређује се на издвојене, углавном когнитивне аспекте (Буљубашић-Кузмановић, 2007: 148). У средишту интегративног учења је индивидуализиран програм усмерен према ученику, а не програм усмерен према предмету и вођен од наставника.

Интегративно учење (учење које се темељи на сарадњи у којој се појмови попут партнерства, искуственог и социјалног учења озбиљно схватају) на почетку је усмерено према суорганизацији и суодговорности, а затим, поступно, према самоорганизацији и самоодговорности. Учи се заједнички, један од другога, а интеракције усмеравају и ученици и наставник (Буљубашић-Кузмановић, 2007: 149).

Концепт интегративне наставе може у себи да уједини разне друге облике наставе као што је учење откривањем, проблемско учење и сл. Интегративна настава свесна је својих граница можда више од фронталне наставе која сматра да се баш све може постићи предавањем и показивањем. Било би погрешно све садржаје учења темељити на интегративном учењу. Остали наставни облици остају и даље потребни и примењљиви.

Могућности за корелативну и интегрисану наставу су значајно повољније у разредној настави, јер је учитељ апсолутни господар огромног наставног времена које му је на располагању. Добрим програмирањем наставног рада, адекватном и правовременом припремом може се постићи плодотворна корелација између две или више наставних области. При том се наставно време значајно рационализује и интеграцијом наставних садржаја добија још простора за сличне подухвате у неким новим приликама. У предметној настави такве могућности су знатно мање, јер су планови и програми преоптерећени, а интеграција наставног рада захтева приличну координацију између два или више наставника, што је објективно отежавајућа околност.

Нажалост, у нашој образовној пракси, чак и у млађим разредима основне школе, веома ретко се дешава да се настава програмира као интегрисана. Мало је примера организованог наставног рада на овом плану, иако добијање на времену, програмске околности и реални ефекти наставе која подразумева корелацију иду у прилог реализацији интегрисане наставе. Оправдано се поставља питање зашто је то тако, када се интегрисаном наставом, не ретко коришћењем игре, може постићи боља мотивација ученика, значајно активнији положај ученика и далеко већи образовни ефекти[13].

Даља разрада идеја везаних за корелацију наставе математике и наставе осталих наставних области незаустављиво нас води ка могућим ситуацијама и моделима. Два основна модела корелације су:

– реална ситуација у свету око нас у којој математика помаже разумевању процеса, догађања, појмова и решавању реалних ситуација;

---

[13] Видети члананак: Мрђа, М., Петојевић, А., Петровић, Н. (2007) Модел интегрисане наставе математике и физичког васпитања, Педагогија, LXII, бр. 4/07, стр.620-626

– добра и очигледна повезаност математике са једном или више наставних области која се може плодотворно искористити.

При том се добра повезаност математике и осталих наставних области манифестује такође у две основне ситуације:

– математички садржаји се увежбавају рационалним коришћењем садржаја других наставних области који се такође на известан начин систематизују

– за реализацију наставних циљева других наставних области користе се математички садржаји чиме се реализују и неки од циљева наставе математике .

Редови који следе дају конкретне примере за набројане могућности, уз напомену да таквих ситауција може бити и далеко више и да инвенција и машта наставника и могућа креативност ученика могу дати и неочекиване позитивне ефекте и омогућити повољан трансфер на наставу у наредном периоду.

Неки модели корелације математике и осталих наставних области

Модел 1 – Трговински центар

Један од важних наставних садржаја математике у првом разреду везан је за наставну целину *Мере* са конкретизацијом ка *динару и пари* као основним новчаним јединицама. У наставној области С*вет око нас* једна од наставних јединица је и *Амбијент у коме живим*. Згодан начин да се наведени наставни садржаји повежу и прикаже коришћење новчаних јединица у свету око нас је претварање учионице (или неког другог, по могућству и већег наставног простора) у мали трговински центар. Трговински центар садржи све оне пословне садржаје који су малишанима на узрасту 7-8 година у свакодневном животу неопходни (књижара, пекара, трафика, продавница, посластичарница ...), при чему због „конкуренције" може бити и више истонаменских објеката. Међутим, трговински центар садржи и оне пословне садржаје (банка, мењачница) који су ученицима релативно непознати, а могу бити од користи и за упознавање света око нас и за остваривање циљева претварања већих новчаних јединица у мање и обрнуто.

Задатак наставника је да осмисли улогу сваког ученика, при чему ученицима треба оставити могућност да бирају којом ће се „привредном активношћу" бавити појединачно, а најбоље у паровима. Ученике треба ставити у активну позицију и обавезивањем да се нађу и у функцији продавца својих производа и у функцији купца производа који су им неопходни (школски прибор, ужина, предмети за забаву ...).

Треба порадити и на објашњавању познатих процедура куповине и продаје, а нарочито непознатих процедура као што су штедња, слободна погодба, робна размена уз доплату, уситњавање и укрупњавање новчаних јединица... Наставник ученицима мора објаснити и шта је улога „банке" и „мењачнице" и које трансакције у њима могу да обаве, као и општа правила игре.

Цео подухват се може поставити и у корелацију са облашћу ликовне културе. Наиме, на часу ликовне културе се могу припремити натписи и садржаји који ће обогатити и украсити евентуални „ентеријер" продавница. Могла би се укључити и музика неопходна за атмосферу у „продавницама“, али ту већ постоји опасност од естетског и еколошког загађења простора.

Родитељи, такође, могу бити активни учесници целог подухвата, као они који ће заједничким радом са децом код куће, помоћи у опремању продавница пецивом, колачићима, оловкама, бојицама, стриповима... Наравно и давањем извесних не великих „обртних“ средстава која могу бити депонована у „банци“ и које би на крају базара требало родитељима вратити.

Уколико у школи постоји више одељења првог разреда, актив учитеља би могао обједињавањем наведених и нових идеја, удруживањем напора на опремању „трговинског центра“ учинити да он да ефекте на одељенском нивоу, али и на нивоу разредног базара, па чак, ако се добро осмисли, поприми и хуманитарни карактер.

Јасно је да успех овог подухвата у многоме зависи од маштовитости наставника у осмишљавању трговинског центра и његових функција, анимацији деце да занимљивим асортиманом својих продавница трговински центар учине што атрактивнијим, а највише у обезбеђивању услова да свако дете овлада правилним коришћењем новчаних јединица и трансформацијом већих у мање и обрнуто. И да не потроши више новца него што је зарадио, чиме би и васпитни ефекат целе приче био позитиван.

Модел 2 - Скуп и елементи скупа

Наставни садржаји о *скуповима* су значајан део програма наставе математике и присутни су практично у свим разредима. У четвртом разреду се у разноврсним примерима и задацима користе симболи за скуп и припадност елемента скупу. Једно од могућих повезивања наставних садржаја о скуповима везано је за матерњи језик и садржаје о *самогласницима и сугласницима, именицама, глаголима* ...

Корелацију наведених наставних садржаја дајемо кроз степенасти низ задатака намењених увежбавању и једних и других наставних садржаја:

1. Одредити елементе скупа *А*, ако скуп *А* чине слова речи море.

2. Одредити елементе скупа *В*, ако скуп *В* чине сви самогласници. Колико елемената има скуп *В*?

3. Напиши скуп С кога чине сви сугласници садржани у речи математика.

4. Колико елемената има скуп {*А, Б, В, Г, Д, Ђ, Е, Ж* ... *У, Ф, Х, Ц, Ч, Џ, Ш*}?

5. Слова речи календар чине скуп *А*. Из скупа *А* издвој скупове *В* и *С*, тако да у скупу *В* буду сугласници, а у скупу *С* самогласници из скупа *А*.

6. Нека је *S* скуп свих слова речи правоугаоник, а *Q* скуп свих слова речи квадрат.

а) Одредити скупове *S* и *Q*.

б) Помоћу знакова $\in$ и $\notin$ допуни следеће релације: а ☐ *S*, г ☐ *Q*, д ☐ *S*, м ☐ *Q*.

в) Допуни следеће релације: т $\in$ ☐, у $\notin$ ☐, п $\in$ ☐, з $\notin$ ☐ .

г) Одредити скуп *Р* ако њему припадају она слова која су елементи и скупа *S* и скупа *Q*.

д) Одредити скупове *А* и *В*, ако скуп *А* чине сугласници из скупа *S* и самогласници из скупа *Q*, а скуп *В* сугласници из скупа *Q* и самогласници из скупа *S*.

7. Слова речи акваријум припадају или скупу A или скупу B, тј. ни једно слово не припада и скупу A и скупу B. Одредити скупове A и B ако: а $\notin A$, к $\in B$, в $\notin B$, р $\in A$, и $\notin A$, ј $\in B$, у $\notin B$, м $\in A$.

8. Дате су речи: Ваљево, трчати, збирка, задатак, решавати, клупа, школска, река, у, знање, на, знати. Од датих речи формирати скуп I кога чине именице и скуп G кога чине глаголи.

9. Одредити скуп M кога чине прва слова сваке речи у овој реченици.

10. Одредити скуп S кога чине бројеви слова у свакој речи у овој реченици.

11. Одредити скупове C и E ако скуп C чине именице, а скуп E све остале врсте речи у овој реченици.

12. Речима опиши скуп $X = \{А, Е, Ј, К, М, О, Т\}$.

Очигледно решавањем датих задатака ученици увежбавају садржаје везане за скупове, њихово обележавање, елементе скупа, симболе $\in$ и $\notin$ и њихово коришћење, али и садржаје о сугласницима и самогласницима, именицама и глаголима. Верујемо да се на овом моделу најбоље види да је скоро немогуће одредити границе наставних области, тј. где престају математички, а почињу граматички садржаји, што и јесте суштина повезивања различитих наставних области.

Модел 3 – Штафетне игре

Овај модел представља корелацију наставе физичког васпитања и наставе математике у првом разреду, али се штафетне игре могу користити и у наредним разредима за сличну корелацију.

У овом моделу[14] припремне радње се могу учинити на часовима ликовне културе, што ће корелацију учинити још плодотворнијом.

Наставни садржаји које повезујемо су:

– ходање и трчање (физичко васпитање);

– предмети облика круга, правоугаоника и квадрата (математика);

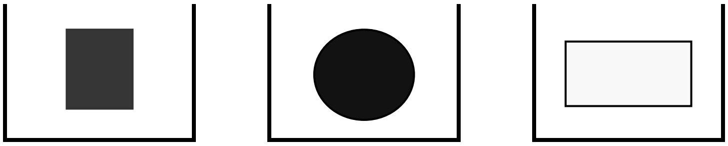
– облици и њихови квалитети (ликовна култура).

Суштина овог модела су разне штафетне игре које имају такмичарски карактер и које децу посебно мотивишу за реализацију наставних циљева и предвиђених образовно-васпитних задатака.

У припремној фази деца на часовима ликовне културе припремају кутије и апликације. На кутијама невеликих димензија се као значке аплицирају квадрат, круг и правоугаоник, а број кутија је дефинисан бројем група (највише три групе по три кутије). Овај посао може бити резултат групног рада ученика, а групе се формирају од по 2-3 ученика. Од чвршћег картона се такође припремају апликације квадрата, круга и правоугаоника у више величина и више боја. Свако дете се може задужити да направи по један квадрат, правоугаоник и круг, а наставник за то унапред припреми шаблоне (три облика и три величине).

---

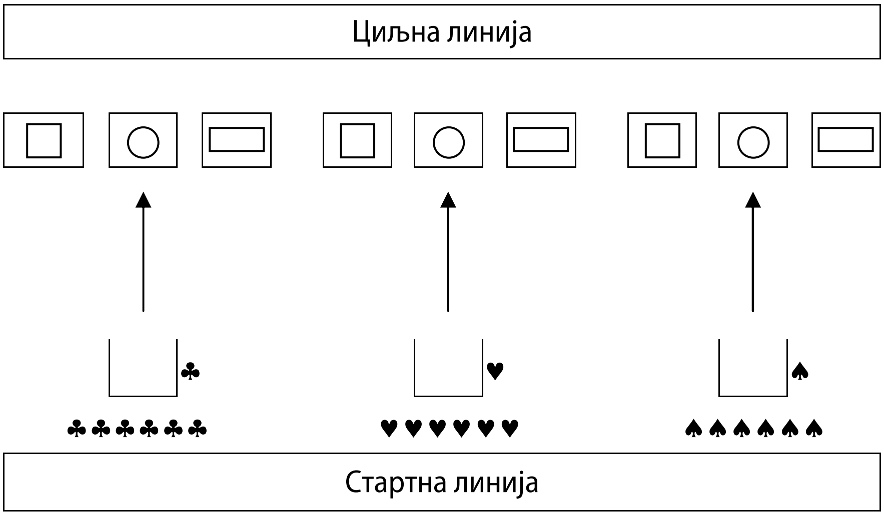
[14] Изложени модели подразумевају презентацију основних идеја корелације садржаја различитих наставних области и не претендују да детаљанију разрађују (по облику, типу активности ...) и временски артикулишу изложене наставне јединице



На самом часу ученици се поделе у три једнаке групе и построје у три колоне. На старту свака група има кутију у којој се налази по, на пример, 20-30 (али увек једнак број) апликација[15] (различитих облика, величина и боја), а на двадесетак метара даље, наспрам сваке колоне су поређане по три кутије са апликацијама квадрата, правоугаоника и круга на њима.[16]

Задатак ученика је да из кутије на старту узме једну апликацију, препозна одговарајући облик, отрчи на линију циља и апликацију убаци у одговарајућу кутију. Како је игра такмичарског карактера, победничка екипа је она која најбрже и најтачније реши постављени задатак.

То значи да се за сваку екипу мери време извршавања задатка (на пример у секундама) и број (не) тачно убачених апликација. Наставник треба да процени како и колико ће пондерисати брзину, а колико тачност решавања задатака. Тако, на пример, победничка екипа може бити она екипа која има мањи збир броја секунди и броја нетачно убачених апликација.



На истом часу се као уводне штафетне игре могу са потпуно истим правилима одиграти и две сличне игре. Прва у којој је критеријум убацивања класификација по бојама апликација и друга у којој је критеријум убацивања класификација по величини квадрата, кругова и правоугаоника (мали, средњи и велики).

На кутијама се са супротне стране апликације могу написати речи *квадрат*, *круг*, *правоугаоник* и онда када деца науче да читају, идентичне штафетне игре се

---

[15] Уколико није могуће направити три једнаке групе, равнотежа се успоставља бројем апликација у стартним кутијама, јер је важно да у свакој стартној кутији буде једнак број апликација.

[16] Скица вежбалишта је дата на наредној страни.

могу поновити. Први пут са апликацијом као задатком (када ученик визуелно повезује боје, величине и облике), а други пут са написаним појмом, што је сигурно виши степен мисаоне активности, јер се тада појмови квадрата, круга и правоугаоника повезују са њиховим визуелним идентитетом.

Сличне штафетне игре се могу, уз одговарајућу припрему, извести и са класификацијама предмета облика коцке, квадра, лопте, купе, што је такође један од наставних садржаја математике у млађим разредима основне школе.

Наведена штафетна игра и све њене модификације поред позитивних образовних ефеката има и значајан васпитни карактер, јер код ученика развијају тимски дух и ученике виших образовних постигнућа мотивишу да својим члановима екипе помогну у распознавању тражених облика, дакле у активном учењу.

Модел 4 – Таблица множења (дељења)

Овај модел је такође повезивање наставе математике са наставом физичког васпитања и може се изводити на разне начине, у другом разреду када се обрађују таблица множења или касније, у четвртом разреду, када се наставни садржаји односе на дељивост. Са аспекта наставе физичког васпитања игра је врло једноставна и слична познатој игри „дан и ноћ“. Критеријум за чучањ, односно устајање (или неку другу програмирану физичку активност), нису речи дан и ноћ, већ број који је дељив природним бројем k ($2 < k \leq 10$).

Дакле, група од десетак ученика стоји распоређена у облику круга. Водитељ игре стоји у центру круга и набраја бројеве 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8... Када дође на ред број који је умножак, на пример, броја 7 (дакле до броја 7, 14, 21, ...) ученици су обавезни да чучну. Они који то не учине испадају из игре, а бројање се наставља. Одељење се може поделити у неколико група, али не више од 3-4. Победници група учествују у финалном такмичењу, тако да се може добити и одељенски победник.

Број *к* који се користи може се мењати, зависно коју таблицу множења, односно дељења желимо да увежбавамо. Може се мењати и физичка активност ученика, тј. уместо чучња се може прописати суножни скок, склек или неки други покрет, зависно од тога коју физичку карактеристику ученика желимо да развијамо.

Може се мењати и систем такмичења, тако да бројеве изговарају ученици и да при том чине одговарајуће покрете, а игра је нарочито погодна за зимски период када се без проблема може играти у учионици и не тражи салу за физичко васпитање или неке друге погодности.

Модел 5 – Излет у природу

Како мере и мерење представљају значајан део наставног програма математике и како је мерење активност која је свакодневна у свету око нас, то су активности везане за повезивање садржаја наставних области математике и света око нас скоро неисцрпне.

Добар пример за то су теренска мерења у природи која се могу реализовати у оквиру излета предвиђених наставним програмом. Шта све могу бити садржаји теренских мерења, на пример у четвртом разреду?

Ако се одељење одведе на једнодневни излет на пољану поред неке мале реке, онда се може формирати неколико радних група од по 3-4 ученика.

Једна група може добити задатак да на пољани направи, тј. обележи терен за бадминтон који ће се састојати из два дела од којих сваки има облик квадрата и површину по 1 ар. Да би се терен могао и користити за турнир у бадминтону може се помоћу припремљених летвица и канапа импровизовати и мрежа[17].

Друга група може, по припремљеном нацрту, направити игралиште за мали фудбал одређених димензија, измерити његову површину и направити импровизоване голове.

Трећа група ће, такође, од унапред припремљених летвица, направити модел кубног метра. Запремином се може бавити четврта група ученика, која има задатак да измери „кубатуру" сложених дрва.

Једна од група се може позабавити приближним мерењем ширине реке без преласка на другу обалу, а могу се смислити и друга, конкретна мерења као што су мерење површине оивичене правоугаоне парцеле, али и теренске конструкције квадрата, круга и правоугаоника ...

Група ученика се може бавити проблемом брзине реке, тј. мерити брзину реке на одређеном сегменту тока реке и показати да река нема једнаку брзину у сваком свом делу[18].

Свакој групи се дефинише време потребно за испуњење датог задатка и потом се одељење креће од пункта до пункта, а свака група је обавезна да на свом пункту целом одељењу објасни како је решила свој задатак.

Активности се могу поставити и плодотворније, тако што се цикличним изменама група свака група директно сусретне са сваким задатком.

Сам долазак на место излета има корелацију са наставом физичког васпитања, али тај утисак одржавањем одређених спортских активности, где се, поред уобичајених спортских игара (бадминтон, између четири ватре, фудбал ...), могу користити и наменске игре и такмичења као што је, на пример, надметање у скоку у даљ или бацању камена с рамена, где ће се сваки скок, тј. бацање, мерити и од ученика захтевати да добијене резултате поређају у опадајући низ ...

Овакав боровак у природи и решавање крајње практичних задатака везаних за мерење може бити веома успешно уколико се добро припреми. Отуда је улога наставника у осмишљавању и реализацији свих активности незамењива. Вешт наставник ће од излета направити вишеструко корелациону наставну активност (математика, свет око нас, физичко васпитање, екологија ...) и добром сарадњом и

---

[17] Направљено игралиште се може искористити и за познату игру „Између четири ватре"

[18] Ученицима се може поставити проблем да измере своју брзину кретања приликом доласка на излет и аналогно осмисле начин мерења брзине реке. Дакле, задатак је како измерити брзину реке између тачака *A* и *B*.

координацијом са колегама из одговарајућих наставних области у старијим разредима постићи већи и образовни и васпитни ефекат.

Још неке могућности корелације математике и осталих наставних области

Наведени модели су само неки од примера могућих повезивања наставе математике и осталих наставних области. Пажљивим проучавањем наставних области може се доћи до многих других могућности повезивања. Али, повезивање ради повезивања није само себи циљ. Корелацију наставних активности треба користити као могућност да се наставни процес учини занимљивијим, да се подигне мотивација ученика, да се постигну већи наставни ефекти. У том смислу још неке могућности за повезивање математике са другим наставним областима су:

Матерњи језик

1. Приче и песме (о бројевима).
2. Описивање предмета (квадрат, круг, правоугаоник, троугао ... коцка, квадар, лопта, ваљак, купа ...)
3. Бројеви (главни и редни).
4. Одређивање броја гласова у речи, броја слогова у речи.
5. Одређивање броја строфа.

Свет око нас

6. Амбијент у коме живим: дом, улица, школа, насеље (бројеви и мере)
7. Оријентација у простору и времену (бројеви и мере за дужину и време)
8. Рељеф и вода (бројеви и мере)
9. Кретање у простору и времену (бројеви и мере за дужину и време)
10. Сналажење у насељу (број и нумерација)

Ликовна култура

11. Односи у видном пољу - релације међу предметима: већи-мањи; лево-десно; испред-иза, испод-изнад; горе-доле, виши-нижи, између, усправно-положено, косо, испод, у, на, дубоко-плитко, пуно-празно, отворено-затворено.
12. Облици и њихови квалитети. Кореспонденција облик, величина, боја (предмети облика круга, правоугаоника и квадрата ... коцка, квадар, лопта, купа, ваљак)
13. Кретање облика у простору (фигуре и тела)
14. Знаци и симболи (бројеви, операције)
15. Вајање (предмети облика круга, правоугаоника и квадрата ... коцка, квадар, лопта, купа, ваљак)
16. Орнаментика
17. Линија, површина, волумен, простор

Музичка култура:

18. Бројалице
19. Трајање ноте
20. Тонске висине
21. Такт

Физичко васпитање

22. Ходање и трчање (мере за дужину и време)

23. Скакање и прескакање (мере за дужину)
24. Бацања (мере за дужину)
25. Штафетно трчање.

Корелација наставе математике са осталим наставним областима може се реализовати и појединачним, секвенцијалним наставним подухватима. Неки примери за такав приступ су дати кроз интересантне приче чији је исход решавање проблемских задатака, али и кроз одређене и конкретне задатке у области ликовне и музичке културе.

Два друга

Разговарају Милан и Горан.

Милан каже Горану: „Ако ми даш један динар, имаћу два пута више новца него ти“.

Горан, на Миланову досетку одговара досетком: „Ако ти мени даш динар, имаћемо исто динара“.

Колико новца има Милан, а колико Горан?

Јато

Лети јато гусака и сретне једну усамљену гуску.

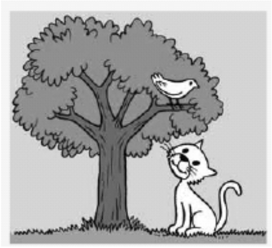
Усамљена гуска поздравља јато и каже: „Здраво сто гусака“.

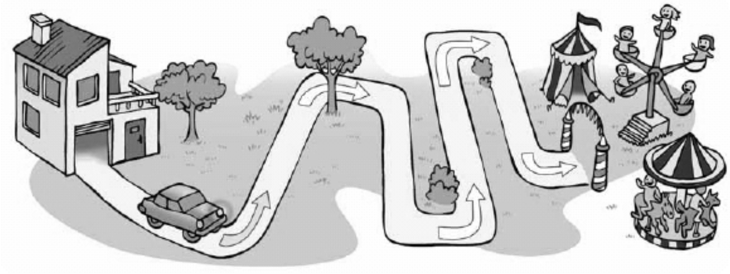
На то ће предводник јата: „Да нас је још оволико и половина и четвртина и ти са нама било би нас тачно 100“.

Колико гусака је било у јату?

Бојалице

У уџбеницима математике за основну школу приликом обраде релација честе су илустрације типа:

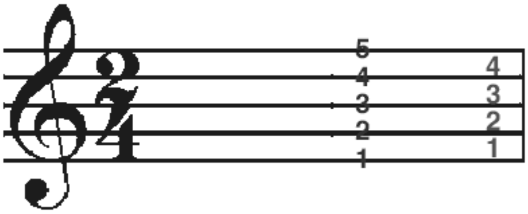




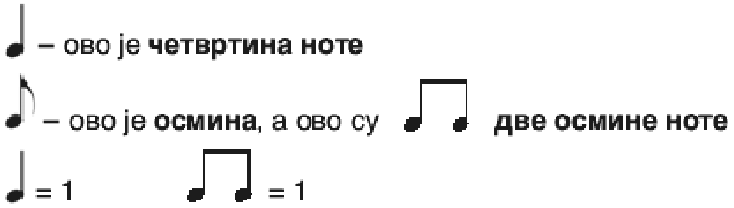
Много већа ефикасност постиже се уколико ученици *у групном раду* на часовима ликовне културе нацртају и обоје дрво, птицу, мачку, кућу и др. и да кроз игру према задатку на великом папиру заједнички распоређују и лепе одређене елементе горе, доле, лево, десно, испред, иза ...

Ноте и нотни систем

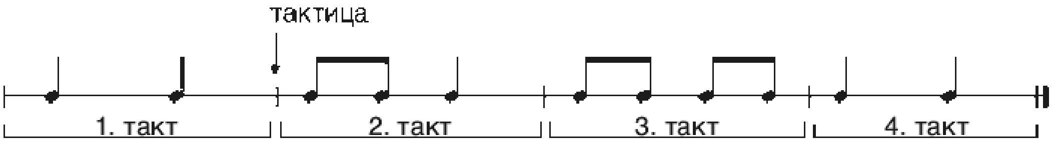
Линијски систем и виолински кључ су прва методичка обавеза у почетку музичког описмењавања. Он се састоји од 5 водоравних линија и 4 празнине (линије и празнине броје се увек одоздо на више).



Трајање нота је уско повезана са појмовима половине, четвртине и осмине.



Слични ефекти се постижу и приликом обраде такта у музичкој култури.



$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$
$\frac{2}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{2}{4}$

Напоменимо и да се корелација математичких садржаја може реализовати и са изборним наставним областима у којима такође постоји доста могућности повезивања математике и осталих наставних области.

Неки предлози за даље поспешивање повезивања наставних области

Већ је речено да интеграција наставних области није много присутна у нашој наставној пракси. Шта учинити у корист интензивнијег коришћења многобројних могућности повезивања наставних области у настави?

Одговор на ово питање обухвата могућности које су на располагању у самом образовању учитеља, у њиховом стручном усавршавању, али и могућности које су на располагању у самим школама и, наравно, методичку периодику.

Чињеница је да сваки наставник, па и учитељ, највише научи из сопствене наставне праксе или наставне праксе својих колега са којима сарађује и чије часове посећује. Међутим, на могућности повезивања наставе математике и других наставних области будућим учитељима се мора указати још у току основних студија и то не само теоријски, већ и кроз практичне радове, приликом хоспитовања и студентске праксе. Летимичним прегледом наставних програма методике и литературе коју користе будући учитељи у Србији нисам нашао садржаје који се односе на материју корелације наставе математике са осталим наставним областима, што наравно не значи и да се овом питању на нашим учитељским факултетима не посвећује довољна пажња. Било како било, курикулум на учитељским факултетима мора подразумевати извесно време и праксу посвећену интеграцији садржаја наставе математике и осталих наставних области.

Судећи по програмима стручног усавршавања наставника акредитованим код надлежног Завода за унапређивања васпитања и образовања[19], материји повезивања наставних садржаја математике са осталим наставним областима није посвећена одговарајућа пажња. Садржаја који се односе на ову тему скоро да и нема, а ако их и има, онда су они само у назнакама, при чему о корелацији у млађим разредима основне школе нема ни говора[20]. Вероватно би више повезивања наставних области било ако би се акредитовао бар један квалитетан програм стручно-педагошког усавршавања наставника који третира материју повезивања наставних садржаја.

Школска пракса пружа доста могућности за иновације у сфери повезивања наставних области (угледни часови, часови које реализују учитељи-приправници у оквиру програма полагања стручних испита...). Сигурно је да на том плану има и позитивних искустава, али су та искуства очигледно недоступна широј учитељској популацији, јер, за разлику од других професија, у нашој никада није до краја доведена идеја „из наставне праксе - за наставну праксу“. Ако су средства за издавање некаквог часописа који третира наведену проблематику некада била проблем, онда тај проблем више не постоји, не зато што постоје средства, већ зато што се на Интернету, дакле са минималним трошковима, може отворити наменски сајт који ће уз одговарајућу рецензентску структуру, веома брзо дати и одговарајуће позитивне ефекте. При том не мислим само на излагање могућих модела активности, већ и на дискусију коју је поводом тих модела могуће покренути у циљу њиховог дотеривања и оптимизације.

Педагошка периодика садржи радове из области корелације наставних области, али се ти радови веома ретко односе на математику. Зато би пре свега учитеље требало мотивисати[21] да своја позитивна наставна искуства у овој сфери објављују и на тај начин учине доступним широј учитељској публици.

Ипак, највише на овом плану могу учинити сами учитељи. Од њиховог знања и суштинског познавања наставних садржаја зависи колико ће се повезивати наставни садржаји у млађим разредима основне школе. Од учитеља и његове маштовитости зависи и дидактичко-методичко обликовање целовите наставне активности, при чему наставник бира место реализације активности, средства за реализацију и најефикаснији облик рада и преузима сва права и обавезе за флексибилни приступ проблему.

---

[19] Видети Каталог програма сталног стручног усавршавања наставника, васпитача, стручних сарадника и директора за школску 2010/2011. годину, Завод за унапређивање образовања и васпитања, Београд, 2010.

[20] Аутор овог рада је школске 2002/03. године са наставницима разредне наставе у Ваљеву реализовао неколико угледних часова на тему „Корелација наставе математике и осталих наставних области“.

[21] И код сајта и код педагошке периодике важна су два момента: 1) стручна рецензија како би се добио одговарајући квалитет и неутралисали „скрибомани“; 2) мотивација коју је кроз програм стручног напредовања наставника могуће постићи (али се за сада то не чини).

Чини се да је у сфери интеграције наставе математике са наставом осталих наставних области најплодотворније ако сваки од чинилаца у оквиру свог посла и овлашћења уради оптимално.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Buljubašić-Kuzmanović, V. (2007): Studentska prosudba učinkovitosti integrativnog učenja. Odgojne znanosti, Vol. 9, br. 2, str. 147-160.

[2] Вилотијевић, М., Вилотијевић, Н. (2008): Иновације у настави, Врање: Учитељски факултет у Врању.

[3] Вилотијевић, Н. (2006): Интегративна настава природе и друштва. Школска књига, Београд.

[4] Мрђа, М., Петојевић, А., Петровић, Н. (2007): Модел интегрисане наставе математике и физичког васпитања, Педагогија, LXII, бр. 4/07, стр.620-626

[5] Предраг Спасојевић: Корелације ликовног васпитања и осталих наставних области http://pspasojevic.blogspot.com/2011/02/blog-post_8442.html

[6] Каталог програма сталног стручног усавршавања наставника, васпитача, стручних сарадника и директора за школску 2010/2011. годину, Завод за унапређивање образовања и васпитања, Београд, 2010

[7] Правилник о наставном плану и програму за 1, 2, 3. и 4. разред основне школе

[8] Уџбеници од 1. до 4. разреда основне школе у Србији

Vojislav Andric, Predrag Spasojevic

CORRELATION OF TEACHING MATHEMATICS WITH TEACHING OTHER SCHOOL SUBJECTS IN LOWER GRADES OF ELEMENTARY SCHOOL

Summary: Mathematics seems to be present in nature, society and other spheres of everyday life more than any other science. Therefore it is not hard to correlate teaching mathematics with teaching the mother tongue, science, civics, music, art and PE. The aim of this paper is to show the need to correlate the teaching content of mathematics with the teaching content of other school subjects, as well as to present some possibilities, methodical aspects and the fruitfulness of the correlation by using concrete examples.

Key words: correlation, teaching content, mathematics

Efstratios Gkoris, Fien Depaepe, Lieven Verschaffel
Katholieke Universiteit Leuven
Belgium

371.3::51(495)

BRIDGING THE GAP BETWEEN REAL WORLD AND SCHOOL MATHEMATICS. A COMPARATIVE ANALYSIS OF WORD PROBLEMS IN THE OLD AND THE NEW MATHEMATICS TEXTBOOKS FOR THE 5TH GRADE OF ELEMENTARY SCHOOL IN GREECE

Summary: Research (Verschaffel, Greer & De Corte, 2000) has focused on the tendency of upper elementary and lower secondary students to use superficial mathematical modeling when confronted with arithmetic word problems. Research findings point to how important the nature of word problems used in mathematics classrooms is for developing students' realistic modeling expertise. Through a comparative analysis of word problems contained in the old and the new mathematics textbooks used in the 5th grade of elementary school in Greece, we attempt to discover if the major mathematics educational reform launched in Greece in 2003 has led to changes in the formulation and presentation of word problems, making them more similar to authentic out-of-school quantitative problems. For our analysis we used a classification framework (Depaepe, De Corte, & Verschaffel, 2009) that has been designed to measure the level of fidelity and comprehensiveness with which aspects of reality are represented in word problems. Our analysis has shown some interesting changes in the way different aspects of reality are represented, as well as persistent shortcomings.

Key words: word problems, mathematical modeling, sense-making

Introduction

Word problems, which are the focus of the present paper, are defined by Verschaffel, Greer and De Corte (2000) as brief texts, describing the essential of some situations, wherein some quantities are explicitly given and others are not, and wherein the solver […] is required to give a numerical answer to a specific question by making explicit and exclusive use of the quantities given in the text and mathematical relationships between these quantities inferred from the text. (p. ix)

Research into solving word problems in classrooms has yielded some interesting results concerning students' distinct tendency to adopt superficial strategies. Verschaffel et al. (2000) give a twofold explanation for this tendency. First, they argue that in the context of traditional mathematics textbooks, word problems have a unique solution and there is no access to reality. Second, Verschaffel, Greer and De Corte (2007) linked these routine problem-solving techniques to the effect that years of formal mathematics education can have on pupils, and, in particular, the way teachers conceive and handle word problems in the context of traditional mathematics classroom. Thus the more students "learn to play the word problem game", the less they use their sense-making capability (p. 610).

Abstention from sense-making in problem solving was reported in a pioneering study of Verschaffel, De Corte and Lasure (1994). Seventy-five fifth-graders were given a paper-and-pencil test in which they had to solve a number of paired word problems. Each pair contained a standard and a problematic task. In the standard task, students were asked “for the straightforward application of one or more arithmetic operations with given numbers”, e.g. “Steve has bought 5 planks of 2m each. How many planks of 1m can he saw out of these planks?”. In the problematic task, “the mathematical modeling assumptions are problematic” if one seriously considers the restrictions of the described situation, e.g. “Steve has bought 4 planks of 2.5m each. How many planks of 1m can he saw out of these planks?” (p. 275). Their findings are revealing, as the majority of children solved the standard problem correctly, while only ten out of the 75 pupils solved the problematic item successfully. For them, the majority of children who ignored the modeling difficulty and solved the problematic item by multiplying the two given numbers went from “text to solution without passing through a thinking brain” (Verschaffel et al., 2000, p. 181).

Researching into the connection between superficial solving tactics and the instructional design of word problems, Verschaffel et al. (2000) have identified a number of characteristics of standard word problems whose stereotyped and artificial nature reinforces students to exclude real-world knowledge. In particular, standard items:

– require no more than a small number of steps taking only a few minutes to solve,

– are grouped and formulated in explicitly titled sections,

– lack superfluous data, leading to the assumption that the numbers required to solve them should be clearly stated,

– lack lively and interesting contextual information, leading students to view such information as immaterial,

– are solved through an exact computation,

– never allow students to qualify their answer depending on the given situation,

– are formulated by others ignoring an important aspect of real-world problem solving, namely, the identification, definition, and formulation of the problem by the solvers themselves.

Such problems do not promote realistic mathematical modeling, a prototypical example of which is presented below. It is important to note that mathematical modeling in word problem solving does not usually follow a linear pattern. To begin with, the solver needs to understand the given situation model often presented in different formats such as texts, drawings, tables, pictures, videos. For this phase of the modeling process to take place, Verschaffel et al. (2000) argue that “a well-organized and flexibly accessible knowledge base is required”. Solvers should be able to extend this knowledge base by “asking others, accessing sources of information, carrying out mental and physical experiments” (p. xxx). In the following phases the problem solver is required to further tap into this open knowledge base in order to generate a mathematical model. He/she has to be able to do what de Lange (1996) (in Verschaffel et al., 2000, p. 169) calls, “mathematizing”, meaning “translating the situation model into mathematical form by identifying key quantities and relationships between them and expressing these by mathematical equations”. Additionally, the use of alternative heuristics is vital to successfully applying solution approaches that are not directly accessible. Finally, availability of mathematical resources such as techniques, symbols, graphs, manipulatives and software modeling tools are, according to Cobb (1999) (in Verschaffel et al., 2000, p.170), “integral to both the mathematical practices and the reasoning of the students” and have a bearing on the “derivation of the mathematical model itself”.

According to researchers, the most often omitted phase in the modeling process is the interpretation of the results in relation to the situation model. For Verschaffel et al. (2000, p. 171), a shortcoming in school word problems, which they conceive as a special kind of modeling tasks, is that task requirements concerning the communication of the results rarely require more than mere reporting. Modeling expertise, however, requires solvers to critically argue for or against a particular model and to weigh up the pros and cons of competing models before they communicate their results.

Our aim is to examine how this modeling expertise is fostered by curriculum reform of the primary mathematics education in Greece that was launched in 2003. Its objectives are to strengthen the link between mathematics and real-life problem solving, turn the classroom into a laboratory in which mathematical knowledge is meaningfully constructed and applied, and transform the role of the teacher from transmitting knowledge to facilitating students' construction of knowledge (Xionidou-Moskofoglou, 2002). Based on these curriculum goals, the Greek Pedagogic Institute designed new mathematics textbooks for all grades of elementary education, which have been implemented since 2006.

In the introduction section of the new Teacher's Book, the authors (Kakadiaris, Mpelitsou, Stefanidou, & Chronopoulou, 2006) critically review the instructional methodology propagated by the old textbook, stressing that the new one constitutes a radical break from it. They criticize the old textbooks for cultivating the belief that doing mathematics requires the application of a number of rules to reach a unique correct solution (p. 8). In the old textbooks, they insist, word problem-solving activities give emphasis to processes and formulas that students have to follow blindly, often at the expense of sense-making as they show no concern about the unreasonable results to these exercises. Moreover, teaching word problem solving consists in the teacher solving a given problem in front of the whole class and then asking students to solve similar problems in the demonstrated fashion. As a result, pupils do not become aware of the usefulness of mathematical knowledge taught at school and, therefore, fail to transfer it in real everyday situations (Kakadiaris et al., 2006).

The authors state that they aim at a shift from the mechanical learning of accurately manipulating algorithmic formulas to developing expertise in problem solving, by including problems designed to reflect everyday life, challenge students' critical faculty and be meaningful to them. Exposed to the reformed word problems, Kakadiaris et al. (2006) add that students will learn to evaluate and synthesize given information; choose a strategy to solve the problem; assess the validity of alternative solution strategies; correct, complete and decide whether a given problem is solvable or not, and whether it can have one or more solutions; and write their own problems taking into account a number of considerations.

Research objectives

Taking into consideration the reform principles described above, we have undertaken a comparative study of word problems in the new and the old textbooks, in an attempt to answer the following research question: Does the presentational structure of word problems in the new textbook increase their level of authenticity and thus facilitate the application of realistic mathematical modeling when compared with tasks from the old textbooks?

Methodology

For our study, we decided to analyze all the word problems in the old and the new textbooks for the 5th grade of Greek elementary schools: 308 problems from the old textbook (consisting of two volumes) and 264 from the new textbook (consisting of a coursebook and four exercise books). Our criterion for selecting tasks among all the exercises contained in the textbooks was based on Verschaffel's et al. (2000) definition of word problems quoted in the introduction to our paper.

Our analysis draws upon a comparative study of word problems done by Depaepe, De Corte, and Verschaffel (2009), who employed a classification scheme used by Palm and Burman (2004) for analyzing "task reality concordance in Finnish and Swedish national assessments" (p. 1). According to that scheme, applied word problems are coded according to the level of comprehensiveness and fidelity with which aspects and sub-aspects of real life situations described by the problems are simulated. If a word problem scores 1, it means that it simulates the corresponding out-of-school situation to an acceptable degree. Code 0, on the other hand, suggests no such correspondence. Some aspects are coded with 0, 1 and 2, denoting no, minimum and acceptable correspondence respectively.

The way we have operationalised the aspects of the classification system is similar to the way Depaepe et al. (2009) have done in their study. Word problems from the old and new textbook receive codes for the following aspects:

– *Event:* Following upon Depaepe's et al. (2009) critical suggestions to refine the operationalisation of the framework so that it would yield more fine-grained results, we included a third code but only for the aspect of *event*. Thus word problems scoring 2 for this aspect suggests that the event described in the problem is closely related to students' experiential world. Code 1, means that the event described could be encountered in real life by people in general, whereas code 0 denotes an event unlikely to occur in real life whatsoever. The reason we have taken on Depaepe's et al. (2009) suggestion for a three level coding only for the aspect of event is to test the extent to which such refinement could work.

– *Question*: Code 1 means that the question asked in the task would be posed in a corresponding real life situation, while code 0 means that such question would not be realistically asked.

– *Purpose in the figurative context*: Code 1 means that the goal of problem solving in the school task coincides with the goal in solving a similar problem in real life; code 0 means that such purpose is either unclear or absent.

– *Existence of data*: Code 1 means that the relevant data present in the real life event coincide with the data accessible in the school task; code 0 denotes no such coincidence.

– *Realism of data*: Code 1 is awarded when the given values, figures and numbers are realistic, whereas code 0 is assigned when such data are fictitious and unrealistic.

– *Specificity of data:* Depaepe et al. (2009), following Palm and Bulman's (2004), operationalisation, use a three level analysis: code 2 indicates that the subjects, objects and places described in the task are specific; code 1 that they are semi-specific and code 0 that they are non-specific.

– *Language use:* Code 1 indicates linguistic similarity between school task and real-life situation. However, if the task's terminology, sentence structure or length of text makes students use different mathematics from those that would be used in a corresponding real life situation, code 0 is assigned.

– *Availability of solution strategies*: Code 1 signifies that the available solution strategies in the task allow students to solve the task in the same way someone would solve it in real life; code 0 indicates lack of correspondence between school task and real-life available solution strategies.

– *External tools*: If the both school and real life solver have or do not have access to concrete tools such as a calculator, a ruler, paper and pencil, a map, a computer or a software program, then the task receives code 1; code 0 is assigned when there is a discrepancy between access or no access to available external tools in the two situations.

– *Guidance:* Code 1 means that there is correspondence between the guidance provided in the school task and that normally provided in the corresponding real-life situation; code 0 signifies no such correspondence.

– *Solution requirements*: When a school task and corresponding real-life situation involve similar implicit or explicit requirements on solving this task, it receives code 1; conversely, code 0 is assigned to a school task whose solution requirements are different from those in the real-world event.

– *Problematicity:* Discussing the limitations of the methodological tool used for analyzing word problems, Depaepe et al. (2009) observed that an important element was missing. Having identified as the root of students' modeling problems the difficulty to translate the situational model into a mathematical model, many researchers (Verschaffel et al., 2000) stress the importance of developing more challenging word problems. These "problematic" items "simulate well the complex relation between the situational and mathematical model" by rendering the translation from one model to the other less straightforward and simple (pp. 258-259). Thus code 1 for this aspect means that the task is constructed in a way that calls for a non-direct translation of the situational model into a mathematical one, and code 0 is awarded when such relationship is obvious and unproblematic for the student. Furthermore, in line with Depaepe et al. (2009), if problems receive 0 for the aspects of "event", "question"", and "existence of data", then the classification stops, since tasks being coded with 0 on any of these three aspects means that they demand fundamentally different mathematical solution approaches when compared to corresponding real-life situations (p. 248). By coding all problems with respect to "problematicity" irrespective of their codes for "event", "question" and "existence of data", we thought that we could get a better picture of the different level of authenticity between the tasks in the old and new textbooks..

An interobserver analysis involving two independent coders scoring problems from the two textbooks has yielded a good interrater reliability rate (κ= .79). Further statistical analysis between the different percentages scored for each textbook is deemed unnecessary due to the fact that in our study we have analyzed all the word problems from the old and the new textbook. Figure 1 and Table 1 below present an example of how the analysis was performed.

Old textbook

Problem 1

To run a twelve-class primary school with 275 pupils, the following amounts of money were provided last year:

Teachers' salaries	171,600€
Cleaning, heating etc.	3,500€
Other expenses (books, teaching aids etc.)	4,200€

How much did the education of every pupil in this school cost that year?

Problem 2

A grandmother divided 5 oranges equally among her 3 grandchildren. How many oranges did each child take?

Problem 3

Keti's father has two gardens. The first garden measures 3 ares and 750 square meters, and the second 3,750 ares. Which of the two gardens is the biggest?

New textbook

Problem 4

The children visited the webpage of the Hellenic Statistical Authority and found information about the permanent population of Greece by geographical regions.

From the data they found they noticed that in the 4 censuses that took place in the last 30 years (1971, 1981, 1991, 2001) the three geographical regions with the highest population are:

2001
Sterea Ellada and Evia: 3,874,212
Peloponnese: 1,174,916
Macedonia: 2,315,280

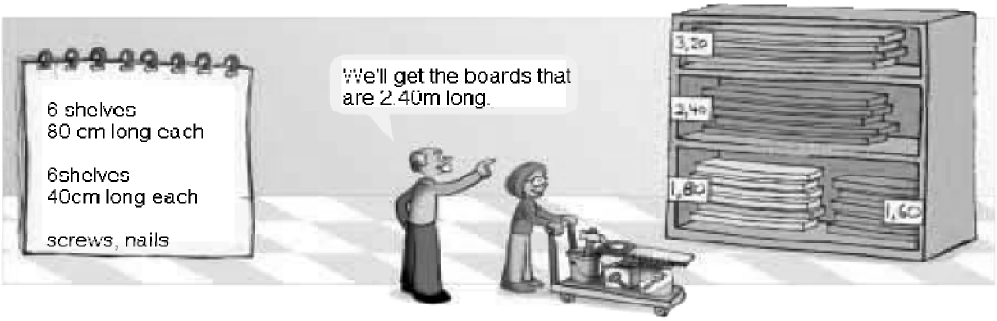
Sterea Ellada and Evia
Peloponnese and
Macedonia.

Study the numbers and find the overall population of the three geographical regions in 2001:
Estimate:
Calculate accurately:
Verify by doing:
Vertical addition

Vertical subtractions

Problem 5

Nefeli with her grandfather are choosing wood that they will need to make her bookshelves. How many wooden boards did they buy if they used every piece of them?



Problem 6

On one side of a street there are houses with even numbers from 118 to 166 and on the other side there are houses which have odd numbers. How many houses are there on both sides of the street, if across each house with an even number, there is a house with an odd number?

Figure 1. Word problems from the old and new textbooks (my translation).

Aspect	P 1	P 2	P 3	P 4	P 5	P 6
Event	1	1	1	2	2	1
Question	1	1	0	1	1	0
Purpose	0	0		0	1	
Existence	1	1		1	1	
Realism	1	1		1	1	
Specificity	1	1		2	2	
Language use	1	1		1	1	
Solution strategies	1	0		0	1	
External tools	1	0		0	1	
Guidance	1	0		0	0	
Solution requirements	1	1		0	1	
Problematicity	0	1	0	0	0	1

Table 1. The classification of the word problems from Figure 1 according to the framework for analyzing the authenticity of the tasks (P=problem)

Results

In Table 2, we present the scores from our analysis, followed by a discussion of the results for each aspect separately. Problems in Figure 1 and their coding in Table 1 are used as illustrations.

Aspect	Code		Old	New
Event	0	N	4	2
		%	1.3	0.8

Aspect	Code		Old	New
	1	N	275	97
		%	89.3	36.7
	2	N	29	165
		%	9.4	62.5
Question	0	N	34	37
		%	11.1	14.1
	1	N	271	225
		%	88.9	85.9
Purpose	0	N	236	134
		%	87.1	59.6
	1	N	35	91
		%	12.9	40.4
Existence	0	N	78	84
		%	28.8	37.3
	1	N	193	141
		%	71.2	62.7
Realism	0	N	0	1
		%	0.0	0.7
	1	N	193	139
		%	100.0	99.3
Specificity	0	N	9	5
		%	4.7	3.6
	1	N	146	70
		%	75.6	50.0
	2	N	38	65
		%	19.7	46.4
Language use	0	N	20	2
		%	10.4	1.4
	1	N	173	138
		%	89.6	98.6
Solution strategies	0	N	15	15
		%	7.8	10.7
	1	N	178	125
		%	92.2	89.3
External tools	0	N	78	50
		%	40.4	35.7
	1	N	115	90
		%	59.6	64.3
Guidance	0	N	185	106
		%	95.9	75.7
	1	N	8	34
		%	4.1	24.3
Solution requirements	0	N	12	62
		%	6.2	44.3
	1	N	181	78
		%	93.8	55.7
Problematicity	0	N	282	235

Aspect	Code		Old	New
		%	91.6	89.0
	1	N	26	29
		%	8.4	11.0

Table 2. The absolute numbers (N) and percentages (%) generated by scoring the word problems of the old and the new textbooks.

Event

While only 29 problems in the old textbook received code 2, more than half (62.5%) of the problems in the new textbook describe events that relate to students' personal interests and experiences. An illustration of this we can find in problems 4 and 5 (Figure 1). Conversely, problems 2 and 3 from the old textbook give only the bare amount of generic information concerning the described events.

Question

There is no difference between the two textbooks (88.9% for the old and 85.9% for the new), as both sets of problems based on a realistic event pose questions that are likely to be asked in real life. Moreover, only a similarly low percentage of problems pose unrealistic questions, such as those asked by problems 3 and 6.

Purpose in the figurative context

Compared to the 236 items in the old textbook coded with 0, the new one contains a higher percentage (40.4%) of word problems with a realistic event and question that simulate well this aspect. Problems 1 and 2 (Figure 1) ask students to calculate expenditure per student and the amount of oranges each child ate respectively without giving them any hint as to the reason they have to solve this task. In problem 5, however, the real life situation described in the task (Nefeli is helping her grandfather to buy the wood needed to make shelves for her room) is inextricably linked with the goal for solving this task (buying the exact amount of wood needed for the shelves).

Existence of data

No substantial difference exists between the percentages of the word problems in the new and old textbooks in the way they simulate this aspect. However, both textbooks contain a significant percentage of problems that scored 0 (28.8% in the old and 37.3% in the new).

Realism of the data

Almost all word problems (100% in the old textbook and 99.3% in the new one) with a well-simulated event, realistic question and relevant data include realistic numbers and values. The only problem in the new textbook that was coded 0 for this aspect refers to an outdated metro ticket price (€0.80), which does not correspond with its current substantially increased price (€1.40).

Specificity of data

Only a small number of problems in both textbooks (4.7% in the old and 3.6% in the new) present a situation in which subjects, objects, or places are non-specific. Most of the old textbook problems (75.6%) have received code 1, since only a minimum of the data in the task are specific. On the contrary, the problems in the new textbook are almost equally distributed between categories 1 (50%) and 2 (46.4%), signaling an increase in the amount of real-life data included in the tasks. Problem 4, for example, offers real data from an official source, the Hellenic Statistical Authority.

Language use

The tasks in the new textbooks (98.6%) show high fidelity in simulating this aspect. However, 10.4% of the tasks in the old textbook include scientific terms, which, as Palm (2006) claims, could have an "impeding impact" on problem solving (p. 44). One could argue that, in the old textbook, the authors' tendency to include complex vocabulary could suggest their intention to use word problems to enrich pupils' vocabulary.

Solution strategies

The vast majority of problems in both textbooks (92.2% in the old and 89.3% in the new) simulate this aspect well. Problem 1, which students could solve employing strategies similar to those that could be employed by real-life solvers, is one such example. However, both new and old textbooks contain a similar percentage of application problems (7.8% in the old and 10.7% in the new) directing students towards a specific solution strategy, which real-life problem solvers would not necessarily use. For example, problem 4 explicitly forces the solver to apply written computational algorithm to verify his/her answer, when in real life one could speed up this process by using a calculator.

External tools

Almost half of all the tasks (40.4% in the old textbook and 35.7% in the new one) do not simulate this aspect well. In problem 2 from the old textbook, the student would only have access to paper and pencil, while in real life the solver could simply cut the oranges to divide them among the children. Similarly, problem 4 from the new textbook clearly specifies the use of paper and pencil, while in real life access to a calculator would be possible.

Guidance

The majority of the word problems (95.9% in the old textbook and 75.7% in the new one) do not simulate this aspect well, since they use titles or headings to inform students about the mathematical topic of each unit. As a result, both textbooks impose on students a particular way of solving a task, when in real life no such indication would be given. With respect to the old textbook, this is in line with its emphasis on teaching the mathematical formula or solution method that will help improve their problem solving (Alvanos, Dimou, Zervas, & Mproumas, 2000). The slightly higher percentage of problems (24.3%) in the new textbook that simulate well this aspect, however, might reflect the authors' intention to allow students to solve tasks in a less regulated environment fostering realistic modeling disposition.

Solution requirements

A high percentage of problems (93.8%) in the old textbook simulate this aspect well, whereas almost half of the problems (44.3%) in the new textbook impose solution requirements that would not occur in the corresponding real-life situation. Problem 4, for example, explicitly asks for both an estimate and an accurate calculation, when in real life the type of solution would depend on the purpose of solving the task.

Problematicity

The vast majority of the problems in the old (91.6%) and the new (89%) textbook invite students to apply the most obvious mathematical model. Problems 1, 4, 5 and 6 (Figure 1) fall into this category. On the contrary, some of the tasks that have scored 1 in this aspect (8.4% in the old textbook and 11% in the new one) are division with remainder problems (DWR) (see Problem 2 in Figure 1), whose solutions have to be rounded to the next number and therefore require from the solver to interpret the results against the given situation before he/she reports them.

Conclusion and discussion

In this section, we will give a summary of the results and draw some conclusions. To start with, high percentages of tasks in the new textbook that simulate well aspects such as event, question, existence, realism, specificity of data and language use indicate the authors' attempt to create tasks that reflect real life and make sense for students. Introducing the third code for event has shown more clearly how the textbooks differ in this respect. Thus, in the new textbook, 62.5% of the tasks describe events directly related to students' experiential world, while most problems in the old textbook present only a minimum of contextual information, a fact that would have been veiled by a two-code classification, as these problems would have been deemed acceptable.

High and moderate level in simulating solution strategies and solution requirements in the new textbook agrees with the authors' intention to promote the use of alternative heuristics and metacognitive strategies in problem solving (Kakadiaris et al., 2006). Interestingly, our analysis indicates that, despite Kakadiaris et al.'s (2006) affirmations, tasks in the old textbooks simulate the availability of solution strategies equally well. Even more, problems in the old textbook outperform tasks in the new one in terms of simulating realistic solution requirements. Such contradiction could be explained by their authors' reasonable intention to foster students' ability to assess the validity of their solution and implement alternative strategies by giving students specific instructions as to how to solve the problem. On the other hand, high level simulation of these two aspects in the old textbook does not mean that the way the problems would be utilized by teachers in practice would allow students the freedom to choose a solution process based on the situation described. This point is proven by the fact that the primary teaching aims set by its authors are students' adherence to automaticity in manipulating mathematical formulas and algorithms (Alvanos et al., 2000).

Similarly, word problems in the old and the new textbooks in which relevant information and data are purposefully withheld or modified, one could argue, coincides with the authors' intention to focus on a certain mathematical topic. This gap between real-life and school task data, Palm and Burman, (2004) claim, might occur as a result of the authors' attempt to either simplify or complicate the data in the school task. Problem 3 in Figure 1, despite its unrealistic question, demonstrates this point, as the relevant data are reported in two different ways (a compound and a decimal number) when in real life people would be inclined to use only one way to report such values.

The authors of the new textbook also claim that, through the revised word problems, students are encouraged to use their common sense and reasoning skills. Our findings, nonetheless, appear to contradict this point when we consider the low-level fidelity in simulating aspects such as guidance and problematicity. Thus 75.7% of all the tasks describing a realistic event, posing a realistic question and involving real-life data are part of a textbook unit that explicitly signals the mathematical formula, solution strategy and heuristics that could be used in solving the problems contained therein. Moreover, the high percentage of unproblematic items (89%) in the new textbook means that students are hardly confronted with problems where they are specifically stimulated to use their common sense and real-life reasoning skills.

Undeniably, there is room for improvement regarding the arithmetic word problems in the new textbook. Changes to a number of existing word problems should focus on increasing the level of authenticity through better simulation of aspects such as purpose in the figurative context, specificity of data and guidance. Also, separate sections with problematic items could be introduced throughout the textbook ensuring that there is no explicit link between mathematical topics and these items. However, we should also add that standard word problems, such as mathematical puzzles (Gerofsky, 1999), still have a place and function in the mathematics textbooks.

Finally, our analysis does not take into account the way the problems could be used by students and teachers in the context of the classroom. Taking as our point of departure classroom-based research investigating teachers' perceptions and treatment of word problems (Depaepe, De Corte, & Verschaffel, 2010), we could gain insight into the way teachers perceive, treat and adapt word problems, and suggest instructional approaches to promote sense-making in problem solving.

REFERENCES

[1] Alvanos, G., Dimou, G., Zervas, Y., & Mproumas, K. (2002): *Mathimatika E' Taksi Dimotikou (Prwto kai deftero meros)* [Mathematics 5th Grade (Part 1 and 2)], Athens, OEDB.

[2] Alvanos, G., Dimou, G., Zervas, Y., & Mproumas, K. (1992): *Mathimatika E' Taksi Dimotikou Biblio Daskalou* [Mathematics 5th Grade Teachers' Book], Athens, OEDB.

[3] Depaepe, F., De Corte, E., & Verschaffel, L. (2010): "*Teachers' approaches towards word problem solving: Elaborating or restricting the problem context*" Teaching and Teacher Education, 26, 152-160.

[4] Depaepe, F., De Corte, E., & Verschaffel, L. (2009): *Analysis of the realistic nature of word problems in upper elementary mathematics in Flanders*, in: L. Verschaffel, W. Van

Dooren, B. Greer, & S. Mukhopadhyay (Eds) Words and worlds: Modelling verbal descriptions of situations, Rotterdam, Sense Publishers, pp. 245-263.

[5] Gerofsky, S. (1999): "*Genre analysis as a way of understanding pedagogy in mathematics education*" For the Learning of Mathematics, 19(3), 36-46.

[6] Kakadiaris, X., Mpelitsou, N., Stefanidis, G., & Chronopoulou, G. (2006): *Mathimatika E' Dimotikou Biblio Daskalou* [Mathematics 5th Grade Teacher's Book], Athens, OEDB.

[7] Kakadiaris, X., Mpelitsou, N., Stefanidis, G., & Chronopoulou, G. (2006): *Mathimatika E' Dimotikou*. [Mathematics 5th Grade], Athens, OEDB.

[8] Kakadiaris, X., Mpelitsou, N., Stefanidis, G., & Chronopoulou, G. (2006): *Mathimatika E' Dimotikou Tetradio Ergasiwn (Tefchi a'-d')* [Mathematics 5th Grade Workbook (Vols. 1-4)], Athens, OEDB.

[9] Palm, T. (2006): "*Word problems as simulations of real-world situations: A proposed framework*" For the Learning of Mathematics, 26(1), 42-47.

[10] Palm, T, & Burman, L. (2004): "*Reality in mathematics assessment: An analysis of task-reality concordance in Finnish and Swedish national assessments*" Nordic Studies in Mathematics Education, 3, 1-34.

[11] Verschaffel, L., De Corte, E., & Lasure, S. (1994): "*Realistic considerations in mathematical modeling of school arithmetic word problems*" Learning & Instruction, 4, 273-294.

[12] Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000): *Making sense of word problems*, Lisse, Zwets & Zeitlinger Publishers.

[13] Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2007): *Whole number concepts and operations*, in: F. K. Lester (Ed) Second handbook of research on mathematics teaching and learning, Greenwich, CT, Information Age Publishing, pp. 557-628.

[14] Xionidou-Moskofoglou, M. (2002): "*To diathematiko eniaio plaisio programmatos spoudwn (D.E. P.P.S.) ton mathimatikon stin ipoxreotiki ekpaidefsi*" [Cross- thematic curriculum framework (D.E.P.P.S.) for mathematics in compulsory education] Epitheorisi Ekpaideftikon Thematon, 7, 80-100.

[15] "*Diathematikon Programma: Cross-thematic curriculum framework for mathematics*", (April 2011): http://www.pi-schools.gr/programs/depps/

Efstratios Gkoris, Fien Depaepe, Lieven Verschaffel

ПОВЕЗАНОСТ СТВАРНОГ ЖИВОТА И НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ. УПОРЕДНА АНАЛИЗА ТЕРМИНА У СТАРИМ И НОВИМ УЏБЕНИЦИМА МАТЕМАТИКЕ ЗА ПЕТИ РАЗРЕД ОСНОВНЕ ШКОЛЕ У ГРЧКОЈ

Резиме: Истраживање (Фершафел, Грир и Декорте, 2000) има за циљ да открије на који начин ученици у вишим разредима основне школе и нижим разредима средње школе користе површно математичко моделовање када решавају текстуалне задатке из области аритметике у настави математике. Резултати истраживања показују да је за ученичко разумевање стварности веома важно разумевање ових задатака у настави математике. Упоредном анализом термина у старим и новим уџбеницима за пети разред у основним школама у Грчкој, покушали смо да откријемо да ли је велика реформа наставе математике у Грчкој 2003 довела до промена у формулисању и подучавању термина у настави математике тако што их је учинила приближнијим стварним проблемима који се тичу појмова мера. За потребе наше анализе користили смо класификацију (Депепе, Декорте и Фершафел, 2009) да бисмо измерили веродостојност и разумљивост појединих термина у односу на појмове у стварном свету. Наша анализа је показала неке интересантне промене у презентовању математичких појмова у односу на појмове из реалног живота.

Кључне речи: проблем усвајања термина, математичко моделовање, разумевање суштине.

Јелена Максимовић, Маја Димитријевић, Илијана Чутура
Факултет педагошких наука
Јагодина

371.3::51
371.3::811.163.41

КВАНТИФИКАЦИЈА У НАСТАВИ СРПСКОГ ЈЕЗИКА И МАТЕМАТИКЕ У МЛАЂИМ РАЗРЕДИМА ОСНОВНЕ ШКОЛЕ

Апстракт: У раду[22] се издвајају они типови квантификације у српском језику и математици који су релевантни у настави у млађим разредима основне школе. Специфична средства за изражавање количинских значења знатно се разликују у овим двема областима, нарочито када су у питању квантификатори који ни имплицитно не садрже идеју броја (*мало*, *све* и сл.). С друге стране, постоје и знатна преклапања у области нумеричке квантификације, која тиме постаје погодна област за разматрање могућности интердисциплинарног приступа обради ових садржаја. У том смислу, у једном делу рада аутори дају анализу садржаја из уџбеника за млађе разреде основне школе указујући на могућност примерених методичких захтева у настави бројева у најранијем школском узрасту.

Други део рада садржи истраживање најчешћих грешака у области писања бројева и употребе падежних облика у именичким, партитивним и паукалним синтагмама. На основу проведене анализе систематизују се најфреквентније недоумице и погрешке, које представљају последицу непоузданог и недовољно трајног знања из ове граматичке области, а испољавају се у језичком изражавању студентске популације.

Кључне речи: квантификација, бројеви, настава српског језика и математике, морфолошка и ортографска норма

Уводне напомене

Предмет овога рада је идентификовање могућности интердисциплинарног приступа категорији количине у настави српског језика и математике превасходно у млађим разредима основне школе. Стога ће се у раду најпре издвојити типови квантификације који се јављају у језику, и они ће бити упоређени са математичким типовима квантификације. Системи исказивања количине који су аналогни у настави српског језика и математике (у млађим разредима основне школе) представљају погодну област за разматрање могућности интердисциплинарног приступа обради ових садржаја. У средишњем делу рада истражују се основни проблеми у области писања бројева и употребе падежних облика у именичким, партитивним и паукалним синтагмама. Показује се да се ови проблеми задржавају и код студената – будућих учитеља. На основу проведене анализе, у завршном делу рада истиче се да је нумеричка квантификација подстицајна за увежбавање писања и читања бројева у оквиру оба поменута наставна предмета.

О потреби блиске сарадње лингвиста са стручњацима из области математике и методике математике у оквиру проблематике бројева, тј. о конфронтирању

---

[22] Овај рад написан је у оквиру научног пројекта 178014 *Динамичка структура савременог српског језика*, који финансира Министарство просвете и науке Републике Србије.

математичких, бројевних система и језичких система бројева и бројевних израза већ је писано (Иванова-Шалингова 1971: 207, према Тир 1985: 74), а ми у овом раду желимо да прикажемо могућност овакве мултидисциплинарне сарадње у настави и методици математике.

О средствима за изражавање количинских значења

Језички системи исказивања количине обухватају сложене и разноврсне подсистеме, о чему П. Пипер каже: „[К]онстатацију о разноврсности облика изражавања количинских значења потврђује чињеница да се количинска значења срећу у скоро свим врстама речи. Све пунозначне врсте речи на овај или онај начин, обавезно или селективно, учествују у означавању количинских односа“ (Пипер 2005: 854).

У језику је – за разлику од математике – уобичајено „самеравање“ нерашчлањивих појава (најчешће квалитета) које подлежу само непараметричкој (нерашчлањивој) квантификацији, у којој квантификатор не садржи идеју броја (Пипер 2005: 880). Осим тога, сам концепт броја у језику може бити потпуно релативизован, што можемо илустровати употребом лексема *сто*, *хиљаду*, *милион* у паранумеричком (квазинумеричком) значењу „много“: *Сто/хиљаду/милион пута сам ти рекао...*; *На концерту је било милион људи* и сл.

Специфична средства за изражавање количинских значења знатно се, дакле, разликују у језику и математици. Поред прецизног, нумеричког исказивања количине, присутног у математици и настави математике, може се говорити и о тесној повезаности наставе језика и математике у области поређења (градуелности), које се језички манифестује као синтетичка (*дуг–дужи–најдужи*) и као аналитичка компарација (*уморан*: *више/највише уморан*). Уједно, аналитичка компарација је једино средство исказивања низлазне компарације (нпр. *уморан – мање уморан – најмање уморан*; о антиклимактичкој градацији в. Ковачевић 2003: 46–73).

Квантификација

Аналогија између наставе језика и математике не може се успоставити када је у питању квантификација нерашчлањивих појава. У реалности присутна али прецизно немерљива, оваква квантификација се „у свакодневном говору (...) врши помоћу ненумеричких квантификатора (нпр. *мало светла*, *врло леп*...)“ (Пипер 2005: 878). За разлику од овог типа, „квантификација сложених и рашчлањивих појава исказује се или нумеричким или ненумеричким квантификаторима (*десет књига* / *много књига*...). Оно што је примаран начин квантификације нерашчлањивих денотата..., када се примени на рашчлањиве денотате, постаје и средство исказивања неодређености (нпр. *много богаташа*). При томе дистрибуција ненумеричких квантификатора у функцији квантификације рашчлањивих денотата подлеже одређеним правилима и ограничењима, тако иако се може рећи *много књига* или *мало књига*, не може се рећи **врло књига, *сасвим књига* итд.“ (Пипер 2005: 878). Осим тога, неким прилозима и партикулама може се упутити на степен градуелности класификује, тако да се он исказује као *нормативност* (*исувише* далеко, *сувише* често), *градуативност* (*тако, толико, веома* + позитив; *све, много, далеко, што* + компаратив; *убедљиво*, *далеко* + суперлатив) или *модификативност* (Мразовић 2009: 463–465).

Стога ћемо се у раду фокусирати на количинско одређење сложених и рашчлањивих појмова који – због те своје кључне карактеристике – подлежу аналогним начинима квантификовања у језику и математици.

Типови поређења

Разлика између два општа типа поређења[23] заснива се на томе да ли је појам (величина) према којем се дати појам (величина) пореди експлицитно исказан или не.

Нормативно степеновање, које се означава у литератури и као узуално, имплицитно или апсолутно (в. Пипер 2005: 850), подразумева да постоји (неисказана) „норма испољавања интензитета особине или величине скупа (ма шта говорник сматрао нормом), нпр. *хладан туш*, *мало новца*, *дуга ноћ* итд." (Исто: 850). Оваква имплицитна норма је релативна величина, што није условљено само немерљивошћу неких појава, већ и тиме што норма – и када су у питању прецизно мерљиве величине – варира у зависности од многих параметара, пре свега денотата и референта. Поред тога, "норму понекад представља и субјективна процена појединачних комуникатора, махом код оних контраста који изражавају вредносни суд..." (Прћић 1997: 103–104). Другим речима, код оваквог степеновања „не наводи [се] појам с којим би се у количини особине изражене придјевом поредио експлицирани појам (као нпр. *Ово је стара / старија / најстарија тврђава*)" (Ковачевић 2009: 27–28). Како се у настави математике врши поређење предмета по дужини, ширини и другим мерљивим физичким карактеристикама, природно је да нормативно степеновање не може бити предмет интердисциплинарног разматрања у методици.

За разлику од апсолутне, селективна градуелност изражава релације присутне и у настави математике. Оваква градуелност, која се означава још и терминима *релативна градуелност* и *релативна компарација*, подразумева степеновање у односу на локализатор количине који је заправо „одабрани интензитет неке особине или одабрана величина неког скупа иказан једним именским изразом", нпр. *Дунав је дужи од Саве* (Пипер 2005: 850). Релативна компарација језички се остварује, дакле, као поредбена конструкција (Ковачевић 2009: 27) у којој су у настави заступљене језички и правописно барем двојако проблематичне јединице.

Математички и језички садржаји у млађим разредима основне школе

Проблем исправног писања бројева (речима) и правилне употребе падежних облика у именичким, партитивним и паукалним синтагмама јавља се у области српског језика, при чему се у настави математике често „прашта" правописна

---

[23] Проблем исказивања градуелности присутан је и на општелингвистичком нивоу и заокупља пажњу како наших тако и страних аутора. Преглед дела страних аутора који се баве појмом градуелности даје М. Радовановић (у: Радовановић 2008).

погрешка ако је задатак математички коректно решен. Један од основних проблема – како у раду са ученицима тако и у раду са будућим учитељима (в. резултате истраживања у наредном одељку рада) – јесте састављено и растављено писање бројева који означавају стотине. Грешке су честе и у језику медија (штампе, радија, телевизије), што додатно негативно утиче на језичку културу ученика и студената. Правилно је *пет стотина* и *петсто*, *шест стотина* и *шестсто* и *девет стотина* и *деветсто*, али „чују се а понеко их и пише погрешно: *песто*, *шесто*, *девесто*" (Збиљић 1996: 51). Збиљић наводи и образложење да је облик *шездесет* добијен упрошћавањем удвојених сугласника „преко: шестдесет, шесдесет" (Збиљић 1996: 51). Да би губљење сугласника могло да се изврши, најпре мора доћи до једначења сугласника (регресивном асимилацијом *т* прелази у свој звучни парњак *д*), а након губљења *д* долази до још једног једначења сугласника по звучности (безвучно *с* испред звучног д прелази у *д*). Дакле, овај облик је добијен следећим путем:

шест + десет > шестдесет > шесддесет > шесдесет > шездесет.

Наведени облици *петсто*, *шестсто* и *деветсто* представљају изузетке од губљења сугласника, зато што је реч о сложеницама. Међутим, и број *шездесет* је сложеница, баш као и тридесет (три + десет). Потврду чињенице да је у *шездесет* најпре дошло до једначења, па до губљења сугласника налазимо у облику *педесет*:

пет + десет > петдесет > педдесет > педесет

Једно од објашњења је да је број *шестсто* изузетак „зато што је облик *шесто* у ствари редни број у једнини средњег рода *шесто* девете, на пример, *шесто* место итд." (Збиљић 1996: 51). Исти аутор истиче да „треба разликовати речи *шестогодишњи* и *шестстогодишњи*, *шестогодишњица* и *шестстогодишњица*, *шестогодишњак* и *шестстогодишњак*" (Збиљић 1996: 51).

У писаном изражавању студената веома је честа појава „репатих бројки" (3-ћи, 7-ог, 6-ом), којима пажњу посвећује М. Шипка у *Занимљивој граматици*. Шипка говори и о *насртљивим бројкама*, а то „су оне бројке које се гурају на почетак реченице" (Шипка 2009: 119–121). Наведени називи за ове погрешке – на које је потребно скренути пажњу и у настави српског језика и у настави математике – погодни су, пријемчиви, прозирни и „лако памтљиви", те могу бити од велике користи у школској употреби.

Математички задаци који укључују бројеве

Да бисмо идентификовали корелативне области језика и математике, представићемо резултате анализе садржаја уџбеника из математике за млађе разреде основне школе.

У оквиру наставе математике ученици у првом разреду уче природне бројеве до сто, при чему се упознају са основним и редним бројевима (Маринковић 2008: 50–121), док се у другом разреду, поред рачунања до сто, уче и разломци (Маринковић 2009: 92–93). У трећем разреду ученици треба да овладају знањем о римским бројевима и бројевима до хиљаду, а учи се и мерење дужине, масе, запремине течности и времена (Стефановић 2009: 2–3). Писање и читање бројева већих од хиљаду, читање и писање разломака и мерење површине предвиђени су за обраду у четвртом разреду основне школе (Дејић, Милинковић, Ђокић 2009: 2).

Математички задаци који укључују појам броја најфреквентнији су задаци у уџбеницима и збиркама из предмета Математика. Издвојићемо оне који пружају материјал за анализу и у настави српског језика.

У уџбенику из математике за други разред издавачке куће „Креативни центар" (Маринковић 2009: 11) налазимо следећи задатак:

> *У првој корпи било је 20 ораха. У другој корпи је било за десет ораха више него у првој. У трећој је било за двадесет ораха мање него у другој корпи. Колико је ораха било у другој корпи? Колико у трећој? Колико их је било укупно?*

Питањима постављеним у овом задатку може се додати и захтев да ученици напишу коначно решење словима, тј. да допуне следећу реченицу и тако увежбају писање броја *шездесет*: „Укупно је било __________ ораха".

На тај начин бисмо од ученика истовремено захтевали и познавање правописа. На исти начин се у трећем разреду може вежбати и писање бројева друге десетице и двоцифрених бројева. Ученици вежбају операције множења и дељења, при чему резултат може представљати неки од ових бројева, па се поред решења написаног цифром може тражити и да га ученици напишу словима.

У трећем разреду, када савладају рачунање до хиљаду, можемо код задатака сличног типа тражити да словима напишу решење – неки од бројева који означавају стотине а чије је правилно писање потребно вежбати (петсто, шестсто, деветсто). На пример, већ постојећем задатку у уџбенику „Креативног центра" за трећи разред (Стефановић 2009: 9) може се додати захтев да ученици напишу решење словима. Поставка задатка гласи: „Напиши колико хиљада има свако дете". Испод поставке налази се слика троје деце који држе новчанице од хиљаду динара у рукама, а испод су црте на којима треба написати бројеве 300, 500 и 900. Писање стотина може се вежбати и путем математичког задатка који би гласио: „Броj по сто и запиши речима. Почни од 400 и броj до 900". Сличан задатак постоји у уџбенику за четврти разред, али се броје хиљаде (Дејић, Милинковић, Ђокић 2009: 10).

Математички задаци у којима се од ученика тражи да бројеве запишу речима већ постоје у уџбеницима. Навешћемо неколико примера:

1. Напиши речима број који се добија када:
а) на 9 јединица додаш једну јединицу ____________
б) на 7 десетица додаш три десетице ____________
в) на 6 стотина додаш 4 стотине ____________
(Дејић, Милинковић, Ђокић 2009: 7);

2. Напиши цифрама и речима број који има:
а) 4С, 5Д, 2Ј ________________________________
б) 2С, 0Д, 4Ј ________________________________
в) 1С, 3Д, 0Ј ________________________________
(Дејић, Милинковић, Ђокић 2009: 8);

3. Запиши речима следеће бројеве:
8 ___________________ 800 ___________________

80 __________________ 8000 ____________________.

(Дејић, Милинковић, Ђокић 2009: 10).

У оквиру уџбеника *Занимљива математика* или поглавља као што је „И то је математика“, које налазимо на крају уџбеника „Креативног центра“, могао би се наћи и овакав задатак:

Лука је појео пар виршли. Напиши цифром колико је виршли Лука појео.
Одговор: Лука је појео ________ виршле.

Поред овог израза, који се често погрешно користи у значењу *неколико*, ученике можемо кроз занимљив задатак упознати са изразом *туце*, али и ТЬМА, посведоченом у старословенском језику „у значењу 10.000, али и у значењу *врло много*“ (Дабић 2000: 154), који би деци могао бити познат једино у овом другом значењу, кроз фразеологизам *тушта и тма*. Задатак би могао гласити овако:

Војсковођа има *тма* војника и издао им је наређење да сваки од њих мора тог дана да пришије на свој капут *туце* дугмади. Ако знамо да је реч *тма* некада значила 10 000, а реч *туце* је означавала да нечега има дванаест, колико дугмади ће тог дана бити ушивено?

Ученицима можемо скренути пажњу и на фигуративну, хиперболичну (паранумеричку) употребу бројева *сто* и *хиљаду* (Дабић 2000: 153–154) и дати им задатак да замене другим изразима ове бројеве у реченицама: „Сто пута сам ти рекао!“ и „Хиљадити пут ти кажем!“. При том очекујемо да ће ученици на основу свог језичког осећања лако извршити ову замену на неки од следећих начина: „Много/безброј/небројено пута сам ти рекао!“, „По ко зна који пут ти кажем!“ и сл.

Идентификација проблема у области језичког исказивања математичких садржаја

Предмет, циљеви и методе истраживања

Циљ истраживања које смо спровели у периоду од новембра 2010. до априла 2011. јесте утврђивање најчешћих проблема у областима које су у директној вези са наставом српског језика и математике. Спроведена анализа пружа увид у најфреквентније недоумице и погрешке, које представљају последицу непоузданог и недовољно трајног знања из ове граматичке области, а испољавају се у говору и писању студентске популације. Корпус на ком је вршено истраживање представљају правописни тестови и тестови знања.

Примењена је дескриптивна метода истраживања, која се ослања на емпиријске чињенице узете у обзир приликом истраживања (Банђур, Поткоњак 1999: 151). Од техника истраживања, примењени су тест знања и анализа садржаја.

Истраживање је спроведено на пригодном узорку, односно узорку који није заснован на теорији вероватноће а чини га 203 студента прве године Педагошког факултета у Јагодини (смерови: Учитељ, Васпитач у предшколским установама и Васпитач у домовима).

Употребом дескриптивне методе долазимо до најчешћих грешака у области писања бројева и употребе падежних облика у конструкцијама са нумеричким и ненумеричким квантификатором.

Нумеричка квантификација

Употреба бројева два, три или четири са именицама мушког рода захтева употребу паукала, али га у анализираној грађи чак 72 или око 35% испитаника замењује генитивом множине, што показују примери *четири часова* (најчешћа грешка), *четри кампова* и *четири метара*.

Слагање именица са вишецифреним бројевима врши се слагањем са цифром јединице (са изузетком бројева друге десетице и декадних јединица)[24], а у анализираном материјалу наилазимо на примере који показују непознавање овог правила (примери су поређани по фреквентности јављања, а укупно се јављају у приближно истом броју случајева као и претходни – око 35%): *тридесет три бодова*, *двадесет четири тестова*, *сто четрдесет четири литара*, *сточетрдесетчетири литара*, *сто четрдесетчетри литара*, *двадесет четири краљева*.[25]

Употреба бројева већих од четири са именицама захтева употребу генитива множине, али се код испитаника често овај облик замењује генитивом једнине: *сто четрдесет литра*, *сточетрдесет литра*, *сточетрдесетдевет литра*, *десет снопа*, *пет виршле*. Примери су поређани по учесталости јављања, а примећујемо да употреба именице *литар* са нумеричким квантификатором задаје доста потешкоћа студентима.[26]

Генитив множине именице *врста* гласи *врстā*, па је пример *пет врсти медведа*, ексцерпиран из анализиране грађе, нестандардан. У писању овог типа конструкција са нумеричким квантификатором јављају се и неке неспецифичне грешке, као у примеру *дванаест оловка*.

Употреба бројева два, три и четири или вишечланих бројева чија је цифра јединице два, три или четири са именицама женског рода III врсте[27] захтева употребу номинатива множине, а у анализираној грађи уместо њега налазимо генитив множине (*четири оловака*, *три виршли*, *стодвадесетчетири прича и приповедака*, *сто и двадесет и четири оловака*), али и збирни број (*тридесетдвеју оловака*).

---

[24] Језички посматрано, ради се о сложеним бројевима, тј. онима који се састоје из више лексема.

[25] Наилазимо и на неке неспецифичне грешке у писању овог типа конструкције с нумеричким квантификатором. На пример, од студената се тражило да напишу словима 84 + *час*, а у два теста наилазимо на следеће одговоре: *осамдесет четворо час* и *осамдесетчетворочасовни*. С обзиром на изузетно ниску фреквенцију оваквих одговора, као и на могућност неразумевања задатка у другом наведеном одговору, искључићемо их из даљег разматрања.

[26] Занимљива је идеја једног студента да компликовану конгруенцију ове именице са бројем поједностави тако што ће без обзира на то који је број у питању користити искључиво облик номинатива једнине: *сто четрдесет литар*, *сто четрдесет и девет литар*, *сто четрдесет и четири литар*.

[27] Именице III врсте јесу именице које се у номинативу једнине завршавају наставком -а. Оне чине највећи број именица ж. рода у српском језику (жена, девојка, мајка, столица и сл.).

За неке студенте проблематична је и употреба основних бројева већих од четири са генитивом множине именице женског рода у коме долази до јављања непостојаног *а*, па не постоје услови за једначење по звучности које се врши у падежној промени ових именица, што видимо из следећих ексцерпираних примера: *пет свесака*, *двадесет четири приповетака*.

Аналогно са *седморо браће* у четири теста налазимо и *седморо сестара*, иако именица *сестра* има правилну множину, а не суплетивну као именица *брат*.

Иначе, спојено писање вишецифрених основних бројева јавља се у неким примерима у којима је конгруенција са бројем добра, па овакве одговоре такође сматрамо неправилним (пр. *двадесетчетири теста*). У неким одговорима бележимо непознавање правилног облика броја (*осамдесет четри часа*, *четри виршле*, *шестдесет оловака*).

У питању у ком се од студената прве године тражи да напишу словима конструкције са нумеричким квантификатором релативно често се дешава да, иако је напоменуто да је реч о основним бројевима и иза броја нема тачке, студенти направе конструкцију са редним бројем. Питање гласи овако:

М5. Напиши словима конструкције сачињене од основних бројева и именица:

24 + „тест“ ________________________________

2 + „рукавице“ __________________________

Код 6% студената јављају се одговори типа: *двадесет четврти тест* или *осамдесет четврти час*, *трећа кола*, *шесто одојче* и сл. Овде је реч о основношколском знању из математике и српског језика, а пропуст који је на том узрасту направљен код будућих учитеља испољава се у непоузданом разликовању основног и редног броја. С друге стране, не можемо искључити и непажњу као фактор који је могао довести до оваквих грешака.

Употреба збирних бројева уз именице које су плуралија тантум, тј. имају само облик множине, у писању студентске популације замењује се употребом основног броја, при чему именица остаје у номинативу једнине: *три кола*, *два врата*, *пет маказа*, *пет кола*. Најчешћа грешка је први наведени пример, *три кола*. У овим конструкцијама плуралија тантум понекад добија облик једнине, који заправо не постоји, као у примеру *три гусла*.

Ређе се уз ову именицу користи збирни број, али у погрешном роду, као у примерима *двоје врата*, или се збирни број употребљава уз неправилни облик именице, као у следећим примерима: *троје кола*, *троје наочара*, *двоје рукавица*, *двоје панталона*. Одговор *троје кола* налазимо у чак двадесет четири теста (12%), док се остали погрешни одговори јављају у мањем броју случајева.

Често се конструкција „збирни број + плуралија тантум“ замењује конструкцијом са именицом „пар“, па по аналогији са *три пара панталона* и *два пара рукавица* у анализираној грађи налазимо и следеће конструкције: *три пара гусла*, *два пара врата*, *пет пари маказа*. Такође, у паукалној синтагми чији је центар именица „пар“ студенти у писању погрешоа конгруирају именицу која је падежни атрибут, тј. јављају се примери типа *два пара панталоне*.

Занимљив је, али статистички занемарљив, и покушај једног студента да избегне конгруенцију именице која је плуралија тантум са бројем тако што ће уместо понуђене лексеме „кола“ употребити синоним „ауто“ и направити синтагму *три аута*. Будући да је на ово питање велики број студената дао одговор *три кола*, чини се да је та конструкција настала аналогијом са *три аута*. Готово подједнак број погрешних одговора на наведено питање гласи *троје кола*. Именица *кола* је средњег рода у множини, па се и збирни број мора слагати са овим обликом.

Употреба збирних бројева уз збирне именице такође је проблематична у писању студентске популације. Тако је тридесет четворо (или 17%) студената од којих се тражило да словима напишу конструкцију 12 + *дете* дало следеће погрешне одговоре: *дванаесторо детета*, *дванаес детета*, *дванаест детета*, *дванаест деце*.

У питању у ком се тражило да се словима напише конструкција 6 + *одојче* јавља се чак шест типова погрешних решења: *шест одојчади*, *шесторо одојчад*, *шесторо одојча*, *шест одојчад, шесторо одојчета*, *шесто одојче*. Дванаесторо студената написало је *шест одојчади*, по два погрешна одговора гласила су *шесторо одојчад* и *шесторо одојча*, а по једном налазимо одговоре *шесторо одојчета* и *шесто одојче* (18 одговора или око 6% испитаника).

У релативно честу грешку (код чак 21% испитаника) спада и пример *пет детета*, а један студентски одговор је гласио *петоро детета*. Погрешно писање овог типа конструкције са нумеричким квантификатором налазимо још и у примерима *седам пилића* и *седам пилета*.

Постоји и проблем конгруенције ових конструкција са глаголима: *Петоро деце <u>имају</u> 25 литара сока*; *Петоро деце <u>су имала</u> 25 литара сока*; *Петоро деце <u>имали су</u> 25 литара сока*.

Најфреквентније недоумице и погрешке у писању студентске популације уочавамо у неколико типова конструкција са нумеричким квантификатором које ћемо представити табеларно. Примери наведени у табели илуструју правилно грађење конструкција које студентима најчешће задају потешкоће.

Тип грешке	**Пример**
употреба бројева два, три и четири са именицама м. рода	четири часа
слагање именица са вишецифреним бројевима	тридесет три бода
употреба бројева већих од четири са именицама	сто четрдесет литара
употреба бројева два, три и четири или вишечланих бројева чија је цифра јединице два, три или четири са именицама ж. рода III врсте	четири оловке двадесет седам оловака
употреба збирних бројева уз именице које су плуралија тантум	троја кола
употреба збирних бројева уз збирне именице	шеторо одојчади

Ненумеричка квантификација

Уз прилоге и прилошке изразе за количину (*неколико*, *мало*, *доста*), као и уз именице које означавају неку меру и количину (*група*, *кап*, *тањир*) користе се именице у партитивном генитиву. У писању конструкција са ненумеричким квантификатором за испитанике,припаднике студентске популације, проблем представљају оне конструкције у којима у служби партитивне допуне стоји ужа синтагма: *неколико стотина <u>посетиоца</u>, пар <u>стотини</u> посетилаца*.

Треба нагласити да ове грешке по правилу налазимо у тестовима студената који уједно мешају латинично и ћирилично писмо, о чему смо говорили у засебном раду.[28] Реч је о студентима код којих је ниво опште писмености веома низак, а степен корелације је преко 90%. Конструкције са квантификатором представљају проблем за велики број студената. У прилог томе говори чињеница да од двадесет седам студената прве године Педагошког факултета у Јагодини који у јануарском року нису положили испит из Српског језика I само два студента немају проблема са конструисањем и писањем партитивних синтагми.

Закључак

Анализа могућности наставне корелације у сфери система квантификације у језику и математици показала је да је нумеричка квантификација погодна област за увежбавање писања и читања бројева. Поред тога, важно је инсистирати не само на правилном изговарању и писању бројева већ и на правилном конструисању синтагми које садрже број или ненумерички квантификатор. Важност ове (под)области посебно је уочљива када се квантификују појмови изражени именицама које садрже непостојано *а* (а такве су и именице којима се означавају јединице мере: *литар*, *метар* и од њих изведене), именице које су плуралија тантум, као и збирне именице.

За неке грешке у изражавању студената – будућих учитеља и васпитача, као што је *пет детета* или *неколико стотина посетиоца* можемо рећи да су дијалекатски облици, па је тиме узроковано њихово често јављање. Што се тиче грешака као што је веома честа грешка *троје кола*, евидентно је да пре поласка на факултет студенти нису користили у говору и писању облик *троја кола*, па су слагање именица које су плуралија тантум са бројем настојали да науче за испит, али тиме нису у потпуности овладали. Као што је познато, дубоко укорењене језичке навике најтеже се мењају и то је највероватније основни узрок спорог напредовања у усвајању правилне употребе именица са нумеричким и ненумеричким квантификатором, као и немогућности да се правилна употреба аутоматизује, тј. примењује без колебања и размишљања.

ИЗВОРИ

Маринковић 2008: Симеон Маринковић, Математика: уџбеник за први разред основне школе: са задацима за вежбање, Београд: Креативни центар.

Маринковић 2009: Симеон Маринковић, Математика: уџбеник за други разред основне школе: са задацима за вежбање, Београд: Креативни центар.

---

[28] Реферат „Двоазбучје у настави српског језика“ коаутора Јелене Максимовић и Маје Димитријевић изложен је на међународном научном скупу „Школа као чинилац развоја националног и културног идентитета и проевропских вредности: образовање и васпитање – традиција и савременост“, одржаном на Педагошком факултету у Јагодини 16. априла 2011. године.

Стефановић 2009: Александра Стефановић, Математика за трећи разред – 1. део, Београд: Креативни центар.

Дејић, Милинковић, Ђокић 2009: Мирко Дејић, Јасмина Милинковић, Оливера Ђокић, Математика: уџбеник за четврти разред – 1. део, Београд: Креативни центар.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Банђур, Поткоњак 1999: Вељко Банђур, Никола Поткоњак, *Методологија педагогије*, Београд: Савез педагошких друштава Југославије.

[2] Дабић 2000: Богдан Дабић, Бројеви као творбено полазиште за извођење нових речи у српском језику, *Зборник Матице српске за филологију и лингвистику*, књ. 43, 149–155, Нови Сад: Матица српска.

[3] Збиљић 1996: Драгољуб Збиљић, О писању и говорењу (17): Шесто и шестсто, *Јединство*, 51, 269–270, Приштина: Јединство.

[4] Ковачевић 2003: Милош Ковачевић, *Граматичке и стилистичке теме*, 9–45, Бања Лука: ЈУКЗ.

[5] Ковачевић 2009: Милош Ковачевић, *Огледи из српске синтаксе*, Београд: Друштво за српски језик и књижевност Србије.

[6] Мразовић 2009: Павица Мразовић (у сарадњи са Зором Вукадиновић), *Граматика српског језика за странце* (друго, прерађено и допуњено издање), Сремски Карловци – Нови Сад: Издавачка књижарница Зорана Стојановића.

[7] Пипер 2005: Семантика категорије у простој реченици: синтаксичка семантика, у: Пипер и др., *Синтакса савременога српског језика* (у редакцији М. Ивић), стр. 575–982, Београд: Институт за српски језик САНУ – Београдска књига – Матица српска.

[8] Прћић 2007: Твртко Прћић, *Семантика и прагматика речи*, Сремски Карловци – Нови Сад: Издавачка књижарница Зорана Стојановића.

[9] Радовановић 2008: Милорад Радовановић, *Појам градуелности у лингвистици, науци, и логици уопште*, Зборник Матице српске за славистику 73, стр. 337–350, Нови Сад: Матица српска.

[10] Тир 1985: Михаил Тир, Класификација бројева у словачком и српскохрватском језику, *Књижевност и језик*, 1–2, 69–75, Београд: Друштво за српскохрватски језик и књижевност.

[11] Шипка 2009: Милан Шипка, *Занимљива граматика*, Нови Сад: Прометеј.

Jelena Maksimovic, Maja Dimitrijevic, Ilijana Cutura

THE QUANTIFICATION IN TEACHING SERBIAN LANGUAGE AND MATHEMATICS TO YOUNG LEARNERS

Summary: In the paper we single out those types of quantification in Serbian language and mathematics which are relevant for teaching young learners. The specific means for expressing quantitative meanings are different in these two teaching areas, particularly when quantifiers which do not contain the idea of a number (little, all etc.).

On the other hand, there are some overlaps in the area of the numerical quantification which in this way becomes the appropriate area of considering the possible interdisciplinary approach in teaching these subjects. In this case, in one part of the paper, authors give the content analysis from the young learners' textbooks pointing out to some possibilities of the appropriate methodological demands in teaching numbers to these learners. The other part of the paper contains the research of the most common mistakes in writing numbers and using the case system in nominal phrases. According to the analysis, the authors systemize the most frequent mistakes that are exposed in the students' linguistic expression at the tertiary level.

Key words: quantification, numbers, teaching the Serbian language and mathematics, morphological and orthographic norm.

Далиборка Пурић, Сања Маричић
Учитељски факултет
Ужице

371.3::51-028.31
371.3::82-028.31

САДРЖАЈИ ИЗ КЊИЖЕВНОСТИ ЗА ДЕЦУ У РАЗВОЈУ МАТЕМАТИЧКИХ ПОЈМОВА[29]

Апстракт: Непосредан, реалан животни контекст и свет природе представља један од основних извора садржаја активности почетног математичког образовања. Са друге стране, свет књижевности за децу дете доживљава подједнако као и реалан. Стога, симболичка визија света и поетизована стварност оличена у садржајима из књижевности за децу представља значајан извор математичких сазнања. Тиме се остварује и интердисциплинарност, као један од захтева који је све доминантнији у систему савременог учења.

Кључне речи: математика, развој математичких појмова, књижевност за децу, предшколско дете

Учење и поучавање деце предшколског узраста умногоме се разликује од учења одраслих. Оно је спонтано, ненаметнуто, покренуто радозналошћу детета, смештено у реалан животни контекст, мање свесно и са мање интенције од учења одраслих, са малим способностима вербализовања и симболизације, ограничено на практичне радње и перцепције, са великим уделом имагинације и богатством иконичког представљања. Одиграва се у свим ситуацијама током читавог дана.

Развојни циљеви на предшколском узрасту усмерени су ка развоју логичко-математичког мишљења и општих интелектуалних способности, а не ка стицању изолованих математичких знања. Стога је неопходно да се ово учење одвија у реалном животном контексту, да буде интегрисано у систем учења и повезано са осталим предметним областима. На то указују и савремена сазнања о учењу и развоју, према којима деца предшколског узраста не могу да уче у издвојеним предметним дисциплинама, као и да до успешног развијања почетних математичких појмова не може доћи уколико су она изолована у посебне ситуације учења. У складу са тим, истиче се да „уколико васпитачи усмеравају учење по предметним подручјима, онда ће и ефекти таквог учења бити изоловане вештине и садржаји који не воде изграђивању математичких појмова“ (Ђебић, 2009: 45).

Теорије развоја описују интелектуални развој детета предшколског узраста као период у коме она имају скроман логичко-аналитички апарат, перцептивно су везана и фиксирана за контекст у коме уче; имају проблема са апстраховањем и изражавањем због малог фонда речи и неразвијености језичких могућности; потребне су им конкретне активности и сликовит начин приказивања и означавања ствари и појава, али и као период богат развојним потенцијалима у коме доминира памћење и интензиван сензомоторни и иконички развој (*Опште основе предшколског програма*, 2006: 26).

---

[29] Рад је настао у оквиру пројекта *Настава и учење: проблеми, циљеви и перспективе*, бр. 179026, чији је носилац Учитељски факултет у Ужицу, а који финансира Министарство просвете и науке Републике Србије.

Специфичност организовања активности са децом предшколског узраста огледа се у томе што се сва подручја делатности повезују хоризонтално и вертикално, успостављањем тематских кругова. На тај начин остварује се корелација различитих предметних области на нивоу активности унутар једне групе. Корелацију је могуће успоставити између свих предметних подручја, при чему садржаји из књижевности за децу имају значајну интегративну улогу.

Књижевна реч намењена деци има значајно место и важну улогу у њиховом одрастању, а нарочито васпитању и образовању. Посебности књижевности за децу са аспекта читалачког доба су *тематска примереност* и *стилска једноставност*, јер то је „свет у којем је све природно, лако изводљиво и појмљено дечјим смислом“ (Петровић, Милинковић 2007: 7). Све што нуди чулне сензације у најширем смислу представља грађу и тематски оквир књижевности за децу. У ужем смислу, свет детињства и природе уопште представљају поетско језгро књижевности овог типа. Такав тематски оквир има значајну улогу у васпитању и образовању јер проширује и допуњује релативно оскудно дечје искуство у спознавању реалног света. У том смислу Милан Црнковић истиче значај књижевности за децу у дограђивању дечје искуствене основе: „Лош би био пут кад би се деци, све до ступња док не скупе потребно искуство, затворила врата књижевности“ (према: Петровић, Милинковић 2007: 10). Садржај књижевности за децу чини свет који се налази на граници стварности и имагинације, настао из потребе за игром, прожет обртима који изненађују, зачуђују, радују, свет који подстиче замишљања и домишљања, исказан поетичним и симболично-метафоричним, а истовремено природним и неусиљеним језиком, који је заоденут богатим звуковно-значењским валерима. Као такав придобија дете-читаоца јер је прилагођен његовој перцепцији и смешта предмет сазнавања у њему појмљив контекст. У дечјем сазнавању света велику улогу имају фантазија и игра, јер дете мисли и говори у сликама. Осим тематске примерености, књижевност за децу карактерише и стилска једноставност, комуникативност књижевног исказа у смислу релативно поједностављене структуре, јасноће, рационалне довршености.

Садржаји из књижевности за децу имају значајну улогу у развијању почетних математичких појмова, а њихова примена могућа је у свим врстама активности, како слободним, тако и усмереним. Ови садржаји представљају значајно средство у раду са децом предшколског узраста, које, између осталог, доприноси:

– побуђивању интересовања, радозналости, мотивације за размишљање, откривање и усвајање математичких појмова;

– смештању математике и математичких појмова у реалан животни контекст;

– визуализацији математичких појмова, која се постиже тематско-мотивском структуром књижевног садржаја;

– стварању јасних менталних представа које омогућавају развијање математичких појмова у ситуацији учења, која је за дете природна, спонтана и ненаметнута споља;

– лакшем и бржем усвајању назива апстрактних математичких појмова, зато што је језички израз математичких појмова инкорпориран у садржаје књижевности за децу;

– корелацији и интеграцији развоја почетних математичких појмова и развоја говора.

Математика у себе укључује два нивоа знања. Један ниво представљају особине предмета и појава у окружењу, њихов положај, односи и релације међу њима, квантитативна обележја. Други ниво представља симболика, говорни исказ изражен математичким језиком који се користи да би се представиле ове особине и односи. Први ниво је приступачан детету, док други није. Разумевање и усвајање математичких појмова уско је везано са развојем говора деце. Сви појмови, па и математички не могу се осмислити, изразити и објаснити другачије него речима. Реч, име, назив је последња етапа у процесу развијања математичких појмова. Речи којима се означавају математички појмови представљају апстракције за дете овог узраста. Деца, чак, могу да користе или описују апстрактне математичке појмове, а да при том не разумеју њихово значење. Прелаз ка разумевању обезбеђује визуализација, стављање одређених појмова у реалан животни контекст. Садржаји из књижевности за децу могу посредовати између детета и језичког кода математичког појма. То се обезбеђује тематском структуром која је сликовита и прилагођена дечјем поимању света и језичким исказом кога карактерише једноставност и често понављање одређених речи као ознака појма. Правилна и доследна употреба говора умногоме помаже прелаз са перцептивних на мисаоне операције. Употреба говора стимулише развијање мишљења и омогућава да спољашњи говор пређе у унутрашњи, интериоризовани говор. Да би дошло до унутрашњег говора дете најпре мора да користи спољашњи, уочљив говор, а у томе велику улогу имају садржаји из књижевности за децу: поетски, прозни (прича, басна бајка), драмски.

Поезија за децу у свом бићу носи ознаке имманентне детињству: игру, лепоту, слободу, животну радост. Њен свет је оплемењен природношћу, лакоћом, једноставношћу и зато је близак и лако појмљив детету. Бројни су примери из поезије за децу који су погодни за развијање почетних математичких појмова. На пример, песма „Два“ Милована Витезовића указује на конкретне примере из реалног окружења које именујемо речју – *два* и даје добру основу за стварање јасне менталне представе, која наглашеним истицањем речи *два* доводи до јасног развијања појма броја два.

ДВА

Увек имам две ствари
Два сочива наочари
Близанци су сасвим исти
Два за столом су шахисти
С два динара купе нар
Муж и жена – брачни пар

Босе ноге две зажеле
да обују две ципеле
Зује пчеле две у лету
Чудна песма у дуету
Историјом: двоје, двоје
Воде мегдан и двобоје.

Милован Витезовић

Деци су посебно интересантни духовити стихови Љубивоја Ршумовића, који уз показивање леве и десне ципеле, ноге помажу развијању просторне оријентације и схватању просторних односа лево–десно. Лако памтљиви, интригантни због неочекиваног обрта у облику одговора „прозване" ципеле, који је помало непристојан у васпитном смислу, а истовремено вишезначан (ципела може „зевати" и када је оштећена, уморна, изненађена), ови стихови су и погодан садржај за метамеморисање лексема просторних односа (*лево* и *десно*).

ЛЕВОЈ ЦИПЕЛИ
Левој ципели рекла десна
да је тесна.
Десној ципели одговорила лева
да не зева.

Љубивоје Ршумовић

Песма „Седмица" Драгана Лукића представља погодан садржај за усвајање назива и редоследа дана у седмици.

СЕДМИЦА

Игра коло наоколо.
Понедељак
момак јак,
коловођа лак.
До њега је Уторак.
У средини реда
ситно везе Среда.
Играју ко свати.
Четвртак се клати,
њега Петак прати,
а Субота сама
преплиће ногама.
На крају у венцу
Недеља на кецу.
Откад су се састали
нису с колом престали.

Драган Лукић

Поред поезије, бројне су и кратке форме усмене књижевности (бројалице, брзалице, загонетке, питалице и друге) које су погодне за развијање математичких појмова. За њих Недељко Трнавац каже да представљају „вечиту инспирацију и неисцрпан извор садржаја у раду са најмлађима" (1979: 11). Деци предшколског узраста занимљиве су, пре свега, због својих одлика као што су: ликричност, ритмичност, једноставност, звучност, сазвучје ритма и игре, необичност и неочекиваност ситуација, живописност, контрастивност, хумор, нонсенс у импресивној лирској слици. Бројалица је значајна за развој говора и вербалне комуникације уопште. Она „подстиче на говорну активност, мотивише децу да говоре спонтано, ослобађа дечји говор, доприноси правилном изговарању појединих гласова, богати дечји речник, обогаћује дечје сазнање, мотивише децу на креативне говорне игре и игру уопште" (Маричић, Пурић 2010: 185). На пример, бројалицу „Бројимо" васпитач у раду са децом може да искористи за развијање бројевног низа од 1 до 10, развијање способности бројања унапред и бројања уназад, усвајање и запамћивање назива бројева прве десетице.

БРОЈИМО
Један, два, три, четири, пет, шест, седам, осам, девет, десет.
Изашао бели месец. На месецу бели сјај, излазиш из игре знај.
Десет, девет, осам, седам, шест, пет, четири, три, два, један.
Сунце има златан сјај, излазиш из игре знај.

Дете доживљава свет у целини, „његова перцепција се увек везује за неку ситуацију, која не мора бити само реална, већ и нестварна, јер иреалан свет доживљава подједнако као и реалан“ (Пурић, Маричић 2010: 469). У том смислу фабулативност прозног текста (приче, бајке, басне) може да створи добру основу за развијање почетних математичких појмова. На пример, народна прича „Деда и репа“ ствара добру основу која, уз пригодну илустрацију помаже лакшем усвајању релације у простору *испред – иза – између*. Бајка браће Грим „Снежана и седам патуљака“ обилује ситуацијама које садрже конкретне примере скупова од седам елемената (седам патуљака, седам креветића, седам столица, седам тањирића и слично) и на тај начин доприноси стварању јасне менталне представе и развијању појма *броја седам*. Бајка „Црвенкапа“ Шарла Пероа, између осталог, због изразито наглашених елемената физичког изгледа вука погодна је за развијање релације величине *велико – мало*. Руска народна басна „Лија и ждрал“ тематско-мотивском структуром и неочекиваним обртом ситуације побуђује радозналост и мотивише децу за упознавање просторних димензија предмета *плитко – дубоко*.

Тематски пригодни и стилски једноставни садржаји из књижевности за децу, прилагођени дечјој перцепцији имају значајну улогу у развијању почетних математичких појмова зато што смештају предмет сазнавања у детету близак и појмљив контекст. У раду са децом активности ће имати највише ефеката ако их користимо интегрисано и дамо деци прилике да их повезују и стварају мреже појмова о стварности (Крњаја 2007). Наведени су неки од примера садржаја из књижевности за децу које васпитач може да искористи приликом организовања активности, интегришући на тај начин развијање почетних математичких појмова са осталим предметним подручјима. Осим што помаже визуализацији математичких појмова смештањем предмета сазнања у контекст близак детету и што носи у себи језички израз кода математичког појма, књижевни текст може да подстакне и на даље размишљање, истраживање, закључивање, стварање и тиме постепено и сигурно води ка интериоризацији апстрактних математичких појмова.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Добрић, Н. (1979): *Развијање почетних математичких појмова у предшколским установама*. Београд: Учитељски факултет.
[2] Егерић, М. (2006): *Методика развијања почетних математичких појмова*. Јагодина: Учитељски факултет.
[3] Крњаја, Ж. (2007): *Учење и подучавање у дечијем вртићу* (докторска дисертација). Београд.
[4] Маричић, С., Пурић, Д. (2008): Поетски текст као интегративни елеменат активности васпитача у развоју говора и математичких појмова. *Зборник*

радова, XI (10). Ужице: Учитељски факултет; стр. 203–214.
[5] Маричић, С., Пурић, Д. (2010): Бројалица у развоју говора и развоју почетних математичких појмова. *Зборник радова*, (XIII) 12. Ужице: Учитељски факултет; стр. 179–188.
[6] *Опште основе предшколског програма* (2006). Београд.
[7] Петровић, Т., Милинковић, М. (2007): *Писци за децу и младе*. Пожега: Епоха.
[8] Прентовић, Р., Сотировић, В. (1998): *Методика развоја почетних математичких појмова*. Нови Сад: Дидакта.
[9] Пурић, Д., Маричић, С. (2010): Савременост и функционалност бајке у развоју говора и почетних математичких појмова. у: *Савремени тренутак у књижевности за децу у настави и науци*. Врање: Учитељски факултет; стр. 467–476.
[10] Трнавац, Н. (1979): *Дечја игра – општа педагошка питања*. Горњи Милановац: Дечје новине.
[11] Ђебић, М. (2006): *Почетно математичко образовање предшколске деце*. Београд: Учитељски факултет.
[12] Шимић, Г. (1998): *Методика развијања почетних математичких појмова*. Шабац: Виша школа за образовање васпитача.

Daliborka Puric, Sanja Maricic

CONTENTS OF LITERATURE FOR CHILDREN IN THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL CONCEPTS

Summary: Immediate, real life context and the natural world is one of the main sources of content and activity of initial mathematics education. On the other hand, world of literature for children, a child experiences it as real. Therefore, a symbolic vision of the world and poeticised reality embodied in the contents of literature for children is an important source of mathematical knowledge. This achieves interdisciplinarity too, as one of requirements that is increasingly dominant in the system of modern learning.

Key words: mathematics, development of mathematical concepts, literature for children, pre-school child

Ирена Голубовић-Илић
Факултет педагошких наука
Јагодина

371.3::51
371.3::3/5

ЗАЈЕДНИЧКИ ДИДАКТИЧКО-МЕТОДИЧКИ АСПЕКТИ СВЕТА ОКО НАС И МАТЕМАТИКЕ

Апстракт: Због своје целовитости и чињенице да наставу већине предмета реализује једна особа – учитељ, на једној, и психолошких карактеристика ученика тог узраста да свет око себе посматрају као јединствену целину, непосредно и синтетички, на другој страни, настава у млађим разредима основне школе, пружа низ разноврсних могућности да се изврши корелација различитих наставних предмета, области и садржаја. Полазећи од тога да се један од приговора настави која данас доминира у основним школама односи на преопширне наставне програме, јер својим садржајима превише оптерећују ученике и које би, у складу са принципом рационализације и економичности, ваљало редуковати и прилагодити узрасту ученика, у овом раду навешћемо неколико различитих могућности корелације предмета Свет око нас и Математике. Заједничким, истовременим остваривањем циљева и задатака ова два предмета и реализацијом часова на којима би била заступљена њихова корелација, може се у великој мери утицати на повећање образовних ефеката, мотивацију ученика, обим и квалитет њихових знања, као и на актуелност и динамику наставног процеса у целини.

Кључне речи: корелација наставних садржаја, Математика, Свет око нас, наставне методе, разредна настава

Приликом савладавања свакодневних активности и решавања проблема, како у животу тако и у настави, савремено друштво, с једне стране, нуди многе повољности и олакшице, док, на другој страни, намеће велике количине знања, чињеница и практичних активности које би ученици у току свог школовања требало да усвоје и савладају. У све актуелнијој причи о томе колико су ученици основних школа оптерећени градивом, колико су предвиђени садржаји обимни и комплексни, уочава се низ различитих могућности и покушаја да се овај недостатак превазиђе. Ако пођемо од принципа рационализације и економичности у чијој је основи захтев да настава буде рационално и економично планирана, организована и реализована, што даље значи да се од наставника очекује „да високим степеном методичке осмишљености са што мањим утрошком времена, средстава и снага, с једне, и смишљеном и рационалном применом наставних поступака, с друге стране," (Лазаревић, Банђур, 2001: 116) постигне у настави што боље резултате, поставља се питање који су то поступци, методе и средства којима се поменута очекивања и захтеви могу испунити.

Једна од поменутих могућности је корелација, односно функционално повезивање грађе различитих наставних предмета који су слични или се међусобно допуњују. У наставном процесу корелација представља професионалну и методичку обавезу учитеља, а услов за њено успешно остваривање је детаљно и темељно познавање градива свих предмета који се изучавају у разредној настави, како по предметима тако и по разредима. У разредној настави корелација је пожељна и потребна не само због економисања временом, већ и због тога што омогућава да се планирано градиво из више предмета логички повеже у јединствен систем како би га ученици лакше, брже и што квалитетније усвојили. На том узрасту ученици појединим природним и друштвеним феноменима које изучавају не могу приступити аналитички, јер своје окружење посматрају целовито, синтетички, тако да у том контексту корелација омогућава и доприноси јединственом сагледавању света и формирању научно-материјалног погледа на свет. Осим тога, знања која су ученици стекли успостављањем веза и повезивањем садржаја из различитих предмета, делова градива или области углавном су интегрисана у систем који дуже „одолева“ процесу заборављања. Таква знања су на једној страни трајнија, а на другој доприносе остваривању трансфера, тј. преношењу „дејства једног учења на друго учење или активност.“ (Вучић, 1991: 113). Корелација, такође, може имати и мотивациону улогу, јер уколико ученицима део неког предмета или садржаја није занимљив, повезујући га са другим предметом који им је забаван, интересантан, подстичемо и „будимо“ радозналост, интересовање и мотивацију за први предмет. Учење на овај начин може постати активније, атрактивније и привлачније, а ученици више заинтересовани да учествују у наставном процесу.

Када су у питању предмети Математика и Свет око нас, заједничке, међусобно сродне елементе или делове садржаја ова два предмета на први поглед тешко је сагледати. Уколико се, међутим, узме у обзир чињеница да се задаци наставе Света око нас/ Природе и друштва заснивају на сазнавању веома битних чињеница и појмова о појавама, процесима и односима у природи и друштву, постаје јасно да је остварити све те задатке изоловано, без логичке везе са другим наставним предметима, готово немогуће. Садржаји предмета Свет око нас међу којима су, између осталог, и садржаји о мерењу времена, мерењу растојања које неко тело пређе приликом кретања, коришћењу различитих временских одредница и други, директно нас упућују и указују на могућности успостављања везе са Математиком, док се многи математички појмови „формирају преко чула, најчешће посматрањем и опипавањем“ (Егерић, 2006: 716), у чему се огледа могућност успостављања везе са Светом око нас. Посебна прилика и потреба за остваривањем корелације ова два предмета јавља се у прва два разреда, када је веома тешко привући и одржати пажњу ученика током целог часа, а такође и када је усвајање апстрактних математичких појмова и операција неопходно базирати на конкретним, реалним предметима и догађајима. Поменути садржаји и комбиновање елемената два наизглед међусобно различита предмета могу утицати врло позитивно на мотивацију, пажњу и активност ученика на часу. Истовремена, паралелна реализација појединих садржаја из Света око нас и Математике може допринети интензивирању наставног процеса, повећању образовних исхода, а може уједно бити и изазов, простор у коме би учитељи могли испољити своју креативност, умешност, стваралачке идеје и способности.

Психолошке карактеристике и сазнајни развој деце од 7 до 11 година

У периоду од I до IV разреда деца до одређених сазнања о свету који их окружује долазе спонтано, низом различитих активности. Према Пијажеу њихов когнитивни развој условљен је узрастом, односно њиховом зрелошћу с једне, али и одређеним активностима појединаца на другој страни. Делујући на околину, баратајући предметима, дете проверава своје мисли и идеје, посматра промене, утврђује неке законитости и организује своја сазнања. Веза између математичких садржаја и садржаја Света око нас у том периоду може бити врло интензивна, јер се унутрашњи мисаони свет ученика изграђује или конструише на темељу искустава стечених директним додиром и манипулацијом предметима у спољашњем свету (Визек-Видовић, В. и сар., 2003: 48). Мишљење детета, према Пијажеу, почиње да личи на мишљење одрасле особе тек током стадијума конкретних операција. То је период у коме се дешавају главне промене које он сматра „одлучујућим прекретницама у менталном развоју" (према Миочиновић, 2001: 103). Конкретне операције, по којима је читав стадијум добио назив, заправо представљају интернализоване акције које омогућавају детету да уради у глави оно што је претходно могло да учини само ако манипулише предметима. У том узрасту ученици своје размишљање базирају на конкретним акцијама и резултатима (последицама) тих акција (Гаге & Берлинер, 1998: 103), али је то почетак организовања мисли у логичке целине и развоја логичког мишљења. Захваљујући знању и искуствима које ученици имају из Света око нас постепено се усвајају почетни математички појмови, развијају способности решавања логичко-математичких задатака и овладава операцијама сабирања, одузимања, множења и дељења. Деца су тада у стању да схвате да се квантитативна својства предмета (број, тежина, запремина, итд.) не мењају са мењањем њиховог спољашњег изгледа (облик, место итд.) (Егерић, 2006: 30). Такође, значајне карактеристике овог развојног периода јесу способност класификације објеката на основу једног или више различитих критеријума, њиховог разврставања у низове по величини или неком другом својству (*серијација*), сналажење у простору и времену и коришћење јединица за њихово мерење.

У чињеници да су деци „на стадијуму конкретних операција неопходни материјални предмети за које везују менталне симболе" (Дејић, Егерић, 2006: 32) огледају се могућности успешног остваривања корелације садржаја из Света око нас и Математике. Одређени садржаји Света око нас помажу и омогућавају да се у настави математике постепено прелази од конкретно-очигледних начина представљања (конкретно-делатних, сликовно-иконичких) ка апстрактно-симболичким начинима представљања (примењујући стручне термине и математичке знаке), како би ученик могао да повеже апстрактну формулацију са конкретном представом (Исто, 38). На другој страни, користећи појмове из Света око нас приликом обраде математичких садржаја, ученици су истовремено у прилици да понављају и утврђују делове градива из тог предмета, нпр. ком делу природе припадају цвеће, птице; како делимо животиње о којима брину људи, колико дана чини седмицу и др.

Правила и „рецепти" за успешно и, у сазнајном смислу, квалитетно организовање корелације не постоје, али је важно да се она изводи неусиљено, неизвештачено и онда када за то постоје оправдани разлози. Не представља свако решавање задатака у којима се помињу појмови и предмети из окружења корелацију Света око нас и Математике. Непромишљено и усиљено повезивање појединих садржаја различитих предмета, може да доведе до стварања извесних сазнајних конфликата, збуњивања ученика, успостављања погрешних релација, веза и односа, погрешног схватања појединих делова градива и слично. Из тих разлога потребно је приликом планирања и осмишљавања корелације бити опрезан и промишљен.

Садржаји погодни за остваривање корелације Света око нас и Математике

Постоје два вида остваривања корелације између Света око нас и Математике: први се односи на заједничку истовремену реализацију наставних јединица оба предмета на једном часу, и тада је реч о потпуној корелацији, док други вид представља коришћење појмова из Света око нас у математичким задацима и обратно – употребу математичких вештина и операција (сабирања, множења и др.) за израчунавање неких вредности (растојања, површина и сл.) на часовима Света око нас. У другом случају реч је о елементима корелације. Обе варијанте доприносе уштеди времена и часова, што је од посебног значаја, јер у пракси често наилазимо на примере који показују да се учитељи, када је у питању захтев да се ученици максимално растерете сувишних понављања, „преклапања" садржаја и непотребних елемената, прилично не сналазе. У жељи да одреде шта је важно, а шта није, учитељи „често неке садржаје предимензионирају, а неке, због недостатка времена скраћују" (Дејић, Егерић, 2006: 315), што има за последицу губитак мотивације ученика, нерационално трошење времена, површна знања ученика и неадекватне васпитно-образовне ефекте. Нема разлога оптерећивати ученике сличним садржајима у оквиру више наставних предмета и на неколико часова, када се исти ефекат може остварити и на једном часу на коме је квалитетно урађена корелација.

Најпогоднији садржај за остваривање елемената корелације у првом разреду је појам скупа, чије формирање углавном тече кроз игру и практичне активности ученика. Када ученици посматрањем обједињених целина неких објеката, нпр. букета цвећа, јата птица, школског прибора, делова намештаја у некој просторији и сл., успеју да мисаоно повежу неке објекте у једну целину на основу неког својства (Дејић, Егерић, 2006: 65), занемарујући остала својства тих објеката, кажемо да су усвојили појмове *скуп* и *елемент скупа*. Током обраде и вежбања садржаја који претходе формирању појма *броја*, као што су пребројавање елемената и упоређивање, придруживање елемената једног скупа елементима другог скупа такође се пружа прилика да се остваре елементи корелације са садржајима Света око нас: ученици могу спајати одређене биљке (нпр. купус, шаргарепа) са животињама (зец) које се њима хране; придруживати одговарајуће младунце животиња (нпр. ждребе, јаре) њиховим родитељима (кобила, коза); груписати предмете од истог материјала (металне, пластичне, дрвене и сл.) или одређене врсте биљака (поврће, воће, лековите биљке и др.). Елементи корелације могу се остваривати и одређивањем смерова кретања (лево-десно) на примерима из саобраћаја, док се садржаји о редним бројевима могу вежбати и утврђивати путем садржаја о данима у седмици.

Поред поменутих, у првом разреду се из оба предмета обрађују и садржаји који се тичу просторних одредница: напред, назад, горе, доле, испод, изнад, лево, десно, у, на, ван; као и садржаји који се односе на упоређивање предмета по дужини, величини, боји и облику. Комбиновањем елемената и једног и другог предмета могу се осмислити врло интересантни часови и задаци, може се уштедети време, а наставни процес реализовати креативно и динамично. Упркос чињеници да ученици о мерењу и јединицама мере из Математике уче тек у другом разреду, реализација садржаја наставне јединице *Пратим, мерим, бележим растојање и време* из Света око нас може се осмислити на врло креативан начин, па ћемо тај пример детаљније објаснити.

а) пример организације часа обраде садржаја из Света око нас у првом разреду у корелацији са Математиком

У уводном делу часа ученици фронтално решавају скривалицу која се састоји од 6 поља и истовремено понављају садржаје са претходног часа о називима дана у недељи.

1	**2**	**3**
4	**5**	**6**

Питања на која одговарају да би открили шта се налази иза скривалице су: 1) Ако је јуче била недеља, који ће дан бити сутра? 2) Ако је сутра четвртак, који је дан био јуче? 3) Које делове дана разликујемо? 4) Због чега четвртог дана после среде не идемо у школу? 5) Колико има дана између уторка и суботе? 6) Колико радних дана претходи петку? Испод скривалице се налазе слике метра и сата.

Водимо разговор о томе чему служе сат и метар, објашњавамо да се време и дужина – растојање могу мерити и на неке друге начине и најављујемо наставну јединицу.

У главном делу часа ученике делимо у пет група, заступљена је метода практичних радова, а задаци су диференцирани: прва група има задатак да испита који предмет је прешао дуже растојање и колико је јединица мере прешао свако од њих; на располагању су им два пластична аутомобила – играчке истог облика, али различите величине и један дрвени штапић којим ће мерити пређено растојање. Друга група има задатак да одређеном јединицом мере (пластичном цевчицом за сок) измере дужину, ширину и висину своје школске клупе; трећа група ученика има на располагању импровизовано клатно, а задатак им је да заљуљају клатно и изброје колико се пута клатно враћа у првобитни положај (тачка одакле пуштамо клатно), а затим да скрате дужину клатна на половину и поново преброје број кретања клатна. Четврта група користи метроном или шаховски сат као јединицу мере и њени чланови имају задатак да између два звучна сигнала шаховског сата или у току пет откуцаја метронома на папиру редом исписују слова азбуке, па изброје колико слова могу да запишу у одређеном временском интервалу. Пета група користи чигру и флашу која је испуњена водом и из које вода капље. Њихов задатак је да време током кога се чигра врти измере бројем капи воде која исцури из флаше. Након пет до десет минута колико је неопходно да ученици заврше са планираним групним радом, следи извештавање и ученици закључују да се одређено време и растојање могу мерити не само помоћу стандардизованих инструмената, метра и часовника, већ и помоћу других средстава и јединица мере.

Елементи корелације Математике и Света око нас могу се остваривати и путем различитих математичких задатака у којима су употребљени појмови из Света око нас. На пример задатак *Колико укупно ногу имају два врапца, једно прасе и кокошка?* може се у првом разреду искористити, не само за вежбање сабирања у оквиру прве десетице када је у питању математика, већ и за понављање и утврђивање наставне јединице *Разлике и сличности међу животињама на основу спољашњег изгледа*. Поред сабирања броја ногу наведених животиња, ученици могу објаснити сличности између кокошке и прасета, разлике у односу на врапца и сличности између врапца и кокошке. Наредна два задатка (Јоксимовић, 2009: 47, 66) осим за вежбање дељења у другом разреду могу се веома успешно искористити за понављање садржаја о врстама саобраћаја у оквиру наставне јединице *Саобраћај у насељу*:

1. Колико пута ће возач превозити осамнаесторо деце ако их сваки пут буде превозио по троје?
2. Ван тунела је шест вагона једног воза. Друга половина вагона је у тунелу. Колико укупно вагона има тај воз?

Наведени задаци пружају могућност учитељу да провери знају ли ученици о ком превозном средству је реч у првом задатку, која врста саобраћаја се одвија тим превозним средством, која врста саобраћаја се одвија возом, ко вуче вагоне, које је занимање особе која управља локомотивом, како једним именом називамо друмски и железнички саобраћај итд.

Када је реч о садржајима другог разреда најпогоднији за остваривање корелације Света око нас и Математике су садржаји о временским одредницама и мерењу времена, јер су саставни део наставних програма оба предмета. Од јединица за мерење времена на овом узрасту ученици упознају: годину, месец, седмицу, дан, час, минут, секунд, а касније деценију и век (Дејић, Егерић, 2006: 240). За обраду поменутих садржаја у програму Света око нас предвиђене су следеће наставне јединице: *Мерење времена (појам сата и коришћење часовника)*, *Временске одреднице: дан, седмица, месец, година*, *Делови године – годишња доба* и *Сналажење на временској ленти* (Службени гласник РС, 10/2004: 49-51). Кад су у питању садржаји програма Математике у другом разреду, такође постоји неколико наставних јединица у оквиру којих су предвиђени обрада и вежбање садржаја о временским одредницама и оријентацији у времену, а то су: *Мере за време: час, минут, дан, седмица – недеља, месец*; *Однос између јединица упознатих мера*. Имајући претходно у виду, било би сасвим непрактично, нелогично и у супротности са принципом економичности и рационалности када би се све наставне јединице из оба предмета реализовале засебно једна од других и без остваривања корелације.

Поред тога, битно је нагласити да су поменути садржаји јако погодни за примену читавог спектра различитих активности, методских поступака, наставних метода и средстава, тако да омогућавају врло креативно и интересантно планирање и реализацију часова. Овом приликом навешћемо и објаснити само неке идеје и могућности реализације наставних садржаја о мерењу времена које могу представљати подстицај за осмишљавље и креирање сличних примера и часова.

б) пример организације часа обраде садржаја из Света око нас у другом разреду у корелацији са Математиком

Уводни део часа може се реализовати на више различитих начина: решавањем загонетке „Непрестано идем, с места се не померим и никад се не уморим", чије је решење »сат«; распоређивањем појединих временских одредница које су ученицима познате према дужини трајања – дан, сат, година, минут, седмица, секунд, месец и њиховим међусобним упоређивањем: Колико дана чини недељу (седмицу)? Колико један месец има недеља? Колико месеци чини једну годину? Колико дана траје година? и сл.; разговором о проблемској ситуацији – Марко је од Петра добио позивницу на којој пише: „Позивам те да 23. 5. 2011. дођеш у играоницу »Дечије царство« на моју рођенданску журку". Који проблем има Марко? Шта је Петар заборавио да напише на позивници? У којим ситуацијама нам је још важно да знамо тачно време?; читањем занимљивих текстова из енциклопедија који говоре о различитим начинима и справама за мерење времена пре открића часовника (пешчани сат, сунчани сат и др.) или организовањем игроликих активности које ће истовремено омогућити понављање садржаја о временским одредницама са претходних часова и мотивисати и заинтересовати ученике за садржаје чија ће обрада уследити у главном делу часа. Једна од тих активности могла би да буде решавање следеће укрштенице:

		в	е	**Ч**	е			
			с	**А**	т	и		
			и	**С**	т	о	к	
			н	**О**	ћ			
	ч	е	т	**В**	р	т	а	к
	п	о	д	**Н**	е			
	а	п	р	**И**	л			
п	е	т	а	**К**				

1. Како називамо део дана када Сунце залази? 2. Дан је подељен на двадесет четири једнака дела. Како се ти делови називају? 3. Која је страна света на којој Сунце излази? 4. Како називамо тамни део дана? 5. Који је четврти дан у недељи? 6. Део дана када је Сунце на највишој тачки на небу? 7. Који је четврти месец у години? 8. Последњи радни дан у недељи?

У главном делу часа најпре именујемо и набрајамо делове из којих се часовник састоји (бројчаник, велика и мала казаљка), при чему можемо показати и користити различите врсте часовника – зидни, џепни, ручни, дигитални, међусобно их упоређивати и објаснити чему који део служи, односно шта показују казаљке на часовнику. Пребројавањем цртица између свака два броја на бројчанику утврђујемо број минута у току једног сата и објашњавамо да се време може очитати на два начина – 11.35h је исто што и двадесет пет до дванаест. Ученицима је потребно објаснити да мала казаљка у току дана цео круг обиђе два пута – први пут показује време од један до дванаест, тј. од поноћи до поднева, а други пут од дванаест до двадесет четири, тј. од поднева до поноћи. На том узрасту захтев да преподневне сате претворе у поподневне уме да буде веома сложен за ученике и то им је потребно објаснити врло поступно. Такође, једно од тежих питања које би требало детаљније обрадити је колико пута велика казаљка обиђе цео круг за један дан, док им је обично најједноставније да схвате да је, када је велика казаљка на броју дванаест, а мала на неком другом броју, онолико сати колико показује мала казаљка. У оквиру васпитних задатака ученицима би, поред значаја правилног распоређивања и планирања својих активности у току дана, требало скренути пажњу да поштују сопствено и туђе време, да буду прецизни, тачни, одговорни, да не касне, поштују договорене термине и своје обавезе испуњавају на време.

Поред оспособљавања ученика за очитавање тачног времена на часовнику, од посебног је значаја усвајање знања о мерним јединицама за време и њиховом међусобном односу: Која мерна јединица је мања од минута? Колико минута има један сат? Колико сати траје један дан? Квалитет усвојених знања можемо проверити на различите начине: организовањем такмичења у очитавању тачног времена са часовника или постављањем казаљки у одговарајући положај у зависности од задатог времена, применом компјутерских игрица и ОРС-а (Цвјетићанин, Бранковић, 2009: 115-122), коришћењем модела часовника или радом на радним листовима. Индивидуално понављање, вежбање и проверавање знања ученика о јединицама за мерење времена омогућавају да се питања и задаци диференцирају у складу са могућностима и способностима ученика, тако да се поменути садржаји могу утврдити и коришћењем радних листова различитих нивоа сложености на следећи начин:

Први ниво сложености

1. Колико сати траје дан: а) 12; б) 20; в) 24;
   (заокружи слово испед тачног одговора)

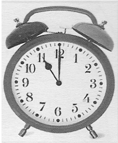
2. Допуни реченице одговарајућим речима из правоугаоника:
   - Тамни део дана је______________________.
   - Светли део дана је______________________.
   - Средина дана је ________________________.
   - Дан траје од _____________ до ______________.

ПОНОЋ НОЋ
ПОДНЕ
ОБДАНИЦА

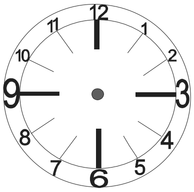
3. Мала казаљка показује сате, а велика минуте. Колико времена прође:
   - када мала казаљка пређе пут од једног до следећег броја:
   а) 1 минут; б) 5 минута; в) 60 минута?
   - када велика казаљка пређе пут од једног до следећег броја:

а) 1 минут; б) 5 минута; в) 60 минута?

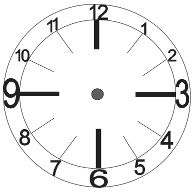
4. Упиши у празном простору испод часовника колико тачно има сати на сваком од њих.



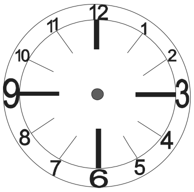
5. Нацртај казаљке на сатовима тако да показују време записано испод часовника.



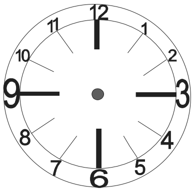
22:20



13:40



20:05



06:35

6. Избаци уљезе - прецртај речи које не припадају наведеном низу:
уторак, четвртак, субота, јун, недеља, понедељак, петак, часовник, среда

7. Допиши називе месеци који недостају:
јануар, фебруар, ____________, ____________, мај, ____________, јул, ____________, ____________, октобар, ____________, ____________.

8. Повежи стрелицом број из датума са оним што показује:
14. 5. 2011.

редни број месеца; редни број године; редни број дана у месецу.

Други ниво сложености

1. Које је доба дана када прођу:
   - – 2 сата после поноћи ______________________
   - – 7 сати после поноћи ______________________
   - – 16 сати после поноћи ______________________
   - – 22 сата после поноћи? ______________________

2. Допуни реченице:
Месец мај је __________ по реду у години. То значи да је протекло __________ месеца у години. До краја године је остало још __________ месеци.

3. Допуни:
   Ако је данас тридесети дан у месецу , то је _________ седмица трећег месеца у години. Сутра почиње _________ седмица месеца _________.

4. Напиши назив месеца у години редним бројем:
   а) 1. __________________ б) 5. __________________
   в) 8. __________________ г) 10. __________________

5. Ако вечерас у поноћ пада киша, да ли је могуће да ће сијати сунце за 48 сати? Објасни.

На овај начин знања ученика из оба предмета могу се детаљно поновити и проверити, уз истовремено остваривање индивидуализације наставног рада. Ученици одговарају на питања која су у складу са њиховим предзнањима и способностима, темпом који им одговара, а у зависности од постигнутих резултата учитељ може да планира и креира предстојеће, наредне часове (Голубовић-Илић, 2008: 94). Иако су Свет око нас (20%) и Српски језик (35%) предмети чији су садржаји, по мишљењу учитеља, мање погодни за извођење диференциране наставе у односу на Математику (Вуловић, Егерић 2010: 132), примери и делови садржаја које смо до сада поменули говоре у прилог томе да је управо корелација међу предметима начин и простор у оквиру кога се настава може прилагодити различитим интересовањима, потребама и могућностима ученика.

Прилику да се оствари корелација између Света око нас и Математике у другом разреду пружа и наставна једниница Сналажење на временској ленти из Света око нас, јер ће способност и вештину представљања, одређивања и обележавања одређених година, деценија и векова на траци времена ученици успешније и квалитетније развити захваљујући предзнањима о сналажењу на бројевној правој и одређивању десетица и стотина прве хиљаде из Математике. Дакле, број могућности и начина да се међу садржајима поменутих предмета успостави корелативна веза никад није коначан, а идеје и успешна дидактичко-методичка решења могу се у сложенијем виду користити и током трећег и четвртог разреда у оквиру предмета Природа и друштво.

Уместо закључка

На листи озбиљних недостатака савремене наставе између осталог налазе се и проблеми нерационалног трошења времена на непродуктивна понављања, сувишна и непотребна враћања на садржаје већ обрађене из других предмета и примена неадекватних средстава и решења у „борби“ са преобимним наставним садржајима. Чињеницу да наставни процес у млађим разредима из већине предмета реализује једна особа – учитељ требало би искористити у контексту осавремењавања, интензивирања, актуелизације и усклађивања наставе са савременим дидактичко-методичким захтевима. Поред различитих система, метода, средстава и облика рада којима се може утицати на повећање васпитно-образовних ефеката, једно од могућих решења којим би се првенствено остварио принцип рационализације и економичности јесте корелација. Детаљно испланираном и добро организованом корелацијом садржаја више наставних предмета не само да се штеде време и часови, већ се позитивно утиче на интересовања ученика, њихову мотивацију, активност у току часова и квалитет усвојених знања. Математика и Свет око нас у прва два разреда пружају читав спектар могућности да се корелација ефикасно осмисли и реализује, али је за то неопходна велика стручна, дидактичко-методичка оспособљеност учитеља, детаљно и темељно познавање садржаја свих предмета који се изучавају у разредној настави и ентузијазам, педагошки оптимизам и жеља да се мисаона активизација ученика на часовима повећа, а часови буду успешнији, динамичнији и интересантнији. Решења и идеје које смо овом приликом навели требало би схватити као подстицаје и моделе за стваралачко осмишљавање још креативнијих часова, чији би примарни циљ требало да буде што успешније и ефикасније остваривање циљева и задатака оба предмета.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Богнар, Ладислав – Матијевић, Милан (2002): *Дидактика,* Загреб: Школска књига

[2] Цвјетићанин, Станко – Бранковић, Натаса (2009): *Како предавати природу и друштво*, практикум из Методике наставе ППД, Сомбор: Педагошки факултет у Сомбору

[3] Gage, N. L., Berliner, D. (1998): *Educational phychology,* Boston: Houghton Mifflin Company

[4] Голубовић- Илић, Ирена (2008): *Индивидуализација наставе природе и друштва,* Јагодина: Педагошки факултет у Јагодини

[5] Дејић, Мирко – Егерић, Милана (2006): *Методика наставе математике,* Јагодина: Учитељски факултет

[6] Егерић, Милана (2006): Развијање компетентне комуникације наставника и ученика, у Развијање комуникационих компетенција наставника и ученика, зборника радова, Јагодина: Педагошки факултет

[7] Јоксимовић, Светлана (2008): Математика – уџбеник за 1. разред основне школе, Београд: Едука

[8] Јоксимовић, Светлана (2009): Математика – уџбеник за 2. разред основне школе, Београд: Едука

[9] Јукић, Стипан – Лазаревић, Живољуб – Вучковић, Весна (1998): *Дидактика – избор текстова,* Јагодина: Учитељски факултет у Јагодини

[10] Лазаревић, Живољуб – Банђур, Вељко (2001): *Методика наставе природе и друштва*, Јагодина: Учитељски факултети у Јагодини и Београду

[11] Миочиновић, Љ. (2002): *Пиажеова теорија интелектуалног развоја,* Београд: Институт за педагоска истраживања

[12] Визек-Видовић, В., Ријавец, М., Влаховић-Штетић, В., Миљковић, Д. (2003): *Психологија образовања,* Загреб:ЕП-Верн

[13] Вуловић, Ненад – Егерић, Милана (2010): Диференцирана настава у свакодневној наставној пракси, *Узданица,* ВИИ / 2, Педагошки факултет у Јагодини

[14] Вучић, Лидија (1991): *Педагошка психологија,* Београд: Друштво психолога Србије

[15] Службени гласник РС – Просветни гласник бр.10/2004, наставни програм Света око нас за II разред, стр. 49-51

Irena Golubovic-Ilic

Mutual aspects of didactical and methodological teaching of World around us and Mathematics

Summary: Because of its integrity and the fact that the teaching of the most subjects is the job of one person – the teacher, on one side, and the psychological characteristics of students' of that age who observe the world around them as the unique integrity, directly and synthetically, on the other hand, the teaching in the lower grades of the primary school provides various possibilities of correlating different school subjects, areas and contents. If we start with the fact that the contents in the primary school are too broad and that these contents are too much of a burden for students, which is why we should reduce and adjust to the students' age, in this paper we will write about a few possibilities of the correlating the World around us and Mathematics. We could have the influence on the bigger educational effects, students' motivation, scope and the quality of their knowledge, as well as on the actuality and dynamic of the educational process only if we accomplish the goals of both school subjects, we mentioned above, at the same time.

Key words: correlation of the teaching contents, Mathematics, World around us, teaching methods, lower grades teaching

Нада Милетић
Факултет педагошких наука
Јагодина

371.3::51
371.3::73/76

ЧУВАР ПРОПОРЦИЈА- ТАЛЕСОВА ТЕОРЕМА У ДЕЧИЈЕМ ЛИКОВНОМ СТВАРАЛАШТВУ

(Структурална корелација наставних садржаја математике и ликовне културе)

Сазнаћеш, колико је то смртнику допуштено,
да је природа у свему слична сама себи
ПЛАТОН

Апстракт: Смисао корелације је да направи суштинску везу у структури садржаја два или више наставних предмета. У разредној настави се корелација мање или више успешно реализује. У предметној настави, модел часа који почива на начелима интердисциплинарности и интеграције је права реткост.

За обраду у овој корелацији одабрани су садржаји из Ликовне културе и Математике који у својој основи имају пропорцију. Пропорција, као чувар односа величина на самом предмету или између предмета, јесте структурална аналогија корелације; *корелација је однос између (наставних) предмета.* Трагања за законитостима у стварању облика веома су стара – јављају се са првим сазнањима о могућностима комбиновања, мерења, бројања и рачунања. У стварању облика, пропорције имају основну функцију остваривања односа у величинама. Основни услов за очување карактера модела јесте преношење реалних пропорционалних односа самог предмета а и између предмета. Један од начина је и метод визуелног мерења – визирање. У раду анализирамо фазе цртања и сегменте цртежа где је Талесова теорема скелет који обезбеђује стабилност.

Овакав приступ настави подстиче креативно мишљење код ученика, свест о дизајнерском приступу свету и животу, даје им идеје о слободној модификацији проблема и могућностима организације и планирања. Најзначајније је што појам пропорционалности интегришу у свој систем знања од почетка као синтетички појам, никако као припадајући само математици или само ликовној уметности.

Кључне речи: корелација, пропорција, Талесова теорема, визирање, дечје ликовно стваралаштво

Најчешће планиран али најнеефикаснији вид корелације у студентским припремама за часове је *тематска* повезаност наставних јединица два предмета. Тако се појам корелације исцрпљује илустрацијом неког текста (ликовна култура-српски језик), описом карактеристика годишњег доба и његовим сликањем (свет око нас и ликовна култура) или препознавање геометријских облика у предметима из окружења (математика и ликовна култура). Сама реч корелација нас обавезује на озбиљнији приступ повезивању садржаја наставних предмета.

Смисао корелације је да објасни суштинску везу међу структурама садржаја два или више наставних предмета. Структура је унутрашња грађа материје, која својом природом држи целину, о било којој врсти материје да је реч. Парцијалним знањем и чињеницама ученици се могу снабдети на Интернету и то у много већем обиму него на часу најамбициознијег наставника. Оно сто може да им пружи само школа је увид у целовитост света, ненарушиву основу универзума у коме су сви делови у некаквом односу, мање или више истраженом

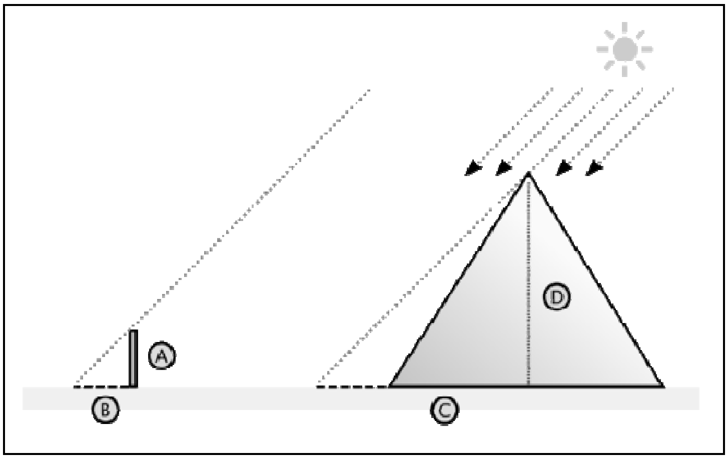
Таква корелација је неопходна као методички алат којим учитељ и наставник обликује учениково виђење света. На тај начин је истовремена реализација васпитних, образовних и функционалних задатака успешнија.

У разредној настави се корелација мање или више често реализује. Учитељ сам планира садржаје из свих предмета, може да усклађује ритам обраде садржаја предмета које планира за корелацију и оствари синхроницитет сличних садржаја из различитих предмета. У предметној настави, тај модел часа који почива на начелима интердисциплинарности и интеграције је права реткост. Наставници не напуштају радо оквире свог предмета, не постоји свест о потреби и интересовање за реализацију корелација. Разлози су бројни, углавном познати. Неупућеност у резултате које доноси овакав приступ, незаинтересованост наставника за садржаје других предмета, став да на тај начин наставник „изгуби" време предвиђено за обраду садржаја из свог предмета. Подстицај за већу заступљеност корелације наставници могу имати анализом свих ових инхибирајућих ставова.

Овај рад је прилог мотивацији наставника за увођење интердисциплнарног приступа у настави у старијим разредима основне школе.

Два предмета која се сједињују у овом примеру корелације су један „строг" а други „опуштен", први „рационалан", други „интуитиван". Један који се поставља и решава у левој, други у десној мождaној хемисфери. По правилу. Али корелација има циљ отварања путеве комуникације између тих , грешком супротстављених, вредности. Омогућава деци да у свом размишљању открију начине да опуштено али сигурно прелазе из једне хемисфере у другу и да проблеме посматарају из више углова истовремено.

Математика и ликовна култура. Овај рад није пример методички разрађеног часа онако како га можете одмах реализовати у седмом разреду. Ово је само довођење у везу садржаја математике и ликовне културе. Ток часа, методе, наставна средства су остављена избору наставника и приступима мотивишућим за њега. Час може почети тако што се са Талесом одмарамо у сенци пирамида и размишљамо о њиховој висини... или бирамо са ученицима предмете за поставку мртве природе ... или конструкцијом сличних троуглова... колико пута ћемо се пребацити из једног предмета у други, колико вешто и неосетно, да ли ће деца уживати у томе што се бришу границе између ликовног и математике или ће их можда радовати баш то што границе постоје али је сасвим слободно да се „безобразно" прелазе ... зависи од наставниковог виђења проблема... идеално је да час корелације у старијим разредима основне школе реализују два наставника, у овом случају наставник ликовног и математике.



Слика 1. Један од могућих почетака овог часа корелације

За обраду у овој корелацији одабране су теме из ликовне културе и математике које у својој основи имају пропорцију. Пропорција као чувар односа величина на самом предмету или између предмета је структурална аналогија корелације, *корелација је однос између (наставних) предмета.*

У наставном плану и програму за седми разред за предмет Математика, предвиђена је наставна целина *Сличност* и у оквиру ње: размера дужи, самерљиве и несамерљиве дужи; пропорционалне дужи; Талесова теорема, дељење дужи на једнаке делове и у датом односу. Од четвртог разреда ученици на часовима Ликовне културе почињу да цртају по природи, развијајући визуелну перцепцију. У том периоду се не инсистира на тачном преношењу пропорција нити им се објашњавају методи визуелног мерења. Ослањају се на визуелни утисак и апроксимативну сличност. До седмог разреда визирања као метода за одређивање пропорција на цртежу није ефиксно. Тек на узрасту од тринаест, четрнаест година деца могу да схвате како „ради“ тај начим мерења и компоновања. У наставном плану и програму за седми разред за предмет Ликовна култура, предвиђена је ликовна целина *Пропорције.*

Задатак наставника је да додају тај додатни смисао у обради ових садржаја из оба предмета, повезујући их у целину.

Трагање за законитостима у стварању облика веома су стара, јављају се са првим сазнањима о могућностима комбиновања, мерења, бројања и рачунања. У том погледу издвајају се запажања везана за феномен величина, распореда величина и њихов однос. Пропорција или сразмера одувек је заокупљала човекова интересовања. Пропоорционално интересовањима остао је и велики број списа и записа о пропорцијама, и кроз науку и кроз уметност. Магију и езотерију. Као посебно значајном кроз историју су се пропорцијом бавили многи филозофи, научници и уметници, Платон, Еуклид, Аристотел, Витрувије, Фибоначи, Леонардо, Дирер. У старим цивилизацијама и њиховој култури, религији и култовима, учење о пропорцијама је посебно третирано, некагд и у својству мистерије. У старом Египту, Индији, античкој Грчкој и Риму, Византији и култури Средњег века западне Европе пропорције су биле чак саставни део неких мистичних симбола, а унапред утврђена пропорција у архитектури била је део религиозне догме. Постојали су многи закони (канони) о идеалним пропорцијама, често са придодатом натприродном конотацијом.

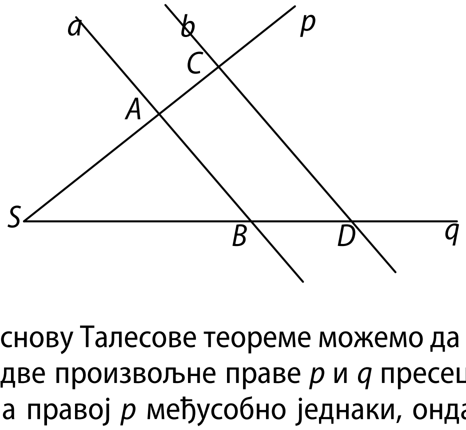
Изграђени су прави системи правила за манипулисање пропорцијама. Често су ти закони били сасвим практични и оправдани по грађевинској, естетској и обредној логици. У другима се та логика изгубила, нестала због неразумевања баш оних који су били задужени за њено чување, јер се тајна чувала се кроз мистификацију, као небески поредак и божански прорачун. Кроз сагледавање важности које су приписиване пропорцијама можемо да сагледамо важност закона у стварању облика, правила о јединства композиције, ритма, разноврсности, занимљивости, хармоније и контраста. Свих оних правила која су установљена у Првобитном стварању.

Уопштено, пропорције обухватају домен мера и на првом месту означавају мере и њихове односе. А мере су поређења и упоређивања. Један предмет, сам посеби, нема меру, апсолутан је.Тек у ситуацији упоређивања он добија меру, димензију. Као апсолутно, несмерљиво, нешто је неодређени и неразумљиво. Тек у успостављању пропорција нешто постаје одређено.

♦ ◊ ♦

Египатске пирамиде су предмет интересовања и историје уметности, као део египатске уметности, и математичара, као геометријска тела. Могу да буду и на почетку ове заједничке приче као симбол јединства, као непролазна полазна тачка Талесове теореме. Висину Кеопсове пирамиде израчунао је тако што је узео штап и нацртао круг у песку око њега – полупречник круга је био једнак дужини штапа, а онда у центар круга забио тај штап. И отишао да одмара у сенци пирамиде. када је врх сенке штапа дотакао круницу, он је само измерио сенку пирамиде и добио њену висину.

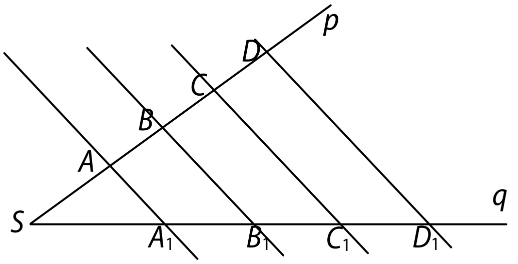
Ако паралелне праве *a* и *b* пресецају праву *p* у тачкама *A* и *B*, а праву *q* у тачкама *C* и *D*, и ако је *S* заједничка тачка *p* и *q*, тада важи:



$$AC:BD = SA:SB = SC:SD$$
$$SA:AB = SC:CD$$
$$SB:AB = SD:CD$$

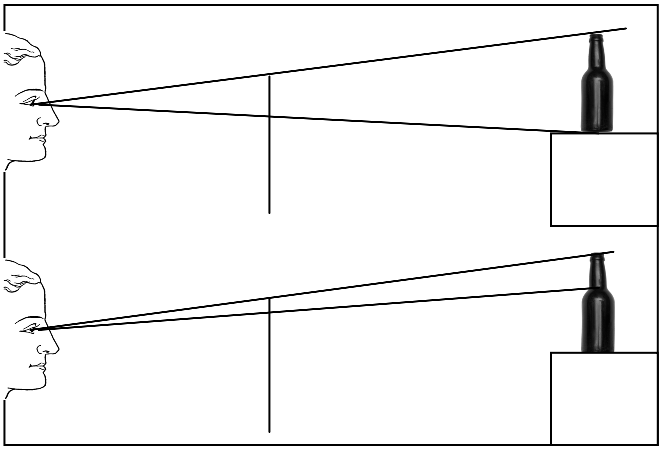
На основу Талесове теореме можемо да донесемо још један закључак:

Ако две произвољне праве *p* и *q* пресецају низ паралелних правих, тако да су одсечци на правој *p* међусобно једнаки, онда су одсечци и на правој *q* међусобно једнаки.



$$AB = BC = CD$$
$$A_1B_1 = B_1C_1 = C_1D_1$$

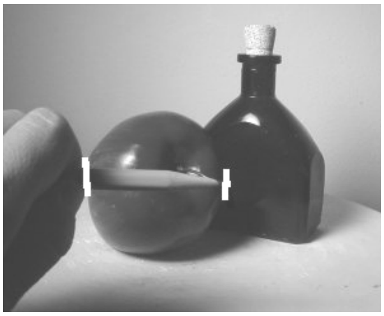
У законитостима стварања облика, пропорције имају основну функцију остваривања односа у величинама. У пракси ликовних стваралаца се јавља још и својство ПРОПОРЦИЈЕ КАО ПОДЕЛЕ унутар целине или система структуре утврђене осмишљеним односима. То им даје могућност да своја дела обраде до жељеног степена, направе засићења ликовним елементима у сегментима где то желе и реализују их као довршене, сагледиве целине. У почетном стадијуму учења да на ликовно дело гледамо као независну целину, композицију, основни услов за очување карактера мртве природе је преношење реалних пропорционалних односа самог предмета а и између предмета. Један од начина је и метод визуелног мерења - визирање. Ти почеци се смештају управо у овај узраст тринаест до четрнаест година.



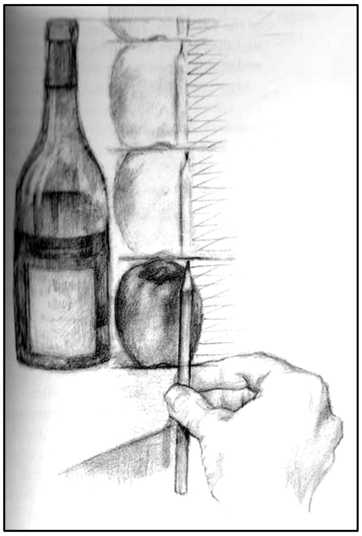
Слика 2. Визирање – однос висине грла боце и њене укупне висине

Овим се начином одређује укупна пропорција предмета (слике 3 и 4), пропорције делова у оквиру једног предмета (слика 2) и однос величина између предмета (слика 5)

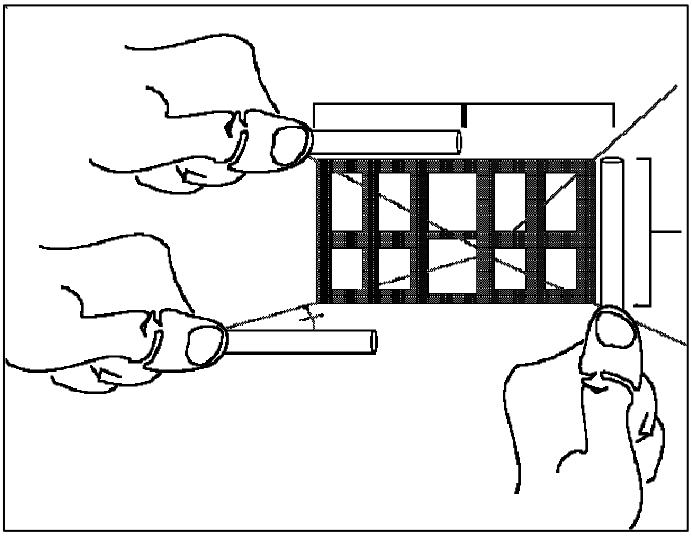
Слика 3



Слика 4



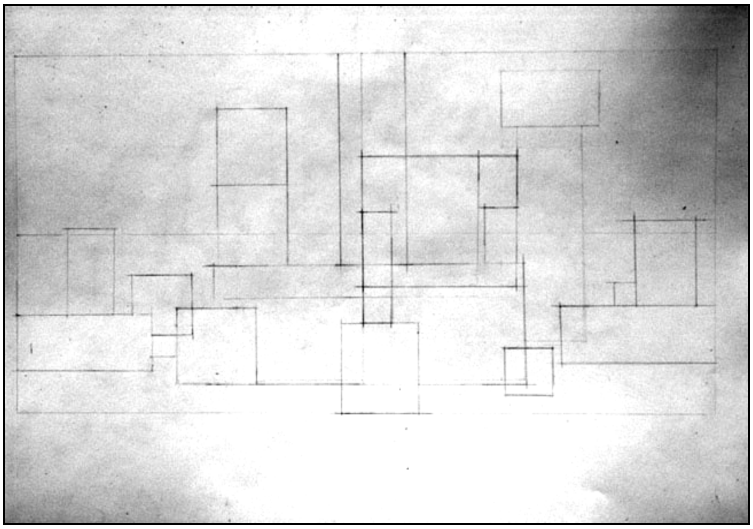
Слика 5



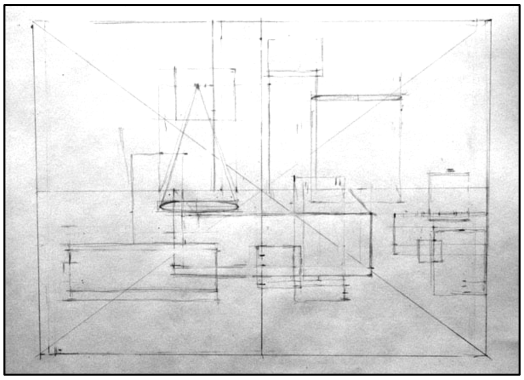
Слика 6

Важно је да се обезбеди једнака удаљеност штапића (оловке) за визирање од ока у свим фазама мерења (слика 6). Тако добијамо константну размеру и то се постиже тако што је рука цртача при визирању увек опружена у лакту. Неопходно је да штапић буде у равни визирања и паралелан са величином коју мери.

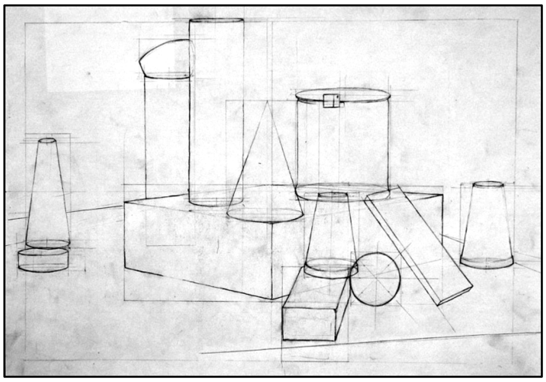
Потребно је ученицима објаснити да добра композиција значи поштовање пропорција. Рад по фазама у поставци цртежа обезбеђује добру композицију, омогућава нам да пренесемо и сачувајмо основне пропорције из природе (слике 7, 8 и 9). Развијање цртежа у каснијим фазама (цртање детаља, валерска обрада итд.) је нешто што не мења основни карактер модела, може да се мења и дорађује у више етапа, а да не тражи исправке основне поставке.



Слика 7



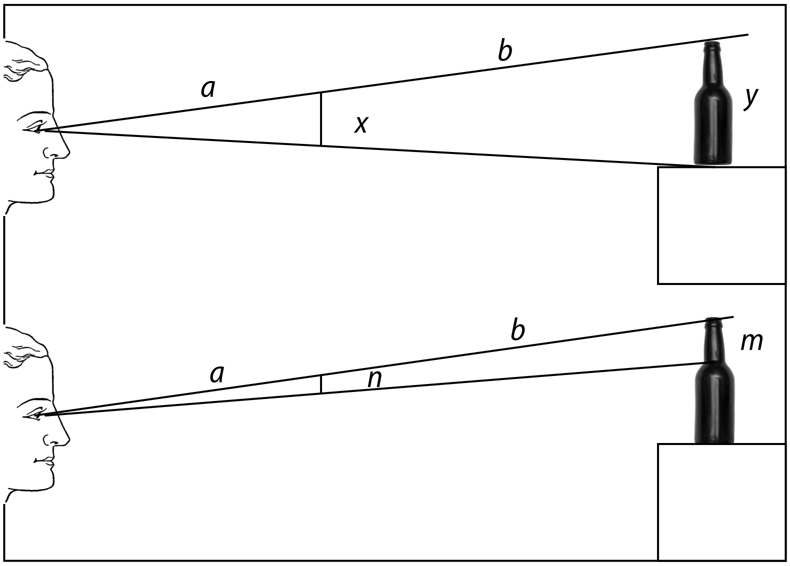
Слика 8



Слика 9

Које су то фазе цртања и сегменти цртежа где је Талесова теорема скелет који обезбеђује стабилност целе креације ?

Заједно са ученицима можемо доказати да троглови које при визирању чини око посматрача и линеарна димензија на поставци, односно око и штапић за визирање, верно преносе пропорцију са поставке у наш прорачун за цртеж. Ученици на тај начин развијају свест о вредности визирања као начину да пренесемо пропорције и визуелни карактер модела, а Талесова теорема из области теорије прелази у праксу, и што је још важније, њихову сопствену праксу.



Слика 10

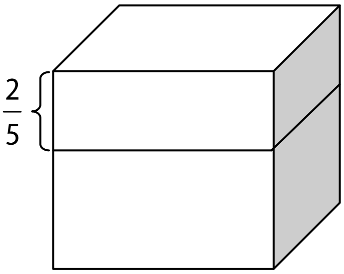
$$a:x=(a+b):y,\quad a:n=(a+b):m,\quad a=\frac{x(a+b)}{y},\quad \frac{x(a+b)}{y}:n=(a+b):m$$

$$\frac{x}{y}:n=1:m,\quad n=\frac{xm}{y},\quad xm=ny,\quad x:y=n:m.$$

На овај начин ученици имају доказ да се однос између једне величине на поставци и њене пројекције на штапић (*x* и *y*) задржава и у пројекцијама осталих величина на штапић (*n* и *m*) под условом да је *a* и *b* константно. Размера која је успостављена правилним визирањем за један модел или поставку је константна.

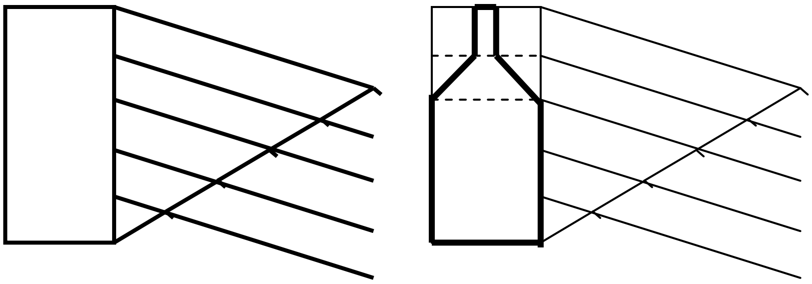
У преношењу у утврђених пропорција на папир знање Талесове теореме је неопходно.

Кад се одреди однос висине и ширине једног предмета и нацрта често су потребне поделе тих величина на делове чији број није дељив са четири да би смо делове добијали преполовљавањем. На пример, висина поклопца кутије је две петине њене укупне висине, или на три седмине нека ваза почињеда се шири. Треба одредити одредити те тачке на већ уцртаној дужи.



Слика 11

Подсећамо ученике на неке могућности које произилазе из Таљсове теореме: Ако две произвољне праве *p* и *q* пресецају низ паралелних правих, тако да су одсечци на правој *p* међусобно једнаки, онда су одсечци и на правој *q* међусобно једнаки.



Слика 12

На часовима ликовне културе ученици не користе лењире и шестаре и остали прибор који се користи за геометрију, све се црта слободном руком, па се и ови делови за поделу дужи, наносе као дужина оловке или нечег другог, а паралелне линије се такође вуку слободно. Важно је да ученици усвоје начин размишљања о пропорцијама и могућности да их проверавају и контролишу, доживљавју их као феномен и кроз математику и ликовно стваралаштво,ј али и независно од било које науке или уметности, као самостални феномен.

Образовни исходи овакве корелације су из когнитивног, психомоторног и афективног домена. Ученици анализирју феномен пропорција, описују га и дефинишу, упоређују појам пропорција и њихове особине кроз оба наставна предмета. Траже могуће разлике у квалитативном смислу између тог појма у математици и у визуелној перцепцији и изражавању.

На крају часа они умеју да тансформишу ликовне особености пропорције у математичке и обратно, процењују који део математичког знања о пропорцији могу да примене у ликовном раду, умеју да изведу закључке и резимирају учење о пропорцији и са ликовног и математичког аспекта.

Науче да слободно мењају композицију у ликовном раду а да задрже основне пропорције, мењају параметре у математичким задацима за вежбу, израчунавају пропорције на ликовном раду. Могу на цртежу да демонстрирају правила Талесове теореме и откривају неуобичајне начине за проверу пропорције -може се поредити пропорционални однос једног предмета и детаља са неког другог предмета, не само однос детаља и целине на једном предмету. Или се може одређивати пропорција међупредметне празнине и тако дефинисати облик предмета. То је вид повезивања делова у неочекивану целину, који користи развија оригинални приступ решавању задатка.

Смисао корелације је *повезивање и интеграција* садржаја и метода различитих наука и уметности. Сама ПРОПОРЦИОНАЛНОСТ је појам који подразумева *успостављање односа* – повезивање детаља и целине, детаља и детаља једне или различитих целина и ли прављење везе међу целинама. Тиме је *пропорција* један од садржаја које су симболично носиоци појма *корелације.* Овакав приступ настави подстиче креативно мишљење код деце, свест о дизајнерском приступу свету и животу, без обзира на област, даје им идеје о слободној модификацији проблема и могућностима организације и планирања.

Ово је начин да ученици процењују властите способности визуелне процене величине и пропорције, да упоређују односе у природи и закључују о просторним односима на основу непосредног доживљаја провереног кроз прорачун. Могу да се самокритички односе према свом раду, да га самостално провере и образложе, поправе или оправдају. Најзначајније је што ученици на овај начин од почетка интегришу појам пропорционалности у свој доживљај света као интердисциплинарну категорију.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Arnheim, R., *Уметност и визуелно опажање,* Београд, 1971.
[2] Arnheim, R., *Визуелно мишљење, јединство слике и појма*, Београд, 1985.
[3] Богдановић. К., Бошковић. Р., *Ликовна култура,* Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, 2008.
[4] Богдановић., К., Бурић, Б., *Теорија форме*, Београд, 1999.
[5] Ђорђевић, М. *Корелација наставних садржаја у настави,* Учитељски факултет, Београд1995
[6] Милић, С., Игњатовић М., Јевремовић, Б., *Математика за седми разред основне школе* Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, 2007.
[7] Милинковић, З., *Ликовна култура за 7. и 8. Разре,* Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, 2007.

[8] Мишевић, Р., *Избор текстова за изучавање предмета теорија форме*, Универзитет уметности, Београд, 1989.
[9] *Педагошки лексикон* Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, 1996.
[10] Struik, D. J., *Кратак преглед историје математике*, Београд, 1991.
[11] Шефер, Ј., *Креативне активности у тематској настави,* Београд, 2005.

Nada Miletic

THE GUARDIAN OF THE PROPOTIONS – TALES’ THEOREM IN CHILDREN’ ARTISTIC CREATION

(Structural correlation between mathematics and art teaching contents)

Summary: The purpose of the correlation is to make the purposeful connection between the contents of the two teaching subjects. On one hand, in teaching young learners, the correlation is often done more or less successfully. On the other hand, in teaching it is really very rare. For the purpose of this paper, we have chosen for the correlation the contents of the mathematics and art as school subjects because they teach about proportions. The proportion is the guardian of the relationships between the dimensions of the different objects and that is the structural analogue of the correlation which is, again, the relationship between school subjects. In creating the form, proportions have the basic function in making the relationship between the dimensions. One of the possibilities is to preserve the character of the model by transferring the proportional relationships using the technique – visualizing. In this paper we analyze the drawing segments and phases where the Tales’ theorem is the skeleton which provides the stability.

Key words: correlation, proportion, Tales’ theorem, visualizing, children’ artistic creation.

Ненад Петровић, Бојан Лазић
Педагошки факултет
Сомбор

371.3::51
371.3::796

МОДЕЛ ПОВЕЗАНЕ И ИНТЕГРИСАНЕ НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ И ФИЗИЧКОГ ВАСПИТАЊА

Апстракт: Једну од најновијих и најзначајнијих стратегија наставе и учења у основном образовању чини повезивање и интегрисање различитих наставних дисциплина, односно предмета. У овом раду ми смо се определили за повезивање и интегрисање математике и физичког васпитања, при чему је математика доминантан наставни предмет. При том смо имали у виду и да је степен корелације наставних садржаја та два предмета релативно низак, чиме се још више афирмише повезивање и интегрисање. У ту сврху обрадили смо основне одреднице интегрисане наставе, а детаљније описујемо интегрисање наставе математике и физичког васпитања. За илустрацију и евалуацију сачинили смо модел обраде мера и мерења дужине. Емпиријски део истраживања дат је у сажетој форми. У закључним разматрањима, теоријско–емпиријски засновано, закључујемо о позитивним резултатима примене приказаног модела и интегрисања наставе математике и физичког васпитања уопште.

Кључне речи: интегрисана настава, рад у малим групама, диференцијација и индивидуализација, мерење дужине

Увод

Основна карактеристика разредне наставе (базични и развојни циклус основне школе) јесте рад најчешће једног наставника, односно учитеља. Не мање значајна карактеристика је и снажно изражена потреба за повезивањем и интегрисањем научно-наставних области, како унутар једног наставног предмета тако и међу различитим предметима. Повезивање наставних области и садржаја је савремена и једна од најзначајнијих стратегија у образовању (CONNECTIVETY AS NEW LEARNING STRATEGIES).

Са становишта оперативних циљева и задатака, као и важећих планова и програма, осим са наставом матерњег језика, мали број наставних предмета има висок степен корелације са другим предметима. Међутим, потреба за интеграцијом наставе не зависи само од степена корелације наставних предмета, по наведеним елементима, већ и од мноштва других фактора, пре свега психофизичких особина деце.

Чињеница да деца у основношколском узрасту, а посебно у нижим разредима, имају снажно изражену потребу за синхронизованим обављањем различитих активности одавно је позната и доказана. Ако се та њихова потреба уважи, обједињавањем наставних садржаја се обједињују, а тиме и повећавају мотиви за њихово учење. То је само по себи довољан разлог да се у савременој настави интегришу различите наставне области и садржаји.

Повезивањем наставних предмета њихов значај се реалније сагледава, а вредновање постигнућа ученика уједначава и објективизира. Разлог за што већу примену добро осмишљене и реализоване интегрисане наставе налази се и у могућностима остварења комплекснијих циљева и задатака. То значи да се за приближно једнако утрошено време постижу бољи наставни ефекти, у смислу њихове рационалности, целисходности, постигнућа ученика и трајности знања.

Савремене теорије учења и наставе, осим заједничког наставника-учитеља у нижим разредима (базични и развојни циклус), препоручују примену игре као основног кохезионог фактора у интеграцији различитих образовних области. Ипак, ретки су образовни системи који имају довољан, односно оптималан број модела интегрисане наставе, поготово оних у којима је на оптималан начин имплементирана савремена образовна технологија. При томе, ваља напоменути да се овде под термином образовна технологија подразумева најшири појам који, осим наставних средстава, првенствено обухвата савремене стратегије и приступе настави, методе и облике рада, респектовање дидактичких принципа свесне активности, диференцијације и индивидуализације.

Основне карактеристике разредне наставе математике и физичког васпитања и разлози њиховог повезивања

Циљ наставе математике у млађим разредима основне школе може се разложити на неколико делова. Ученици треба да усвоје елементарна математичка знања неопходна за схватање појава и зависности у животу и друштвеној заједници, као и природи уопште. Настава математике треба да допринесе развијању менталних способности, посебно когнитивних, које ће омогућити формирање научног погледа на свет. Такође је неопходно да се ученици кроз наставу и учење математике оспособе за примену усвојених математичких знања у решавању задатака из животне праксе.

Програмом наставе математике за основну школу у Републици Србији утврђени су и *задаци* од којих наводимо један део. Ученици стичу знања неопходна за разумевање квантитативних и просторних односа и законитости. Задатак наставе математике је да развија ученикову способност посматрања, опажања и логичког, критичког, стваралачког и апстрактног мишљења. Ученици треба да усвоје основне чињенице о скуповима, релацијама и пресликавањима; овладају основним операцијама са природним бројевима и основним особинама тих операција; упознају најважније равне и просторне геометријске фигуре и њихове узајамне односе; оспособе се за прецизност у мерењу и цртању геометријских фигура; упознају основне мере и оспособе се за мерење величина: време, маса, дужина, површина и запремина.

Према Петровић, Н., Пинтер, Ј. (2006), у настави математике *дидактички принципи*, сем подразумевајуће васпитне усмерености и научне заснованости, на првом месту садрже принцип индивидуализације и свесне активности. Од осталих принципа, у сврху овог рада, треба издвојити принцип мотивисаности. Наводимо, без хијерархијског уређења, и остале, принципе поступности и систематичности, очигледности и јединства теорије и праксе, рационалности, функционалне заснованости. Савремене наставне методе и системи у настави математике су, пре свега, интерактивна настава заснована на проблемској ситуацији или егземплару, кооперативна настава, систем проблемске наставе и систем метода кибернетике.

Осим неминовног *фронталног облика* рада у савременој настави математике, најпогоднији облик је рад у *благо хетерогеним групама*. „Рад у малим групама ученика најпогоднији је за реализацију флексибилно диференциране наставе математике проблемским приступом, јер омогућује комфорну и пријатну атмосферу. У стицању знања и умења, која су предвиђена као обавезна за све ученике, пожељно је формирање хетерогених група. При том, треба имати у виду да се процес стицања знања и умења одвија и ван наставе. То значи да су најпогодније формиране групе у које ученици улазе радо и без већих проблема реализују сарадничке активности." (Мрђа, М., Петровић, Н., 2010).

Ако се искористе сви наведени унутрашњи ресурси на погодан начин, настава математике треба да се учини интерактивном, што у савременим условима, уз степен индивидуализације, представља меру квалитета наставе. Међутим, то није увек довољно коришћењем унутрашњих ресурса наставе математике, већ треба користити и спољашње. Једна од могућности је повезивање наставе математике са осталим наставним предметима и интегрисање различитих области. У овом раду определили смо се за повезивање наставе математике и физичког васпитања, односно интегрисање елемената физичког васпитања у обраду једне наставне јединице разредне наставе математике.

Према Родић, Н. (1999), наводимо *основне функције физичког васпитања.*

1. Физички развој – као процес мењања природних морфофункционалних својстава људског организма. Системске физичке активности доприносе правилном расту и развоју тела ученика као и правилном држању тела.

2. Интелектуални развој – свака моторичка активност непосредно је повезана са мисаоном активношћу. Ниједан моторички акт није могућ без утицаја и контроле централног нервног система (ЦНС-а).

3. Здравље – стање одсуства болести и инвалидитета, што подразумева учвршћивање и челичење организма, јачање здравља и усвајање хигијенских навика.

4. Социјализовање ученика – физичко васпитање остварује процес социјализације детета, развојем моторичких способности, стицањем моторичких умења и навика.

5. Стваралаштво – у физичком васпитању сваки ученик треба да тежи да превазиђе себе и своје могућности.

Физичко васпитање задовољава основне потребе деце за кретањем и игром, подстиче раст и развој детета и утиче на правилно држање тела и очување здравља детета. Такође доприноси развоју моторичких способности и стварању трајних моторичких умења и навика, те формирању морално–вољних квалитета личности деце. Појавни облици физичког васпитања су игра, спорт, рекреација, гиманстика, туристика, плес и народни облици телесног вежбања.

Основни циљеви физичког васпитања су јачање и чување здравља деце, задовољавање потреба детета за игром и кретањем, подизање радне и одбрамбене способности организма.

Задаци наставе физичког васпитања су да ученици упознају значај и суштину физичког васпитања; постигну складан телесни развој и правилно држање тела;

развију хигијенске навике ради очувања здравља и повећања отпорности организма, те да усвоје основна моторичка умења и навике; да развијају моторичке способности. Моторичка активност је основно средство за достизање циља физичког васпитања. Моторичке способности подразумевају одређени ниво развијености кретних моторичких структура детета, а које су одговорне за појавне облике моторичких реакција и могу се измерити и описати.

Физичка вежба је основно средство физичког васпитања ученика, чији је биолошки циљ достизање оптималног нивоа моторичких способности, а педагошки циљ стицање моторичке информисаности, путем стицања кретних умења и навика.

Циљеви физичког васпитања у задовољавању био–психосоцијалних потреба деце млађе школске доби, могу се сврстати у две групе (Родић, Н. 2000):

1. биолошки (здравствено–хигијенски);
2. педагошки (образовно–васпитни).

Настава физичког васпитања се заснива на *принципима* очигледности и свесне активности, поступности и систематичности, свестраности, здравствене усмерености, применљивости, забаве и разоноде, масовности, трајности, јединственог деловања.

Наставне методе у физичком васпитању најчешће се класификују према: облику организације рада наставника и ученика на часу (усмено излагање – објашњавање, разговор, самостални рад ученика); према извору стицања знања (вербалне методе, очигледне методе, практични радови); према карактеру активности ученика (репродуктивне и продуктивне методе).

У настави физичког васпитања, као и у осталим наставним предметима, постоје следећи облици рада: фронтални;групни, рад у пару; индивидуални рад; индивидуализовани рад.

Из наведених карактеристика наставе физичког васпитања, посебно издвајамо функцију интелектуалног развоја, принцип забаве и разоноде и моторичку активност. За функцију интелектуалног развоја у физичком васпитању можемо рећи да доприноси позитивној корелацији са наставом математике, а тиме и олакшава повезаност наведених наставних предмета. За принцип забаве и разоноде, као и моторичку активност, не можемо рећи да спадају у позитивну корелацију физичког васпитања и математике. Међутим, интегрисањем погодних елемената физичког васпитања у савремену обраду појединих области математике, можемо повећати моторичку активност, а наставу учинити привлачнијом и интересантнијом. На тај начин се респектује принцип забаве и разоноде, који није карактеристичан за наставу математике, нити га методика наставе математике посебно издваја.

Савремене теорије образовања препоручују примену игре и забавних телесних активности вежбовног и рекреативног карактера у настави математике. Имплементацијом комплекса вежби обликовања, односно разгибавања локомоторног система у поједине делове часова математике, они ће постати интересантнији ученицима и у целини ефикаснији. Пратећи ефекти јесу задовољство ученика и осећај самопоуздања, а то су управо они квалитети које желимо унети у процес наставе/учења садржаја математике.

Интегрисана одговарајућим облицима наставе физичког васпитања, настава математике истовремено би подизала ниво интелектуалних и моторичких способности ученика. Принцип свестраности у физичком васпитању подразумева да се телесним вежбањем и осталим средствима и методама целовито утиче на природу личности, на све стране њеног развоја – умну, физичку, моралну, естетску, радну, итд. У оквиру наставе математике ученик стиче основна математичка знања, развија логичко, математичко мишљење, формира научни поглед на свет, оспособљава се за самообразовање. Код свих ученика, а посебно код оних са недовољно развијеним интересима за математичке садржаје, примена игара и уопште телесних вежби у одређеним фазама часа математике, доприноси поправљању њихових укупних интелектуалних и других потенцијала.

Настава математике и физичког васпитања су поларизоване у већем делу њихових теоријских и методичких карактеристика, а њихови оперативни циљеви и задаци, као и наставни садржаји имају низак степен корелације. Међутим, уз примену научно заснованих и евалуираних модела интегрисане наставе математике и физичког васпитања, реално је очекивати значајно боље исходе у настави оба предмета.

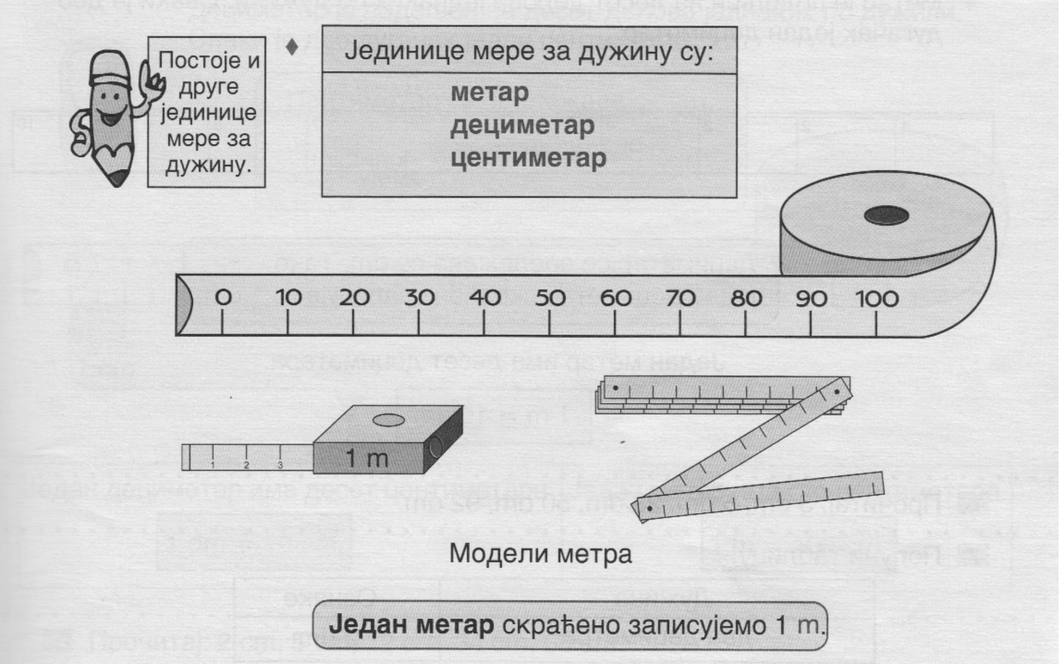
Модел интегрисане обраде мера и мерења дужине у другом разреду

За илустрацију могућности израде и евалуације модела повезане и интегрисане наставе математике и физичког васпитања, одабрали смо обраду наставне јединице *Мере за дужину: метар, дециметар, центиметар.* Програмом наставе математике у другом разреду, за обраду поменуте наставне јединице предвиђен је један час обраде новог градива и три часа утврђивања и понављања. У овом раду, час обраде новог градива је припремљен са елементима интерактивне наставе, а описан сажето, као и први час утврђивања и понављања. За основни дидактички материјал коришћен је уџбенички комплет Светлане Јоксимовић, Едука, Математика за други разред основне школе, 2а стр. 41 - 51.

Опис часа обраде новог градива наставне јединице
Мере за дужину: метар, дециметар, центиметар

У *препаративној фази* часа (10-15 минута), интерактивним дијалогом са ученицима, наставник ставља акценат на нужност мерења дужине јединственом и непромењивом јединицом мере. За такву јединицу одавно је одабрана дужина специјалног штапа, чија се дужина није мењала, а дуго је чуван у Институту за мере. Та јединица мере за дужину је названа метар, а људи су могли на основу поменутог штапа да упореде и усагласе своје „метре“. Данас постоје савременији и поузданији начини за прецизирање мерења дужине и усаглашавање јединица мере (баждарење).

Оперативна фаза (25 минута) започиње интерактивном обрадом егземплара, односно првог ненумерисаног задатка са стране 41.



Постоје и друге јединице мере за дужину.

◆ Јединице мере за дужину су:

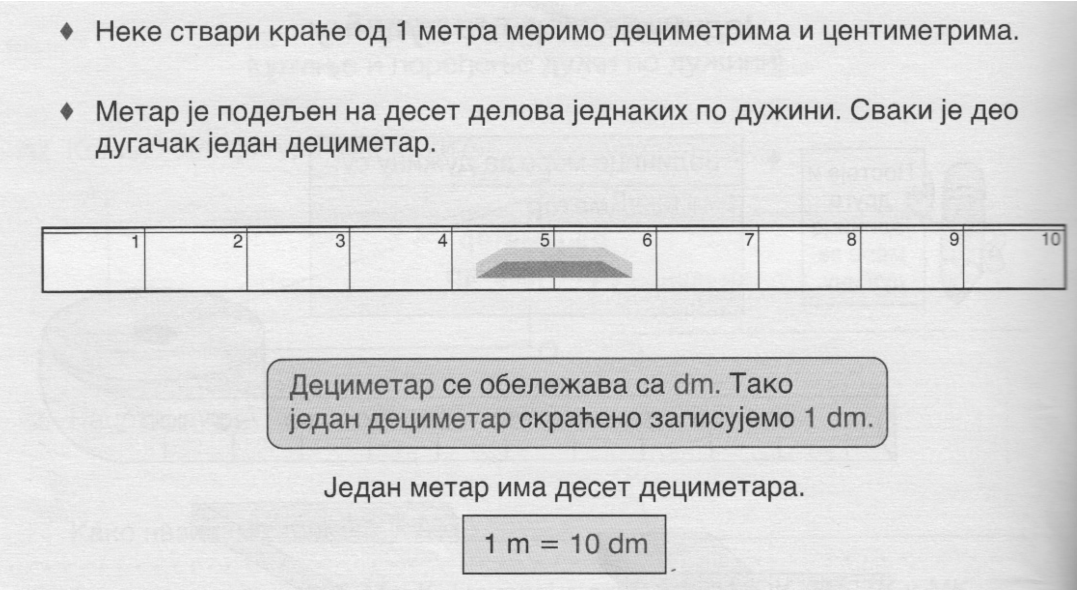
метар
дециметар
центиметар

Модели метра

Један метар скраћено записујемо 1 m.

За илустрацију наведеног дела обраде, довољно је да ученици попуне таблицу у задатку 2. са стране 43.

У другом делу оперативне фазе, интерактивним дијалогом са ученицима, обрађује се егземплар, други ненумерисани задатак са стране 42.



- Неке ствари краће од 1 метра меримо дециметрима и центиметрима.
- Метар је подељен на десет делова једнаких по дужини. Сваки је део дугачак један дециметар.

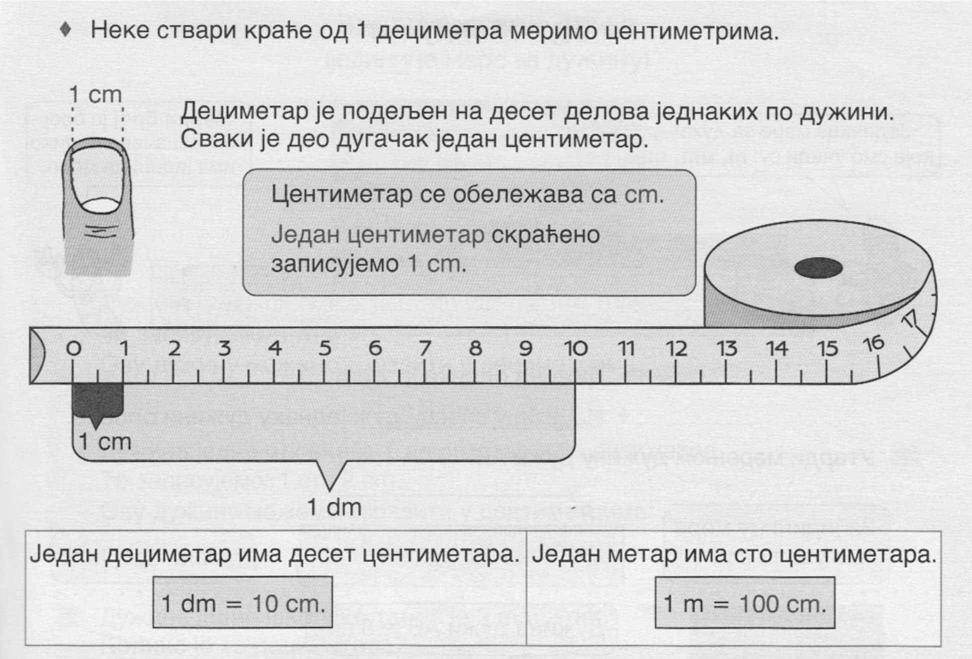
Дециметар се обележава са dm. Тако један дециметар скраћено записујемо 1 dm.

Један метар има десет дециметара.

1 m = 10 dm

За илустрацију наведеног дела обраде, довољно је да ученици попуне таблицу у задатку 7. са стране 43.

У трећем делу оперативне фазе, интерактивним дијалогом са ученицима, обрађује се егземплар, трећи ненумерисани задатак са стране 43.



♦ Неке ствари краће од 1 дециметра меримо центиметрима.

Дециметар је подељен на десет делова једнаких по дужини. Сваки је део дугачак један центиметар.

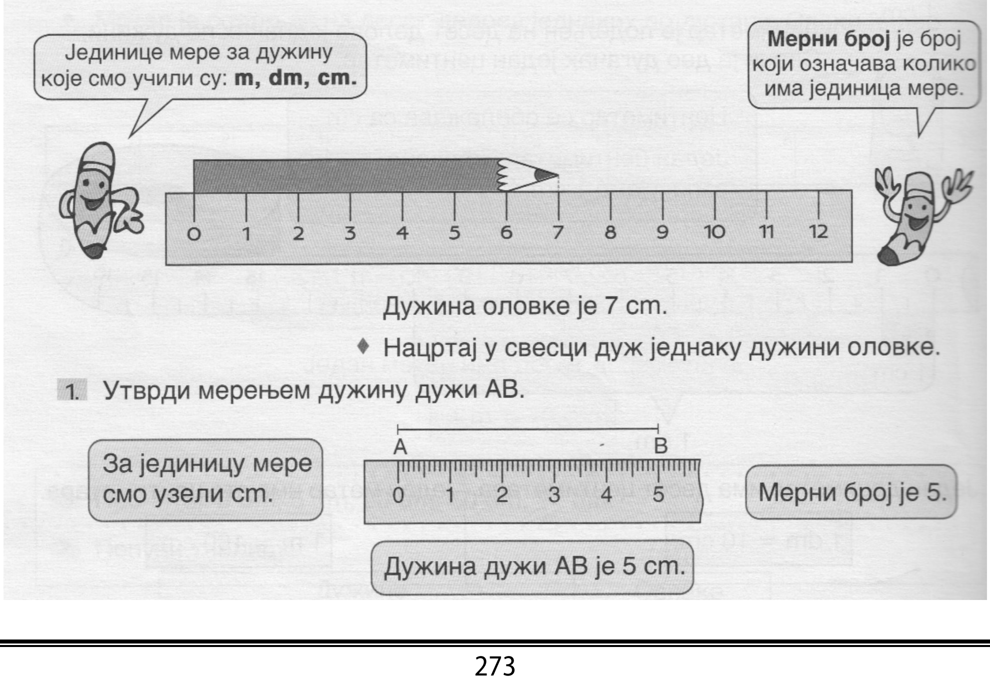
Центиметар се обележава са cm.

Један центиметар скраћено записујемо 1 cm.

Један дециметар има десет центиметара. 1 dm = 10 cm.	Један метар има сто центиметара. 1 m = 100 cm.

За илустрацију наведеног дела обраде, довољно је да ученици попуне таблицу у задатку 11. са стране 43.

У завршном делу обраде (комплетирање, обједињавање и генерализација интерактивно обрађених садржина) користи се четврти ненумерисани задатак са стране 44.



Јединице мере за дужину које смо учили су: **m, dm, cm.**

Мерни број је број који означава колико има јединица мере.

Дужина оловке је 7 cm.

♦ Нацртај у свесци дуж једнаку дужини оловке.

1. Утврди мерењем дужину дужи АВ.

За јединицу мере смо узели cm.

Мерни број је 5.

Дужина дужи АВ је 5 cm.

За илустрацију наведеног дела обраде, довољно је да ученици ураде 2. задатак са стране 44.

У верификативној фази (5–10 минута) ученици упоређују и евентуално исправљају задатке урађене за илустрацију интерактивно обрађених егземплара.

Основу за први час утврђивања и понављања наставне јединице Мере за дужину: метар, дециметар, центиметар чине задаци са страна 45–51. Учитељ треба да одабере један део задатака, карактеристичних за утврђивање градива у учионици, а остале да зада за домаћи рад.

Укупно утврђивање и понављање градива наставне једнице, као и домаћи рад ученика треба да се заврши после реализованог двочаса (трећи и четврти час обраде наставне јединице). Та два часа реализујемо *интегрисањем* елемената физичког васпитања у часове математике.

Опис другог и трећег часа утврђивања и понављања наставне јединице Мере за дужину: метар, дециметар, центиметар.

Амбијент реализације наставе чини учионица и спортско игралиште правоугаоног облика или фискултурна сала.

Оперативни задатак је да ученици увежбају *примену* мера за дужину (m, dm, cm), наставом математике у коју су интегрисани елементи физичког васпитања: забава, игра и развој моторичких способности.

Мото ових часова гласи: *меримо дужину што спретније и прецизније*.

Доминантно примењене наставне методе су демонстративна и експериментална метода, са индивидуализованом активношћу ученика.

Облик рада је групни, са 5–6 благо хетерогених група од по 4–5 ученика.

Неопходна наставна средства су справе за мерење дужине, бар по две справе са јединицама мере *m* и *cm*, за сваку групу. Неопходно је да свака група користи по две креде за писање и цртање по тлу.

Ток другог часа утврђивања и понављања

Препаративна фаза (15 минута) се реализује интерактивним дијалогом у учионици, а понављају се усвојена знања са претходна два часа.

Оперативна фаза (30 минута) започиње тако што ученици сваке групе добијају задатак да измере једну страницу или дијагоналу игралишта, односно фискултурне сале правоугаоног облика. Дужи које ће се мерити, требало би претходно да буду обележене. Ако не постоји други начин, могу два ученика из сваке групе држати затегнути танки канап, који на тлу обележава дуж.

Један део, 2 – 3 ученика из исте групе мере дужину у једном смеру, а други део у другом смеру. На тај начин се два пута мери дужина исте странице. Када група заврши мерења, вођа групе саопштава учитељу резултат мерења, изражен мерним бројевима. За основни део изражен јединицом мере m, а за преостали део (мањи од 1m) јединицом мере cm. Саопштене резултате учитељ записује, за сваку групу оба резултата.

Мало је вероватно да се резултати два мерења исте дужи разликују за више од 50 cm, а још мање да буду једнаки. Ако се то у некој групи ипак деси, та група мерење врши поново. Због наведених могућности, учитељ мора да надгледа ток мерења и начин одређивања резултата мерења у свакој групи. Важна активност учитеља је и да усмерава ученике на правилно држање, односно положај тела при мерењу, на пример у чучњу леђа ученика треба да буду исправљена.

Ток трећег часа утврђивања и понављања се реализује у учионици, тако да ученици исте групе седе довољно близу, нпр. спајањем по две клупе.

На почетку *наставка оперативне фазе* (30 минута), учитељ диктира забележене резултате мерења са претходног часа за сваку групу (оба резултата), а ученици их записују у своје свеске. Након тога, свим групама заједно, учитељ пружа диференцирану помоћ. Помоћ је једнака јер се задаци по групама разликују само у подацима. *Задатак је да ученици одреде средње вредности мера измерених у својој групи.*

Диференцирана помоћ за коју учитељ треба да припреми повратне информације

1. Израчунајте напамет разлику између веће и мање мере.

Пре повратне информације, учитељ на табли, уз интерактивни дијалог са ученицима, обрађује и записује резултате два могућа модела задатка.

а) $$\begin{array}{rr} 19\text{m} & 52\text{cm} \\ -19\text{m} & 30\text{cm} \\ \hline & 22\text{cm} \end{array} \ (52 – 30)$$

б) $$\begin{array}{rr} 19\text{m} & 3\text{cm} \\ -18\text{m} & 78\text{cm} \\ \hline & 25\text{cm} \end{array} \ (100 – 78 + 3)$$

Повратну информацију, односно начин рада и добијени резултат, на табли записују вође група. При том стављају ознаку а) или б), зависно од модела којим је група радила. Након тога учитељ контролише записане резултате и прелази на другу помоћ.

2. Израчунајте једну половину добијене разлике, приближно у цм, на следећи начин.

Ако сте добили:

а) паран мерни број одредите његову половину

б) непаран мерни број додајте му један и одредите половину тако добијеног мерног броја.

Пре повратне информације, учитељ на табли, уз интерактивни дијалог са ученицима, наставља обраду и записује резултате два могућа модела задатка.

а) 22 је паран број, те је његова половина 11.

б) 25 је непаран број, те је половина какву тражимо 13.

За *повратну информацију*, вођа сваке групе на табли исписује начин одређивања и вредност разлике, са одговарајућом ознаком а) или б). Након тога учитељ контролише записане резултате и прелази на трећу помоћ.

3. Мањој мери додајте половину разлике коју сте одредили.

Пре повратне информације, учитељ на табли, уз интерактивни дијалог са ученицима, завршава обраду и записује резултате два могућа модела задатка.

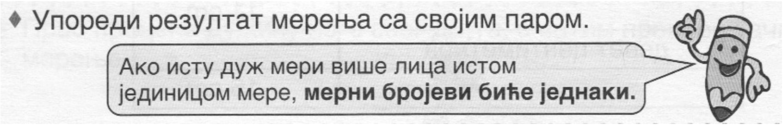
а) средња вредност мере је 19m 41cm (30 + 11 = 41)

б) средња вредност мере је 18m 91cm (78 + 13 = 91)

За *повратну информацију*, вођа сваке групе на табли исписује начин одређивања и средњу вредност мере, са одговарајућом ознаком а) или б).

Након записаних резултата рада и контроле тачности, хеуристичким вођењем учитеља, ученици одређују критеријум спретности и прецизности рада групе. Закључују да је спретније и прецизније мерила група *чија је разлика два мерења мања*. Коришћењем наведеног критеријума утврђује се редослед група, али учитељ похваљује све.

У *верификативној фази* (15 минута) интерактивним дијалогом унутар група, уз хеуристичко вођење учитеља, ученици анализирају запис на крају другог задатка са 44. стране.



♦ Упореди резултат мерења са својим паром.

Ако исту дуж мери више лица истом јединицом мере, **мерни бројеви биће једнаки.**

После анализе записа, заједнички закључују да уместо „биће једнаки“ више одговара „требало би да буду једнаки“. У конкретном задатку из уџбеника, мало је вероватно да два или више ученика, након мерења релативно „малих“ дужи добију различит мерни број дужине изражене у центиметрима. Међутим, групе су мериле релативно „велику“ дужину страница и дијагонала правоугаоника. У том случају је, и поред труда ученика да буду спретни и прецизни, реално очекивати различите мерне бројеве, барем делова изражених у центиметрима.

На крају, хеуристичким вођењем учитеља, ученици одређују „приближне“ вредности мерних бројева страница правоугаоног облика игралишта (фискултурне сале) изражене у метрима, имајући у виду да су паралелне странице једнаке. Након тога учитељ на табли црта сличан правоугаоник истих мерних бројева страница, али мера изражених у центиметрима.

Закључак

У моделу су коришћене операције, како аритметичке тако и мисаоне, које су примерене узрасту ученика другог разреда. Деца истог узраста, у многим образовним системима, при обради мера и мерења новца, користе сличне операције. При том, чак, пропедевтички усвајају појам разломка, операција сабирања и одузимања у запису са две децимале. На примерима аналогним у моделу обрађеном егземплару, задаци које они раде могу се формулисати на следећи начин.

У две продавнице разликују се цене за два артикла.

а) У првој продавници први артикл кошта 19 евра и 52 цента, а други артикл 19 евра и 3 цента.

б) У другој продавници први артикл кошта 19 евра и 30 центи, а други артикл 18 евра и 78 центи.

Израчунај средње вредности цена за оба артикла.

Ток израде задатка:

а) Разлика у ценама првог артикла је 19.52 – 19.30 = 0.22 ; а средња вредност цене је 19.30+0.11=19.41 (деветнаест евра и четрдесет један цент)

б) Разлика у ценама другог артикла је 19.03 – 18.78 = 0.25 ; а средња вредност цене је 18.78+0.13= 18.91 (осамнаест евра и деведесет један цент)

Описани модел применила је учитељица Наташа Вукелић у другом разреду основне школе „Аврам Мразовић" (вежбаона Педагошког факултета). Након трећег часа утврђивања и понављања, *анонимно* су анкентирани ученици, анкетним листићем који наводимо:

Оценама од 1 до 5, оцени часове у којима смо учили, вежбали и примењивали мере за дужину: м, дм, цм. При оцењивању се руководи количином наученог градива, својом заинтересованошћу и активностима на часовима.

Заокружи оцену изражену бројем: 1 , 2 , 3 , 4 , 5 .

Просечна оцена обраде наставне јединице, добијена на описани начин, износила је 4.87. Анкету са истим анкетним листићем учитељица је вршила и после обрађене две наредне наставне јединице. Просечне оцене ученика тих наставних јединица износиле су 4.65 и 4.62.

Подразумева се да наведени експеримент не може у потпуности позитивно емпиријски евалуирати описани модел рада. Међутим, сазнања добијена опсервацијом тока примене наведеног модела и каснија анализа података, употпуњују нашу увереност у квалитет модела. Имајући у виду овај рад, а посебно сачињен и примењен модел, сигурни смо да су неопходна шира научна истраживања повезаности наставних предмета и интегрисања различитих наставних области у основној школи.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Abrami et al.(1995): *Classroom connections*, London: Harcourt Brace.

[2] Artzt, A., Yaloz'Femia, S. (1999): *Mathematical Reasoning during Small Group Problem Solving,* Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12, National Council of Teacher of Mathematics.

[3] Банђур, В., Поткоњак, Н. (1999): *Методологија педагогије*, Савез педагошких друштава, Београд.

[4] Берковић, Л., Вуковић, Р. Ј. (1997): *Теорија физичке културе*. Нови Сад: Факултет физичке културе.

[5] Bossé M. J.(2006): *Centre for Innovation in Mathematics Teaching* (CIMT), International Journal for Mathematics Teaching and Learning, Beautiful Mathematics and Beautiful Instruction: Aesthetics within the NCTM *Standards,* East Carolina University.

[6] Дејић, М. (2008): *Неки аспекти образовања учитеља у области методике наставе математике*, Настава и васпитање 2, стр. 136-149, Београд.

[7] Егерић, М. (2002): *Методичка трансформација и модели диференциране наставе алгебре у основној школи*, докторска дисертација, Универзитет у Новом Саду, Природно-математички факултет.

[8] Holmos. P. (1996): *Problems for mathematicians young and old*, London.

[9] Johnson, D.W., Johnson, R.T., and Johnson, Holubec, E.J. (1993): *Cooperation in the classroom*, 6-th.ed. Edina, MN: Interaction Book.

[10] Милијевић, С. (2003): *Интерактивна настава математике*, Друштво педагога Републике Српске, Бања Лука.

[11] Мрђа, М. (2008): *Диференцирана помоћ ученицима у проблемском приступу интерактивноној настави математике*, Норма, Педагошки факултет, Сомбор.

[12] Мрђа, М., Петровић, Н.: *Флексибилна диференцијација у интерактивној настави математике, Међународна конференција*, Суботица, 2010.

[13] Oksuz, C. (2008): *Centre for Innovation in Mathematics Teaching* (CIMT), International Journal for Mathematics Teaching and Learning, Children's Understanding of Equality and the Equal Symbol.

[14] Пешикан, А. Ж. и Ивић, И. (2000): *Интерактивна настава - активно учење као вид осавремењавања наставе*, Настава и васпитање, вол.49, бр. 1-2, стр. 160-170, Београд.

[15] Петровић, Н. (2001): *Моделско-проблемски приступ у диференцирању и индивидуализовању почетне наставе математике*, у: Диференцијација и индивидуализација наставе – основа школе будућности (зборник радова), Учитељски факултет, Сомбор.

[16] Петровић, Н. (2006): *Имплементација дефинисаних и евалуираних предлога за реформу наставе математике*, у: Каменов, Е., Развој система васпитања и образовања у условима транзиције, Филозофски факултет Нови Сад (стр. 188-198).

[17] Петровић, Н., Мрђа, М. (2005): *Диференцирано поучавање у проблемској настави математике,* Педагогија, Београд.

[18] Петровић, Н., Мрђа, М. (2005): *Диференцирано поучавање у проблемској настави математике*, Педагогија 3, стр. 397-408, Београд.

[19] Петровић, Н., Мрђа, М., Ковачевић, П. (2004): *Моделско - проблемски приступ настави математике*, НОРМА, Учитељски факултет, Сомбор.

[20] Петровић, Н., Пинтер, Ј. (2006): *Методика наставе математике*, Сомбор, Педагошки факултет.

[21] Ramírez M.C. (2006): *Centre for Innovation in Mathematics Teaching* (CIMT), International Journal for Mathematics Teaching and Learning, *A Mathematical Problem–Formulating Strategy*.

[22] Родић, Н. (1999): *Методика спортских активности*, Сомбор, Учитељски факултет.

[23] Steiner, R.(2003): *Umeni vychovy- Metodicko-didakticky kurs*. Opherus, Preha.

[24] Тошић, Р. (1999): *Математичке игре*, Ваљево, Агенција Ваљевац.

[25] Zech, F. (1999): *Grundkurs Mathematikdidaktik – Theoretische und praktische Anleitungen für das Lehren und Lernen von Mathematik,* Beltz Verlag – Weinheim und Basel.

Nenad Petrovic, Bojan Lazic

MODEL OF THE INTEGRATED AND RELATED TEACHING OF THE MATHEMATICS AND PHYSICAL EDUCATION IN SCHOOLS

Summary: One of the most important and the most significant strategies in teaching in primary education is integration and cohesion of the different school disciplines and school subjects. In this paper we will describe the integration model of the physical education and mathematics as a dominant school subject in this matter. For the purpose of this paper we have constructed the introduction model of the longitudinal measurement system. The empirical research part is given in the concise form. In the conclusion, we give positive appliance results of the shown model and the integration of the two school subjects.

Key words: integrated teaching, working in small groups, differentiation and individualization, measuring the distance.

Сандра Милановић, Весна Миленковић,
Живорад Марковић, Александар Игњатовић
Факултет педагошких наука
Јагодина

371.3::51
371.3::796

ГЕОМЕТРИЈСКИ ОБЛИЦИ У НАСТАВИ ФИЗИЧКОГ ВАСПИТАЊА

Апстракт: Математика се примењује у свим облицима људске делатности, па самим тим и у настави физичког васпитања. Наставним планом и програмом предвиђено је да ученици другог разреда умеју да разликују правоугаоник од квадрата, отворене и затворане изломљене линије, као и да израчунавају њихове дужине.

Циљ овог часа корелације физичког васпитања и математике је да ученици путем физичке активности могу да савладају на интересантан начин (кроз игру, вежбање, песму) поменуте наставне садржаје из математике.

Час је реализован у ОШ "17 Октобар" у Јагодини у одељењу II$_3$, које чине 22 ученика. Ученици су радили са применом станичног облика рада. После одржаног часа ученици су анкетирани. Након срђивања одговора ученика, добили смо информације да је ученицима интересантнији овакав облик рада од класичног (традиционалног) облика рада.

Зато препоручујемо учитељима да више раде на повезивању наставних предмета, како би ученицима било интересантније на часу, а њихово знање што трајније.

Кључне речи: настава физичког васпитања, математика, корелација, млађи школски узраст

Увод

Проблем недовољног кретања посебно је актуелан код школске деце. Услови физичке средине у којој деца расту и развијају се нису увек стимулативни, не подстичу их на конкретне активности. Оскудан животни простор око куће, у кући, у школи, загађена животна средина, дневни режим оптерећен статичким интелектуалним активностима потврђује ову тврдњу. Ни друштвена средина није у великој мери подстицајна за телесни развој и јачање биолошких потенцијала. Такође, ни породична традиција наших простора не може се похвалити познавањем значаја телесног кретања – вежбања ради здравља и рекреације.

Потреба детета за кретањем иста је као потреба за храном или спавањем. Развојна психологија придаје посебан значај кретању детета у онтогенетској фази развоја. Значај кретања је у тесној вези са телесним, али и менталним, социјалним и психичким развојем. С обзиром да будућност припада младима, о чијем се формирању ми бринемо, важно је да будућност нашег друштва зависи од њихових физичких потенцијала, менталних способности, емоцијалне способности и друштвене прилагођености. У ком односу квантитета и квалитета ће се ове способности развијате код деце зависи између осталог, од укупног утицаја друштвене средине и активности у њој.

Утицај који школа врши на дете је изузетно значајан, како у погледу његовог васпитања и образовања, тако и у погледу здравственог стања и правилног телесног развоја.

Физичко васпитање има посебно место у укупном плану и програму основне школе, јер предмет физичког васпитања у великој мери доприноси реализацији свих видова васпитања. Дакле, физичко васпитање ученика основне школе јесте одговоран и сложен рад. Наставник физичког васпитања мора да испуни високе педагошке захтеве. Методика наставе је сложенија него код других предмета, јер физичко васпитање, због своје природе и амбијента у коме се обавља, спада у ред сложенијих васпитно-образовних процеса. Централно питање у односу на физичко васпитање је како овај сложен систем образовања што успешније реализовати у условима постојања ограничавајућих фактора, попут малог броја часова или материјално-техничких услова.

Велики број ученика се опредељује за физичко васпитање и вежбање захваљујући пре свега добро реализованом и свесно спроведеном програму физичког васпитања.

У оквиру неопходне модернизације рада од изузетног значаја је повезаност физичког васпитања са осталим предметима у настави као нпр. математике, српског језика, музичке културе... Једна од могућих алтернатива је корелација са математиком у којој могу да се интегришу сви ови елементи на најбољи могући начин.

Математика се примењује у свим областима људске делатности. Од огромног математичког знања бира се само један мали део који се трансформише у облик који је погодан за преношење ученицима и на тај начин настаје наставни предмет математика. Она се учи у школи, на часовима и кроз самосталан рад. Као што повезујемо наставне садржаје из различитих наставних предмета, ученици ће се оспособљавати да повезују своја знања са новим животним ситуацијама где ће моћи да их примењују. Циљ наставе математике у основној школи је да :

– ученици усвоје елементарна математичка знања потребна за схватање појава и зависности у животу и друштву,

– да оспособи ученике за примену усвојених знања у решавању задатака из животне праксе,

– за успешно настављање математичког образовања и самообразовања и

– свестрани развој личности ученика.

Наставници заинтересовани за рад са ученицима прихватиће нову методичку оријентацију без већих проблема. Нова идејно-методичка концепција је, пре свега, за добро ученика, а успешни наставници физичког васпитања је већ реализују као „стварност по себи“.

Циљ истраживања

Циљ овог истраживања корелације физичког васпитања и математике је да ученици путем физичке активности могу да савладају на интересантан начин (кроз игру, вежбање, песму) наставне садржаје из математике.

Метод рада

Истраживање је реализовано у ОШ „17 Октобар” у Јагодини у одељењу II-3, које чине 22 ученика. Истраживање је споровeдено у првом полугодишту школске

2010-11. године. Ученици су у главном делу часа радили са применом станичног облика рада. За процену ставова ученика примењена је анкета од 9 питања. Добијени резултати приказани су помоћу табела и графикона.

Ток часа

На почетку часа ученицима су подељене сличице на којима су различити геометријски облици које су учили на часовима математике (квадрат, правоугаоник, троугао). Сличице су лепили на мајице. На основу добијених сличица ученици су подељени у 3 групе. Исту групу чинили су ученици који су добили исти геометријски облик.

Ученици су у припремном делу часа користили различите облике кретања, при чему су на звук пиштаљке мењали начин кретања: на прстима , на петама, у чучњу, брзо, полако. Исто тако, на звук пиштаљке враћали су се после сваког кретања на место где се налазио њихов геометријски облик .

Затим, у уводном делу часу радили су комплекс вежби обликовања од десет вежби, тако што су користили елементе из математике, нпр. десном руком и ногом исписивали су у ваздуху бројеве од 1 до 5, а левом руком и ногом бројеве од 6 до 10. Бројеве су исписивали и главом и трупом.

Након тога, у главном делу часа, као организациона форма рада примењене су станице. Ученици су били подељени у три групе колико је било станица.

На првој станици ученици су играли познату игру *Школица.* Сваки ученик је коцку бацао два пута, сабирали су добијене бројеве и скакали су на различите начине до добијеног збира. Бројеви на *Школици* били су од 1 до 12 и сви су били исписани на папирима облика правоугаоника. На овој станици ученици су вежбали сабирање, као и препознавање правоугаоника.

На другој станици ученици су имали исцртане изломљене линије отворене и затворене по којима су се кретали на различите начине: ходањем, у чучњу, скакањем на једној нози, скањем с ноге на ногу.

На трећој станици ученици су имали задатак да својим телом држећи се за руке формирају различите изломљене линије, отворене и затворене.

Сви ученици су радили на свим станицама.

Завршни део часа ученицима је, такође, био интересантан где смо остварили и корелацију са музичком културом. Ученици су плесали са балоном уз песму *Математика*. Победник је био пар који је успео најдуже да плеше са балоном.

Након одржаног часа, урадили смо анкету са ученицима о томе како им се свиђа овакав начин рада.

Резултати анкете

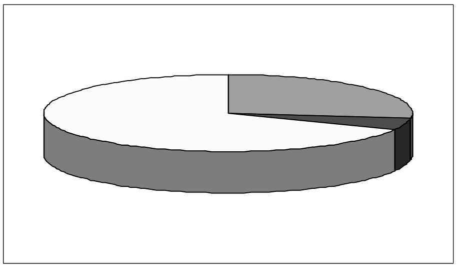
Даље у раду показаћемо резултате анкете на нека питања, путем табела, хистограма и површинских дијаграма, која су значајна за ово истраживање.

1) Да ли више волиш:
   1. Математику

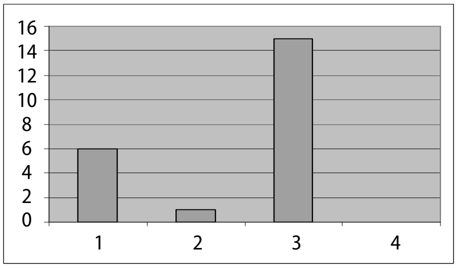
2. Физичко васпитање или
3. Подједнако

Одговори	**број**	**%**
1	6	27,27
2	1	4,55
3	15	68,18

Табела 1



Површински дијаграм 1



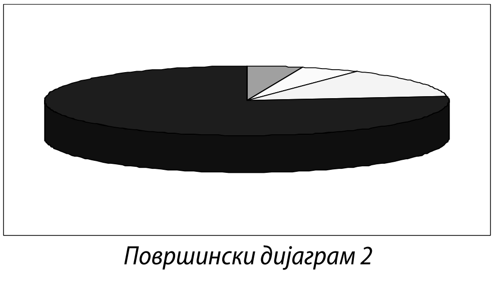
Хистограм 1

Резултати у табели 1. указују да велики број ученика, 15 односно (68,18%), подједнако воли оба предмета, затим 6 односно (27,27%), више воли математику од физичког васпитања, а 1 односно (4,55%), воли више физичко васпитање од математике, што можемо видети и на површинском дијаграму 1. и хистограму 1. Радује податак да велика већина ученика сматра математику и физичко васпитање сасвим корисним.

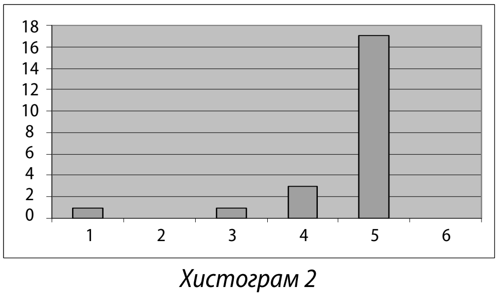
2) Час математике који сам данас имао, био је:
   1. Досадан
   2. Веома досадан
   3. Не знам
   4. Интересантан
   5. Веома интересантан

Одговори	**број**	**%**
1	1	4,55
2	0	0
3	1	4,55
4	3	13,64
5	17	77,26

Табела 2



Површински дијаграм 2



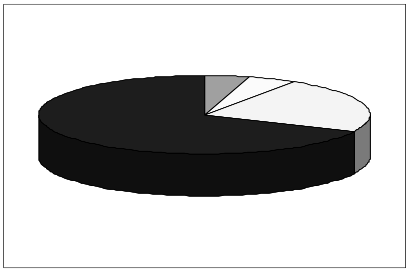
Хистограм 2

По мишљењу највећег броја ученика, 17 односно (77,26%), час математике у корелацији са физичким васпитањем био је *веома интересантан* у односу на класично држање часа, а 3 односно (13,64) мисли да је час био *интересантан* и 1 ученик да је час био *досадан*, на шта указују и резултати из табеле 2., као и дијаграм и хистограм 2. Разлог оваквог резултата лежи у чињеници да часови математике у корелацији са физичким васпитањем омогућавају интересантан рад ученицима, због телесног кретања, игре, забаве и сарадњу са свим ученицима што није случај са часовима других предмета.

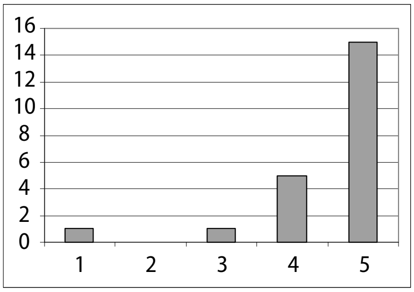
3) Час физичког васпитања који сам данас имао, био је:
   1. Досадан
   2. Веома досадан
   3. Не знам
   4. Интересантан
   5. Веома интересантан

Одговори	**број**	**%**
1	1	4,55
2	0	0
3	1	4,55
4	5	22,73
5	15	68,17

Табела 3



Површински дијаграм 3



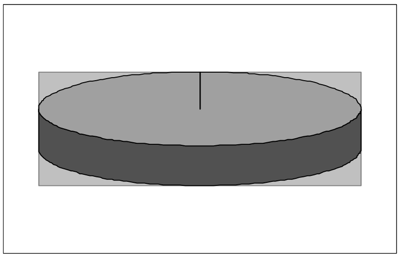
Хистограм 3

Велики број ученика, што можемо видети у табели 3. њих 15 односно (68,17%) је одговорило да је час који су имали био *веома интересантан* и њих 5 односно (22,73%) да је *интересантан*, а 1 односно (4,55%) да је *досадан*. На основу одговора ученика можемо констатовати да су ученици били задовољни оваквим часом, јер су кроз игру, трчања, скакања, такмичења савладали на лакши и интересантнији начин елементне из математике који су њима тешки.

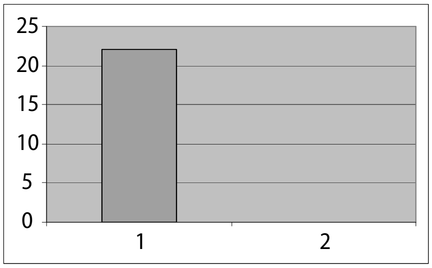
4) Да ли би желео још оваквих часова:
   1. Да
   2. Не

Одговори	**број**	**%**
1	22	100
2	0	0

Табела 4



Површински дијаграм 4



Хистограм 4

На основу одговора ученика сматрамо да велики број ученика 22 колико је и радили анкету, схвата значај и смисао корелације, што је свакако позитивно и мишњења смо да су за то заслужни наставници који су реализовали час и тако пренели знања ученицима на не свакидашњи начин.

Закључак

Данас се често говори о недостацима традиционално организоване наставе. Циљ савремене школе је максимални развој сваког ученика, зато треба примењивати нове наставне системе и на тај начин превазилазити ограничења традиционалне наставе.

Сваки наставни садржај није погодан да се обрађује преко свих метода, сваког облика и система. Како се у другом разреду основне школе уче изломљене линије, отворене и затворене, геометријски облици, дошли смо на идеју да повежемо геометријске облике и физичку активност ученика. Тако смо припремили час корелације наставе математике и физичког васпитања под називом Геометријски облици у настави физичког васпитања.

Након одржаног часа анкетирали смо ученике шта мисле о оваквом начину учења. На основу добијених резултата, дошли смо до закључка да је ученицима овакав вид наставе интересантнији од класично организоване наставе, као и да сви једногласно желе још оваквих часова.

Улога учитеља за реализацију оваквих часова је велика. Потребно је да учитељ поред психолошког, педагошког и методичког знања, поседује креативност и да сваки час пажљиво и детаљно припреми. На тај начин настава би ученицима била занимљивија, а знања трајнија и применљива у пракси.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Банђур, и Поткоњак Н. (1996).Педагошка истраживања у школи, Учитељски факултет - Центар за усавршавање руководилаца у образовању, Београд

[2] Богичић,С., Трокановић, Ј. (2005). *Психофизичка и емоционална зрелост деце за упис у први разред основне школе у Неготину*. Српско лекарско друштво.

[3] Вишњић, Д. (2008). *Настава физичког васпитања*. Београд: Завод за уџбенике и наставна средства.

[4] Гордон, Т. (2008).Како бити успешан наставник, Креативни центар, Београд

[5] Дејић, М. (1997). Методика наставе математике, Учитељски факултет, Јагодина

[6] Дејић, М., и Егерић М. /2003).Методика наставе математике, Учитељски факултет, Јагодина.

[7] Јукић, С. (1997). Дидактика, Учитељски факултет, Јагодина

[8] Крагујевић, Г. (1991). *Методика физичког васпитања*. Београд: Завод за уџбенике и наставна средства.

[9] Матић, М. (1978).*Час телесног вежбања,* Партизан, Новинска издавачко-пропагандна установа Савеза за физичку културу Југославије, Београд.

[10] Степановић - Сиденко, Ала (2006). иновацијама и традиционалним моделима наставног процеса, Настава и васпитање 2, Београд

[11] Шпијуновић, К. (2000).Развијање оригиналности у процесу математичког образовања ученика од 1. до 4. разреда основне школе, Настава и васпитање 4, Београд

Sandra Milanovic, Vesna Milenkovic, Zivorad Markovic, Aleksandar Ignjatovic

GEOMETRICAL FORMS IN TEACHING PHYSCAL EDUCATION

Summary: Mathematics is applicable in many forms of the human activity and also in the process of teaching the physical education. In teaching young learners, it is meant that the second graders should already know the differences between the square, open ended and closed ended line as well as to measure their longitude. The purpose of this class is to teach students the mentioned concepts through the physical activity and game. The class was realized in the primary school “17th October” in Jagodina; class II$_3$ which is consisted of 22 students. After the class, students filled in the questionnaire and we got very positive results which prove that students prefer this kind of teaching to the traditional way of teaching these concepts.

Key words: teaching the physical education, mathematics, correlation, young learners.

Ивана Милић, Наташа Вукићевић
Факултет педагошких наука
Јагодина

371.3::51-028.31
371.3::78-028.31

МАТЕМАТИЧКИ ПОЈМОВИ У ФУНКЦИЈИ УПОЗНАВАЊА РИТМИЧКИХ ТРАЈАЊА У РАДУ СА ДЕЦОМ ПРЕДШКОЛСКОГ УЗРАСТА

Апстракт: Иако се реч *корелација* често користи у дидактичко-методичкој литератури, њено значење се мора прецизно одредити у односу на области рада, узраст васпитаника и остале компоненте васпитно-образовног процеса. У раду са децом предшколског узраста, корелација је свакодневно заступљена у усмереним активностима, али је често ограничена на тематско повезивање садржаја различитих области: музичког васпитања са развојем говора, ликовног васпитања са упознавањем околине и сл. Циљ овог рада је указивање на могућност структуралног повезивања математичких и музичких садржаја у васпитно-образовном раду са децом предшколског узраста. Међусобна повезаност математичких појмова *веће* и *мање* са ритмичким трајањима у музици заснива се на заједничкој карактеристици-пропорционално већој/мањој вредности једног елемента према другом.

Кључне речи: корелација, ритмичка трајања, музичко васпитање, математички појмови, деца предшколског узраста

Терминолошко одређење корелације у васпитно-образовном раду (Појам и значај корелације)

Појам *корелација* у педагошко-методичкој литератури, васпитно-образовној пракси и свакодневној комуникацији има уопштено и широко значење, али је његово основно одређење повезаност и узајамна зависност две појаве, при чему свака промена у једној иницира одговарајуће промене у другој. Суштина корелације у васпитно-образовном процесу јесте повезивање и интеграција сродних садржаја из различитих области од којих свака задржава своју самосталност. Такав интегрисани приступ олакшава процес стицања знања и формирање појмова, омогућава боље разумевање садржаја, појава или процеса и њихово повезивање у јединствен систем, и обезбеђује трајност и примењивост знања на наредним развојним ступњевима.

Успешно остваривање корелације зависи од неколико фактора:

– специфичности садржаја који се интегришу, јер из органске повезаности појединих области корелација спонтано произилази (нпр. музика и ликовне уметности, књижевност и сликарство, музика и покрет и сл.),

– тематске сродности компатибилних садржаја који су логички повезани,

– стручне и дидактичко-методичке оспособљености васпитача, учитеља или наставника, његове опште културе, комуникационих и социјалних компетенција, индивидуалних способности деце и њихових интересовања (треба имати у виду да је корелација погодна за прилагођавање васпитно-образовног рада свим категоријама васпитаника).

Могућност примене корелације условљена је и узрастом деце, а због своје вишеструке улоге у процесу усвајања знања и појмова, најчешће се примењује у раду са децом предшколског и млађег школског узраста. У раду са поменутим узрастом, корелација може имати и мотивациону улогу. Деци су активности са различитим а истовремено сродним садржајима занимљивије и омогућавају поступно упознавање нових садржаја, приближавање непознатих појмова преко познатих термина које су савладали у оквиру области са којом с врши корелација, као и подстицање мисаоних активности значајних за касније формирање теоријског и критичког мишљења.

Повезивање садржаја остварује се на више начина; тематско повезивање је најједноставнији облик корелације који две појаве сједињује у једну хармоничну целину.

Виши ниво корелативног односа је структурално повезивање, при чему спону два предмета представља унутрашња особина једне појаве која се пропорционално налази у другој. На тај начин могуће је остварити корелацију између области/предмета који немају много сличности уколико нам је критеријум тематска сродност, као што су музика и математика. Превођење са математичког на музички језик представља креативни израз васпитача (учитеља или наставника) који неће инсистирати на дословној замени речи, већ ће структуралну повезаност математичког и музичког језика остварити преко унутрашњег садржаја.

Појам *веће* и *мање* и упоређивање величина у математици наизглед нема заједничке карактеристике са ритмичким трајањима у музици. Међутим, однос између већег и мањег у математици је пропорционално једнак односу дужих и краћих трајања у музици који су у фази пре музичког описмењавања означени помоћном нотацијом. Већим и мањим симболима представљају се различита ритмичка трајања. Двоструко веће/мање у математици одговара двоструко дужим/краћим трајањима у музици.

У раду је приказан пример активности на којој је заступљена корелација садржаја *Увођења почетних математичких појмова* и *Музичког васпитања*. Јединица усмерене активности је симултано увођење математичких појмова *веће* и *мање* и опажање различитих ритмичких трајања. Трајање је заједничка особина тона и звука, а разликовање особина звука/тона је први корак у припреми деце за упознавање музичке теорије и основа за разумевање музичке уметности. Познавање музичких елемената појединачно, иако је на предшколском узрасту најчешће повезано са слушањем музике, важно је за упознавање деце са могућностима музике, разумевање музичких порука, препознавање музичких садржаја и формирање музичког укуса на основу познавања музичке грађе, а не наметањем естетских критеријума социолошким путем. Циљ музичког васпитања деце предшколског узраста јесте развијање интересовања према музичкој уметности и стварање љубитеља музике, али с обзиром на то да ће дете музику више волети уколико је разуме и препознаје, не треба занемарити основне сегменте музичког образовања.

Имајући у виду значајан удео корелације у развоју музичких способности деце, могућност ране идентификације и подстицања развоја ритмичких способости, као и предмет истраживања – *упознавање и разликовање ритмичких трајања преко математичких појмова*, посебно поглавље посветили смо управо ритмичким способностима деце предшколског узраста.

Ритмичке способности деце предшколског узраста

Иако се појам ритма, тонских трајања и остали елементарни музички појмови уводе у фази музичког описмењавања деце (од трећег разреда основне школе), стварање звучних представа и звучног фонда почиње у предшколском периоду. Артикулација и ток процеса асимилације звучних наслага, квантитет и квалитет звучног фонда, од изузетног су значаја за даљи рад на ритмичком образовању деце, развијање осећаја за ритам и ритмичко кретање и развијање осталих елемената музичких способности деце.

Развој музичких способности деце зависи како од наследних тако и од рединских фактора. Када конкретизујемо елементе музичких способности, те говоримо само о развоју ритмичких способности и могућности памћења ритма, не можемо изоставити чињеницу да је највеће повећање ритмичких способности на узрасту између седме и осме године, изражено у процентима, око 16% (према Мирковић-Радош, 1983).

Ритмичке способности деце потребно је установити и константно пратити у свим развојним фазама. Иако постоји могућност дијагностиковања нижег развоја појединих елемената ритмичких способности, морамо нагласити да је њихово побољшање могуће у оквиру рада у васпитно-образовним установама, путем смислено реализованих музичких активности. Стога је, већ у првим развојним фазама, почев од породице, преко вртића, до школе, неопходно васпитно-образовну средину испунити тим садржајима, те код деце, уједно, развијати осећај за рад, кооперацију, а надаље способност концентрације, пажње као и способност правилног реаговања, дисциплине и самодисциплине (Крамершек, 1961).

Неопходно је да већ у предшколском периоду, пре поласка у школу, код деце буду формиране различите звучне представе и примљени музички утицаји, да би се на таквој основи успешно наставило музичко васпитање и образовање. Имајући у виду могућност подстицања и развоја ритмичких способности деце предшколског узраста кроз музичке активности у оквиру предшколске установе, веома је важно утврдити које то елементе ритмичких способности васпитачи могу пратити:

– способност одржавања равномерности ритмичког пулса, а потом груписање основних удара који се метрички уобличавају и чине целину и све кроз извођење музичких игара и певање песама (констатовати и применити већ на почетку музичког васпитања и образовања – у предшколском узрасту),

– способност адаптирања према датом темпу, што подразумева реаговање на промену темпа (потребно је способност подстицати и развијати у оквиру музичких активности),

– стицање осећаја за дводелне и троделне тактове и различите ритмичке фигуре,

– способност за агогичко нијансирање, различите начине артикулационих извођења ритмичких фигура, која се може подстицати у педагошким установама, али са одговарајућим, стручним упутствима (Васиљевић, 2000).

У животу деце ритам је стално присутан. „Свако дете, још у свом зачетку, прима биолошке ритмове од своје мајке, и оно се рађа са извесним ритмичким предиспозицијама изниклим из биолошких процеса у његовом и мајчином организму" (Васиљевић, 2000: 171). Љуљајући га у наручју, колевци она му несвесно усађује ритмичке представе, развијајући, већ тада, дететове ритмичке предиспозиције. Дете слуша тепања родитеља, ужива у цупкању на крилу, па у складу са њиховим говорним ритмом, брзином цупкања, ритам прати рукама, ногама, покреће цело тело или користи разне звечке и предмете. У вртићу деца доживљавају ритам кроз најразличитије музичке игре, а доживљене ритмичке мотиве изводе пљескањем рукама, ходањем, марширањем, разбрајањем или свирањем на ритмичким инструментима.

У породичној средини, а потом у вртићу, неопходна је континуирана изложеност деце разноврсним музичким утицајима, путем којих ће се код деце несвесно развијати музички слух и осећај за ритам. Такође, рано дијагностиковани нижи нивои ритмичких способности код појединe деце, могу бити, применом одговарајућих облика рада и методских поступака, надограђени и унапређени.

У складу са узрастом, ритам деца најпре доживљавају кроз покрет, чучањем, устајањем, трчањем, ударањем ногу и пљескањем рукама, њихањем главе, тела, као и многим другим покретима које су им преносили и усадили, пре свих, родитељи. Деци су блиске појаве из природе и свакидашњег живота, те често опонашају корачање, куцање сата, прескакање конопца, ритам кретања воза. Ове несвесне радње ће прерасти у навике, а касније ће бити асоцијативно призване и освешћене кроз рад на музичком описмењавању у школском периоду, те их је потребно већ у предшколском узрасту неговати и подстицати.

Основни циљ при интерпретирању ритма је равномерност покрета и колективна уједначеност. С обзиром на узраст деце, текст може имати значајну улогу јер својом метриком помаже деци да ритам што равномерније изговарају, а касније, да пратећи текст уједначено изводе и одређене покрете.

У музичким активностима у вртићу, а касније у оквиру наставе музичке културе у млађим разредима основне школе, најприсутнији начини рада на развијању ритмичких способности су:

– бројалице и разбрајалице (говорне и певане),
– вежбе ритмичке меморије,
– импровизовање ритмичких мотива,
– ритмички диктат (визуелни и аудитивни),
– импровизовање и извођење ритмичких мотива на дечјим ритмичким инструментима,
– ритам и покрет,
– ритмичке допуњалке,
– музичке игре кроз које ученици доживљавају разне врсте тактова, различите ритмичке фигуре и кретања (Братић, Филиповић, 2001).

Задатак васпитача је да контролише тачност и равномерност при извођењу свих мотива, као и да инсистира на прецизном меморисању ритмичких мотива који би требало да буду уједначено поновљени уз одговарајуће покрете.

Проводећи у игри и физичким активностима највећи део свог времена, деца предшколског узраста кроз имитирање ритмичких дешавања у различитим сферама, не само у музици, развијају осећај за ритам и ритмичко кретање.

Улога корелације у процесу усвајања музичких и математичких појмова

Кроз модел припреме за усмерену активност на којој је примењена корелација садржаја *Музичког васпитања* и *Увођења почетних математичких појмова* покушаћемо да објаснимо улогу корелације у процесу усвајања елементарних музичких и математичких појмова и да укажемо на значај и предности њене примене у раду са децом предшколског узраста.

Јединица усмерене активности је увођење математичких појмова *веће* и *мање* и опажање различитих ритмичких трајања. У уводном делу активности деца гледају представу „Лептир и пчела“, након чега следи разговор о томе шта је у представи веће и мање и на који начин то закључујемо. Деци се показују апликације пчеле и бумбара, пчеле и осе, мањег и већег цвета (љубичица и маслачак), мањег и већег лептира и она самостално уочавају разлике у величини. Анализом поменутих примера и одређивањем њиховог односа (бумбар је већи од пчеле и др.), деца самостално изводе закључак о пропорционалном односу две појаве: већа животиња има већа крила и обрнуто. У главном делу активности већим и мањим символима (цвета, пчеле и бумбара) означавају се дужа и краћа ритмичка трајања, и то на основу опажања дужине слога којим се имитирају пчела, бумбар и цвет. Веома је важно истаћи аналогију између двоструко веће апликације и двоструко дужег трајања звука. Различит распоред апликација означава различит распоред нота по трајању које су представљене помоћном нотацијом. Појам четвртине ноте и осмине се не објашњава деци, али се опажањем и разликовањем дужих и краћих трајања стварају звучне представе о ритмичким трајањима и њиховом међусобном односу у музици. Активност је заокружена слушањем тематски сродне композиције.

ОПШТИ ПОДАЦИ	
Предшколска установа:	Дечји вртић „Пионир“
Узрасна група:	Предшколска
Број деце:	26
Радни простор:	Соба
Васпитачи:	
Датум и време:	
МЕТОДИЧКИ ПОДАЦИ	
Врста активности:	Усмерена активност
Тип активности:	Обрада нових садржаја
Тема активности:	Весели мајски дани
Јединица активности: Циљ активности:	а) Представа „Лептир и пчела“ (формирање појма веће/мање кроз разговор); б) Игра препознавања трајања звука. в) Слушање музике: „Зец“ – Бранко Милићевић (http://youtu.be/xfYGzzk1m9I) Увођење математичких појмова *веће* и *мање* и опажање различитих ритмичких трајања

ВАСПИТНО-ОБРАЗОВНИ ЗАДАЦИ	
Образовни:	Усвајање појмова веће-мање, усвајање музичких карактеристика слушане композиције, усвајање знања о пролећу, животињама и инсектима као и њиховој величини.
Васпитни:	Развијање љубави према музици, игри, слушању музике, певању као и подстицање жеље за учествовањем у музичким активностима, развијање интересовања за рад у колективу, развијање другарства.
Функционални:	Развијање музичких способности деце, музичког слуха, осећаја за ритам, музичке меморије, запажања. Оспособљавање за препознавање трајања звукова из окружења. Разликовање трајања звука и повезивање ритмичких трајања са величином у математици: краћи звуци-мањи објекти, дужи звуци-већи објекти.
ОБЛИЦИ РАДА:	Фронтални, групни и индивидуални облик рада.
МЕТОДЕ РАДА:	Дијалошка метода, демонстративна метода, метода усменог излагања.
СРЕДСТВА РАДА:	Апликације, хармоника, гињол лутке, сцена, помоћно нотно писмо (сликовите ноте).
Корелација са другим васпитно-образовним областима:	***Методика развоја почетних математичких појмова,*** Методика развоја говора, Методика упознавања околине.
Литература:	Хиба, Н. (1986): *Музика за најмлађе (Приручник за вокално-инструменталну наставу у педагошким академијама)*. Београд: Завод за уџбенике и наставна средства.
Уводни део:	Представљам се деци, говорим им да ћемо се данас дружити, да се удобно сместе и погледају представу „Лептир и цвет“ (Прилог број 1). Скрећем им пажњу да пажљиво прате ко се појављује у представи и о чему се ради, јер ћемо после разговарати о томе. Након одгледане представе постављам питања: - Ко се прво појављује у представи? (лептир) - Ко се још појављује? (пчела) - О чему су разговарали? (ко је већи, а ко мањи међу инсектима) - Како је лептир прво назвао пчелу? (осом, јер је мислио да су исте величине) - Зашто? (није знао ко је већи, а ко мањи) - Шта му је она на то одговорила? (пчеле су мање од оса) Другари, хајде да помогнемо Шаренку и кажемо му ко је од кога мањи, а ко већи. Деци показујем апликације пчеле и осе, да би увидели разлику у њиховој величини. - Које величине су пчеле? Који је инсект већи? (показујем апликације пчела и лептира, упоређујемо величину, одређујемо њихов однос) - Како је настао лептирић Шаренко? - Шта ће урадити да отера осе? (махнуће својим великим

	крилима) - Реците ми колика су крила пчеле у односу на крила лептира? (крила пчеле су мања од лепирових крила) Од деце очекујем да изведу закључак: ако су лептири већи од пчела и њихова крила ће бити већа.
Главни део:	Говорим деци да иза моје куће у селу има једна ливада, где је мој тата поставио кошнице. Пред децу износим стиропор на коме су представљене четири кошнице, али у њима нема пчела. У мају се ту не чују њихови звуци, али да ми они могу помоћи да их дозовем на ливаду и вратим у кошнице. Сада ћемо извести игру. Објашњавам правила игре: У сваку кошницу сместићемо пчеле или бумбаре. – Реците ми колики су бумбари у односу на пчеле? (бумбари су велики, а пчеле су мале) Надам се да ће ме велики бумбари чути када их дозивам дугим зујањем и долетети у кошницу, а да ће мале, вредне пчеле долетети када их дозовем кратким зујањем. Значи када чујете дуго зујање, у кошницу улеће већи инсект, а када чујете кратко зујање, у кошницу улеће мањи инсект. Ако их вратимо у кошнице, ове сезоне ће бити пуно меда. Пажљиво послушајте, па ми реците када долећу бумбари, а када пчеле. Ја ћу имитирати оглашавање инсеката редом, а ви ћете ме пажљиво слушати. На тај начин ћемо открити којим редоследом они долећу у кошнице. Када сам сигурна да су разумели и да разликују кратке и дуге звуке, игра почиње. На стиропору је залепљена апликација са четири кошнице (четири такта у дводелном ритму) на које треба да ставимо инсекте. Изводим зујање дуго и кратко; када изведем дуго у кошницу долеће бумбар, а када изведем кратко, у кошницу долеће пчела. Другари, успели смо да вратимо инсекте у кошнице, што значи, биће много меда (Прилог број 2). Одлично!
Завршни део:	-Хајде да погледамо станаре кошница, па ми реците колико има великих инсеката, а колико малих? - Наведите ми још неке мале инсекте? - Наведите ми веће инсекте који живе на ливади? Деци показујем апликације тих инсеката и делимо их на веће – мање. Пажљиво послушајте следећу композицију, јер је ваш задатак да уочите које се животиње помињу у њој, а потом кажете које су мање, а које веће.

	Слушамо композицију „Зец“ у извођењу Бранка Милићевића Коцкице. После одслушане композиције водим разговор о животињама које се помињу у песми, њиховом изгледу, кретању, особинама и величини. Показујем деци апликације тих животиња, одређујемо њихов однос на основу величине и разврставамо које су веће, а које мање у природи.

Прилог број 1:

Лептир и пчела

Лептир: Ах, какав диван пролећни дан! Сад могу да раширим крила и на миру уживам у овој прекрасној природи!

Пчела: Бззз, бзззз!

Лептир (изненађено): Откуд се створи ова досадна оса?

Пчела: Молим? Моооолим? Ја нисам оса, већ пчелица Меденица!

Лептир: Пчела, оса, која је разлика... обе сте мале, жуте и досадне са вашим зујањем.

Пчела: Иии, каква си ти незналица! Па свака мала буба на ливади зна да су пчеле мааало мање од оса, а самим тим и згодније... А ти, ко си? Нешто ми ниси познат...

Лептир: Ја сам лептирић Шаренко, данас сам се родио. Знаш, ја сам изашао из гусенице. Она је била мала и ружна, али види мене, сада сам већи и баш сам леп.

Пчела: Аааа, па видим ја да ти не знаш ко је већи, а ко мањи и како ствари стоје овде! Сада ћу ја све да ти објасним. Видиш, ми пчеле смо мале, али смо краљице ливаде. Ми смо овде главне.

Лептир: Аха... а шта то тачно радите?

Пчела: Ми све радимо, по цео дан летимо од цвета до цвета, скупљамо полен, па се враћамо у кошницу и правимо мед.

Лептир: Стварно сте вредне. А шта раде осе?

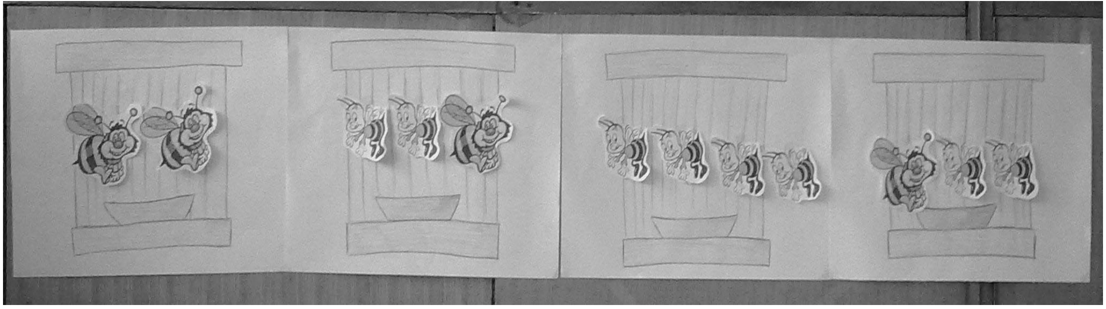
Пчела: Осе?! Оне не раде ама баш ништа, баш као ни моји рођаци велики бумбари! Само се хвале да имају велика крила, да су најјачи и само тако лете наоколо и сметају. Понекад и неког боцну, из чисте досаде.

Лептир: Безобразници! Велика крила?! Али моја крила су већа од њихових!? Нека се само усуде да ми приђу, махнућу крилима и има да их одувам! Готово је са њима!

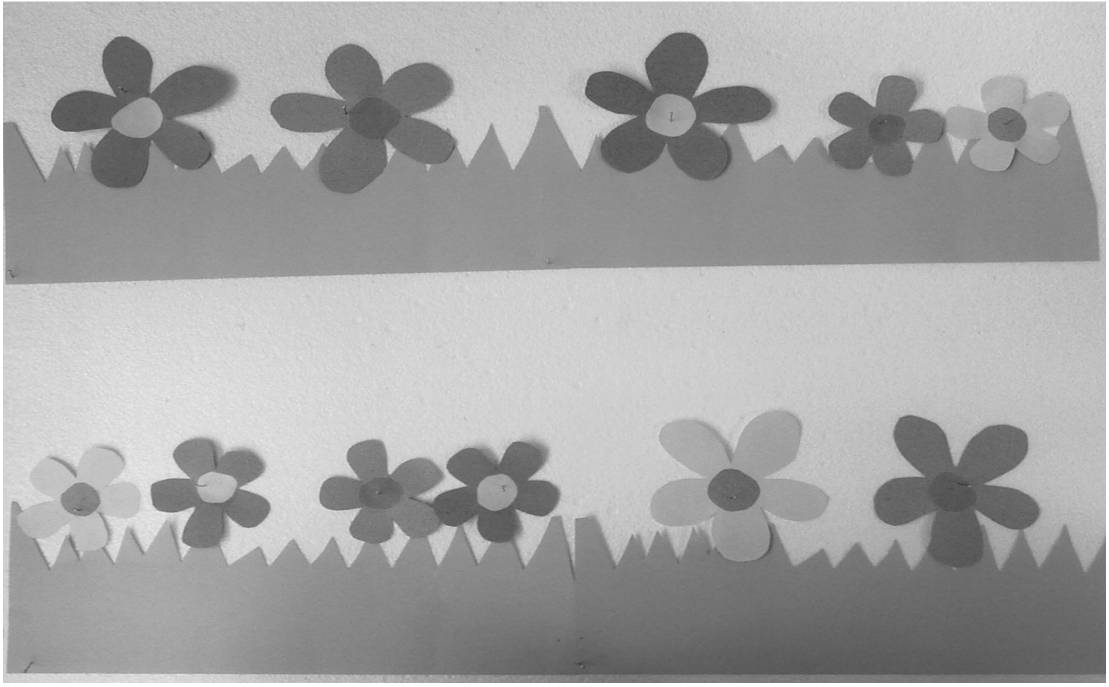
Пчела: Да, да! Е, па Шаренко, драго ми је што сам те упознала, ја сада журим, нисам посетила дивне мале љубичице на крају ливаде, ни велике маслачке, а дан је тако кратак... ех!

Лептир: Збогом Меденице, идем и ја да пронађем другаре равне себи!

Прилог број 2а:



Прилог број 2б:



Закључак

Музика својим изражајним карактеристикама доприноси развоју свестране личности детета, комплексном развоју његових способности, интересовања, а представља и погодно средство за естетско и морално васпитање деце предшколског узраста.

Да би постала љубитељи музике, деца је морају разумети, а за разумевање музике је неопходно познавање музичке теорије и њених елементарних појмова. У музичкој педагогији, без обзира на узраст деце, процес формирања појмова има устаљен редослед: *звучна представа – усвајање појма – нотни пример.* Кретање *од звука ка нотној слици* основни је принцип рада и у области ритма.

Из тог разлога је са стварањем звучних представа потребно почети у фази пре музичког описмењавања, дакле, у предшколском периоду. Заједничке основе музике и осталих области/предмета пружају могућност компарације и једноставније и брже усвајање нових звучних представа и појмова. Тема нашег рада су ритмичка трајања у музици и један од методских поступака њихове обраде. Ритмичка трајања могу се објаснити помоћу математичких појмова веће и мање, тј. аналогијом пропорционалног односа: двоструко веће у математици одговара двоструко дужим ритмичким трајањима у музици, и обрнуто. Интеграција музичких и математичких садржаја не само да је могућа, већ је и пожељна у васпитно-образовном раду са децом предшколског узраста. Корелативни однос поменутих области/предмета може се заснивати на тематском повезивању, али је много значајнија унутрашња веза садржаја који се обрађују. Моделом припреме за усмерену активност на којој је заступљена корелација желели смо да укажемо на могућност структуралног повезивања музичких и математичких садржаја, а тема која је присутна од уводног до завршног дела, представља само спољашњи оквир приказане активности.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Братић, Т., Филиповић, Љ. (2001): *Музичка култура у разредној настави*. Приштина – Јагодина: Учитељски факултет у Јагодини – Факултет уметности у Приштини.

[2] Васиљевић, З. (1999): *Теорија ритма са гледишта музичке писмености.* Београд: Универзитет уметности.

[3] Васиљевић, З. (2000): *Методика музичке писмености*, Београд.

[4] Вукићевић Н., Голубовић-Илић И. (2008): Могућности корелације наставе природе и друштва и музичке културе у разредној настави, часопис *Педагошка стварност*, Год. LIV, бр 5-6, Нови Сад, стр. 509-524.

[5] Грујић-Гарић, Г. (2008): Деловање на развој слушних и ритмичких способности под утицајем различитих програма музичког васпитања на предшколском узрасту, *Иновације у настави – часопис за савремену наставу,* 21-4, 91-101, Београд: Универзитет у Београду, Учитељски факултет.

[6] Крамершек, Ј. (1961): *Ритам кретања у вежбању и игри.* Загреб: Задружна књига.

[7] Мирковић-Радош, К. (1983): *Психологија музичких способности*. Београд: Завод за уџбенике и наставна средства.

[8] *Педагошки речник* (1976): Завод за издавање уџбеника СР Србија, Београд.

[9] Huzjak, M. (2010): Odgojni problemi glazbene pedagogije, u *Glas i glazbeni instrument u odgoju i obrazovanju:* Monografija znanstvenih skupova, Zagreb, str. 11-18.

[10] Huzjak, M. (2007): Strukturalne veze glazbe i slike-boja zvuka, u *Glas i glazbeni instrument u odgoju i obrazovanju:* Monografija znanstvenih skupova, Zagreb, str. 156-161.

[11] Huzjak, M. (2001): Korelacija u nastavi: strukturalni prevod, časopis *Metodika* br. 2 i 3, Vol. 2, Zagreb, str. 39-43.

Ivana Milic, Natasa Vukicevic

MATHEMATICAL CONCEPTS IN THE PROCESS OF INTRODUCING THE RHYTMICAL DURATION WHEN WORKING WITH THE CHILDREN OF THE PRESCHOOL AGE

Summary: Even though the word *correlation* is widely used in the didactic and methodological references, the meaning of this concept must be precisely determined in the educational field taking into consideration the children's age and some other educational components. In the process of educating the preschool children, the correlation is daily used in the purposeful activities but is limited to the thematically connected contents of the different areas: musical education and the speech development, art education and the teaching of the environmental surrounding etc. The purpose of this paper is to point out to the possibility of the structural connection between mathematical and musical contents in educational process with the preschool children. Interconnectedness of the mathematical concepts such as *bigger* and *smaller* with the rhythmical duration in music is based on the mutual characteristics of the proportional values of the elements.

Key words: correlation, rhythmical duration, musical education, mathematical concepts, preschool children.

Радмила Миловановић
Факултет педагошких наука
Јагодина

159.955
371.3:51

НЕУРОПСИХОЛОШКА АНАЛИЗА ПРОЦЕСА РЕШАВАЊА АРИТМЕТИЧКИХ ЗАДАТАКА

Апстракт: Процес решавања аритметичких задатака разматра се у оквиру неуропсихолошког система појмова као успешни модел дискурзивног мишљења. Рад представља покушај анализе психолошке структуре вербално-логичког мишљења које се ангажује у процесу решавања аритметичких задатака и анализе мождaних система који учествују у стварању ових сложених интелектуалних форми психичке делатности. У раду се полази од структуралне анализе захтева у процесу решавања аритметичких задатака да би се потом ти захтеви повезали са радом одређених мождaних система и коначно објаснила повезаност психичких функција и неуронских система који учествују у њиховој реализацији. Рад има за циљ да објасни немогућност решавања одређеног типа задатака на одређеним узрастима недозрелошћу мождaних структура које учествују у њима и истовремено укаже на значај учења математике из позиције неуропсихолошког развоја.

Кључне речи: неуропсихолошка анализа, дискурзивно мишљење, аритметички задаци, мождане структуре

Тридесетих година прошлог века Лав Виготски је доказао да процеси анализе и генерализације који чине саму суштину мишљења зависе од смисаоне структуре речи и да се значење речи које је у основи *појма* формира на дечјем узрасту а анализа основних етапа развитка појмова коју је разрадио Ж.Пијаже омогућава да се схвати сва сложеност смисаоне структуре речи која представља основно средство формирања појмова и да се са великом јасноћом представи разноликост смисаоних матрица које стоје иза речи на појединим етапама развитка детета. Пијажеова теорија пружа могућност да се прати како се конкретне матрице које одражавају ситуациони карактер мишљења постепено, како узраст расте, смењују апстрактним матрицама које укључују у себе читаву хијерархију „односа истоветности“ који представљају основни апарат категоријалног мишљења. У опису психолошке структуре мишљења одлучујућа је чињеница да *значење речи* представља основно средство мишљења. Ово сазнање у чијем су формирању учествовале генерације психолога представља основ тумачења мишљења као целовите форме психичке делатности човека (Luria, 1976).

Мишљење има веома сложену структуру а сам процес мишљења пролази кроз више фаза. Психолози се слажу да мишљење настаје само у оним случајевима када код субјекта постоји одговарајући мотив који задатак чини актуелним а његово решавање неопходним, дакле онда када се субјект налази у ситуацији која превазилази његово дотадашње знање и искуство а мотивисан је да тражи излаз из те ситуације. Другим речима, неоходан услов ангажовања мишљења јесте постојање задатка, циља и мотивације субјекта да се оријентише у условима задатка и да трага за путевима доласка до циља. Оно што следи након уочавања задатка представља задршку импулсивно настајућих реакција (супресију ирелевантних решења) и оријентацију у условима задатка, анализу компоненти задатка, издвајање најбитнијих делова и њиховог међусобног поређења. Оријентација у условима задатка је почетна етапа сваког процеса мишљења без кога ни један интелектуални акт не може бити реализован (Penfield, 1959).

Следећа фаза мишљења означава се као фаза разраде опште стратегије мишљења, фаза у којој се формира општа шема или начин решавања проблема и у којој се врши одабирање једног од алтернативних путева решења задатка. Овде је нужно подсећање да сваки задатак неизбежно претпоставља мрежу алтернатива од којих субјект бира само једну полазећи од карактера веза које се крију иза *значења речи* (вишеслојне везе значења речи које учествују у свим формама мишљења условљавају вероватну структуру процеса мишљења). Процес анализе услова задатка и избора одређеног решења од мноштва могућих представља психолошку суштину процеса мишљења у коме се користе различити кодови (језички, бројчани, логички). Постојање унутрашњих кодова који представљају оперативну основу „умне делатности“ представља основу извршавања мисаоних операција. Коришћење кодова доводи субјекта до решења задатка, проналажење одговора који је задатак поставио, до поређења решења са полазним условима задатка (Chomsky,1968).

Процес решавања аритметичких задатака разматра се у неуропсихологији као најочигледнији модел вербално-логичког (дискурзивног) мишљења. Овај облик мишљења долази до изражаја и у процесу класификације појмова, у процесу проналажења аналогија, у процесима логичког закључивања на основу силогизама и слично. Способност извођења рачунских операција подразумева ангажовање многих когнитивних функција Когнитивне операције у аритметици идентичне су са оним операцијама које се користе приликом обраде других врста симбола као што је читање речи или разумевање логичких релација. Когнитивна обрада броја највероватније се одвија на два начина: директним визуелним приступом до лексичко-нумеричког репертоара и на индиректан начин путем фонолошког процесирања. Бројке слично словима или речима морају бити претходно примљене као појединачне јединице одређеног значења и као ортографски или идиографски симболи. Нумеричке информације се затим задржавају у радној меморији и централном егзекутивном систему а затим у жижи активне пажње. Бројеви и рачунске операције, репрезентоване су највероватније, одвојено. Изражавање математичког знања одиграва се путем говорне активности или путем ангажовања графомоторних функција (Оцић, 1998).

Вештина бројања почива на појму броја као мери квантитета, знању о релацији између већег и мањег и појму множине. Сва три концепта се изражавају *синтаксичким функцијама језика.* Аритметичке операције се изражавају применом синтаксичких правила уз употребу устаљеног система лексичко-семантичких јединица. Способност рачунања је, дакле, облик језичког понашања. У математици, широко коришћен децимални систем садржи 9 симбола, 0 означава ништа. Вредност сложених бројева се мења у зависности од њихове просторне позиције, а математичке операције одређене су делом и просторним фактором. Јасно је, дакле, да изражавање математичког знања, нарочито писаним путем, представља и облик визуоспацијалног понашања. Из тога проистиче да су два основна вида људских способности, језичко и просторно, уграђена у стечену, научену способност рачунања. Из тог разлога, у анатомскофункционалној организацији процеса решавања аритметичких задатака, учествују обе мождане хемисфере с тим што је важно нагласити да доминантна улога припада левој хемисфери (Campbell, 1994)

У раду са децом могу се јавити различити проблеми који онемогућавају решење задатка: недостатак мотива да се задатак решава, тешкоће да се задатак запамти, тешкоће да се инхибира импулсивно реаговање и да први одговор који пада на памет-без претходне оријентације у условима задатка, тешкоће у стварању хипотеза, тешкоће да се користе кодови и операције, пореде резултати са почетним условима задатка итд. Све ове тешкоће могу бити повезане са незрелошћу одређених делова мозга и целокупне мождане организације (Kinsbourne, 2001).

Најважније питање у овом контексту јесте, дакле, питање можданих система који учествују у стварању најсложенијих, интелектуалних форми психичке делатности човека као што је решавање аритметичких задатака. Извршимо најпре, анализу мисаоног процеса који лежи у основи решавања аритметичких задатака ослањајући се на Луријин модел анализе овог процеса (Луриа, 1976).

Неуропсихолошка анализа процеса решавања аритметичких задатака

Решавање аритметичког задатка као и решавање било ког проблема полази од циља који је најчешће формулисан у облику питања и захтева оријентацију у условима задатка. Анализа услова задатка и датих података условљава стварање одређених шема решавања задатка, или, како се то другачије каже, условљава стварање хипотеза о начину решавања задатка (стварање стратегија). Применом одговарајуће стратегије или испробавањем одређене хипотезе долази се до решења задатка. Процес решавања задатка завршава се поређењем добијеног резултата са условима задатка и постављеним циљем у оном случају када постоји усаглашеност пронађеног решења и услова задатка. Неусаглашеност, неподударност пронађеног решења и услова задатка доводи до враћања на почетну позицију и до обнављања трагања за новом хипотезом о начину решавања задатка.

Наравно, аритметички задаци могу имати различиту сложеност, почев од најједноставнијих па до задатака који имају веома сложену структуру. Најједноставнији задатак типа „ Анђела је имала 5 а Ана 3 јабуке. Колико оне имају заједно јабука?, захтева мисаони процес од само једне акције и употребу најједноставнијег алгоритма решавања.

Сложенија варијанта тог задатка: „Анђела је имала 5 јабука а Ана 2 пута више. Колико јабука имају заједно?“ захтева обављање једне међуоперације која није експлицитно дата нити формулисана. Процес решавања овог задатка одвија се у две етапе.

Још сложенији су задаци са алгоритмовима који захтевају извршавање програма који се састоји од низа поступних беочуга или међуоперација. У такве спадају задаци који захтевају прекодирање услова и увођење нових елемената као што је на пример задатак: „ На две полице било је 18 књига; на једној од њих било је 2 пута више књига него на другој; колико је књига било на свакој полици. За решавање таквог задатка потребно је поред полазних података („2 полице“) уочити и помоћне податке („3 дела“) са даљим израчунавањем броја књига које долазе на сваки од помоћних делова.

Још већу сложеност представљају задаци који су означени као „конфликтни“ где правилан пут решавања претпоставља одбацивање начина решавања који се непосредно намеће: „ Свећа је дугачка 15 сантиметара, сенка од свеће дужа је од саме свеће за 45 сантиметара, колико је пута сенка дужа од свеће“. Овде тенденција да се обави прва операција дељења мора бити задржана и замењена сложенијом операцијом.

Неуробиолошки основ процеса решавања аритметичких задатака

У неуропсихолошком појмовном систему психички процеси се дефинишу као сложени функционални системи који су резултат симултаног функционисања мноштва комплексних можданих система. За остваривање било ког облика психичке делатности, у које свакако спада и решавање аритметичких задатака, неопходно је учешће три основна функционална блока мозга и то:

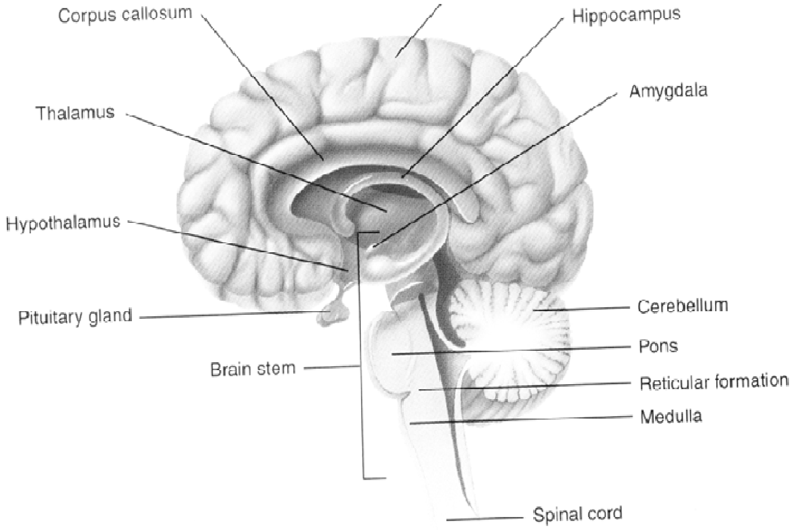
1. Блок који обезбеђује регулисање тонуса или будности
2. Блок пријема, обраде и чувања информација које долазе из средине
3. Блок програмирања регулисања и контроле психичке делатности

Сваки од три основна блока поседује хијерархијску структуру и састоји се од најмање три зоне мождане коре надграђене, једна над другом: примарне (или пројекционе) у коју стижу импулси са периферије или одакле се упућују импулси према периферији; секундарне (пројекционо-асоцијативне) у којој се обавља обрада примљене информације или се припремају одговарајући програми и, на крају, терцијалне („зона препокривања“) која представља апарате великих хемисфера који се онтогенетски и филогенетски најкасније развијају и који обезбеђују најсложеније форме психичке делатности за који је потребан заједнички рад многих зона мождане коре (Luria, 1976).

Блок регулисања тонуса и стања будности је први функционални блок који обезбеђује стање будности које је неопходно да би се несметано одвијао пуновредан ток психичких процеса. Само у оптималном стању будности човек може да прима и обрађује информације, изазива у сећању потребне податке, планира и програмира своју делатност и остварује контролу тока својих психичких процеса коригујући грешке и истовремено чувајући ток и усмереност своје делатности.

О томе да ли је за остваривање организоване усмерене психичке делатности неопходно одржавати оптимални тонус коре великог мозга говорио је још И.П.Павлов који је хипотетички тврдио да бисмо могли да видимо „светлу мрљу“ која се премешта по кори великог мозга упоредо са преласком од једне психичке активности на другу, а која представља тачку оптималне ексцитације, када бисмо могли да видимо како се шири ексцитација по кори мозга у стању будности (што је данас и могуће видети захваљујући савременој компјутеризованој томографији или магнетној резонанци) (Ellis, 1988).

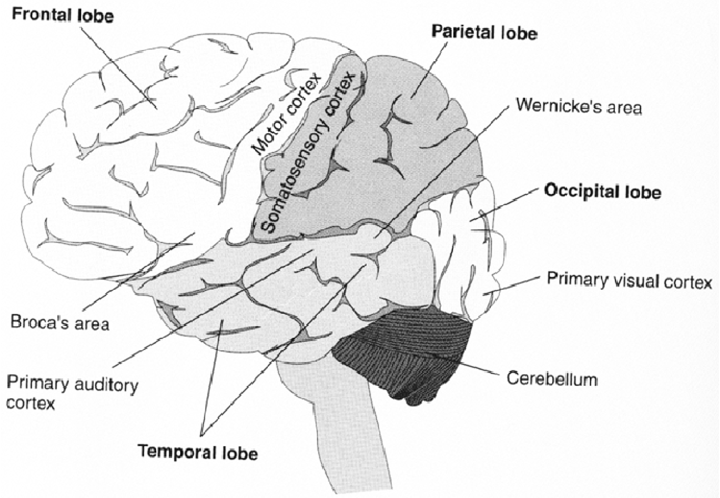
Најважније откриће у овом контексту јесте откриће чињенице да мождане структуре које обезбеђују и регулишу тонус коре не морају да се налазе у самој кори мозга већ у деловима мозга који се налазе у субкортикалним формацијама и можданом стаблу. Ови делови мозга су повезани са кором на такав начин да утичу на кору подижући њен тонус али истовремено трпе регулишући утицај коре. Посебна нервна формација која се налази у можданом стаблу, која мења њен тонус и обезбеђује будност јесте ретикуларна формација.



Слика 1. Делови мозга (reticular formation)

Како човек живи у средини која се стално мења неопходна је непрестана оријентација на услове средине и напето стање будности. Ретикуларна формација обезбеђује ту будност која представља основ сазнајне делатности. Међутим, извори сазнајне активности човека нису везани само за пријем информација из спољашње средине већ и за намерну и планску активност. Намере и планови, перспективе и програми који се формирају у свести човека социјални су по својој природи и остварују се уз активно учешће говора. Свака замисао која је формулисана говором, усмерава ка одређеном циљу и покреће читав низ активности усмерених ка остваривању циљ. Ове сложене активности остварују се захваљујући везама између виших делова коре великог мозга и ретикуларне формације.

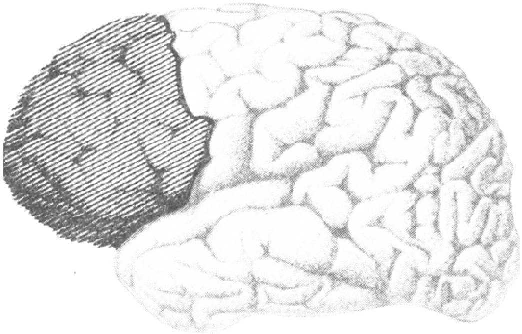
Блок пријема, обраде и чувања информација је други функционални блок чија је основна функција пријем, обрада и чување информација.Овај блок обухвата визуелне (потиљачне), аудитивне (слепоочне) и соматосензорне (темене) области коре великог мозга. Делови коре великог мозга који припадају овом функционалном блоку прилагођени су пријему надражаја који долазе у мозак из екстерорецептора (вид, слух, додир итд) и њиховој обради и чувању. Сазнајна делатност човека, важно је напоменути не ослања се само на један изоловани модалитет (вид, слух, додир) већ је увек резултат заједничког рада целог система зона коре великог мозга. Заједнички рад целе групе анализатора обезбеђују и носе терцијалне зоне коре великог мозга или зоне препокривања (асоцијативне зоне) како се често називају. Те зоне се налазе на тромеђи потиљачног, слепоочног и теменог дела коре великог мозга и сматрају се специфично људским можданим формацијама (Ajuriaguerra J. 1960).



Слика 2. Локализација главних асоцијативних региона (бели круг покрива приближну локализацију parietal-occipital-temporal тромеђу-зону препокривања)

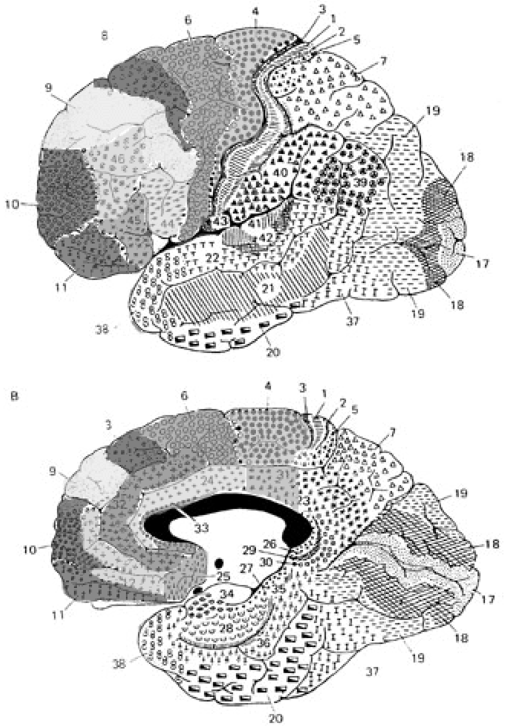
Parijetalno-okcipitalno-temporalno (темено-потиљачно-слепоочно) асоцијативно подручје има функцију интеграције стимулуса који долазе из различитих анализатора, али и функцију која омогућава прелазак од нивоа непосредне очигледне синтезе на ниво симболичких процеса, на operисање са значењем речи, сложеним граматичким и логичким структурама, са системима бројева и апстрактним односима. Ове зоне су, дакле, неопходне за претварање очигледног опажања у апстрактно мишљење, посредством унутрашњих шема и за очување у памћењу организованог искуства. Овде је важно нагласити и појаву латерализације која код човека представља важан принцип функционалне организације мозга. Лева хемисфера игра доминантну улогу у можданој организацији самих процеса говора као и у можданој организацији свих виших форми психичке делатности које су повезане са говором (категоријалног мишљења, активног говорног памћења, логичког мишљења итд.)

Блок програмирања, регулисања и контроле сложених форми делатности Трећи функционални блок мозга омогућава организацију активне и свесне психичке делатности. Човек није пасивно, реактивно биће које само одговара на стимулусе из спољашње средине, већ биће које планира и програмира своје акције, прати њихово остваривање и регулише своје понашање усаглашавајући га са плановима и програмима. Чеони режањ или чеона област коре великог мозга човека обухвата велики део можданог омотача, чак једну трећину мождане коре. Дели се на четири регије од којих је једна префронтална регија. Префронтални кортекс који се третира као асоцијативна (терцијална) зона је касна еволутивна творевина која се посебно развила код човека. Поред сложености структура, ове области се одликују и комплексношћу веза које остварују са другим деловима мозга. Префронтална област мозга има најбогатији систем веза са свим другим деловима мозга као и са ретикуларном формацијом (први функционални блок). Захваљујући двоструком карактеру тих веза могуће је регулаторно дејство ових региона мозга у односу на све друге структуре. Осим тога, ове области добијају импулсе од првог функционалног блока „напајајући се“ од њега, док истовремено оне врше интензивни модулациони утицај на формације ретикуларне формације дајући њеним активирајућим импулсима диференцирани карактер и усаглашавајући их са оним динамичким шемама понашања које се формирају непосредно у чеоној кори мозга. (Луриа, 1976).



Слика 3. Префронтални региони мозга

Као што је познато, префронтални региони мозга човека су много развијенији него код било које друге животињске врсте. Особеност човекове свесне делатности јесте одвијање те делатности уз најактивније учешће говора. Програматорски, регулациони и контролни утицаји префронталних области мозга односе се пре свега на оне форме свесне делатности које се остварују уз најактивније учешће говорних процеса.



Слика 4. Фронтални режањ (слика горе) са префронталном кором (слика доле)

Посебна и веома важна улога префронталних региона састоји се у регулисању и контроли свесног понашања. Концепт егзекутивних функција везује се последњих година за контролне функције префронталних региона мозга. Појам „егзекутивне функције“ (ЕФ) је у употреби од деведесетих година прошлог века и подразумева функције иницијације, организације, инхибиције ирелевантних активности и верификације акција, дакле, функције контроле сопствене активности. Овако дефинисане егзекутивне функције префронталних региона од 2000. године верификоване су помоћу и PET и fMRI. Било да су изражене кроз концепт егзекутивних функција (Lezak, 1995), супервизорског система праћења (Shallice,1989.), система програмирања, регулисања и контроле сложених форми делатности (Lurija, 1976.), функције као што су циљем усмерена селективност пажње, радна меморија, контрола дистракција, одржавање пажње, фокусирање и флексибилност, представљају основ интенционалног понашања, остваривања намера и било које циљем усмерене активности.

Анализирајући активности које су неопходне да би се решавали аритметички задаци различитог нивоа сложености, може се јасно уочити како се усложњавају потребни мисаони процеси који су неопходни за решавање сваког од типова задатака. Оваква анализа омогућава неуропсихолозима праћење промена које се догађају у процесу решавања задатака приликом дисфункција појединих можданих система и закључке о можданој организацији овог сложеног процеса.

Код поремећаја функција *леве слепоочне области* долази до поремећаја акустичко-вербалног памћења што изазива тешкоће задржавања услова задатка који је задат усмено и немогућности да се у процес решавања укључе неопходне вербалне међурадње. Особе са озледама ових делова мозга имају озбиљне тешкоће у решавању и наједноставнијих задатака који су задати усмено док се нешто боље сналазе у ситуацијама кад је задатак написан мада и у тим ситуацијама имају тешкоће у извршавању серије дискурзивних акција због неопходности укључивања вербалних операција које су неопходне у решавању ових задатака а које код њих изостају.

Сасвим другачије потешкоће настају у ситуацијама када дође до поремећаја у раду *леве темено-потиљачне области*. У тим случајевима настаје распадање симултаних просторних синтеза које се испољавају и у непосредном очигледном понашању и у симболичној сфери. Као последица настају и логичко-граматичке и бројчане операције постају недоступне и ти дефекти у потпуности ометају нормалан ток решавања сложених задатака. У оваквим случајевима општи смисао задатка често остаје код тих болесника релативно очуван. Они никада не губе коначно питање задатка и активно покушавају да пронађу пут до његовог решавања, међутим, схватање сложених логичко-граматичких структура за њих остаје недоступно а и најмање сложене аритметичке операције за њих представљају несавладиву препреку. На пример, елементарни логички услови као што су у задатку :“ Дамјан има 2 јабуке више од Вељка“ или „ Анђела има два пута више јабука од Вељка“ „Анђела има две јабуке више од Вељка“ су несавладива препрека за ове особе. Њихово понашање кад покушавају да реше задатак личи на низ међусобно неповезаних покушаја као на пример: „ Анђела има јабуке ...два пута....Вељко има....“. Сстем логичких веза које се налазе у условима задатка остају потпуно недоступни оваквим особама иако је њихова намера да реше задатак у потпуности очувана.

При озледама *префронталних региона мозга* интелектуална делатност се ремети на потпуно другачији начин. За разлику од претходних, особе са овим озледама задати текст задатка не прихватају као задатак, тј. не виде га као систем елемената потчињених услову. То постаје очигледно већ на самом почетку из збуњености особе која не може да схвати задатак већ понавља основне елементе задатка. На пример у контакту са задатком типа: „ На две полице је било укупно 18 књига. На једној полици је било 2 пута више књига него на другој, колико књига је било на свакој полици?“ понавља : „ На једној полици било је 18 књига...и на другој је било 18 књига...“ Јасно је да код особа са овом врстом повреда не постоји свест о постојању проблема (задатка) нити, самим тим намере да задатак решавају из чега проистиче да понашање ових особа у контакту са проблемом нема карактеристике интелектуалне делатности. Постоји још један облик понашања карактеристичан за особе са овим типом озледе а то је импулсивност. У контакту са задатком они одмах крећу у „решавање“ без икакве анализе услова задатка или било какве оријентације у условима задатка. Такво понашање се своди на низ фрагментарних и неповезаних операција, које, с обзиром да нису у вези са условима задатка, изгледају као да су лишене сваког смисла. Пример таквих бесмислених операција изгледа овако:“ На две полице има 18 књига, на другој 2 пута више, значи 36...пошто су 2 полице значи 36 +18 јесте 54...“ Дакле, без обзира на потпуну очуваност схватања логичко-граматичких структура и рачунских операција, решавање аритметичких задатака бива потпуно онемогућено оваквим особама. Важно је још додати да особе са озледама префронталних региона мозга ни једног тренутка нису свесне потпуне бесмислености одговора које дају. Решавање „конфликтних“задатака је потпуно недоступно овим особама: на задатак типа“ Свећа је дугачка 15 см., сенка од свеће дужа је од ње 45 см., колико је пута сенка дужа од свеће“ реагују тако што одмах одговарају „три пута“ и чак и уз помоћна питања нису у стању да схвате у чему греше.

Неуропсихолошка анализа, дакле, указује да први функционални блок омогућава неопходни ниво будности и усмеравање пажње на услове задатка, да задње области великих хемисфера које улазе у састав другог функционалног блока мозга, обезбеђују оперативне услове извршавања мисаоне делатности неопходне за решавање аритметичких задатака а да предње, чеоне области коре великог мозга које улазе у састав трећег функционалног блока, обезбеђују услове неопходне за организацију интелектуалне делатности у целости са програмирањем интелектуалног акта и контролом његовог извршења.

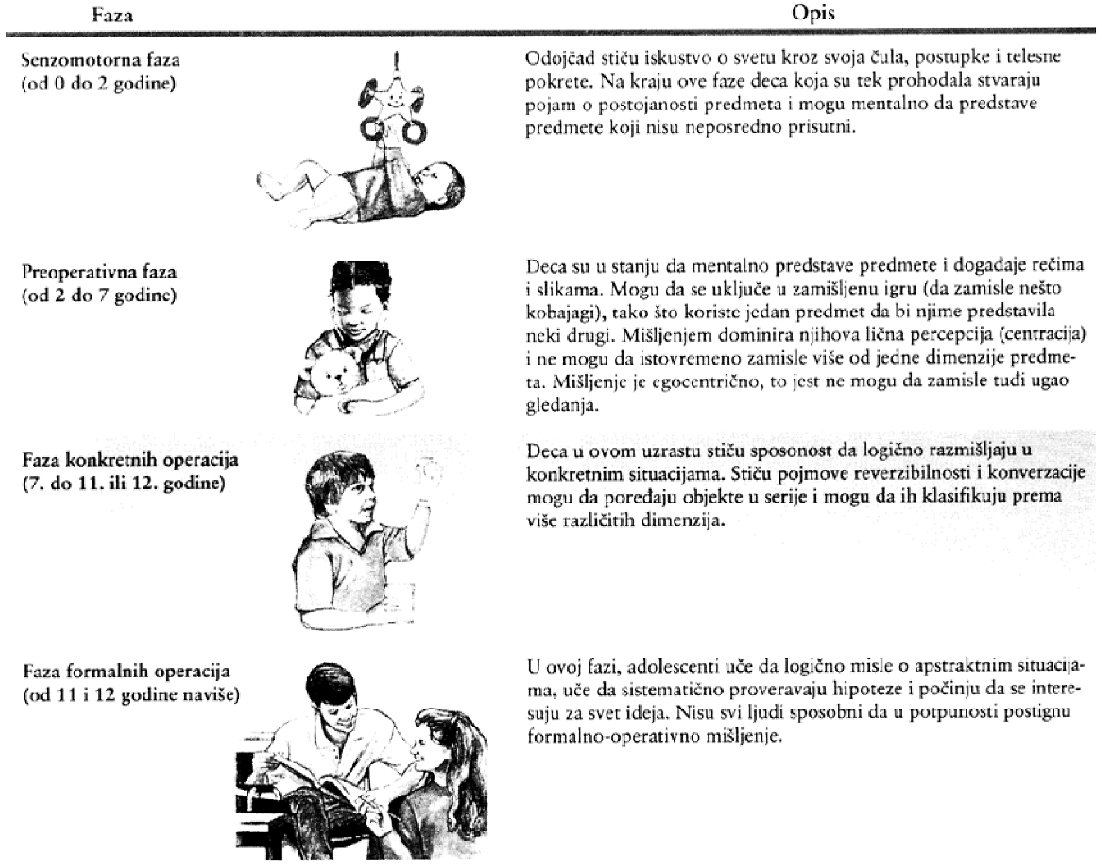
Упоредни приказ когнитивног развоја и развоја нервних структура

Неоспорно, интелектуална делатност се усложњава паралелно са сазревањем можданих структура и паралелно са узрастом. Подсетимо се да неки елементи способности извођења рачунских операција као што су препознавање бројности и количине запажају се и код деце предшколског узраста као и код одраслих особа без формалног образовања. У периоду раног развоја бројање је сведено на мале нумеричке вредности и повезано је са истовременим показивањем одговарајућег броја прстију на руци. Овај вид понашања је заједнички за различите врсте култура, како савремених тако и античких.[30] Онтогенетски развој пружа увид у повезаност развоја математичког мишљења и мождане организације која учествује у његовој реализацији. У другој години живота дете је у стању да препозна број један и два и да користећи прсте покаже количину користећи притом и називе за бројеве. До треће године дете стиче знања о два основна принципа рачунања 1.) принцип један за један : сваки објект из неког низа везан је за одговарајући назив броја и 2) принцип стабилног редоследа: сваки назив одговара одређеном броју који има устаљену позицију у серији бројева. Међутим, на овом узрасту, деца не схватају да последњи број у низу изражава укупну квантитативну вредност нечега. Знање о суштинској вредности броја предмета у неком скупу остварује се од треће до пете године у границама малих бројева. У овом периоду, дете открива да додавањем новог члана неком скупу, новим бројем треба изразити величину скупа, с обзиром да је постао већи. Способност сабирања и одузимања успоставља се у првој и другој години школског узраста а множења и дељења од друге до пете године основног образовања. Математичке способности су директно повезане са образовањем (Langer, 2006).

С друге стране, неуропсихолошка истраживања су недвосмислено утврдила постојање паралелизма између усложњавања интелектуалне делатности (која је ангажована и у процесу решавања аритметичких задатака) и сазревања можданих структура које су повезане са тим функцијама. Сам Пијаже (*Piaget)* је упозоравао на потребу једне овакве анализе, али је сматрао да „ неуролози, за сада, не успевају да пронађу стабилне знаке сазревања нервног система који би одговарали кључним узрастима од 7-8 и 11-12 година". Међутим, извођење једне такве анализе је сасвим могуће, као што је могуће и дефинисати паралелизам или узајамну повезаност између сазревања структура централног нервног система и фаза развоја когнитивних процеса према Пијажеу (Bojanin, 1986). Ако се подаци о повезаности оштећења нервног система доведу у везу са когнитивним дисфункцијама (о чему је било речи) може се видети да је интелектуална делатност јасно повезана са асоцијативним функцијама коре великог мозга, најпре са префронталним регионима. Сложена интелектуална активност каква је потребна за решавање сложених аритметичких задатака свакако није могућа пре сазревања ових области. Али, шта је показатељ њиховог сазревања?

---

[30] Удружена појава акалкулије (губитак или поремећај способности рачунања услед можданих озледа) и агнозије прстију (незнање-непрепознавање сопствених прстију) у неуролошком поремећају који се зове Герстманов синдром указује на њихову заједничку анатомскофункционалну основу. Осим тога, у многим језицима реч која означава број (у енглеском „digit"у шпанском „digito") потиче од латинске речи „digitus"која истовремено означава и прст и појам броја. Антрополошки гледано, децимални систем у математици, можда има анатомско порекло.



Faza	Opis
Senzomotorna faza (od 0 do 2 godine)	Odojčad stiču iskustvo o svetu kroz svoja čula, postupke i telesne pokrete. Na kraju ove faze deca koja su tek prohodala stvaraju pojam o postojanosti predmeta i mogu mentalno da predstave predmete koji nisu neposredno prisutni.
Preoperativna faza (od 2 do 7 godine)	Deca su u stanju da mentalno predstave predmete i događaje rečima i slikama. Mogu da se uključe u zamišljenu igru (da zamisle nešto kobajagi), tako što koriste jedan predmet da bi njime predstavila neki drugi. Mišljenjem dominira njihova lična percepcija (centracija) i ne mogu da istovremeno zamisle više od jedne dimenzije predmeta. Mišljenje je egocentrično, to jest ne mogu da zamisle tuđi ugao gledanja.
Faza konkretnih operacija (7. do 11. ili 12. godine)	Deca u ovom uzrastu stiču sposonost da logično razmišljaju u konkretnim situacijama. Stiču pojmove reverzibilnosti i konverzacije mogu da poređaju objekte u serije i mogu da ih klasifikuju prema više različitih dimenzija.
Faza formalnih operacija (od 11 i 12 godine naviše)	U ovoj fazi, adolescenti uče da logično misle o apstraktnim situacijama, uče da sistematično proveravaju hipoteze i počinju da se interesuju za svet ideja. Nisu svi ljudi sposobni da u potpunosti postignu formalno-operativno mišljenje.

Слика 5. Фазе когнитивног развоја по Пијажеу (Piaget, 1995)

Главни показатељи сазревања нервног система су процеси мијелинизације и синаптогенезе. Мијелинизација је главни услов за дефинисање специфичних функција сваког неурона у неуронским сноповима. Мијелинизација служи у неуропсихологији као међаш који обележава фазе развоја психичких способности које су повезане за функционалним стањем нервног система. Мијелин чини да влакна која обавија могу да развију сасвим самосталне активности.[31] Дакле, мијелинизација се догађа упоредо са сазревањем функција мијелинизованих неурона, условљавајући те функције. На нивоу кортекса формирање мијелинског омотача прати филогентски развој, што значи, да започиње од најстаријих према филогенетски млађим областима. Онтогенетски посматрано мијелинизују прво најмање сложене кортикалне области да би се процес наставио захватајући све сложеније кортикалне пределе, укључујући све шире асоцијативне области и везе све до краја адолесценције (Krstić, 1999.).

Оно што је у овом контексту важно нагласити а *то је поклапање, увремењеност (timing) циклуса мијелинизације (и као што се може видети из даљег текста и синаптогенезе) дугих влакана која повезују асоцијативне зоне коре великог мозга и значајних скокова у когнитивном развоју према Пијажеовој теорији.*

---

[31] Мијелински омотач неуронских снопова сачињена од мјелина Мијелин чини око 70-85% липида и око 15-30% протеина.

Повезаност се може видети и у сазревању појединих можданих региона: најкасније мијелинизују префронталне области што се поклапа са касним сазревањем функција програмирања, регулисања и контроле сложених форми интелектуалне делатности. Мијелинизација асоцијативних путева и асоцијативних области коре великог мозга траје тим дуже што сложеност функција нервног система бива све већа. Свако могуће стимулисање мијелинизације врши се преко стимулисања акције коју организују одређене нервне структуре.

Други показатељ развоја нервног система је синаптогенеза. Синаптогенеза је процес формирања синапси. Када један аксон[32] достигне свој специфични циљ („таргет неурон"), он формира синапсу са његовим дендритима. У церебралном развоју се најпре формира превелик број аксона а само неки од њих могу да остваре успешну синаптичку везу. Најчешћа хипотеза која објашњава ову појаву јесте хипотеза да је компетиција неурона за функционалне везе вероватно један од узрока каснијег изумирања неурона („ћелијска смрт") јер неке ћелије остају без неопходне стимулације коју би им обезбедила успостављена синаптичка веза. Дакле, парадоксално, у развоју нервног система најпре се формира велики број синаптичких веза, број који далеко надмашује број синапси код одраслог човека, да би се постепено кроз процес синаптичке елиминације овај број смањивао и на крају достигао стабилан одрасли ниво (Cowan, 1979). Изумирање неурона и елиминација синапси јесу процеси карактеристични за постнатални развој. Процеси настајања дендрита и аксона трају бар до четврте године детета и представљају главни узрок раста можданe масе и површине кортекса. Синаптогенеза такође траје тако да синаптичка густина у неким кортикалним областима практично до адолесценције остаје двоструко већа него код одраслих, праћена процесима синаптичке стабилизације и елиминације, процесима стабилизације и изумирања неурона. Зависно од врсте, током процеса синаптичке консолидације може да изумре 15-85% почетног броја неурона (процењено је да се код људи током детињства број првобитно створених неурона умањује за око 30-50%). Трајање појединих процеса зависи од тога која је мождана област у питању. На пример, испитивања визуелног кортекса показала су да синаптичка густина убрзано расте почевши од другог месеца после рођења, достижући вредности које постоје код одраслих негде око петог месеца. Период синаптичке „ хиперпродукције" траје још око три до пет месеци. Током следећих месеци и година везе се постепено елиминишу да би се број синапси умањио до стабилног нивоа као код одраслих негде око десете године живота. С друге стране, што је у овом контексту веома важно, *густина неурона у префронталним пределима не достиже одрасли ниво пре седме године живота а процеси синаптичке консолидације трају све време адолесценције* (Huttenlocher, 1991).

Дакле, показатељи сазревања нервног система показују значајно поклапање са фазама сазревања когнитивних функција. Анализа могућности сензомоторних

---

[32] Аксон је дугачки неуронски продужетак : нервна ћелија или неурон има више кратких продужетака у облику крошње дрвета-дендрити и најчешће један дугачак који се назива аксон или неурит на чијем се крају налазе малени „пипци"преко којих се успоставља спој са другом нервном ћелијом: Тај спој се назива синапса.

активности и њихово поређење са нивоом сазревања нервног система указују да дете на узрасту до друге године управо паралелно са мијелинизацијом и синаптогенезом моторних зона коре великог мозга и општим повећањем дебљине коре великог мозга, ослобађа покрет и усложњава сензомоторну активност као и представљање објеката који нису непосредно присутни. Потребно је да се достигне одређени ниво дебљине кортекса, што се догађа током прве две године живота, да би се превазишао сензомоторни ниво и ниво елементарних представа, да би дете стабилизовало ход, проговорило и да би се отвориле могућности за следећу фазу развоја. Сажимање искустава сензомоторног периода и нагло бујање мијелинизације и развоја синаптичких веза које се догађа током прве две године живота, оспособљава кору великог мозга за функције одвајања од конкретног, непосредно датог и отвара пут за даљи развој представа, појмова, конкретног мишљења, решавања математичких задатка на нивоу малих бројева.

У периоду појаве мисаоних операција и логичког мишљења, на узрасту од 7 -8 године, установљене су значајне манифестације промена саме структуре мождане коре. На овом узрасту се дефинитивно устаљује и свесно сазнање о латерализованости тела и простора, што указује на фиксацију доминације хемисфера за поједине активности што се не догађа само као чин просте сумације искустава већ као последица битних промена у одређеним синаптичким структурама хемисфера мозга. Ова коначна фиксираност латерализације подстакнута је свакако и срединским чиниоцима (похађањем предшколских установа, школе, учења писања и рачунања и др). Појава логичког мишљења на овом узрасту говори о томе да је кортикална структура претрпела битан скок у свом развоју и развоју функција за које је одговорна.

Следећи период се догађа са преласком на способност вршења операција на апстрактном нивоу. То је доба око једанаест године живота а, подсетимо, мијелинизација асоцијативних зона коре великог мозга, нарочито префронталних региона у то време достиже значајан ниво. О квалитативној промени структуре и функције кортекса пред саму појаву апстрактног мишљења говори чињеница да се не могу обновити функције које су страдале неком можданом озледом после десете године живота. То значи да је до десете године живота у значајној мери дефинисана функционална организација мождане коре. Процес мијелинизације се наставља у асоцијативним областима коре током читаве адолесценције (према неким сазнањима и касније) (Goldman-Rakić, 1987).

На крају, важно је нагласити да срединскичиниоци утичу на процесе мијелинизације и синаптогенезе, дакле, на саму структуру неурона. Спољашњи стимулуси (спољни „инпут“) имају улогу „финог штимера“ неуралне а самим тим, паралелно и когнитивне структуре. Постојање критичних периода за развој одређене способности може се објаснити овим концептом. Постоји више емпиријских налаза који потврђују међусобну условљеност церебралног сазревања и увремењене спољашње стимулације. Из тога проистиче да је развој у својој основи резултат интеракције биолошке-генетичке предодређености (сазревање нервног система) и социјалне стимулације. Примера ради, за организацију оних веза видног кортекса које су неопходне за бинокуларни вид, предуслов је рано визуелно искуство исто као што је за развој вербалних способности неопходна вербална стимулација и живот у подстицајној средини. Ипак, општа подложност неуралног ткива модификацијама под утицајем социјалне стимулације није ограничена само на „критични период". Сам ток неуралног и паралелно са њим когнитивног сазревања није линеаран што значи да пре него што почне да се јавља један облик понашања, мора најпре да буде достигнут одређен критични ниво неуралног раста и организације. Испод тог прага одређено понашање је немогуће (Segalowits, 1992). У том смислу може се говорити и о међузависности сазревања нервних структура и дискурзивног мишљења које је основ решавања аритметичких задатака. За решавање задатака одређене сложености неопходан је одређени ниво зрелости кортикалних структура а за сазревање ових неуралних структура неопходна је срединска стимулација у облику учења и вежбања аритметичких задатака.

Завршна разматрања

Основно питање у овом контексту јесте питање да ли различите врсте мишљења и решавања проблема ангажују различите области можданог кортекса и, конкретно, које се мождане области ангажују у процесу решавања аритметичких задатака који се у оквиру неуропсихолошког система појмова као успешни модел дискурзивног (вербално-логичког) мишљења. Овај облик мишљења долази до изражаја и у процесу класификације појмова, у процесу проналажења аналогија, у процесима логичког закључивања на основу силогизама и слично. Способност извођења рачунских операција подразумева ангажовање многих когнитивних функција Когнитивне операције у аритметици идентичне су са оним операцијама које се користе приликом обраде других врста симбола као што је читање речи или разумевање логичких релација. Когнитивна обрада броја највероватније се одвија на два начина: директним визуелним приступом до лексичко-нумеричког репертоара и на индиректан начин путем фонолошког процесирања. Бројке слично словима или речима морају бити претходно примљене као појединачне јединице одређеног значења и као ортографски или идиографски симболи. Нумеричке информације се затим задржавају у радној меморији и централном егзекутивном систему а затим у жижи активне пажње. Бројеви и рачунске операције, репрезентоване су највероватније, одвојено. Изражавање математичког знања одиграва се путем говорне активности или путем ангажовања графомоторних функција. Вештина бројања почива на појму броја као мери квантитета, знању о релацији између већег и мањег и појму множине. Сва три концепта се изражавају *синтаксичким функцијама језика.* Аритметичке операције се изражавају применом синтаксичких правила уз употребу устаљеног система лексичко-семантичких јединица. Способност рачунања је, дакле, облик језичког понашања. Изражавање математичког знања, нарочито писаним путем, представља и облик визуоспацијалног понашања. Из тога проистиче да су два основна вида људских способности, језичко и просторно, уграђена у стечену, научену способност рачунања. Из тог разлога, у анатомскофункционалној организацији процеса решавања аритметичких задатака, учествују обе мождане хемисфере с тим што је важно нагласити да доминантна улога припада левој хемисфери. Неуропсихолошка истраживања последњих сто година довела су до потврде тезе о специфичним функцијама појединих делова мождане коре а најновија и указују на већи значај префронталних региона коре великог мозга и слепоочно-темено-потиљачне тромеђе нарочито леве хемисфере у процесима дискурзивног мишљења. Неуропсихолошка анализа указује да задње области великих хемисфера које улазе у састав другог функционалног блока мозга, обезбеђују оперативне услове извршавања мисаоне делатности а да предње, чеоне области коре великог мозга које улазе у састав трећег функционалног блока, обезбеђују услове неопходне за организацију интелектуалне делатности у целости са програмирањем интелектуалног акта и контролом његовог извршења које улазе у њен састав. Неуропсихолошка истраживања су утврдила и постојање паралелизма између усложњавања интелектуалне делатности (која је ангажована и у процесу решавања аритметичких задатака) и сазревања можданих структура које су повезане са тим функцијама. Сам Пијаже (*Piaget)* је упозоравао на потребу једне овакве анализе која је данас могућа захваљујући показатељима сазревања неуралних структура као што су процеси мијелинизације и синаптогенезе. На крају, важно је нагласити да средински чиниоци утичу на процесе мијелинизације и синаптогенезе, дакле, на саму структуру неурона. Спољашњи стимулуси (спољни „инпут") имају улогу „финог штимера" неуралне а самим тим, паралелно и когнитивне структуре. У том смислу може се говорити и о међузависности сазревања нервних структура и дискурзивног мишљења које је основ решавања аритметичких задатака. За решавање задатака одређене сложености неопходан је одређени ниво зрелости кортикалних структура а за сазревање ових неуралних структура неопходна је срединска стимулација у облику учења и вежбања аритметичких задатака.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Alkon D. L. (1987): *Memory traces in the Brain.* Oxford Univrsity Press, Oxford

[2] Ajuriaguerra J.&Hecaen H. (1960) : *Le cortex cerebral*. Masson. Paris,

[3] Baddeley A. D. (1990): *Human Memory: Theory and Practice*. LEA, Howe

[4] Bojanin S. (1986): *Neuropsihologija razvojnog doba i opšti reedukativni metod*. Zavod za udžbenike. Beograd

[5] Cowan W.M. (1979): *The development of the brain.* U: Flanagan D. (ED): The Brain. W.M. Freeman, New York.

[6] Campbell J. (1994): *Architectures for numerical cognition*. Uneversity Press. New York

[7] Chomsky N. (1968): *Language and mind*, Harcourt, New York

[8] Ellis, A. W.& Young, A.W. (1988): *Human Cognitive neuropsychology.* Lawrence Erlbaum, London

[9] Fuster J. M. (1988): *The prefrontal kortex: Anatomy, physiology and neuropsyhology of frontal lobe*. Raven Press. New York.

[10] Goldman-Rakić P. S., Isseroff A., Schwartz M. L., Bugler N. H., (1987): *The neurobiology of cognitive development.* In Haith M. M., Campos J. J (Eds*), Infancy and developmental* Psychology, Vol. II of Mussen P. H. (Ed.), Hand Book of Child Psychology. New York: Wiley, pp. 281-344.

[11] Huttenlocher P. R. (1991): *Synaptic elimination and plasticity in developing human cerebral cortex* Am. J. Ment. Defic.: 88; 488-496.

[12] Kinsbourne M. (2001): *Children's Learning and Attention problems.* Boston, MA: Little Brown.

[13] Krstić N. (1999): *Osnove razvojne neuropsihologije.* Institut za mentalno zdravlje. Beograd.

[14] Krstić N., Gojković M. (1994): *Uvod u neuropsihološku dijagnostiku*. SDPS - Centar za primenjenu psihologiju. Beograd.

[15] Langer J. (1986): *The origins of logic: One two years*. Academic Press. New York.

[16] Lezak M. D. (1995): *Neuropsychological Assessment*. Third Edition. New York: Oxford University Press.

[17] Luria A. R. (1961): *The role of speech in the regulation of normal and abnormal behavior.* New York: Liveright.

[18] Luria A. R. (1973): *The working brain.* London. Penguin.

[19] Luria A. R. (1976): *Osnovi neuropsihologije*. Nolit. Beograd.

[20] Neisser U. (1976): *Cognition and reality*. San Francisco: Freeman.

[21] Ocić G. (1998): *Klinička neuropsihologija.* Zavod za udžbenike i nastavna sredstva. Beograd.

[22] Penfield W, & Roberts L. (1959): *Speech and brain mechanisms*. Princeton University Press, Princeton

[23] Shallice T., (1989): *From neuropsychology to mental structure.* Cambridge university press, N. Y

[24] Vigotski S. L. (1996): *Problemi razvoja psihe*. Zavod za udžbenike i nastavna sredstva. Beograd.

Radmila Milovanovic

NEUROPSYCHOLOGICAL ANALYSIS OF THE PROCESS OF SOLVING ARITHMETIC TASKS

Summary: The process of solving of the arithmetic tasks is considered in neuropsychological system of terms as the successful model of the discursive thought. The work represents the attempt of the analysis of the psychological structure of the verbally- logical thought which engages in the process of solving the aritmetical tasks and the analysis of the brain systems which take part in the creating of these complex intellectual forms of the psychical activities. In the work one starts with the structural analysis of the demands in the process of solving arithmetic tasks so that those demands could connect with the work of certain brain systems and finally explain the connection of the psychical functions and neuron systems which take part in their realization. The work has the goal to explain the impossibility of solving certain type of tasks at certain ages with the immaturity of brain structures which take part in them and at the same time to point to the importance of the learning of the mathematics from the position of the neuropsychological development.

Key words: neuropsychological analysis, discursive thought, arithmetic tasks, brain structures

Nada Šakotić, Čedo Veljić, Veselin Mićanović
Filozofski fakultet
Nikšić

376.1-056.26/.36
37.064.2

RAZLIKA STAVOVA RODITELJA UČENIKA SA TEŠKOĆAMA I BEZ TEŠKOĆA U RAZVOJU PREMA VASPITNO-OBRAZOVNOJ INKLUZIJI

Apstrakt: Stavovi roditelja su važni za saradnju sa nastavnicima, a naročito za dobru saradnju sa stručnim timom u školi. Roditelji učenika bez razvojnih teškoća u razvoju mogu imati različite stavove prema djeci s teškoćama u razvoju, koji se kreću od stava sažaljevajućeg preko ignorisanja do odbijanja ili negativnog stava čak i prema vlastitoj djeci s razvojnim teškoćama (Mešalić, 2002). Za postizanje što pozitivnijih stavova roditelja prema zajedničkom školovanju sve djece bez obzira na različitosti potrebno je pravilno informisati roditelje o sposobnostima i mogućnostima razvoja djece s teškoćama u razvoju. U tom cilju, s obzirom na rezutate istraživanja u ovom radu potrebno je u većem broju škola organizovati predavanja za roditelje, kao i radionice koje bi doprinijele upoznavanju razvoja djece. U Bosni i Hercegoivini prema (Mešalić, Š. i sar. 2000) ispitivani stavovi roditelja djece s razvojnim teškoćama su veoma pozitivni, te tako u finalnom ispitivanju autorka navodi da je 95,6% roditelja imalo pozitivne stavove, neutralne 4,44% dok negativnih stavova prema integraciji ovih roditelja nije ni bilo. Kada su u pitanju stavovi roditelja učenika bez teškoća u razvoju u finalnoj tački ispitivanja 83,29% roditelja imali su pozitivan stav 16,16% neutralan stav i svega 0,55% roditelja imalo je negativan stav. Našim istraživanjem, provedenim u trinaest škola u Crnoj Gori, utvrđeno je da roditelji djece bez teškoća u razvoju imaju u najvećem broju slučajeva pozitivan stav prema inkluziji. Ovakav zaključak se može primijeniti i na jedan broj roditelja koji imaju djecu s razvojnim teškoćama. Naime, roditelji djece s razvojnim teškoćama nijesu se kao roditelji djece bez razvojnih teškoća izjasnili pozitivno prema inkluziji. Predpostavljamo da je ovakav rezultat posljedica praktičnih teškoća s kojima se susreću roditelji ove djece. Ovi roditelji mnogo više znaju koje su teškoće koje objektivno postoje kod njihove djece, te vjerovatno zbog zaštitničkog odnosa prema svojoj djeci, često su u dilemi da li je zajedničko školovanje dobar izbor.

Ključne reči: stavovi, roditelji djece sa smetnjama, roditelji djece bez smetnja, inkluzija

Stavovi roditelja djece bez teškoća u razvoju prema inkluziji

Za potrebe ovog dijela istraživanja anketirano je 150 roditelja čija djeca nemaju teškoće u razvoju. Stavovi su testirani anketnim upitnikom koji je sadržavao 15 pitanja višečlanog izbora (tabela 1).

1.	Da li i sada, nakon skoro godinu dana, smatrate da je za Vaše dijete bilo dobro što je bilo upisano u redovnu školu sa svojim vršnjacima, gdje je bilo upisano dijete s razvojnom teškoćom ?	Broj	%	Uk:
a)	Da, to je bilo veoma korisno za njegov razvoj.	147	98,00	147
b)	Bilo bi da je škola bila spremna da prihvati ovu djecu.	3	2,00	3
c)	Mislim da za to nema nikakvih uslova.	-	-	-
d)	Bolje bi bilo da je dijete upisao/la u specijalnu školu.	-	-	-
e)	Neki drugi odgovor (navesti kratko).	-	-	-

2.	Molimo Vas da navedete šta ste očekivali kada ste Vaše dijete upisali u redovnu školu u odjeljenju sa djetetom s razvojnom teškoćom?	Da		Djel.		Ne		Uk:
		Br	%	Br.	%	Br	%	Br.
a)	Da se bolje pripremi za život.	150	100,0	-	-	-	-	150
b)	Da se emocionalno smiri.	-	-	30	20,00	120	80,00	150
c)	Da se socijalizuje.	150	100,0	-	-	-	-	150
d)	Da se druži sa svojim vršanjacima.	150	100,0	-	-	-	-	150
e)	Da bolje iskoristi svoje sposobnosti.	141	94,00	9	6,00	-	-	150
f)	Da razvije vještine važne za život.	99	66,00	51	34,00	-	-	150
g)	Da fizički ojača.	150	100,0	-	-	-	-	150
h)	Nešto drugo, (navedi šta).	-	-	-	-	-	-	
3.	Molimo Vas da nam sada, nakon skoro protekle godine u školi, navedete koja su od navedenih očekivanja bila ispunjena.	Da		Djel.		Ne		Uk:
		Br.	%	Br.	%	Br.	%	Br.
a)	Bolja priprema za svakodnevni život.	143	95,33	7	4,66	-	-	150
b)	Bolja emocionalna smirenost.	150	100,0	-	-	-	-	150
c)	Bolja socijalizovanost.	140	93,33	10	6,66	-	-	150
d)	Bolja prihvaćenost od vršnjaka.	146	97,33	4	2,66	-	-	150
e)	Bolje korišćenje sposobnosti koje ima.	132	88,00	18	12,00	-	-	150
f)	Bolja razvijenost vještina za život.	91	60,66	59	39,33	-	-	150
g)	Poboljšana fizička snaga.	150	100,0	-	-	-	-	150
h)	Nešto drugo (navesti šta).	-	-	-	-	-	-	-
4.	Da li ste se pokajali što ste prihvatili savjet da dijete upišete u redovnu školu?							
a)	Ni jednog momenta.	147				98,00		147
b)	Bilo je kriza ali mislim da je to korisno za dijete.	3				2,00		3
c)	Iskreno govoreći jesam.	-				-		
5.	Da li ste stekli utisak da je Vaše dijete bilo zapostavljeno zato što je učiteljica/učitelj obraćala/o više pažnje na djecu s razvojnom teškoćom?							
a)	Ne, to se nije nipočemu osjećalo.	131				87,33		131
b)	Da, u početku, ali je kasnije sve bilo u redu.	19				12,66		19
c)	To je bio problem cijelo vrijeme.	-				-		-
6.	Da li ćete iduće godine ponovo upisati dijete u isto odjeljenje gdje je i dijete s razvojnom teškoćom ili ćete se odlučiti za drugu školu?							
a)	Svakako ću ga ponovo upisati u istu školu.	150				100,00		150
b)	Upisaću ga jer nema druge mogućnosti.	-				-		-
c)	Mislim da će biti bolje da nastavi školovanje u drugoj školi.	-				-		-

7.	Kakvi su Vaši utisci o dosadašnjem boravku Vašeg djeteta u školi?					
a)	Uglavnom povoljni.	147		98,00		-
b)	Bilo je i neprijatnih iskustava.	3		2,00		-
c)	Nažalost, nepovoljni.	-		-		-
8.	Ako ste smatrali da je Vaše dijete bilo zapostavljeno zbog posvećenog rada sa djecom koja imaju razvojne teškoće da li ste se nekom obraćali zbog toga?					
a)	Nisam imala taj problem.	135		90,00		135
b)	Obraćao sam se učiteljici/učitelju.	15		10,00		15
c)	Obraćao sam se pedagogu/psihologu.	-		-		-
9.	Kako je Vaše dijete bilo prihvaćeno od strane učitelja?					
a)	Sasvim dobro.	111		74,00		111
b)	Korektno, ali sa distancom.	39		26,00		39
c)	Mislim da je bilo loše prihvaćeno.	-		-		-
d)	Ne znam.	-		-		-
10.	Kako je Vaše dijete bilo prihvaćeno od strane vršnjaka u razredu?					
a)	Sasvim dobro.	148		98,66		148
b)	Korektno, ali uzdržano.	2		1,34		2
c)	Mislim da nije bilo prihvaćeno.	-		-		-
d)	Ne znam.	-		-		-
11.	Da li je po Vašem mišljenju Vaše dijete nešto dobilo time što je imalo priliku da se zajedno školuje sa nekim djetetom koje ima teškoće u razvoju?	Da		Ne		
		Br.	%	Br.	%	Uk:
a)	Da, to mu je pomoglo da realnije shvati život.	138	92,00	12	8,00	150
b)	Steklo je potrebu da pomaže drugima.	145	96,00	5	3,34	150
c)	Bolje je razumjelo one koji imaju problema.	147	98,00	3	2,00	150
d)	Iskreno govoreći, ništa.	-	-	-	-	-
12.	Da li pomažete djetetu u savladavanju školskih obaveza?					
a)	Da, gotovo svakodnevno.	130		86,67		130
b)	Povremeno.	16		10,67		16
c)	Angažujemo nastavnika da mu pomogne.	4		2,67		4
d)	Ne, nema potrebe.	-		-		-
e)	Nešto drugo (navedite šta ukratko).	-		-		-
13.	Da li je Vaše dijete u kući govorilo o svojim drugovima/drugaricama iz odjeljenja					
a)	Da, uglavnom sa simpatijom.	116		77,33		116
b)	Da, uz kritičke primjedbe (bilo znanje ili ponašanje).	6		4,00		6

c)	Rijetko ih je pominjalo.	28	18,67	28
14.	Da li se Vaše dijete družilo sa nekim djetetom iz odjeljenja (ili škole) koje je imalo razvojne teškoće ?			
a)	Da, ali samo u školi.	36	24,00	36
b)	Da, i kod kuće i u školi.	35	23,33	35
c)	Ne znam.	38	25,33	38
d)	Koliko ja znam, nije.	41	27,33	41
15.	Molim Vas da ukratko, na osnovu dosadašnjeg iskustva, iznesete mišljenje o: a) Eventualnim dobrim stranama zajedničkog školovanja djece sa razvojnim teškoćama i bez razvojnih teškoća b) Eventualnim teškoćama u zajedničkom školovanju djece sa razvojnim problemima i bez razvojnih problema (Odgovori na ovo pitanje dati su opisno u interpretaciji rezultata.)			

Tabela 1. Rezultati ispitivanja stavova roditelja djece bez teškoća u razvoju prema inkluziji u ukupnom uzorku

Pitanje br. 1. Nakon godinu dana zajedničkog školovanja učenika redovne populacije i učenika s razvojnim teškoćama, 98% roditelja su mišljenja da je bilo veoma korisno za razvoj njihove djece to što su pohađala nastavu u odjeljenjima gdje su istovremeno pohađali nastavu i djeca s razvojnim teškoćama. Interesantna je izjava 3 roditelja (2%) da škola nije bila spremna da prihvati djecu s teškoćama u razvoju i vjerovatno su pri tome mislili da se nijesu objektivno stvorili povoljni uslovi u školama za zajedničko pohađanje nastave.

Pitanje br. 2. Pri upisu u razred u kojem se nalaze i učenici s razvojnim teškoćama, roditelji su jednoglasni u stavu da se time omogućuje njihovoj djeci da se bolje pripreme za život, da se socijalizuju, da se druže sa njihovim vršnjacima, te da fizički ojačaju i bolje iskoriste svoje sposobnosti. Roditelji su kolebljivi u očekivanju da će se njihova djeca emocionalno smiriti (20%), a 120 roditelja ili 80% njih je dalo negativan odgovor na stav b) pitanje 2.

Pitanje br. 3. Nakon godine dana, roditelji su izjavili da su se njihova očekivanja uglavnom ispunila. Da su djeca bolje pripremljena za svakodnevni život smatra 95,33% anketiranih roditelja, a 100% roditelja mišljenja su da njihova djeca imaju bolju emocionalnu smirenost. Da u zajedničkom školovanju imaju bolju socijalizovanost izjasnilo se 93,33% roditelja. Ovaj procenat je u skladu sa slijedećim stavom koji govori o prihvaćenosti djece od strane njihovih vršnjaka gdje je 97,33% roditelja mišljenja da je bolja prihvaćenost. Više od pola roditelja (60,66%) navodi da djeca stiču bolju razvijenost vještina za život, a 100% roditelja mišljenja je da je poboljšana fizička snaga njihove djece. Samo mali broj roditelja (u dijapazonu od 2,66 do 39, 33%) je bio neodlučan, što znači da su se njihova očekivanja samo djelomično ispunila.

Pitanje br. 4. Roditelji djece bez teškoća u razvoju se nijesu ni jednog momenta pokajali što su upisali svoju djecu u redovnu školu u kojoj su integrisana djeca s razvojnim teškoćama. Izuzetak su 3 roditelja (2%) koja tvrde da su njihova djeca imala krize, ali da je to bilo korisno za njihovo dijete.

Pitanje br. 5. Većina roditelja (87,33%) nema utisak da su njihova djeca zapostavljena u toku nastavnog procesa činjenicom da nastavno osoblje mora veću pažnju posvetiti djeci s razvojnim teškoćama. No, ipak 12,66% roditelja se izjasnilo da su nastavnici više pažnje obraćali ovoj djeci u početku, a da je kasnije sve bilo u redu.

Pitanje br. 6. Svi roditelji (100%) izjavili su da će i iduće školske godine upisati svoje dijete u istu školu.

Pitanje br. 7. Uglavnom povoljne utiske o dosadašnjem boravku njihovog djeteta u školi ima 147 anketiranih roditelja. Da je bilo i neprijatnih iskustava tvrdi 2% roditelja.

Pitanje br. 8. Zbog intervencije u vezi s njihovom djecom, u toku pohađanja nastave, 15 roditelja (10%) izjavilo je da su se obraćali učitelju, a 90% roditelja tvrdi da nijesu imali potrebu obraćati se nastavnicima, jer nijesu imali problema.

Pitanje br. 9. Učitelji su dobro prihvatili našu djecu – tako tvrdi 74% roditelja, a 26% njih misli da su njihova djeca bila primljena korektno, ali sa distancom od strane učitelja.

Pitanje br. 10. Gotovo svi roditelji (98,66%) smatraju da su se njihova djeca brzo snašla u razredu, te da su sasvim dobro bila prihvaćena od strane vršnjaka.

Pitanje br. 11. Roditelji djece bez teškoća u razvoju smatraju da su upisavši svoje dijete u odjeljenje gdje se nalaze i učenici s teškoćama u razvoju, omogućili djeci da realnije sagledaju svijet u kojem žive, da osjećaju potrebu da pomažu drugima, te da bi mogli bolje razumjeti one koji imaju problema. Ovakav pozitivan stav ima od 92-98% roditelja, a zanemarljiv broj roditelja ne slaže se takvom tvrdnjom.

Pitanje br. 12. Da svakodnevno pomažu svojoj djeci u savladavanju školskih obaveza izjasnilo se 86,67% roditelja, 10,67% roditelja pomažu djeci povremeno, a 2,66% roditelja angažuju nastavnike da im pomognu.

Pitanje br. 13. Djeca u kući sa svojim roditeljima svakodnevno razgovaraju o školi, o vršnjacima i uopšte o klimi koja vlada u razredu. Tako, 116 roditelja (77,33%) izjavljuje da njihova djeca uglavnom sa simpatijama pričaju o svojim vršnjacima, šest roditelja (4,00%) su konstatovali da se njihova djeca kritički osvrću bilo na komentare o znanju ili vladanju učenika u njihovom razredu. Činjenica da je 18,67% roditelja navelo da njihova djeca rijetko spominju svoje vršnjake sa teškoćama u razvoju, govori o dobroj prihvaćenosti ove djece i dobroj socijalizaciji.

Pitanje br. 14. Djeca bez teškoća u razvoju druže se sa svojim vršnjacima koji imaju teškoćame u razvoju i to 24% roditelja tvrdi da se njihova djeca druže samo u školi; 23,33% roditelja tvrdi da se djeca druže u kući i u školi. Ima roditelja koji ne znaju da li im se djeca druže sa djecom koja imaju teškoće u razvoju, (25,33%), ili pretpostavljaju da se ne druže (27,33%).

Pitanje br. 15. O dobrim stranama zajedničkog školovanja djece sa i bez razvojnih teškoća, svi odgovori roditelja mogu se svrstati u nekoliko grupa i to: djeca razvijaju crtu humanosti i druže se; treba uključiti što više djece s razvojnim teškoćama u redovna odjeljenja; sredina ga bolje prihvata i pomaže mu u savladavanju gradiva; pozitivno utiče na cijeli kolektiv; uče se da pružaju pomoć onima kojima je potrebna; daju im šansu ravnopravnosti; njihovi roditelji se osjećaju bolje. O teškoćama u zajedničkom školovanju djece sa i bez razvojnih problema, roditelji iznose slijedeće stavove: potrebna je bolja materijalna opremljenost škola (nastavna sredstva i učila, nastavna pomagala, didaktički materijal, adekvatni udžbenici, potreban školski pribor i dr.); neadekvatno edukovan postojeći nastavnički kadar; nedovoljna uključenost edukatora rehabilitatora u nastavni proces; nedovoljno uključivanje djece s razvojnim teškoćama u redovne škole; blagovremeno osiguranje prilagođenih programa za djecu s razvojnim teškoćama; postojanje arhitektonskih barijera; prihvatanje djece s razvojnim teškoćama (od strane njihovih vršnjaka) kao ravnopravnog člana grupe; omogućiti im redovno školovanje; teškoće najviše osjeća učitelj. Uopšte uzevši, rezultati iz upitnika su pokazali da roditelji djece bez teškoća u razvoju imaju pozitivan stav prema vaspitno-obrazovnoj integraciji djece s razvojnim teškoćama u redovna odjeljenja. Isto tako se iz upitnika može vidjeti da roditelji imaju dosta razumijevanja za djecu s razvojnim teškoćama.

Stavovi roditelja djece s teškoćama u razvoju prema inkluziji

Stavovi roditelja prema vaspitno-obrazovnoj inkluziji predstavljaju važan subjektivni faktor koji značajno utiče na ostvarivanje pretpostavki za uspješno provođenje inkluzije. Ukoliko roditelji imaju neadekvatne stavove, odbijanje ili nerealan stav prezaštićivanja djece, mogu nastati ozbiljniji problemi u socijalom i emocionalnom prilagođvanju djeteta i roditelja, što će negativno uticati na ostvarenje procesa integracije (Mavrin–Čavor i sar., 1997). Za cjelokupnu organizaciju i provođenje integracije, mišljenja smo da su stavovi roditelja koji imaju djecu s razvojnim teškoćama, veoma značajni. Oni najbolje poznaju svoju djecu i mogu dobro procijeniti koji od načina organizovanog vaspitno-obrazovnog rada je najprimjereniji za njihovu djecu. U ovom dijelu rada analizirani su stavovi roditelja djece s razvojnim teškoćama (N=30).

1.	Da li i sada, nakon skoro godinu dana, smatrate da je za Vaše dijete bilo dobro što je bilo upisano u redovnu školu sa svojim vršnjacima?	Broj				%		Uk:
a)	Da, to je bilo veoma korisno za njegov razvoj.	30				100,00		30
b)	Bilo bi da je škola bila spremna da prihvati ovu djecu.	-				-		-
c)	Mislim da za to nema nikakvih uslova.	-				-		-
d)	Bolje bi bilo da je dijete upisao/la u specijalnu školu.	-				-		-
e)	Neki drugi odgovor (navesti kratko).	-				-		-
2.	Molimo Vas da navedete šta ste očekivali kada ste Vaše dijete upisali u redovnu školu?	Da		Djel.		Ne		Uk:
		Br	%	Br.	%	Br	%	Br.
a)	Da se bolje pripremi za život.	24	80,00	5	16,67	1	3,33	30
b)	Da se emocionalno smiri.	20	66,67	9	30,00	1	3,33	30
c)	Da se socijalizuje.	22	73,33	7	23,33	1	3,33	30
d)	Da se druži sa svojim vršanjacima.	25	83,33	4	13,33	1	3,33	30
e)	Da bolje iskoristi svoje sposobnosti.	22	73,33	6	20,00	2	6,67	30
f)	Da razvije vještine važne za život.	20	66,67	8	26,67	2	6,67	30
g)	Da fizički ojača.	21	70,00	7	23,33	2	6,67	30
h)	Nešto drugo, (navedi šta): (Roditeljski navodi da dati su opisno u interpretaciji rezultata).	18	60,00	11	36,67	1	3,33	30

3.	Molimo Vas da nam sada, nakon skoro protekle godine u školi, navedete koja su od navedenih očekivanja bila ispunjena.	Da		Djel.		Ne		Uk:
		Br.	%	Br.	%	Br.	%	Br.
a)	Bolja priprema za svakodnevni život.	20	66,67	7	23,33	3	10,00	30
b)	Bolja emocionalna smirenost.	20	66,67	7	23,33	3	10,00	30
c)	Bolja socijalizovanost.	20	66,67	8	26,67	2	6,67	30
d)	Bolja prihvaćenost od vršnjaka.	26	86,67	2	6,67	2	6,67	30
e)	Bolje korišćenje sposobnosti koje ima.	17	56,67	13	43,33	-	-	30
f)	Bolja razvijenost vještina za život.	20	66,67	7	23,33	3	10,00	30
g)	Poboljšana fizička snaga.	27	90,00	2	6,67	1	3,33	30
h)	Nešto drugo (navesti šta).	-		-		-	-	30
4.	Da li ste se pokajali što ste prihvatili savjet da dijete upišete u redovnu školu?	-						
a)	Ni jednog momenta.	18				60,00		18
b)	Bilo je kriza, ali mislim da je to korisno za dijete.	12				40,00		12
c)	Iskreno govoreći, jesam.	-				-		
5.	Da li ste stekli utisak da su ostala djeca bila zapostavljeno zato što je učiteljica/učitelj obraćala/o više pažnje na Vaše dijete?							
a)	Ne, to se nije nipočemu osjećalo.	21				70,00		21
b)	Da, u početku, ali je kasnije sve bilo u redu.	9				30,00		9
c)	To je bio problem cijelo vrijeme.	-				-		-
6.	Da li ćete iduće godine ponovo upisati dijete u isto odjeljenje ?							
a)	Svakako ću ga ponovo upisati u istu školu.	30				100,00		30
b)	Upisaću ga jer nema druge mogućnosti (nema specijalne škole).	-				-		-
c)	Mislim da će biti bolje da nastavi školovanje u drugoj školi.	-				-		-
7.	Kakvi su Vaši utisci o dosadašnjem boravku Vašeg djeteta u školi?							
a)	Uglavnom povoljni.	24				80,00		24
b)	Bilo je i neprijatnih iskustava.	6				20,00		6
c)	Nažalost, nepovoljni.	-				-		-
8.	Ako ste smatrali da je Vaše dijete bilo zapostavljeno zbog posvećenog rada sa djecom, da li ste se nekom obraćali zbog toga?							
a)	Nisam imala taj problem.	27				90,00		27
b)	Obraćao sam se učiteljici/učitelju.	3				10,00		3
c)	Obraćao sam se pedagogu/psihologu.	-				-		-
9.	Kako je Vaše dijete bilo prihvaćeno od strane učitelja?							
a)	Sasvim dobro.	21				70,00		21
b)	Korektno, ali sa distancom.	9				30,00		9
c)	Mislim da je bilo loše prihvaćeno.	-				-		-
d)	Ne znam.	-				-		-

10.	Kako je Vaše dijete bilo prihvaćeno od strane vršnjaka u razredu?					
a)	Sasvim dobro.	18		60,00		18
b)	Korektno, ali uzdržano.	10		33,34		10
c)	Mislim da nije bilo prihvaćeno.	1		3,33		1
d)	Ne znam.	1		3,33		1
11.	Da li je po Vašem mišljenju Vaše dijete nešto dobilo time što je imalo priliku da se zajedno školuje sa djecom bez razvojnih teškoća?	Da		Ne		
		Br.	%	Br.	%	
a)	Da, to mu je pomoglo da realnije shvati život.	26	86,67	4	13,33	30
b)	Steklo je potrebu da pomaže drugima.	10	33,34	10	33,34	20
c)	Bolje je razumjelo one koji imaju problema.	3	10,00	27	90,00	30
d)	Iskreno govoreći, ništa.	-	-	-	-	-
12.	Da li pomažete djetetu u savladavanju školskih obaveza?					
a)	Da, gotovo svakodnevno.	20		66,67		20
b)	Povremeno.	6		20,00		6
c)	Angažujemo nastavnika da mu pomogne.	4		13,33		4
d)	Ne, nema potrebe.	-		-		-
e)	Nešto drugo (navedite šta ukratko).	-		-		-
13.	Da li je Vaše dijete u kući govorilo o svojim drugovima /drugaricama iz odjeljenja					
a)	Da, uglavnom sa simpatijom.	22		73,33		22
b)	Da, uz kritičke primjedbe (bio znanje ili ponašanje).	6		20,00		6
c)	Rijetko ih je pominjalo.	2		6,67		2
14.	Da li se Vaše dijete družilo sa nekim djetetom iz odjeljenja (ili škole)?					
a)	Da, ali samo u školi.	16		53,33		16
b)	Da, i kod kuće i u školi.	9		30,00		9
c)	Ne znam.	4		13,33		4
d)	Koliko ja znam, nije.	1		3,33		1
15.	Molim Vas da ukratko, na osnovu dosadašnjeg iskustva, iznesete mišljenje o: a) Eventualnim dobrim stranama zajedničkog školovanja djece sa razvojnim teškoćama i bez razvojnih teškoća b) Eventualnim teškoćama u zajedničkom školovanju djece sa razvojnim problemima i bez razvojnih problema (Odgovori na ovo pitanje dati su opisno u interpretaciji rezultata)					

Tabela 2. Rezultati ispitivanja stavova roditelja djece s razvojnim teškoćama prema inkluziji u ukupnom uzorku

Pitanje br. 1. Nakon godinu dana zajedničkog školovanja učenika redovne populacije i učenika srazvojnim teškoćama svi roditelji (100%) su mišljenja da je bilo veoma korisno za razvoj njihove djece to što su pohađala nastavu u redovnim odjeljenjima gdje su istovremeno pohađali nastavu i djeca redovne populacije.

Pitanje br. 2. Pri upisu u razred u kojem se nalaze redovni učenici, roditelji su jednoglasni u stavu da se time omogućuje njihovoj djeci da se bolje pripreme za život, da se socijalizuju, da se druže sa svojim vršnjacima, da fizički ojačaju, da bolje iskoriste svoje sposobnosti. Roditelji su kolebljivi u očekivanju da će se njihova djeca emocionalno smiriti (30%), kao i to da će razviti vještine važne za život misli 8 roditelja ili (26,67%). Negativne stavove po dva roditelja su imala na tvrdnjama (e, f, g,) pitanje 2.

Pitanje br. 3. Nakon iskustva u zajedničkom školovanju od godine dana, roditelji su izjavili da su se njihova očekivanja uglavnom ispunila (tabela 2). Da su djeca bolje pripremljena za svakodnevni život smatra 66,67% anketiranih roditelja, isti procenat roditelja je mišljenja da njihova djeca imaju bolju emocionalnu smirenost, bolju socijalizovanost. Da učenici s teškoćama u razvoju imaju bolju prihvaćenost od svojih vršnjaka izjasnilo se 86,67% roditelja. Više od pola roditelja (60,66%) navodi da djeca stiču bolju razvijenost vještina za život, a 90% roditelja mišljenja je da je poboljšana fizička snaga njihove djece. U rasponu od 6,67% do 43,33% je bio neodlučan, što znači da su se njihova očekivanja samo djelimično ispunila.

Pitanje br. 4. Roditelji djece sa teškoćama u razvoju se nijesu pokajali što su upisali svoju djecu u redovnu školu mišljenja je 60% roditelja. Izuzetak su 12 roditelja (40%) koji tvrde da su njiva djeca imala krize, ali da je to bilo korisno za njihovo dijete.

Pitanje br. 5. Većina roditelja (70%) nema utisak da su njihova djeca stvarala prepreku učitelju/nastavniku za rad sa redovnom populacijom i da nijesu zanemarivani njihovi vršnjaci u toku nastavnog procesa, te da se to nije primjećivalo tvrdi (70%) roditelja. Ipak 30% roditelja se izjasnilo da su nastavnici više pažnje obraćali njihovoj djeci u početku, a da se kasnije to nije uočavalo.

Pitanje br. 6. Svi roditelji (100%) izjavili su da će i iduće školske godine upisati svoje dijete u istu školu.

Pitanje br 7. Povoljne utiske o dosadašnjem boravku njihovog djeteta u školi ima 80% anketiranih roditelja. Da je bilo i neprijatnih iskustava tvrdi 20% roditelja.

Pitanje br. 8. Prigovore u vezi s radom s njihovom djecom, u toku pohađanja nastave imalo je (10%) roditelja, te su se obraćali učitelju, a 90% roditelja tvrdi da nijesu imali potrebu obraćati se nastavnicima, jer nijesu imali problema.

Pitanje br. 9. »Učitelji su dobro prihvatili našu djecu«, tvrdi 70% roditelja, a 30% njih misli da su njihova djeca bila primljena korektno, ali sa distancom od strane učitelja.

Pitanje br. 10. Više od polovine anketiranih roditelja (60%) smatra da su se njihova djeca brzo snašla u razredu, a da su korektno ali uzdržano bila prihvaćena od strane vršnjaka izjasnilo se 33,34% roditelja. Jedan roditelj (3,33%) je mišljenja da njegovo dijete nije dobro prihvaćeno od strane vršnjaka i jedan roditelj ne zna da li mu je dijete dobro prihvaćeno ili nije.

Pitanje br. 11. Roditelji djece s teškoćama u razvoju smatraju da su upisavši svoje dijete u odjeljenje gdje se nalaze i učenici bez teškoća u razvoju, omogućili djeci da realnije sagledaju svijet u budućnosti, da osjećaju potrebu da pomažu drugima, te da bi mogli bolje razumjeti one koji imaju problema. Ovakav pozitivan stav ima od 86,67 %

roditelja, a 33,43 % roditelja smatra da je dijete steklo potrebu da pomaže drugima i 10% iznose stav da se djeca bolje razumiju, pa prema tome bolje razumiju i potrebe djece s teškoćama u razvoju.

Pitanje br. 12. Da svakodnevno pomažu svojoj djeci u savladavanju školskih obaveza izjasnilo se 66,67% roditelja, 20% roditelja pomažu djeci povremeno, a 13,33 roditelja angažuju nastavnika da im pomaže u savladavanju nastavnog gradiva.

Pitanje br. 13. Sa svojim roditeljima svakodnevno razgovaraju o školi, o vršnjacima i uopšte o klimi koja vlada u razredu, te tako, (77,33%) roditelja izjavljuje da njihova djeca uglavnom sa simpatijama pričaju o svojim vršnjacima, šest roditelja (20%) su konstatovali da se njihova djeca kritički osvrću bilo na komentare o znanju ili vladanju učenika u njihovom razredu. Svega je 6,67% roditelja navelo da njihova djeca rijetko spominju svoje vršnjake, što navodi na konstataciju da su djeca s teškoćama u razvoju dobro prihvaćena.

Pitanje br. 14. Djeca s teškoćama u razvoju druže se sa svojim vršnjacima koji nemaju smetnje u razvoju i to 53,33% roditelja tvrdi da se njihova djeca druže samo u školi; 30% roditelja tvrdi da se djeca druže u kući i u školi. Ima roditelja koji ne znaju da li im se djeca druže sa djecom bez teškoća u razvoju (25,33%), ili pretpostavljaju da se ne druže (3,33% roditelja).

Pitanje br. 15. O dobrim stranama zajedničkog školovanja djece sa i bez razvojnih teškoća, svi odgovori roditelja mogu se svrstati u nekoliko grupa i to: djeca razvijaju crtu humanosti i druže se; treba uključiti što više djece s posebnim potrebama u redovna odjeljenja; sredina ga bolje prihvata i pomaže mu u savladavanju gradiva; pozitivno utiče na cijeli kolektiv; uče se da pružaju pomoć slabijima od sebe i onima kojima je potrebna pomoć; daju im šansu ravnopravnosti; njihovi roditelji se osjećaju bolje. O teškoćama u zajedničkom školovanju djece sa razvojnim problemima i bez razvojnih problema, roditelji iznose slijedeće stavove: potrebna je bolja materijalna opremljenost škola (nastavna sredstva i učila, nastavna pomagala, didaktički materijal, adekvatni udžbenici, potreban školski pribor i dr.); neadekvatno edukovan postojeći nastavnički kadar; nedovoljna uključenost edukatora rehabilitatora u nastavni proces; nedovoljno uključivanje djece s posebnim potrebama u redovne škole; blagovremeno pripremanje prilagođenih programa za djecu s posebnim potrebama; postojanje arhitektonskih barijera; prihvatanje djece usporenog kognitivnog razvoja (od strane njihovih vršnjaka) kao ravnopravnog člana grupe; omogućiti im redovno školovanje; teškoće najviše osjeća učitelj.

Rezultati iz upitnika su pokazali da roditelji djece s teškoćama u razvoju imaju pozitivan stav prema vaspitno-obrazovnoj inkluziji.

Razlika stavova roditelja učenika sa i bez teškoća u razvoju prema vaspitno-obrazovnoj inkluziji

Statistička značajnost razlika stavova prema inkluziji između ispitivanih grupa roditelja predstavljena je u tabeli 3.

1.	Da li i sada, nakon skoro godinu dana, smatrate da je za Vaše dijete bilo dobro što je bilo upisano u redovnu školu sa svojim vršnjacima/gdje je bilo upisano dijete s razvojnim teškoćama?	Roditelji djece bez teškoća u razvoju N=150			Roditelji djece s razvojnim teškoćama N=30			z-test	p<0,05
		Broj			Broj				
a)	Da, to je bilo veoma korisno za njegov razvoj.	147			30			-0,781	0,434
b)	Bilo bi da je škola bila spremna da prihvati ovu djecu.	3			-			-	-
c)	Mislim da za to nema nikakvih uslova.	-			-			-	-
d)	Bolje bi bilo da je dijete upisao/la u specijalnu školu.	-			-			-	-
e)	Neki drugi odgovor (navesti kratko).	-			-			-	-
2.	Molimo Vas da navedete šta ste očekivali kada ste Vaše dijete upisali u redovnu školu u odjeljenju sa djetetom s razvojnim teškoćama? Molim Vas da navedete šta ste očekivali kada ste Vaše dijete upisali u redovnu školu ?	Da	Djel	Ne	Da	Djel	Ne		
		Br	Br	Br	Br	Br	Br		
a)	Da se bolje pripremi za život.	150	-	-	24	-	-	5,571	<0,0001
		-	-	-	-	5	1	-	-
b)	Da se emocionalno smiri.	-	-	-	20	-	-	-	-
		-	30			9		-1,213	0,112
		-	-	120	-	-	-1		
c)	Da se socijalizuje.	150	-	-	22	-	-	6,469	<0,0001
		-	-	-	-	7	1	-	-
d)	Da se druži sa svojim vršanjacima.	150	-	-	25	-	-	5,071	<0,0001
		-	-	-	-	4	1	-	-
e)	Da bolje iskoristi svoje sposobnosti.	141	-	-	22	-	-	3,533	0,0002
		-	9	-	-	6	-	-2,532	0,0057
		-	-	-	-	-	2	-	-
f)	Da razvije vještine važne za život.	99	-	-	20	-	-	-0,070	0,471
		-	51	-	-	8	-	0,781	0,434
		-	-	-	-	-	2	-	-
g)	Da fizički ojača.	150	-	-	21	-	-	6,882	<0,001
		-	-	-	-	7	2	-	-
h)	Nešto drugo, (navedi šta).	-	-	-	18	11	1	-	-
3.	Molimo Vas da nam sada, nakon skoro protekle godine u školi, navedete koja su od navedenih očekivanja bila ispunjena.	Da	Djel	Ne	Da	Djel	Ne	-	-
		Br	Br	Br	Br	Br	Br	-	-
a)	Bolja priprema za svakodnevni život.	143	-	-	20	-	-	4,901	<0,0001
		-	7	-	-	7	-	-3,484	0,0005
		-	-	-	-	-	3	-	-

b)	Bolja emocionalna smirenost.	150	-	-	20	-	-	7,276	<0,0001
		-	-	-	-	7	-	-	-
		-	-	-	-	-	3	-	-
c)	Bolja socijalizovanost.	140	-	-	20	-	-	4,242	<0,0001
		-	10	-	-	8	-	-3,333	0,0004
		-	-	-	-	-	-	-	-
d)	Bolja prihvaćenost od vršnjaka.	146	-	-	26	-	-	2,587	0,0048
		-	4	-	-	2	-	-1,114	0,132
		-	-	-	-	-	2	-	-
e)	Bolje korišćenje sposobnosti koje ima.	132	-	-	17	-	-	4,149	<0,0001
		-	18	-	-	13	-	-4,149	<0,0001
f)	Bolja razvijenost vještina za život.	91	-	-	20	-	-	-0,617	0,537
		-	59	-	-	7	-	1,660	0,096
		-	-	-	-	-	3	-	-
g)	Poboljšana fizička snaga.	150	-	-	27	-	-	3,905	<0,0001
		-	-	-	-	2	-	-	-
		-	-	-	-	-	1	-	-
h)	Nešto drugo (navesti šta).	-	-	-	-	-	-	-	-
4.	Da li ste se pokajali što ste prihvatili savjet da dijete upišete u ovu školu?								
a)	Ni jednog momenta.	147			18			6,874	<0,0001
b)	Bilo je kriza ali mislim da je to korisno za dijete.	3			12			-6,874	<0,0001
c)	Iskreno govoreći, jesam.	-							
5.	Da li ste stekli utisak da je Vaše dijete bilo zapostavljeno zato što je učiteljica/učitelj obraćala/o više pažnje na djecu s teškoćama u razvoju? Da li ste stekli utisak da su ostala djeca bila zapostavljena zato što je učiteljica više pažnje poklanjala Vašem djetetu?								
a)	Ne to se nije nipočemu osjećalo.	131			21			-6,874	<0,0001
b)	Da, u početku, ali je kasnije sve bilo u redu.	19			9			-,2391	0,016
c)	To je bio problem cijelo vrijeme.	-			-			-	-
6.	Da li ćete iduće godine ponovo upisati dijete u isto odjeljenje gdje je i dijete s razvojnim teškoćama? Da li ćete iduće godine upisati dijete u isto odjeljenje?								
a)	Svakako ću ga ponovo upisati u istu školu.	150			30			-	-
b)	Upisaću ga jer nema druge mogućnosti.	-			-			-	-

c)	Mislim da će biti bolje da nastavi školovanje u drugoj školi.	-		-		-	-
7.	Kakvi su Vaši utisci o dosadašnjem boravku Vašeg djeteta u školi?						
a)	Uglavnom povoljni.	147		24		4,129	<0,0001
b)	Bilo je i neprijatnih iskustava.	3		6		-4,129	<0,0001
c)	Nažalost, nepovoljni.	-		-		-	-
8.	Ako ste smatrali da je Vaše dijete bilo zapostavljeno zbog posvećenog rada s djecom koja imaju razvojne teškoće da li ste se nekom obraćali zbog toga? Ako smatrate da je Vaše dijete bilo zapostavljeno zbog posvećenog rada s djecom, da li ste se nekom obraćali zbog toga?						
a)	Nisam imala taj problem.	135		27		0,000	1,000
b)	Obraćao sam se učiteljici/učitelju.	15		3		0,000	1,000
c)	Obraćao sam se pedagogu/psihologu.	-		-		-	-
9.	Kako je Vaše dijete bilo prihvaćeno od strane učitelja?						
a)	Sasvim dobro.	111		21		0,452	0,651
b)	Korektno, ali sa distancom.	39		9		-0,452	0,651
c)	Mislim da je bilo loše prihvaćeno.	-		-		-	-
d)	Ne znam.	-		-		-	-
10.	Kako je Vaše dijete bilo prihvaćeno od strane vršnjaka u razredu?						
a)	Sasvim dobro.	148		18		7,218	<0,0001
b)	Korektno, ali uzdržano.	2		10		-6,414	<0,0001
c)	Mislim da nije bilo prihvaćeno.	-		1		-	-
d)	Ne znam.	-		1		-	-
11.	Da li je po Vašem mišljenju Vaše dijete nešto dobilo time što je imalo priliku da se zajedno školuje sa nekim djetetom koje ima teškoće u razvoju? Da li je po Vašem mišljenju Vaše dijete nešto dobilo time što je imalo priliku da se zajedno školuje sa djecom bez razvojnih teškoća?	Da	Ne	Da	Ne		
		Br.	Br.	Br.	Br.		
a)	Da, to mu je pomoglo da realnije shvati život.	138	-	26	-	0,937	0,348
		-	12	-	4	-0,937	0,348
b)	Steklo je potrebu da pomaže drugima.	145	-	10	-	9,156	<0,0001
		-	5	-	10	-5,427	<0,0001
c)	Bolje je razumjelo one koji imaju problema.	147	-	3	-	11,806	<0,0001
		-	3	-	27	11,806	<0,0001
d)	Iskreno govoreći, ništa.	-	-	26	-	-	-
12.	Da li pomažete djetetu u savladavanju školskih obaveza?						
a)	Da, gotovo svakodnevno.	130		20		2,683	0,0073

b)	Povremeno.	16	6	-1,424	0,154
c)	Angažujemo nastavnika da mu pomogne.	4	4	-2,587	0,0097
d)	Ne, nema potrebe.	-	-	-	-
e)	Nešto drugo (navedite šta ukratko).	-	-	-	-
13.	Da li je Vaše dijete u kući govorilo o svojim drugovima /drugaricama iz odjeljenja				
a)	Da, uglavnom sa simpatijom.	116	22	0,472	0,636
b)	Da, uz kritičke primjedbe (bio znanje ili ponašanje).	6	6	-3,207	0,0013
c)	Rijetko ih je pominjalo.	28	2	1,609	0,107
14.	Da li se Vaše dijete družilo sa nekim djetetom iz odjeljenja (ili škole) koje je imalo razvojne teškoće ? Da li se Vaše dijete družilo sa nekim iz odjeljenja?				
a)	Da, ali samo u školi.	36	16	-3,235	0,0012
b)	Da, i kod kuće i u školi.	35	9	-0,715	0,438
c)	Ne znam.	38	4	1,418	0,156
d)	Koliko ja znam, nije.	41	1		
15.	Molim Vas da ukratko, na osnovu dosadašnjeg iskustva, iznesete mišljenje o: a) Eventualnim dobrim stranama zajedničkog školovanja djece sa i bez razvojnih teškoća b) Eventualnim teškoćama u zajedničkom školovanju djece sa i bez razvojnih teškoća (Odgovori na ovo pitanje dati su opisno u interpretaciji rezultata)				

Tabela 3. Statistička značajnost razlika između stavova o inkluziji roditelja sa i bez razvojnih teškoća

Pitanje br. 1. Na osnovu podataka iskazanih u navedenoj tabeli možemo zaključiti da između stavova obje grupe roditelja iz pitanja br.1. nema statistički značajnih razlika, što znači da roditelji smatraju da je za njihovu djecu bilo dobro i korisno zajedničko školovanje.

Pitanje br. 2. Ovo pitanje sadrži osam ponuđenih stavova. Stav a): Obje grupe roditelja navode da su se njihova očekivanja samo djelomično ispunila kada su upisali svoju djecu da zajedno pohađaju nastavu. Između broja roditelja djece sa i bez teškoća u razvoju koji su se ovako izjasnili nema statistički značajnih razlika. Stav b): Između odgovora ispitivanih roditelja nema značajnih razlika kada je u pitanju emocionalni status djeteta u kategoriji odgovora „djelimično se slažem". Međutim, značajno veći broj roditelja djece bez teškoća u razvoju misli da zajedničko pohađanje nastave ne utiče na emocionalnu smirenost njihove djece. Stav c,d,e,g): Roditelji djece bez teškoća u razvoju u značajno većem broju misle da je zajedničko pohađanje nastave bitno za njihovu socijalizaciju, za druženje sa vršnjacima, za bolje korištenje vlastitih sposobnosti, te za njihovo fizičko jačanje. Znatno veći broj roditelja djece s razvojnim teškoćama (stav e iz pitanja 2) zaokružio je kategoriju odgovora „djelimično", pa se može konstatovati da su roditelji bili neodlučni kada je u pitanju bolje korištenje vlastitih sposobnosti njihove djece, ukoliko pohađaju nastavu zajedno. Stav f): Da će obje grupe učenika razviti važne vještine za život smatraju gotovo svi roditelji bilo da su odgovorili sa „da" ili „djelimično". Između broja odgovora na ovaj stav nema statistički značajnih razlika.

Pitanje br. 3. Roditelji djece bez teškoća u razvoju u značajno većem broju pozitivno su odgovorili na gotovo sve stavove iz pitanja 3. To znači da oni smatraju da su se njihova očekivanja ispunila nakon što je njihovo dijete provelo godinu dana zajedno u razredu sa djecom koja imaju teškoće u razvoju. Očekivanja su slijedeća: da im se djeca bolje pripremaju za svakodnevni život; da su emocionalno stabilniji; bolje socijalizovani i bolje prihvaćeni od vršnjaka; da bolje koriste svoje vlastite sposobnosti; da poboljšavaju svoju fizičku snagu. Roditelji djece s razvojnim teškoćama su u znatno većem broju odgovarali na ova pitanja kategorijom odgovora „djelimično". Obje kategorije roditelja imaju isti stav kada je u pitanju razvijanje vještina za život kod njihove djece, pa statistički značajne razlike nisu zabilježene.

Pitanje br. 4. Znatno veći broj roditelja djece s razvojnim teškoćama se nije pokajao ni jednog momenta što je upisao svoje dijete u zajedničke škole, tvrde da je bilo kriza, ali da su one korisne za njihovo dijete.

Pitanje br. 5. Statistički značajne razlike između upoređenih grupa roditelja postoje i u stavu a i b iz pitanja 5. Naime, veći broj roditelja djece s razvojnim teškoćama smatra da njihovo dijete nije bilo zapostavljeno, na račun ostale djece, kao i to da je teškoća bilo u početku, ali su se one ubrzo prevazišle.

Pitanje br. 6. Obje grupe roditelja (100%), dakle svi anketirani roditelji će i sljedeće školske godine upisati svoju djecu u zajedničke škole.

Pitanje br 7. Dosadašnji utisci o boravku djece s razvojnim teškoćama u školi su uglavnom povoljni, ali tvrde da je bilo i neprijatnih iskustava. Roditelji djece s teškoćama u razvoju su u znatno manjem broju govorili o neprijatnim iskustvima njihove djece.

Pitanje br. 8. Između broja roditelja iz obje kategorije ispitanika, nema značajnih razlika kada je u pitanju obraćanje učitelju, pedagogu i psihologu zbog zapostavljanja njihove djece, što znači da je jednak broj roditelja (10%) potražio stručnu pomoć.

Pitanje br. 9. Roditelji smatraju da su njihova djeca bila sasvim dobro prihvaćena od strane učitelja, ali i da su bila prihvaćena korektno, uz postojanje distance. Ovako misle svi ispitivani roditelji.

Pitanje br. 10. Roditelji djece bez razvojnih teškoćau većem broju, od druge grupe ispitivanih roditelja, su se izjasnili da su njihova djeca bila sasvim dobro prihvaćena od strane vršnjaka u razredu. Roditelji djece s razvojnim teškoćama su mišljenja da su njihovu djecu vršnjaci iz razreda prihvatili korektno ali suzdržano. Između ovih stavova uopređivanih kategorija roditelja postoje značajne razlike.

Pitanje br. 11. Obje grupe roditelja smatraju da je zajedničko školovanje svoj djeci pomoglo da realnije shvate život. Djeca su stekla potrebu da pomažu drugima, da bolje razumiju one kojima je pomoć potrebna. Tako se izjasnilo značajno više roditelja djece bez razvojnih teškoća. Značajna većina roditelja djece s razvojnim teškoćama je negativno odgovorila na ovo pitanje.

Pitanje br. 12. Roditelji djece bez razvojnih teškoća više pomažu svakodnevno svojoj djeci u savladavanju školskih obaveza (bilo oni sami ili da angažuju nastavnike) nego roditelji djece s razvojnim teškoćama. Ovdje su zabilježene statistički značajne razlike.

Pitanje br. 13. Djeca s razvojnim teškoćama su spominjala svoje vršnjake iz razreda u kući, ali uvijek uz neki kritički osvrt.

Pitanje br. 14. Više djece s razvojnim teškoćama se družilo sa djecom bez razvojnih teškoća, ali samo u školi, tako tvrde njihovi roditelji (razlike su statistički značajne). Više roditelja djece bez razvojnih teškoća ne zna da li se njihovo dijete van odjeljenja družilo sa drugom djecom (razlike su značajne).

Pitanje br. 15. Ispitivani roditelji iz obje grupe su uglavnom naveli iste dobre strane zajedničkog školovanja djece, ali i teškoće koje se javljaju u toku zajedničkog školovanja djece sa i bez razvojnih teškoća . Odgovori su dati u slobodnoj formi, te se nijesu mogli statistički obrađivati.

Nekim istraživanjima je utvrđeno da se stavovi roditelja temelje na predrasudama, te predrasude treba otklanjati i omogućiti roditeljima da steknu saznanja kako su sva djeca veoma slična i da slijede iste zakonitosti u svom psihofizičkom razvoju. Samo su potrebe djece različite, a one između ostalog zavise o razvojnim mogućnostima svakog pojedinog djeteta (Fulgosi-Masnjak, R (1989); Fulgosi-Masnjak, R (1989a); Fulton, D. (1999); Gion, R. Hofman, H. (1999); Grenon, L. (1996); Gross, J. (1993)).

Prema Lewis (1975) roditelji svoje stavove prema vaspitno obrazovnoj inkluziji zasnivaju na predrasudama navodeći bojazan da će djeca s razvojnim teškoćama, nepovoljno uticati na razvoj njihove djece.

LITERATURA

[1] Fulgosi-Masnjak, R (1989) *Efekti različitih modela integracije djece usporenog kognitivnog razvoja-stavovi učenika i roditelja*. Zagreb: Magistarski rad. Fakultet za defektologiju Zagreb.

[2] Fulgosi-Masnjak, R (1989a) *Ispitivanje stavova roditelja prema integraciji učenika usporenog kognitivnog razvoja u redovnu osnovnu školu*. Defektologija, 25, 2, 195-201.

[3] Fulton, D. (1999) *Effective Schooling for Pupils with Emotional and Behavioural Difficulties*, European Journal f Special Needs Education, (14) 1, 97-101.

[4] Gion, R. Hofman, H. (1999) *Contribution of clusters to integration Special Needs Education*, (14) 3, 187-189.

[5] Grenon, L. (1996) *Educational Characteristics and Barriers in Canada*. Entourage Inclusive Education Vol. 9, 4, 18-20.

[6] Gross, J. (1993) *Special Educational Neeeds in the Primary school*, Open University Press Celtic Court Buckingham.

[7] Lewis, E. G. (1975) *The case for „special" children*. In: Aiello, B.(ed): Making it work: Practical ideas for integrating exceptional children into regular classes. The Council for Exceptional Children, Boston, Virginija, p. 13-17.

[8] Mavrin-Cavor, Lj., Levandovski, D., Kovačević. V., (1977) *Stavovi roditelja prema svojoj djeci koja su dijagnosticirana kao lako mentalno retardirana i kao granični slučajevi, a*

polaze specijalnu osnovnu školu; U: Savezno savjetovanje „Integracija graničnih slučajeva u redovnu osnovnu školu”, Savez društva defektologa Hrvatske, Zagreb.

[9] Mešalić, Š. (2002) *Odgoj, obrazovanje i rehabilitacija djece i omladine sa teškoćama u razvoju*. U Ostvarivanje prava djeteta. Sarajevo: Ombdusmani Federacije, Odjel za prava djeteta-(specijalno izdanje) 53-59.

[10] Mešalić, Š. Hadžić S., Malkić, A., Mešković, A., Mešanović, S., Marković, M., Krstanović, S., Mehić, A., Ilić, Z., Zonić, M., Isabegović, E., (2000) *Rezultati ispitivanja nekih subjektivnih i objektivnih pretpostavki za provođenje integracije u osnovnim školama*. Zbornik radova sa međunarodnog seminara „Pozitivna integracijska praksa”. Univerzitet u Tuzli - Udruženje studenata sa posebnim potrebama i volontera 113-128.

Nada Sakotic, Cedo Veljic, Veselin Micanovic

DIFFERENCE IN ATTITUDES OF PARENTS OF PUPILS WITH AND WITHOUT DEVELOPMENTAL DISABILITIES ACCORDING TO PEDAGOGICAL- EDUCATIONAL INCLUSION

Summary: Parents' attitudes are important for cooperation with teachers, especially for the good cooperation with the expert team in the school. Parents of pupils without developmental disabilities may have different attitudes towards children with disabilities that range from a pity to refusing or ignoring or even the negative attitude towards their own disabled children (Mesalic, 2002). To achieve the positive attitudes of parents towards a joint education for all children regardless of their differences it's necessary to inform parents properly about the abilities and possibilities of development of children with disabilities. To this end, considering the results of this research it is necessary to organize in many schools lectures for parents and workshops that would contribute to learning about children development.

In Bosnia and Herzegovina according to Mesalic, examined attitudes of parents of disabled children are very positive, and thus in the final examination the authoress states that 95.6% of parents had positive attitudes, neutral 4.44% , whereas the negative attitudes of these parents towards the integration did not exist. When it comes to attitudes of parents of pupils without developmental disabilities in the final point of examination, 83.29% of parents had a positive attitude, 16.16% neutral attitude and only 0.55% of parents had a negative attitude.

Our research, which is done in thirteen schools in Montenegro, found that parents of children without disabilities have positive attitude towards inclusion in the most cases. This conclusion can be applied to a number of parents who have children with developmental disabilities. Namely, parents of disabled children's haven't spoken positively towards inclusion unlike parents of non-disabled children. We presume that this result is the consequence of practical difficulties faced by parents of these children. These parents are more aware of the difficulties their children are faced with, therefore due to protective attitude towards them they are often in a dilemma whether joint education is a good choice.

Key words: attitudes, parents of children with disabilities, parents of children without disabilities, inclusion.

Ненад Вуловић
Факултет педагошких наука
Јагодина
Бранислав Поповић
Природно-математички факултет
Крагујевац

371.315.7
371.12:159.923.3

СТАВОВИ УЧИТЕЉА О АКТИВНОМ УЧЕЊУ/НАСТАВИ У СВАКОДНЕВНОЈ НАСТАВНОЈ ПРАКСИ

Апстракт: Тема овог рада је испитивање ставова и мишљења учитеља о активном учењу/настави (АУН), насталом на Филозофском факултету у Београду, односно одређивање степена њихове заинтересованости и мотивисаности за спровођење система АУН-а у свакодневној наставној пракси. Иако су образовни ефекти примене АУН-а потврђени у готово свим областима и на свим нивоима, још увек не постоји представа о ставовима учитеља. У циљу сондаже мишљења учитеља о АУН-у спроведено је истраживање о чијим резултатима ће се у раду детаљније говорити. Узорак истраживања је представљало 100 учитеља са територије четири града у Србији. Учитељи су давали одговоре путем упитника састављеног од 22 питања. Као закључак спроведеног истраживања намећу се чињенице да учитељи нису довољно информисани о самом постојању пројекта АУН-а. Очигледна је потреба интензивирања њихове обуке како у циљу информисаности тако и у циљу побољшања практичне примене. Као главне предности употребе АУН-а и односу на остале видове учења и наставе учитељи истичу стваралачке, креативне и образовне предности које АУН носи, док се као главна мана наводе организационо-технички недостаци. Свакако је потребно искористити тренутну заинтересованост учитеља, који су у изузетно великом проценту показали спремност за додатно усавршавање и едукацију, не би ли се прави квалитет и смисао АУН-а у већој мери укоренио у наставној пракси.

Кључне речи: активно учење/настава, учитељи, наставна пракса, ставови учитеља

Увод

Настава са којом се можемо сусрести у свакодневној школској пракси у много чему не може испунити захтеве које савремено друштво од ње захтева. Наставни процес је у великој мери концентрисан на предавача, док ученици не добијају потребну мотивацију за дубљим откривањем знања, употребна вредност знања је слаба, а жеља за дубљим истраживањем усвојених садржаја често лако нестаје. У циљу превазилажења оваквог стања у прошлости су регистровани многи покушаји премештања тежишта наставе са предавача на ученике. Примарни циљ већине покушаја била је активизација лепезе ученичких карактеристика како би ученици постали активни учесници наставног процеса.

Активно учење/настава (АУН), у светлу у коме ћемо га разматрати у овом раду, је пројекат започет 1994. године од стране тима сарадника Института за психологију Филозофског факултета у Београду, на челу са руководиоцем пројекта проф. др Иваном Ивићем, а у сарадњи са Канцеларијом Уницефа у Београду. Два основна циља пројекта су поправљање нивоа и квалитета знања и умења која деца носе из школе и развој личности и индивидуалности сваког ученика. Образовни ефекти пројекта АУН су до сада потврђени у готово свим областима и на свим нивоима али су у мањој мери испитивана расположења непосредних учесника, посебно учитеља као иницијаних представника у образовању ученика. У овом раду извршићемо разматрање њихових одговора на постављена питања о АУН-у, чију интерпретацију и анализу износимо у наставку.

Методологија истраживања

Предмет истраживања су ставови учитеља о АУН-у у свакодневној пракси.

Циљ истраживања је испитивање степена упознатости и примењивости система АУН-а од стране учитеља у свакодневној наставој пракси.

Основна хипотеза истраживања је да су учитељи у довољној мери упознати са системом АУН-а али да га недовољно примењују у свакодневној наставној пракси.

Као техника истраживања коришћено је анкетирање, а као инструмент упитник за учитеље.

Анкетирање учитеља о њиховим ставовима и мишљењима о АУН-у спроведено је током јуна 2010. године.

Упитник за учитеље представља комбиновани анкетни лист са 22 питања. Од 22 питања, 19 питања су затвореног типа, док су 3 питања отвореног типа. Узорак истраживања је представљало 100 учитеља који су радили у школама у Крагујевцу (27 учитеља), Јагодини (13 учитеља), Београду (35 учитеља) и Нишу (25 учитеља).

Првих пет питања упитника били су у вези с општим подацима о учитељима и односила су се на: степен стручне спреме учитеља, начин стицања VII степена стручне спреме, седиште факултета који су завршили, године радног стажа и позицију школе где тренутно раде.

Од укупног броја учитеља 23 је имало VI степен стручне спреме, док је 77 имало VII степен стручне спреме[33]. У узорку од 77 професора, њих 62 или 80,52%, VII степен стручне спреме стекло је дошколовањем, док је 15 професора или 19,48%, VII степен стручне спреме стекло редовним четворогодишњим школовањем. Нико од испитаника нема последипломско академско образовање.

Преглед факултета које су анкетирани учитељи завршили дат је у табели 1.

Седиште	Београд	Јагодина	Ужице	Врање	Сомбор	Остало
Број учитеља	27	30	14	16	8	5

Табела 1. Приказ броја учитеља у односу на седишта завршених факултета

Пет учитеља која смо сврстали под остале факултете завршили су факултете у Призрену и Алексинцу али због малог узорка нећемо их посебно наглашавати.

Структура учитеља обухваћених истраживањем у односу на године радног стажа дата је у табели 2.

---

[33] У даљим разматрањима и анализама, учитеље који имају VI степен стручне спреме називаћемо наставницима, док ћемо учитеље који имају VII степен стручне спреме називати професорима.

Године радног стажа	0 – 5	6 - 10	11 - 20	21 - 30	31 - 40
Наставници	/	/	21,74%	52,17%	26,09%
Професори	11,69%	15,58%	46,75%	24,68%	1,30%
Укупно	9,00%	12,00%	41,00%	31,00%	7,00%

Табела 2. Приказ броја учитеља у односу на године радног стажа

У погледу средине где раде, 85 анкетираних учитеља је запослено у градским школама, док је 15 учитеља запослено у сеоским школама.

Резултати истраживања

Следећих седамнаест питања односило се на АУН. Сва питања, осим 10, 20. и 21. питања, била су са понуђеним опцијама. Од тога, на питања 11, 14, 17 – 19. и 22. били су могући вишеструки одговори. На питања 10, 20. и 21. учитељи су давали дескриптивне одговоре.

Питање 6:

Да ли чули за пројекат Активно учење/настава (АУН) који је настао у Србији, на Филозофском факултету у Београду?	Да	Не
Одговори наставника	69,57%	30,43%
Одговори професора	77,92%	22,08%
Укупно	76,00%	24,00%

Табела 3. Дистрибуција одговора учитеља на питање број 6

Уводно питање дела анкете о активном учењу односио се на обавештеност учитеља са активним учењем.

Иако би било за очекивати да је број учитеља који нису чули за АУН, а посебно због географског оквира настанка, веома мали, наишли смо на чињеницу да скоро четвртина учитеља није никада чула за АУН. Посебно је интересантна тенденција да са порастом година радног стажа наставника расте и степен њихове необавештености о АУН-у, а ово може сугерисати да порастом година радног стажа полако опада и жеља наставника за укључивање у савременеме токове и трендове у образовању.

Похвална је чиљеница да је степен информисаности о АУН-у код професора супротан закључку у претходној реченици, па у категорији ових који имају преко 20 година радног стажа скоро да и нема оних који нису чули за АУН.

Може се приметити да су учитељи који су до VII степена стручне спреме дошли дошколовањем за нијансу више упознати са АУН-ом.

У односу на средину у којој раде, градске и сеоске школе, нису уочене разлике у степену информисаности учитеља о АУН-у.

Питање 7:

Да ли сте похађали неки од семинара АУН-а?	Да	Не
Одговори наставника	60,87%	39,13%
Одговори професора	42,86%	57,14%
Укупно	47,00%	53,00%

Табела 4. Диструбуција одговора учитеља на питање број 7

И поред велике инструкторске мреже и подршке које пројекат АУН има у локалним јединицама Министарства просвете, мора се констатовати да и даље велики број учитеља, тачније више од половине, није прошло нити један од базичких семинара АУН-а.

Интересантна је чињеница да је већи проценат укупног броја наставника прошао базичну обуку АУН-а од процента укупног броја професора али је овде још израженија тенденција пада интересовања за похађање семинара са порастом година радног стажа наставника. Ова тенденција код професора је сасвим супротна.

Важно је напоменути да је свега 11,11% професора почетника, тј. оних који имају до пет година радног стажа, похађало АУН семинар. Ова чињеница треба да сугерише на потребу да се већ на самом извору будућих учитеља, тј. матичним факултетима, организују програми обуке за АУН, можда у облику додатног рада на пољу методика, како би се основна знања о АУН-у стекла и пре почетка каријере учитеља.

Може се приметити подједнака заступљеност учитеља и из градских и из сеоских школа који су прошли основни програм обуке.

Питање 8:

Колико сте у овом тренутку упознати са начином извођења и суштином АУН-а?	Нисам упознат/а	Делимично сам упознат/а	Упознат/а сам	У потпуности сам упознат/а
Одговори наставника	30,43%	34,78%	30,44%	4,35%
Одговори професора	25,97%	38,97%	28,57%	6,49%
Укупно	27,00%	38,00%	29,00%	6,00%

Табела 5. Диструбуција одговора учитеља на питање број 8

Иако више од половине учитеља није прошло базични АУН семинар похвално је да је 49,06% таквих учитеља барем делимично упознато са начином извођења и суштином АУН-а. Ово се може објаснити разменом искустава између учитеља који су прошли и оних који нису прошли АУН семинар, а свакако и потенцијалним самосталним истраживањем литерарне грађе.

Са друге стране, само 12,77% учитеља који су прошли АУН семинар је у потпуности упознато са начином извођења и суштином АУН-а, док је њих 27,67% делимично упознато. Ово мора бити аларм за креаторе АУН семинара о потенцијалној промени одређених делова.

Посматрано по годинама радног стажа, највише учитеља који нису упознати са начином извођења и суштином АУН-а ради преко тридесет година, оних који су делимично упознати има највише међу учитељима са мање од пет година радног искуства, док оних који су упознати и у потпуности упознати има највише у групи учитеља која ради од 6 до 10 година у просвети.

Разлику можемо уочити у код учитеља који раде у градским и сеоским школама. Највећи број учитеља који раде у сеоским школама је упознат са начином извођења и суштином АУН-а али нико од њих се није изјаснио да је у потпуности упознат, а, такође, далеко је мањи број учитеља који раде у сеоским школама који су делимично упознати од оних који раде у градским школама. Што се тиче односа учитеља који нису упознати са начином извођења и суштином АУН-а, проценат је скоро идентичан у обе средине.

Питање 9:

Да ли примењујете неку од метода АУН-а у наставној пракси?	Не примењујем их	Примењујем их веома ретко	Примењује м их често	Примењујем их свакодневно
Одговори наставника	30,44%	56,52%	13,04%	0,00%
Одговори професора	49,34%	24,68%	23,38%	2,60%
Укупно	45,00%	32,00%	21,00%	2,00%

Табела 6. Диструбуција одговора учитеља на питање број 9

Разочаравајућа чињеница, која проистиче из овог одговора, јесте да 77,00% учитеља, тј. око три четвртине, у највећој мери не или ретко примењује неку од метода АУН-а у свакодневној наставној пракси. Ова чињеница можда и не би била толико поражавајућа да број оних који су похађали базични АУН семинар а дали су овакав одговор, није 51,06%, што опет иде у прилог констатацији о евентуалној промени делова концепције АУН семинара.

Ако сагледамо дубљу позадину сваке појединачне солуције одговора, долазимо до следећих чињеница, не узимајући у обзир одговоре оних који нису упознати са начином извођења и суштином АУН-а:

– методе АУН-а не примењују учитељи који су делимично упознати са његовим начином извођења и суштином и имају између 11 и 20 година радног стажа;

– ретко примењују учитељи који су упознати и имају преко 20 година радног стажа;

– често примењују учитељи који су у потпуности упознати и имају између 11 и 20 година радног стажа;

– свакодневно примењују учитељи који су упознати и имају између 6 и 10 година радног стажа.

У наведеним подацима јасно се види тенденција да са порастом степена коришћења метода АУН-а опада дужина радног стажа учитеља који их користе, тј. учитељи са мање година радног стажа их чешће користе.

Посматрано у односу на локацију школе где учитељи раде, може се уочити да методе АУН-а много чешће користе учитељи који раде у сеоским школама.

Питање 10:

Десето питање тражило је од учитеља да наведу које су то методе АУН-а које најчешће користе у својој пракси. Неочекивано је да је само 21,00% учитеља дао одговор на ово питање. Још веће изненађење представља чињеница да је од укупног броја оних који су дали одговор њих 57,14% умело да наведе тачан назив метода (или 12,00% од укупног броја испитаника), док су остали често наводили и називе непостојећих метода или метода које не припадају АУН-у.

Са овако малим степеном тачно наведених метода очекивано је да су одговоре највећим делом дали учитељи који често или свакодневно примењују методе АУН-а (75,00%), а у истом проценту се мери и број учитеља који су дали одговор и упознати су или су у потпуности упознати са начином извођења и суштином АУН-а.

Најчешће методе које су учитељи наводили биле су: смислено вербално рецептивно учење, учење целовитих активности, учење путем решавања проблема, учење путем открића и неки интерактивни облици учења.

Овај одговор нам сугерише на потребу бољег упознавања учитеља са АУН појмовником.

Питање 11:

Који предмет Вам се чини најпригоднијим за извођење наставе методама АУН-а?	Математика	Српски језик	Свет око нас	Музичка култура	Ликовна култура	Физичко васпитање	Сви предмети
Одговори наставника	39,12%	43,48%	39,12%	0,00%	0,00%	0,00%	13,04%
Одговори професора	33,77%	44,16%	33,77%	1,30%	1,30%	1,30%	19,48%
Укупно	35,00%	44,00%	35,00%	1,00%	1,00%	1,00%	20,00%

Табела 7. Диструбуција одговора учитеља на питање број 11

На основу дистрибуције одговора на овом питању може се закључити да иста мишљења, о примењивости метода АУН-а на појединачне предмете, влада и међу наставницима и међу професорима.

Сагледавајући појединачне предмете, може се запазити следеће:

– да је Математика најпригоднији предмет за извођење наставе методама АУН-а у највећој мери мисле они који нису упознати и не примењују методе АУН-а у наставној пракси. Исто мишљење, али у мањој мери распрострањено, поменуте категорије учитеља имају и за Српски језик;

– у највећој мери учитељи који су у потпуности упознати са АУН-ом и примењују његове методе свакодневно сматрају да је најпригоднији предмет Свет око нас. За Свет око нас се определио и далеко већи број учитеља који су прошли базични АУН семинар у односу на оне који нису прошли;

– за Музичку културу, Ликовну културу и Физичко васпитање определили су се само учитељи који су делимично упознати са методама АУН-а, не примењују их у наставној пракси и нису били нити на једном АУН семинару;

– као позитивну тенденцију треба издвојити да учитељи који су рекли да су сви предмети погодни за извођење наставе АУН методама су упознати са тим методама и често их примењују у својој пракси.

Питање 12:

Да ли сте упознати са критичком конструктивном анализом сценарија?	Да	Не
Одговори наставника	17,39%	82,61%
Одговори професора	22,08%	77,92%
Укупно	21,00%	79,00%

Табела 8. Диструбуција одговора учитеља на питање број 12

Критичка конструктивна анализа сценарија, као основа за успешно писање сценарија за АУН часове, треба да представља једно од примарних знања о АУН-у. Међутим, узимајући у обзор да је 21,00% учитеља упознат са њом, видимо да за велику већину учитеља не можемо рећи да су оспособљени за успешну примену АУН-а.

Чињеница да од укупног броја учитеља који су прошли семинар АУН-а само 40,43% је рекло да је упознато са критичком конструктивном анализом сценарија иде у прилог чињеници да се мора доста порадити на конструкцији самог семинара. Шта више, међу учитељима који су упознати са критичком конструктивном анализом сценарија има 9,52% оних који нису похађали семинар.

Очекивана је чињеница да су са критичком конструктивном анализом сценарија упознати само учитељи који су рекли да су упознати са методама АУН-а и да их често примењују, али и међу овим категоријама учитеља има доста оних који нису упознати.

Карактеристично је да учитељи који су упознати са критичком конструктивном анализом сценарија имају између 11 и 30 година радног стажа (85,71%).

Питање 13:

Да ли сте вршили критичку конструктивну анализу сценарија?	Да	Не
Одговори наставника	8,70%	91,30%
Одговори професора	9,09%	90,91%
Укупно	9,00%	91,00%

Табела 9. Диструбуција одговора учитеља на питање број 13

Након разматрања у претходном питању, сасвим је очекиван мали проценат учитеља који су заправо и вршили критичку конструктивну анализу сценарија. Веома уједначена расподела је и код наставника и код професора.

С обзиром на проценат оних који су упознати са критичком конструктивном анализом сценарија њих 42,86% ју је и радило.

Поред солуција за ово питање у упитнику је постојао и простор где је требало да учитељи упишу колико пута су вршили, ако јесу, критичку конструктивну анализу сценарија. Њих 77,78% учитеља рекли су да су радили само једанпут, а њих 11,11% радило је двапут. Највећи број критичких конструктивних анализа сценарија, који је рађен од стране једног учитеља, био је пет.

Питање 14:

Да ли сте писали сценарио за час активног учења и ако јесте за који предмет?	Нисам писао/ла сценарио	Математика	Српски језик	Свет око нас	Музичка култура	Ликовна култура	Физичко васпитање
Одговори наставника	65,21%	8,70%	13,04%	17,39%	0,00%	0,00%	0,00%
Одговори професора	72,73%	5,19%	20,78%	11,69%	2,60%	2,60%	0,00%
Укупно	71,00%	6,00%	19,00%	13,00%	2,00%	2,00%	0,00%

Табела 10. Диструбуција одговора учитеља на питање број 14

На питање да ли су и из ког предмета учитељи писали сценарије за АУН часове добијен је контрадикторан одговор у односу на претходна два питања. Иако је критичка конструктивна анализа сценарија битан део у писању и изради сценарија, а с обзиром да је 21,00% чуло за њу, а 9,00% учитеља је и радило, чак 29,00% учитеља је одговорило да су писали сценарије за АУН часове. Од тога у највећем броју за српски језик и свет око нас. Уочљива је разлика између наставника и професора у избору предмета из којих су писали сценарије.

Међутим, остаје и даље недоумица прве констатације овог питања. Када је већ „толико“ учитеља писало сценарије за АУН часове, да ли су у тим сценаријима уопште вршене критичке конструктивне анализе и ако јесу ко их је и како радио.

Питање 15:

Да ли сте упознати са секвенцијалном анализом часа?	Да	Не
Одговори наставника	13,04%	86,96%
Одговори професора	18,18%	81,82%
Укупно	17,00%	83,00%

Табела 11. Диструбуција одговора учитеља на питање број 15

СА, као показатељ дидактичке ефикасности сваког сегмента часа и часа у целини, представља драгоцени фидбек изведеног часа. С обзиром на 17,00% учитеља који су упознати са СА можемо констатовати да је, и у овом сегменту АУН-а, велика већина учитеља необавештена.

Од укупног броја учитеља који су прошли АУН семинар само њих 31,91% зна шта је СА, док је проценат оних који нису прошли семинар 3,77%.

Сви учитељи који знају шта је СА знају и шта је критичка конструктивна анализа сценарија.

Учитељи који су упознати са СА у 94,11% случајева имају између 11 и 30 година радног стажа.

Питање 16:

Да ли сте вршили секвенцијалну анализу одржаног часа?	Да	Не
Одговори наставника	4,35%	95,65%
Одговори професора	7,79%	92,21%
Укупно	7,00%	93,00%

Табела 12. Диструбуција одговора учитеља на питање број 16

Мали број учитеља, који је упознат са СА, је и радио СА изведеног часа. 41,18% учитеља који знају шта је СА су је и радили. Од тога 71,43% је оних који су прошли АУН семинар док 28,57% њих нису. Ово се донекле може оправдати тешким поступком СА часа ако час изводи онај ко и ради СА.

Као и у питању 13, и на овом питању је био предвиђено место где учитељи треба да упишу колико пута су радили, ако јесу, СА. Готово у свим случајевима је стајало да је СА рађена једанпут. Највећи број СА, који је рађен од стране једног учитеља, био је три.

Питање 17:

У којим фазама часа најчешће користите методе АУН-а?	Не користим их уопште	Уводном делу часа	Главном делу часа	Завршном делу часа	Користим их на целокупном часу
Одговори наставника	30,44%	13,04%	30,44%	4,35%	21,73%
Одговори професора	49,34%	9,09%	25,97%	6,49%	14,29%
Укупно	45,00%	10,00%	27,00%	6,00%	16,00%

Табела 13. Диструбуција одговора учитеља на питање број 17

Дистрибуцијом одговора на овом питању видимо да методе АУН-а доминирају главним делом часа.

Профил учитеља који не користе АУН смо већ сагледали у питању 9, па га нећемо поново овде наводити, већ ћемо се осврнути на остале категорије одговора:

– учитељи који су одговорили да користе АУН методе на уводном делу часа су углавном делимично упознати са њима и често их користе у свом раду. Група учитеља која свакодневно примењује АУН методе готово никада их не користи на уводном делу часа;

– у главном делу часа АУН методе у највећој мери примењују учитељи који су упознати или у потпуности упознати са њима и који их примењују често или свакодневно;

– завршни део часа је карактеристичан, јер је одлика учитеља који су се изјаснили за овај одговор, да су делимично упознати са АУН методама и да их веома ретко користе;

– учитељи који када користе АУН методе користе те методе на целокупном часу, су у највећем броју случајева они који су упознати са њима али их ретко употребљавају.

Интересантно је упоредити одговоре учитеља у односу на године радног стажа:

– скоро сви учитељи са мање од 5 година радног стажа АУН методе примењују искључиво на завршном делу часа;

– учитељи са 6 до 10 година радног стажа АУН методе примењују подједнако или на целом часу или само на главном делу часа;

– учитељи са 11 до 20 година радног стажа АУН методе највише употребљавају на главном или уводном делу часа, док то најмање раде на завршном делу часа;

– учитељи са 21 до 30 година радног стажа АУН методе искључиво користе на главном делу часа;

– учитељи са преко 30 година радног стажа АУН методе најчешће користе на завршном делу часа.

Сагледавајући одговоре учитеља, с обзиром на средину у којој раде, може се уочити да учитељи и у градским и у сеоским школама када користе АУН методе то најчешће раде на главном делу часа. Учитељи у сеоским школама за нијансу више користе АУН методе на уводном делу часа од учитеља у градским школама, док их на завршном делу часа уопште не користе.

Питање 18:

На ком типу часа најчешће користите методе АУН-а?	Не користим их уопште	При обради новог градива	При утврђивању градива	При системати-зацији градива	На свим типовима часа
Одговори наставника	30,44%	26,09%	34,78%	13,04%	8,70%
Одговори професора	49,34%	22,07%	15,58%	12,99%	11,69%
Укупно	45,00%	23,00%	20,00%	13,00%	11,00%

Табела 14. Диструбуција одговора учитеља на питање број 18

Скоро подједнака дистрибуција одговора учитеља да АУН методе најчешће користе, када их користе, и при обради новог и при утврђивању градива иде у прилог мишљењу да су АУН методе применљиве на свим типовима часова.

Вршећи упоредну анализу са неким од претходних одговора долазимо до следећих података:

– методе АУН-а се, при обради новог градива, најчешће користе на уводном и главном делу часа. Примењују се често и примењују их они који су упознати са њима. Скоро нико од учитеља ко користи АУН методе свакодневно не примењује их на часовима обраде;

– на часовима утврђивања АУН методе се користе претежно на завршном делу часа и примењују их, најчешће, они који ретко примењују АУН методе и при томе су делимично са њима упознати;

– приликом систематизације градива методе АУН-а се, најчешће, користе на уводном делу часа и користе их наставници који свакодневно их примењују и у потпуности су упознати са њима. Готово никада се не користе на завршном делу овог типа часа;

– група учитеља која је рекла да користи АУН методе на свим типовима часова користи их на целокупном часу, али ретко изводи часове АУН методама.

Интересантно је да се, на основу одговора, може успоставити и веза између типа часа на коме се примењују АУН методе и дужине радног стажа учитеља. Учитељи између 10 и 20 година радног стажа најчешће их користе при обради градива. Са порастом година радног стажа расте и број учитеља који их примењују на главном делу часа, а опада број учитеља који их користе на завршном делу часа.

Питање 19:

Ако спроводите АУН, у којој мери су по Вашем мишљењу ученици мотивисани за рад применом АУН метода?	Не спроводим АУН	Нема приметних измена у раду	Приметно је веће узбуђење и већа мотивисаност ученика	Ученици су у потпуности одушевљени и мотивисани за рад
Одговори наставника	30,44%	8,70%	52,17%	4,35%
Одговори професора	49,34%	7,79%	28,57%	14,29%
Укупно	45,00%	8,00%	35,00%	12,00%

Табела 15. Диструбуција одговора учитеља на питање број 19

Не рачунајући оне који не раде АУН часове, проценат учитеља који мисле да нема приметних измена у раду је 14,55%, што не представља мали проценат. Учитељи који мисле да нема приметних измена у раду су делимично упознати са применом АУН метода и раде преко 30 година. Група учитеља која је у најмањој мери дала овај одговор има између 20 и 30 година радног стажа.

Међу учитељима који мисле да је приметно веће узбуђење и мотивисаност ученика за рад применом АУН метода није уочена повезаност између овог одговора и других карактеристика.

Учитељи који мисле да су ученици у потпуности одушевљени и мотивисани за рад применом АУН метода свакодневно их примењују, раде између 6 и 10 година у школи и видно је уочљиво да је већи проценат учитеља који ради у сеоским школама одговорио на овај начин у односу на оне који раде у градским.

Питање 20:

Услед показаног слабог познавања АУН-а, или појединих његових делова, интересантно је сагледати одговоре на питања 20 и 21. У овом питању од учитеља се тражило да наведу које су, по њима, главне предности АУН-а.

Одговор на ово питање дало је 53,00% учитеља, што је приближно једнако са бројем учитеља који, барем и ретко, користе методе АУН-а.

Од свих предности две су се посебно истакле у одговорима учитеља. Њих 37,74% мисли да је главна предност АУН-а боље ангажовање ученика у усвајању нових знања, док 30,19% учитеља мисли да је већа мотивисаност ученика за усвајање нових знања.

Као остале најчешће одговори, који су се јављали код учитеља, можемо издвојити следеће, поређане по фреквенцији појављивања: боља укљученост ученика у рад; потпунија повратна информација од стране ученика; креативност ученика боље може доћи до изражаја; стицање већег самопоуздања и самосталности код ученика; самостално стицање знања; развијање боље кооперативности у тимском раду између ученика; развој личности и индивидуалности сваког ученика; код ученика се поспешује истраживачки дух; прилагођавање наставног садржаја према личним способностима сваког ученика; квалитет знања је већи; трајност знања је боља.

Питање 21:

Насупрот питању 36 у питању 37 од учитеља се тражило да наведу главне мане АУН-а. Одговор на ово питање дао је само 21,00% учитеља. Учитељи који су дали одговор на ово питање дали су одговор и на претходно. Учитељи који су упознати са АУН-ом, а не користе га, нису изнели који су то, по њима, недостаци АУН-а због којих га не користе.

Главни разлог некоришћења АУН-а код 38,10% учитеља је време потребно за реализацију планираних часова.

Остали карактеристични одговори, које су учитељи давали, можемо сврстати под неку од следећих категорија и то оним редом колика је њихова заступљеност: недостатак материјалних средстава за припрему АУН часа; недостатак просторних могућности; недовољна обученост учитеља; ангажују се бољи ученици док се слабији или мање вредни ученици „повлаче“; немогућност примене на свим часовима; оцењивање; ученици са посебним потребама се теже укључују; дуже време потребно на писање припреме (сценарија) за АУН часове од класичне припреме.

У упитнику су се могли наћи и одговори који упућују на необавештеност у вези АУН-а и који зависе искључиво од личности учитеља и његових организаторских способности, као на пример: понашање ученика, седење ученика у кругу.

Питање 22:

Да ли бисте и на који од датих начина желели да се додатно усавршите и едукујете о АУН-у?	Не бих желео/ла	Желео/ла бих путем семинара стручног усавршавања	Желео/ла бих путем самосталног истраживања дидактичко-методичке литературе	Желео/ла бих путем последипло-мског образовања
Одговори наставника	21,74%	56,52%	21,74%	0,00%
Одговори професора	7,79%	75,32%	16,88%	3,90%
Укупно	11,00%	71,00%	18,00%	3,00%

Табела 16. Диструбуција одговора учитеља на питање број 22

Доминантан одговор на ово питање дао је 71,00% учитеља који би желели да се додатно усавршавају о АУН-у путем семинара стручног усавршавања. Ово је индикација да велики број учитеља жели да се додатно едукује и о овом виду наставе. Велика заинтересованост учитеља, а сходно претходним разматрањима, мора да алармира креаторе АУН семинара о потенцијалним новим садржајима које треба да унесу у семинаре, као и продубљивању неких, већ постојећих тема.

Доста учитеља жели да се усавршава и самосталним истраживањем дидактично-методичке литературе, па би било веома пожељно објављивање литературе која би могла да пружи више практичнијих знања и савета овој групи учитеља.

Очекивано је да учитељи који имају преко 30 година радног стажа, у највећем проценту, не желе додатно да се усавршавају, али је неочекивано мали број учитеља који би желео да се о АУН-у едукује путем последипломског образовања.

Закључак

Сагледавајући комплетне одговоре учитеља могу се констатовати глобалне карактеристике расположења, ставова и примене АУН-а. Видна је, још увек, недовољна информисаност о самом постојању пројекта АУН-а. Очигледна је потреба интензивирања обуке учитеља, али и потреба реструктуирања самог процеса обуке у циљу повећања ефикасности усвајања карактеристика, метода и применљивости АУН-а. Услед затеченог стања разумљива је слаба примена АУН-а у свакодневној наставној пракси али је и забрињавајућа изузетно мала оспособљеност у примени основних категорија припреме самих часова методама АУН-а. Са друге стране, битно је напоменути да се одговорима учитеља заправо види да евентуална одбојност према употреби АУН-а управо долази због недовољне информисаности. У прилог овој чињеници иде и констатација да учитељи који свакодневно користе АУН потенцирају стваралачке, креативне и образовне предности које АУН носи, док они који не примењују АУН у довољној мери претежно говоре о организационо-техничким манама. Свакако је потребно искористити тренутну заинтересованост учитеља, који су у изузетно великом проценту показали спремност за додатно усавршавање и едукацију, не би ли се прави квалитет и смисао АУН-а у већој мери укоренио у наставној пракси.

ЛИТЕРАТУРА

[1] UNICEF (2004): *Извештај о евалуацији активне наставе/учења у Србији и Црној Гори 1994 – 2004*, Београд: UNICEF.
[2] Ивић, И., Пешикан, А., Антић, С. (2001): *Активно учење 2*, Београд: Институт за психологију.
[3] Ивић, И. (2004): *Могућности практичне примене активне наставе/учења*, Београд: UNICEF.
[4] Ивић, И., Пешикан, А. (2000): *Interactive teaching – active learning: The learning embedded in socio-cultural context*, III Conference for sociocultural research, Brasil: University of Campinas.
[5] Вулетић, С. (2008): *Спровођење појединих дидактичких система у наставној пракси учитеља*, Педагошка стварност, година 54, бр. 3-4, 293-307.

Nenad Vulovic, Branislav Popovic

TEACHERS' ATTITUDES ABOUT ACTIVE LEARNING/TEACHING IN EVERYDAY PRACTICE

Summary: The topic of this paper is questioning teachers' attitudes and thinking about active learning/teaching (ALT), created at the Philosophical Faculty in Belgrade. Actually, the purpose of this paper is to identify the level of teachers' interest and motivation for applying the ALT in the everyday teaching practice. Even though the applying the ALT is confirmed in many areas and in many levels, we still do not have the idea about teachers' attitudes. We have conducted the research in order to find out about the teachers' attitudes on this matter. The sample was consisted of 100 class teachers from four cities in Serbia. The teachers answered 22 questions in the questionnaire. In conclusion, we may say that the class teachers are not well informed about the ALT and that it is in necessary to inform teachers about this project as well as to motivate teachers to use ALT more often in their teaching because active learning/teaching enables creative and educational effects. What is more, class teachers showed great motivation and interest for their professional improvement in this field.

Key words: active learning/teaching, class teachers, the teaching practice, teachers' attitudes.

Радојко Дамјановић
Министарство просвете Републике Србије
Школска управа у Крагујевцу

37.014.5

ПЛАНИРАЊЕ И ПРИПРЕМАЊЕ НАСТАВЕ/АКТИВНОСТИ У ОБРАЗОВНО-ВАСПИТНОМ ПРОЦЕСУ

Апстракт: Коришћење достигнућа савремене науке(а) неопходан је предиктор квалитетне школе и не односи се доминантно на наставне предмете (или области), већ на читаву школу као организацију која учи, на путу ка заједници која учи. Планирање и припремање је conditio sine qua non за смислени наставни процес урођен у најшири образовно-васпитни ток. У тексту је приказан спој науке о управљању и руковођењу и педагошких наука (конкретно дидактике), и тако демонстрирана смисленост планирања и припремања процеса наставе у коначном.

Кључне речи: планирање, припремање, настава, наставни процес, образовно-васпитни процес, предиктори, управљање, руковођње, квалитетна школа

Планирање и припремање – предиктори управљања процесом

Нужност сврсисходности *процеса* наставе, упућује на коришћење *научног приступа управљању*, тј. на коришћење достигнућа науке, чији је базични предмет изучавања *управљање*.

Све оно што управљање подразумева – планирање, организовање, реализација, контрола, али и структура и ресурси који се ангажују (Омербеговић-Бијеловић, 1998, стр. 7), подразумева и извођење наставног процеса, тако да су резултати научног истраживања са поља управљања итекако добродошли. Посебно место заузима руковођење, као позиција директне операционализације и извршења фаза управљања.

Настава је систем, део сложенијег система. Неопходно је уважити њену људску страну, јер за разлику од производних организација, настава је у потпуности амбијент, симплификовано, почевши од предмета рада, преко средстава за рад, производних односа, ресурса, углавном сачињена од *сложених хуманих односа размене*, који у простор-времену расту и развијају се и тако у њему дефинишу људску димензију.

И, ако сада наставу посматрамо као вид активности, можемо поћи од тога да "... Свака активност, особито ако је учесник Човек, мора се пратити, кориговати, анализирати – до откривања новог сазнања и прилагођавати наручиоцу/извршиоцу/кориснику. То подразумева праћење (прикупљање података, пренос, предају и тумачење) активности и примену нових/иновираних сазнања у пројектовању следећег управљачког деловања" (Омербеговић-Бијеловић, 1998, стр. 13).

Пошто код наставе имамо *праћени излаз*, говоримо о систему са повратном спрегом и могућностима корекције, у смислу *управљачких резерви*, тј. поправљању успешности управљања процесом.

Овде је могуће отворити још један простор деловања, а то је смештање у један шири систем и одатле посматрања – *управљањем управљања*, односно *метауправљање*, као теоријски инпут система, или облога која треба да дâ подстицај, подршку за јачање.

Дакле, настава као управљив процес, подложна је и комплекснијем управљању – метауправљању.

Штавише, околности савременог живота и света намећу неопходност мноштва и разноликости приступа *процесима школе*, као *сложене људске заједнице окупљене око учења*, доминантно организованог кроз наставу или различите облике наставних активности. Овде можемо да закључимо да када говоримо о управљивости наставом, заправо говоримо о *управљивости учења*, као есенцијалног активизма човека, било да се ради о рутинама (физичким или менталним), флексибилним, креативним или којим другим вештинама и знањима.

Постоје различити приступи, познати науци која се бави управљањем и руковођењем. Један од њих је и тзв. *маркетинг менаџмент*. Полазећи од тога да „маркетинг обухвата задовољење потреба и жеља потрошача" (Kotler i Keller, 2006, стр. 36), имамо провајдере образовања, тј. образовни систем посматрамо као систем испоручиоца (ресорно министарство, локални ауторитети, одговарајуће институције и службе, установе, школе) и корисника/конзумената услуга (деца/ученици и њихови родитељи). Последњег у низу провајдера, оног који је сам руб у испоручивању услуга – школу – посматрамо као компанију и кажемо да „... компанија може да буде победник само ако добро подеси процес испоруке вредности и одабере, створи и комуницира супериорност" (Kotler i Keller, 2006, стр. 36), односно, „за успешан макетинг потребно је да компанија има способности као што су схватање, креирање, испоручивање, обухватање и одржавање вредности за потрошаче" (Kotler i Keller, 2006, стр. 41). Управо у овом креирању „вредности за потрошаче", пренето на школу, идентификује се важност планирања (и коначно, припремања) процеса наставе и учења, као сврсисходне и есенцијалне активности у установи.

У мноштву приступа је и *стратегијски менаџмент*, који „... се састоји од анализа, одлука и акција које нека оранизација предузима да би створила и задржала конкурентске предности" (Dess, Lumpkin i Eisner, 2007, стр. 9). Баш ове компоненте – *анализе, одлуке и акције* – чине целину у процесу планирања и припремања наставе/активности, код било ког ентитета са руба мреже провајдера образовања.

Планирање и припремање[34] у школи као целина процеса – дидактичко утемељење

Полазећи од става да је настава „најорганизованији и најсистематичнији начин стицања знања па је, у дефиницији, наглашена њена планска организованост ради разлучивања од ненамерног и спорадичног учења тако честог у свакодневној људској активности" (Вилотијевић, 1999, стр. 84), произлази и функција наставника

---

[34] У даљем тексту планирање и припремање и све што је у вези са тим односи се на наставу/активности у образовно-васпитном процесу.

„да одабира и припрема наставне садржаје и да помаже ученицима да их лакше савладају и усвоје“ (Вилотијевић, 1999, стр. 85).

Истовремено, сматрајући да је настава или било која наставна активност, заснована као заједнички акт учесника процеса (наставника и ученика у најужем) и њиховом међусобном уважавању, многи аутори, смештајући их у шири васпитно-образовни процес, сматрају да „основне етапе требају бити ДОГОВОР, РЕАЛИЗАЦИЈА и ЕВАЛУАЦИЈА“ (Богнар и Матијевић, 2005, стр. 203).

Без сумње, иако има различитих виђења, настава је целисходан и веома промишљен процес, који је нужно организован, вођен, којим се управља и руководи, те у том смислу мора бити планиран и припремљен. Дидактичком разрадом интенција конкретног процеса, долазимо до нужности посебних методика, које даље, методама наставе аранжирају методе учења у јединствену целину процеса школе, од организације која учи, до заједнице окупљене око учења.

„Срећа није одредиште. Она је путовање. Исто важи и за учење“ (Адижес, 2005, стр. 86). Наведено, намеће обавезу јасности циља, али и процеса (пута), који су директно свезани, међузависни, јер један одређује други у смислу оптимума интендираног процеса. „Постоје људи који верују да је циљ важнији од средстава којим се постиже тај циљ, тако да игноришу важност процеса путем којега се циљ постиже. А ипак мала грешка у усмеравању тог процеса може да ослаби жељене резултате“ (Адижес, 2005, стр. 36).

Ниједан посао није тако до у детаљ испланиран, као наставни рад, а да је у тој мери нестабилан и на ивици да склизне у домен непредвиђеног, када одговоран за вођење процеса, мора да вештином импровизације врати процес у предвиђени простор догађаја.

Успешно подучавати је веома тешко, јер „наставници управљају људима, а већина људи ће се сложити да се ученици-радници најјаче опиру управљању“ (Glasser, 2005, стр. 24) и зато је „бити успјешан наставник можда најтеже знимање у нашем друштву“ (Glasser, 2005, стр. 23). Одавде је опет видљива важност брижљивог и опсежног планирања процеса наставе и осталих активности повезаних са њом.

Планирање и припремање представља низ одлука (Вилотијевић, 2007, стр. 39), те у том смислу, добија различите димензије, од којих је значајна и етичка, јер у процесу доношења одлука, тј. одлучивања, очитава се аксиолошки код наставника, али и друштва, чији је он ангажовани извршилац у послу кореографије подучавања и учења. Одлуке о којима је реч, односе се на управљање процесом наставе, као управљање променама у знањима и вештинама ученика, тако што се она реконструишу или дограђују у сложеној интеракцији садржаја, метода, средстава, временских и просторних оквира, заправо свих компоненти у конгломерату планираног школског догађаја учења. Такође, онај који подучава, планирајући, а посебно припремајући се за непосредну реализацију, током реализације и док анализира, у окружењу је учења, те можемо рећи, да посредујући образовање – сви уче.

Уколико је настава или било која активност образовно-васпитног процеса добро планирана и припремљена, одлуке су донете пре почетка реализације, односно, у току реализације се доноси минималан број одлука, док у процесу који је импровизован и заснован на искуству и неком формално постојећем плану, повећева се број донетих одлука у току процеса који је започет. То би био један индикатор добре и свеобухватне припремљености наставе, а пре тога примереног планирања.

Планирање образовања је постало високо специјализована и сложена делатност, али на нивоу микро-организације процеса учења одвија се конкретна разрада циљева, захтева, који су постављени на националном нивоу (на нивоу макро-организације система), те наставник мора одговарајућим структурисањем наставе организовати тај процес учења (Terhart, 2001, стр. 65).

Различите дидактичке теорије, у различитости приступа предмету дидактике, различито третирају планирање и припремање наставног рада. Од дидактике схваћене као теорије образовања (у оквиру науке о васпитању), затим теорије подучавања, теорије курикулума, и даље, увек ћемо имати важан сегмент, а то је планирање и припремање за реализацију наставе (*Didaktičke teorije*, 1994).

Планирање обједињује око наставе/учења, додељује улоге и усмерава намеравани процес у односу на прокламоване циљеве или исходе, и са одређеним садржајима.

Ако школу посматрамо као провајдера образовања, али и као организацију која клијентима пружа одређене услуге (који су опет стејкхолдери у овом процесу) имамо да „... најпре организација развија способност да задовољи своје купце, а онда се фокус преусмерава на остале учеснике у пословању, да би на крају и једне и друге интегрисала у радну целину. Када се то деси организација је на врхунцу свог животног циклуса“ (Адижес, 2005, стр. 73).

Из последњег је јасно да планирање, условно, држи на окупу све актере процеса наставе, али и „утеже“ овај процес и истовремено не сме да га учини крутим, већ мора да буде флексибилан, како би у реализацији могао да амортизује предвиђене сингуларитете, дакако и испадање из предвиђеног тока, тј. интервенције минималних импровизација[35] (овај скуп би требало да буде мере нула, математички речено). Сâмо припремање наставе јесте последњи акт у низу планирања и разраде докумената, од нивоа националне датости (наставни план и програм или кор-курикулум), као извора планирања, до низа који почиње школским програмом и наставља се годишњим и оперативним планом рада те финално, до саме реализације наставе. Поједини ауторитети сматрају да у овом низу треба да буду укључени сви стејкхолдери (све интересне групе – поред професионалаца, наставника, ученици, родитељи, и др)[36].

Наравно, „у једном тренутку, морате прекинути са планирањем да бисте могли да наставите са извршавањем“ (Адижес, 2005, стр. 75). Иако је ово, овако речено, сасвим у реду, потребно је усвојити да је извршавање део процеса планирања, јер

---

[35] Нпр. инциденти, педагошке ситуације (предвиђене и непредвиђене), које опет могу да се подведу под сингуларитете процеса, али ипак их је потребно издвојити у посебну групу, јер понекад траже „вештину више“.

[36] И јесу сви укључени, али различито на различитим нивоима одлучивања – Национални просветни савет, ресорно министарство, заводи, институције, универзитети, установе образовања, школе, управе школа, стручни органи школа, струковна и научна удружења, академије, локалне самоуправе, наставници, ученици, родитељи. Степен укључености, артикулација, као и диверсификација партиципаната су подложни дискусији и заправо од те мере зависи успешност система образовања једног друштва, као вредности по себи.

анализа реалитета обављеног посла, изведеног процеса, потка је за наставак или ново планирање. Овако фрактално одређен, сваки план и његова реализација су део припремања неког новог плана. У самом извршавању, које је неопходно да буде непосредно добро припремљено, треба да буду уграђени механизми корекције у току процеса (што је опет скуп индикатора флексибилности и мере амортизације процеса који тече – указује на меру управљивости процесом). Зато „ваља организирати облике повратног уклапања наставничких спознаја у сустав планирања и развијања курикулума“ (Kiper i Mischke, 2008, стр. 51).

Планирање наставе, једноставно речено, омогућава систематично деловање, тј. одговарајуће припремање и реализацију. Оно не сме да буде формална ствар и мора да произлази из претходног процеса, али и да одређује/усмерава нови процес, да осликава његову стварност или реалитет, животност (витализам) и самим тим смисленост обављања активности. „Ако имате клавир који не свирате, онда то није клавир. То је само део намештаја“ (Адижес, 2005, стр. 61).

Када наставу посматрамо процесно, што она уистину и јесте, потребно је имати у виду да „у стварности не постоји непромењено стање. Од тренутка успостављања, сви системи су осуђени на опадање... непрестани напор на побољшавању је неопходан, чак и за одржање status quo“ (Imaj, 2008, стр. 49). Тако и код планирања[37], благотворно је стално побољшавање процеса, и из једног у други циклус неговати континуитет усавршавања и побољшавања перформанси, насупрот сталним прекидима сингуларитетима у виду иновација, који нарушавају континуитет процеса. Штавише, јапанска каизен пословна филозофија сугерише да „... иновација је драматичан догађај...“ (Imaj, 2008, стр. 47) и предлаже постепен прилаз напретку, за разлику од великог скока напред (што се постиже иновацијама). Такође, овакав прилаз изискује постојање стандарда, тако да само уз њих може да се говори о целовитом систему у коме се посредује образовање. Стандарди би у овом случају били један од инпута планирања, али и уграђени у елементе праћења и корекције процеса наставе (свакако и вредновања).

Савремена школа као целина процеса и међузависности, и спреге утицаја различитих активитета унутар ње, који се преламају кроз наставу као главног тока школе, око кога су сви окупљени у школску заједницу, компонентно синхронизовану одељењским заједницама, као заједницама учења које дају снагу, ојачавају појединца.

Тако можемо да кажемо да се планирањем својеврсно управља процесом наставе, а припремање чини онај део који се зове руковођење (непосредна реализација управљања процесом).

Планирање и припремање као предиктори квалитетне школе – регулаторни оквир

Многи су предлози, како треба да изгледа *квалитетна школа*. У једном од познатих виђења, каже се: „Као наставник-професионалац у квалитетној школи морали бисте написати кратки сажетак о тому што ћете поучавати, како ћете

---

[37] У нашем случају планирања наставе.

показати да су ваши ученици научили оно што сте их поучавали те како бисте их припремили за квалитетан рад. Ти би сажеци били доступни другим наставницима како би се ускладила наставна грађа и избјегло понављање" (Glasser, 1999, стр. 29). На овај начин, јасно и једноставно је речено зашто наставник треба да приступи планирању, да оно мора да има елементе повратне спреге, функционалности, корелације и кроскурикуларну повезаност. Такође, имплиците је речено да је школа целина процеса у којој су сви са свима у интеракцији и да „организација је средство помоћу кога се увећава снага појединца" (Дракер, 2006, стр. 20). Једновремено, „професионалност учитеља на лицу мјеста очитује се у њихову залагању да посао планирања подијеле са свим члановима групе, учитељима и ученицима, да планирање схвате као интеракцију те у њиховој иницијативности на подручју струке и у односима у групи" (*Didaktičke teorije* - Schulz, 1994, стр. 46).

Резултат доброг планирања је мерљив (заправо сваког планирања које је смислено). Оно је евалуирано, у првом, добрим припремањем, јер висока свест у планирању то само може да омогући, затим и уграђеним елементима евалуације, којима се прати остварење циљева, реализација намераваног посла. „Када школа крене путем квалитете, наставници и управа као и специјализирано особље такођер ће почети вредновати свој рад" (Green, 1996, стр. 87).

Добар план, није онај који је у потпуности остварив или остварен, већ онај који има уграђене све механизме за реализацију, праћење и вредновање и омогућава у сваком тренутку контролу над процесом (у овом случају наставе) и корекцију и интервенцију измене у току, уколико се уочи несврсисходност неког сегмента деловања чији је ефекат другачије био планиран. Некада је и добро да се одустане од планираних активности, и то се може уочити током припремања, а некада тек код саме реализације. Постоји и ситуација када се околности за извођење измене, уоче (региструју), непосредно пред почетак процеса и онда вештином наставника (водитеља процеса), врши се адаптација у односу на реалитет ситуације. „Образовна је стварност у школама... одувијек је било врло тешко бацити поглед иза затворених врата учионице" (Terhart, 2001, стр. 11).

Не сме планирање и припремање да буде шаблонско, већ да се из њега очитава променљивост, функционалност наставног реалитета и реалитета учења, креативно савладавање изазова (зато запослени у образовању нису државни чиновници), да је живо и животно и да из њега извире будући реалитет, оптимизам будућег реалитета. *„Планирање, међутим, није доношење планова, већ континуирани стваралачки процес који се заснива на сталном истраживању и препознавању аутентичних потреба школе и осмишљавању начина да се те потребе задовоље, то је свакодневна активност интегралног доношења планских одлука, како стратегијских, тако и оперативних"* (Дунђеровић, Радовановић и Леви, 2009, стр. 229).

Ваљано планирање и припремање наставних активности води ка оптимизацији процеса, да он буде јасно одређен сврхом, оријентисан у односу на друге „околне" процесе, осетљив за ученичке потребе, делотворан у односу на усклађеност метода подучавања и учења; у исто време „важно обиљежје планирања је потреба да се буде прилагодљив у проведби планова" (Kyriacou, 2001, стр. 41).

Припремање наставе се односи на обезбеђење ресурса и материјала, дидактичку разраду конкретних активности, предвиђених планом, и све усмерено ка достизању постављених циљева образовно-васпитног процеса, у који је намеравани наставни ток утопљен. Тако имамо да „планирање и настава теку паралелно, а многе планске одлуке доносе се тијеком припреме" (Kyriacou, 2001, стр. 48).

И пошто смо исказали да се наставне активности, као догађај(и), одвијају у простор-времену, можемо да укажемо на то да „планирање је процес у коме се на основу података који анализирају ПРОШЛОСТ, утврђује мисија у САДАШЊОСТИ, доносе одлуке о правцима и приоритетима развоја, дефинише спрега *план-реализација-провера-план-акција*, дефинише се кадровска политика, планира временски просторни, материјални и финансијски оквир како би се контролисала БУДУЋНОСТ" (Дунђеровић, Радовановић и Леви, 2009, стр. 228).

ЛИТЕРАТУРА

[1] Адижес, Исак (2005), *Управљање променама*, Нови Сад, Адижес

[2] Богнар, Ладислав и Матијевић, Милан (2005), *Дидактика*, Загреб, Школска књига

[3] Вилотијевић, Младен (1999), *Дидактика 1*, Београд, Научна књига и Учитељски факултет

[4] Вилотијевић, Младен (2007), *Дидактика 3*, Београд, Школска књига

[5] Glasser, Villiam (1999), *Nastavnik u kvalitetnoj školi*, Zagreb, Educa

[6] Glasser, dr. Villiam (2005), *Kvalitetna škola: škola bez prisile*, Zagreb, Educa

[7] Green, Brad (1996), *Nove paradigme za stvaranje kvalitetnih škola*, Zagreb, Alinea

[8] Dess, Gregory G; Lumpkin, G. T; Eisner, Alan B. (2007), *Strategijski menadžment*, Beograd, Data Status

[9] *Didaktičke teorije* – ur. Herbert Gudjons et al, (1994), Zagreb, Educa

[10] Дракер, Питер (2006), *Вештина делотворног директора*, Нови Сад, Адижес

[11] Дунђеровић, Ратко; Радовановић, Ивица и Леви, Светлана (2009), *Управљање разредом: психолошки и педагошки аспекти управљачке функције*, Београд, Учитељски факултет

[12] Закон о основама система образовања и васпитања (2009), *Службени гласник РС*, Београд, бр. 72/2009

[13] Imaj, Masaki (2008), *Kaizen*, Beograd, Mono i Manjana

[14] Kiper, Hanna i Mischke, Wolfgang (2008), *Uvod u opću didaktiku*, Zagreb, Educa

[15] Kotler, Philip i Keller, Kevin Lane (2006), *Marketing menadžment*, Beograd, Data Status

[16] Kyriacou, Chris (2001), *Temeljna nastavna umijeća*, Zagreb, Educa

[17] Омербеговић-Бијеловић, др Јасмина (1998), *Метауправљање и квалитет управљања*, Београд, Задужбина Андрејевић

[18] Правилник о стручно-педагошком надзору (2007), *Службени гласник РС*, Београд, бр. 19/2007

[19] Приручник за самовредновање и вредновање рада школе – група аутора (2005), Београд, Министарство просвете и спорта РС и British Counsil

[20] Terhart, Ewald (2001), *Metode poučavanja i učenja (Uvod u probleme metodičke organizacije poučavanja i učenja)*, Zagreb, Educa

Radojko Damjanovic

PLANNING AND PREPARING OF TEACHING/ACTIVITIES IN EDUCATIONAL PROCESS

Summary: Using the accomplishments of modern science what is necessary is a predictor of high-quality school that doesn't refer dominantly to teaching subjects (or fields), but to the school as an organization that learns, to the community that learns. Planning and preparing is conditio sine qua non for meaningful teaching process submerged into the widest educational course. What is presented in the text is the connection of management and pedagogy science (didactics in the concrete), and in that way demonstrated efficency of planning and preparing process in final.

Key words: planning, preparing, teaching, learning, teaching process, educational process, management, leadership, high-quality school

Rumyana Papancheva
University "Prof. Dr Asen Zlatarov"
Burgas, Bulgaria

371.3::51]:004

USING INTERACTIVE HARDWARE AND SOFTWARE TECHNOLOGIES TO SOLVE MATH WORD PROBLEMS IN PRIMARY SCHOOL

Summary: The paper offers approaches of making math lessons more attractive and more effective, at the same time, through using contemporary interactive technologies. One of the most difficult problems for young students are math word problems. Short analysis of the word problems included in Bulgarian learning plan in Math for Primary school is done. The use of subsidiary schemes is described to make problems more clear to children. Results and examples of experimental work are presented. Main accent in experimental work and in teaching resources created is on the application of interactive technologies – multi-mouse software platform and interactive white boards. Some conclusions are formulated.

Keywords: Math word problems, interactive technologies

The program in Mathematics for Primary school in Bulgaria includes special module "Modeling". Within this module the students solve math word problems, problems that reflect real life situations. One word problem includes certain quantities with their values and relations as one or more of quantities are unknown and by solving the problem they must be found. Addressing the specific task of students is related to the discovery of something new for them, that is rediscovering the already known truths about science, but unknown to students in training so far. Task that a student has to solve for the first time (unknown to her/him), put the student in a problematic situation. Very often the synthesis of such systematic analysis is presented using a language to construct a model of the problem situation [1, 2].

Through solving math word problems, the arithmetical algorithms studied by student find their practical implementation. This is a higher level of understanding of mathematical knowledge and skills in Primary school.

By working with math word problems one could solve wide range of educational problems:

– Common culture in different areas of social and natural life is formed through the math problems content.

– Critical thinking is formed through distinguishing the essential from inessential part of information, and through grading the importance of the data available.

– Students learn how to describe the solution and how to order their work.

– Logical thinking is formed. Consequent stages in solving one problem are determined.

– Students are encouraged to be creative by looking for different ways of solving given problem.

– Rich interdisciplinary connections are realized.

Primary Education in Bulgaria consists of four grades. Students are between 7 and 11 years old.

First grade students learn the numbers to 20 and how to make addition and subtraction with them. The math word problems are very simple with only one calculation as a solution. We could divide the math word problems in three main classes. The first one includes problems based on the set theory, like problems solved by addition in situation when we have to unite the elements of two sets. The other classical situation is when some elements of given set are removed and we are interested in the number of the elements that have remained. The second class includes problems that have "... less than" or "... more than" as keywords. For example*: George has 5 balls and Tom has 3 balls more than him. How many balls has Tom?* The third class consists of problems in which the relation between two qualities is wanted by answering the question "How many more elements are there in A then in B?" or the opposite question "How many fewer elements are there in B than in A?". For example: *George has 5 balls and Tom has 8 balls. How many more balls does Tom have*? How many fewer balls does George have?

In second grade students solve math word problems from the same three classes, considered above, but in a higher level. Students do addition and subtraction with numbers to 100. New arithmetic operations – multiplication and division are introduced. Students learn multiplication and division tables of numbers to 10. The second class of math word problems is extended with problems with "... times more than" and "... times less than" as keywords. For example: *George has 4 balls, and Tom has 3 times more than him. How many balls has Tom?* In some problems from the third grade a relation between two quantities is asked in the terms of "times more" or "times less". For example: *George has 12 balls, and Tom has 3 balls. How many times more balls does George have than Tom*? In second grade the math word problems solved usually consist of two calculations into the solution. One numerical expression as a solution of a given problem is introduced to students. For example: *George has 3 balls, and Tom has 7 times more balls than him. How many balls have George and Tom together?* This problem can be solved by calculating the expression: 3+7.3.

In the third grade problems get complicated in two directions. First, students work with numbers to 1000 applying the four basic arithmetic operations between them. Second, the solution of one math word problem in third grade usually includes two or three calculations. Third grade students are required to record the solution of a given word problem with one numerical expression if this is possible. Quite wide class of word problems could be solved by using unknown value, or the so called "empty square". This is a way of realizing algebraic propaedeutics [3].

In third grade we have a new class with math word problems. It includes the so called "indirect math word problems". Within these problems the expressions "... more than" or "... less than" refer to the given qualities. This leads to reformulation of the problem. For example: George has 5 balls which are 3 fewer than Tom's balls. How many balls has Tom? The new formulation states that Tom has 3 balls more than George has. Problems of this kind are quite difficult for the young students. Moreover after two years in which the associative links "... more than" with addition and "less than" with subtraction have been created.

In fourth grade students' knowledge of solving math word problems are stabilized and generalized. The arithmetic operations include numbers to and more than 1000000.

The problems are more complicated and one solution could include 3, 4 or more consequent calculations. Students work with variety of units, tables and diagrams.

Solving math word problems is one of the most difficult issues for students in the Primary school. Especially in first grade we have quite a big group of pupils who just take the numerical data from the problem content and on random principle decide whether to add or to subtract the numbers.

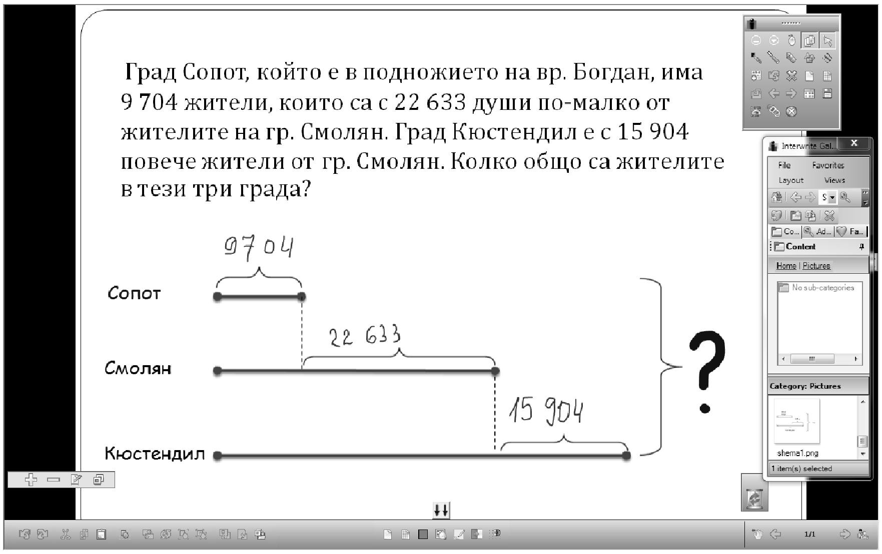
The methodology of teaching mathematics include quite rich tolls and methods concerning math word problems. They could be even more effective if combined with contemporary informational technologies. One could expect knowledge building and overcoming the negative attitude to this type of mathematical problems in Primary school as too difficult and quite boring.

A way of implementation of interactive software and hardware technologies in order to achieve more effective work with math word problems is described here. In particular, this implementation is based on the use of interactive white board on the one hand and Microsoft Mischief program on the other.

Interactive white board

During recent experimental work, the interactive whiteboard was used to work with subsidiary schemes for math word problems. The most popular subsidiary schemes used in solving word problems are Euler-Venn diagrams, graphs and schemes based on segments. We have used mainly segments-based schemes.

The idea is simple. A gallery of pre-created schemes has been created. This gallery is available to teacher in her/his work at class. During analysis of given word problem the appropriate subsidiary scheme can be used just by "drag and drop". All particular data can be written over the scheme by the use of interactive pen and on-screen keyboard (Figure 1).



Град Сопот, който е в подножието на вр. Богдан, има 9 704 жители, които са с 22 633 души по-малко от жителите на гр. Смолян. Град Кюстендил е с 15 904 повече жители от гр. Смолян. Колко общо са жителите в тези три града?

Figure 1. Example of use of subsidiary schemes on interactive white board

The gallery is structured in four modules – A, B, C and D. Module A includes schemes for simple math word problems with only one calculation. This module is designed for initial introduction of subsidiary schemes in second grade. Example schemes are presented in Figure 2. Module B includes schemes for problems with two calculations – addition and/or subtraction (Figure 3). Module C consists of schemes for problems with three calculations – addition and subtraction (Figure 4). Module D includes separate elements for teacher or students to create the appropriate scheme by themselves.

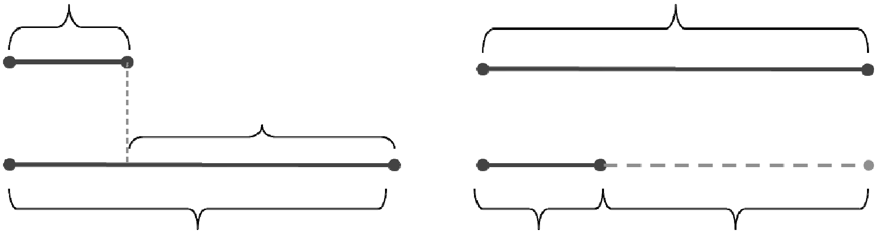


Figure 2. Example schemes from module A

For easier and faster work the schemes in Module C are colored in different colors, depending the relative size of the objects (in terms of quantity), presented in the problem (Figure 5).

Subsidiary schemes are especially useful when solving problems in which it is given common quantity of elements with multiplicative relations. For example: *They delivered 120kg of apples, pears and plums to the grocery. There are twice as many kilos of apples than pears and four times fewer than plums. How many kilos of each type of fruit were delivered*? For problems like this the teacher could use elements from the Module D of the gallery. There are enough elements of segments and braces to create the particular scheme.

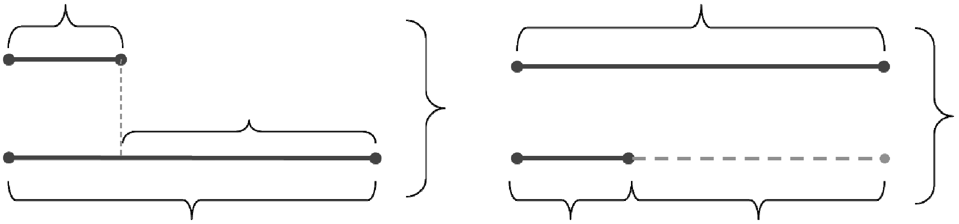


Figure 3. Example schemes from module B

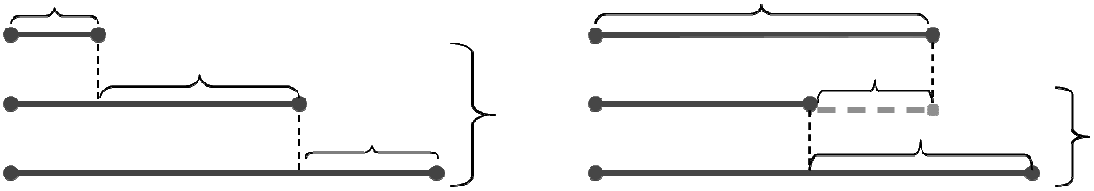


Figure 4. Example schemes from module C

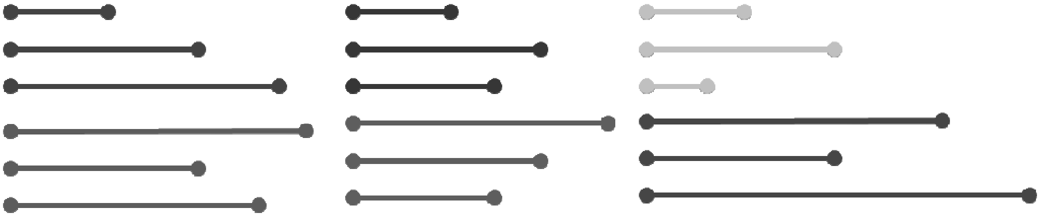


Figure 5. Color scheme used in module C

Proposed gallery and the availability of interactive whiteboard is a quite powerful tool for the teacher to realize interactive work with students. Some forms appropriate for implementation in practice are:

– A math word problem is given with a number of schemes with it. Students have to identify the correct one and to label all data over the scheme using interactive pen.

– A math word problem is given. Students have to select appropriate scheme using the library. They have to put all data over the scheme and to solve the problem.

– On given math word problems students create their subsidiary scheme, using special module from the library. This situation is especially effective when one has to solve multiplicative problem.

Microsoft Mischief

Microsoft Mischief [4] is a Power Point add-in. With this program many students can work with different mice, connected to the same computer. Using this program the teacher can create a quiz. When a question is posed, each student can answer independently. There is simple statistics that gives the number of correct answers, the number of incorrect answers and the first answered correctly. With the program students can work on drawing slides, where everyone selects a color from a given palette, and draws, underlines or circles some objects on the screen. The presentation can be played in two modes – individual and team mode.

From pedagogical point of view, the program has the following advantages:

– Increased motivation for learning and greater engagement of students during the learning process;

– Forming team working skills;

– More fun during class work at school;

– Easy to work with the program as a part of well known product Power Point and so on.

The Microsoft Mischief program can also be successively applied to solve math word problems. Program tools offer rich opportunities for realizing interactive work. As a game and with fun many important educational tasks such as actualization, summarization and systematization of knowledge can be solved.

This program is gaining popularity during current academic year. The number of the teachers using Mischief has steadily increased. Evidence of this is the Teachers' E-book – data base with multimedia lessons and school projects. In this book every teacher can submit a learning resource he/she has created. The particular unit passes some review process and is available for free download.

The contemporary interactive software and hardware technologies offer new opportunities for methodological approaches of teaching all school subjects, including teaching mathematics at primary school. They make the learning process more effective and are preferred by students. Using tools like white-boards or Microsoft Mischief, we could break the classical frontal work at class and to make step forward to the school of future.

REFERENCES

[1] Madzharov, A., R. Radev, Methodic of teaching mathematics at primary school, Blagoevgrad, 1983.
[2] Manova A., Forming skills of solving compound math word problems, Primary education N1, 1987.
[3] Papancheva, R., Selected themes of methodic of teaching mathematics, Burgas, 2007.
[4] Microsoft Mischief. http://www.microsoft.com/multipoint/mouse-mischief/en-us/default.aspx

Rumyana Papancheva

КОРИШЋЕЊЕ ИНТЕРАКТИВНИХ ОБРАЗОВНИХ ТЕХНОЛОГИЈА У ПРОЦЕСУ РЕШАВАЊА МАТЕМАТИЧКИХ ТЕКСТУАЛНИХ ЗАДАТАКА У ОСНОВНОЈ ШКОЛИ

Резиме: У раду се нуде предлози за унапређење наставе математике кроз употребу интерактивних образовних технологија. Један од највећих проблема у настави математике на млађем узрасту представљају текстуални задаци. У раду је представљена анализа текстуалних задатака у настави математике на млађем узрасту у основој школи. Употреба додатних схема је описана како би се ученицима на најбољи начин појаснио процес решавања текстуалних задатака. У раду су представљени резултати истраживања. Главни акценат је стављен на примену образовних софтвера, мултиапликативних софтвера и интерактивне табле. У раду су такође дати најважнији закључци.

Кључне речи: текстуални задаци у настави математике, интерактивна образовна технологија.

Војислав Андрић
Мегатренд универзитет
Београд
Милена Марић
Архитектонска-техничка школа
Београд

371.3::514]:004

ДИДАКТИЧКО-МЕТОДИЧКА ТРАНСФОРМАЦИЈА ГЕОМЕТРИЈСКИХ САДРЖАЈА У МЛАЂИМ РАЗРЕДИМА ОСНОВНЕ ШКОЛЕ КОРИШЋЕЊЕМ РАЧУНАРА

Апстракт: Рачунари су, то је већ јасно, данас прилично коришћено наставно средство. Циљ овог рада је да прикаже методичко-дидактичку трансформацију геометријских садржаја у млађим разредима основне школе коришћењем рачунара. У тексту се даје преглед наставних идеја везаних за почетну наставу геометрије, говори о потреби и могућностима визуелизације геометријских садржаја, динамичкој димензији методичког приступа и осталим аспектима који инсистирају на очигледности. Илустрација теоријских поставки подразумева приказ неколико конкретних и оригиналних „алата" за реализацију наставних садржаја геометрије у млађим разредима основне школе.

Кључне речи: геометријски садржаји, дидактичко-методичка трансформација, очигледност, рачунари

Увод

Садржаји наставе математике који припадају области геометрије у млађим разредима основне школе код нас, имају неколико заједничких карактеристика које се огледају у следећим чињеницама:

- Геометријски *појмови на овом нивоу су опажајни*[38].

- Почетна настава геометрије мора бити експериментална, тј. најпростије геометријске фигуре, нека њихова својства и међусобни односи упознају се практичним радом, преко разноврсних модела фигура у току посматрања, додиривања, цртања, резања, пресавијања, мерења, процењивања, упоређивања, поклапања, итд[1].

- Ученици уочавају важна и општа својства одређених фигура која не зависе од времена, материјала, боје, тежине ... , тако да *елементарне геометријске представе стичу, апстрахујући небитна конкретна својства материјалних ствари*[1].

Опажање, експериментисање, одбацивање небитних и прихватање битних својстава геометријских фигура у класичној, и у настави преовлађујућој, дидактичкој трансформацији геометријских садржаја одвијало се у складу са дидактичким принципом очигледности на моделима који су били предмет истраживања, анализе и закључивања ученика.

Поставља се питање да ли се поменута очигледност може, у појединим ситуацијама постићи и опажањем, експериментисањем и закључивањем

---

[38] Видети дидактичко-методичко упутство за реализацију наставног програма математике у млађим разредима основне школе у Србији.

коришћењем рачунара, тј. да ли се преко одговарајућих, пажљиво одабраних примера демонстрираних уз помоћ савремене рачунарске технологије стечене менталне слике могу успешно трансформисати у основне геометријске појмове[39].

Циљ овога рада управо је да прикаже неке могућности реализације основних идеја дидактичко-методичке трансформације геометријских садржаја у млађим разредима основне школе уз помоћ рачунара. Наставник користи рачунар као наставно и експериментално средство у припреми и реализацији наставе. Ученик уз помоћ рачунара опажа, експериментише и стиче одговарајуће представе о облицима, релацијама, фигурама... њиховим битним и небитним својствима, њиховим сличностима и разликама и на тај начин учи.

Дидактички принцип очигледности

„Очигледност значи целовито посматрање предмета проучавања помоћу чула, ради стицања одређеног фонда чињеница на основу којих се формирају јасне и прецизне представе о објекту проучавања“ [40].

Наставни процес може бити успешан и у духу принципа очигледности и без очигледних средстава, а неуспешан и неочигледан и са обиљем модела, фотографија, цртежа, шема и других наставних средстава.

Настава оптерећена обиљем утисака у којој изостаје самостално анализирање и закључивање о опаженом и поред богатства наставних средстава ретко може бити успешна. Средства која се нуде као предмет посматрања имају за циљ да подстакну мисаону активност ученика у откривању релација и својстава, тј. намењена су као мотив за закључивање о битним, заједничким својствима посматраних геометријских објеката и на основу тога извођењу могућих генерализација. У том смислу очигледност не сме постати сама себи циљ. Очигледност треба да омогући учење сопственом мисаоном активношћу и властитим расуђивањем. Неодмерена очигледност, као и њена неправилна и неадекватна примена, могу имати супротан ефекат[41].

Опажање, мисаона активност ученика, сопствено расуђивање и анализирање претходе формирању геометријских појмова, закључивању о њиховим битним својствима и релацијама, као и формулисању разних генерализација. Супротан процес, у коме се готова знања и непознате чињенице саопштавају ученицима као коначне чињенице, а затим се од њих тражи да све то, уз помоћ наставних средстава провере, значајно је мање продуктиван, при чему није занемарљива ни вишеструка штета која се на тај начин чини активности ученика, развијању радозналости и доживљају радости због учињених „открића”.

Апстрактно мишљење је у уској вези са опажајним искуствима. Посматрањем се добија читав низ чињеница које представљају добру основу за систематичну

---

[39] Примери, менталне слике, појмови је процес који код увођења појмова препоручује Милосав Марјановић: Методика математике 1, Учитељски факултет, Београд, 1996.

[40] Вилотијевић, М. (1999) *Дидактика – организација наставе,* Учитељски факултет, Београд.

[41] Спасојевић, П. (2011) *Наставна средства у функцији посматрања*
http://pspasojevic.blogspot.com/2011_03_01_archive.html

мисаону обраду и трансформацију у менталне слике и каснија уопштавања у појмове, правила и тврђења која важе генерално.

Дидактички одмерена примена принципа очигледности доприноси бољем квалитету активности. Деца лакше схватају садржаје, емоционално су ангажовани, више су мотивисани и концентрисани. Знања тако стечена су трајнија и дубља.

Сигурно је да принцип очигледности добија на значају у савременим мултимедијалним условима, када су могућности наставника да посматрање и опажање учини богатијим, наравно и уз помоћ рачунара, далеко веће и разноврсније.

При свему том не треба пренаглашавати значај дидактичког принципа очигледности, јер је потпуно јасно да он има ефекта само у снажном садејству са осталим дидактичким прицpüпима, а пре свега са принципом свесне мисаоне активности.

Еволуација идеја о почетној настави геометрије[42]

Питање почетне наставе геометрије није ново, јер покушаји да се основни геометријски појмови и релације уведу у наставне програме за најмлађе школарце и на одређени начин реализују датирају још од Средњег века када су у малим уџбеницима ти наставни садржаји први пут третирани. Касније су Песталоци, Русо и други били заговорници сличних идеја и читав низ уџбеника из тог времена и систем излагања дате материје довољно говоре о озбиљности таквих подухвата[43].

Припремни курс почетне наставе геометрије који почива на учењу о геометријским облицима јавља се у 19. веку, под утицајем швајцарског педагога Песталоција, немачког дидактичара Адолфа Дистервега и других, када се почело размишљати о формирању курса геометрије приступачног дечијем узрасту, схватањима и интелектуалним карактеристикама.

Руски теоретичар Хелман у предговору своје књиге „Припремни курс геометрије“ наводи да настави заснованој на тачности и ригорозности у закључивању и доказивању, треба да претходи припремна фаза у којој ће ученици стећи интуитивне представе о скуповима тачака који ће бити предмет строгих геометријских разматрања. Он каже: „При непосредном разгледању најпростијих фигура и тела ученици се очигледно упознају са најважнијим геометријским појмовима, вежбају се у изналажењу особина геометријских величина, увежбавају у цртању геометријских облика, мере и комбинују... Наставник и уџбеник су само руководиоци који указују ученику на оно што он мора да тражи; они га наводе на траг по коме може да нађе тражено“[44].

---

[42] Под почетном наставом геометрије подразумевамо ону наставу која код ученика узраста од 6 до 10 година треба да на одређеном нивоу формира основне геометријске појмове и релације (тачка, линија, права, крива, дуж, површ... троугао, квадрат, правоугаоник, круг... квадар, коцка, лопта... паралелност, нормалност, подударност).

[43] Видети: Мрочек, В., Филиповић. Ф, (1910), Педагогија математике, Чачански глас, Чачак, 1981. (стр. 146)

[44] Видети: Мрочек, В., Филиповић. Ф, (1910), Педагогија математике, Чачански глас, Чачак, 1981. (стр. 147-153)

Руски методичар Косински седамдестих година 19. века у својој књизи „Очигледна геометрија“ пише: „Наравно врло је корисно навикавати ум на размишљање не само о очигледним предметима, већ и о појмовима и апстрактним представама, али једва да ће се ико наћи ко ће почети да тврди, сада и у будућности, да их треба давати као храну интелекту још сасвим неприпремљеном за размишљање. Од највеће је важности изградити прелаз с очигледног на апстрактно, учинити га поступним, почети од судова заснованих на спољашњим чулима и тек мало-помало додавати к томе судове за које је потребан рад унутрашњих способности. Имајући у виду ово правило, ја сам у својим предавањима ишао не оним путем који се примењује у научном курсу, тј. нисам почињао од простирања у једној димензији, дакле од линија, већ напротив, од простирања у три димензије, тј. од тела која су очигледнија“[7].

Нешто касније на критици учења о геометријским облицима развија се генетички приступ реализацији почетне наставе геометрије који пропагира изградњу геометријских појмова и откривање истине о релацијама, решавањем практичних задатака – мерења земље. Представници овог правца указују на генезу настанка геометрије из потребе премеравања земље, али и да је геометрија значајна не само по практичним применама, него и због свог доприноса развоју интелектуалних способности, разумевању појава, односа..., јер ученик изучавајући геометрију прелази од простог ка сложеном; од очигледног ка апстрактном; од посебног ка општем.

Интересантан, а од претходна два различит, приступ почетној настави геометрије имају настављачи педагошких идеја Жан Жак Русоа, који наставу почињу цртањем линија и фигура, а затим посматрањем нацртаних и конструисаних фигура уочавају њихове особине и потом прелазе на геометријске апстракције.

Сам Жан Жак Русо у „Емилу“ критикујући постојећу наставу и заступајући своје нове идеје каже: „Уместо да нас приморавају да ми изводимо доказ, они нам га диктирају; уместо да нас науче размишљању, наставник сам уместо нас расуђује, а вежба само наше памћење. Направите тачне геометријске облике, комбинујте их, стављајте један на други, испитујте њихове међусобне везе и ви ћете створити сву елементарну геометрију, прелазећи од посматрања на ново посматрање“[45].

Представник наставног правца геометријског цртања Боришкијевич, у својој књизи „Курс елементарне геометрије са практичним задацима“ из 1876. године говори: „При предавању елементарне геометрије, потребно је задовољити три главна педагошка принципа: 1) очигледност; 2) саморадњу; 3) интересовање. Корист од очигледне наставе геометрије произилази из тога, што се извесне геометријске истине савладају од стране ученика помоћу чула вида и додира и тим путем лакше усвајају“.

Међутим, тек почетком двадесетог века, цео математички свет се уједињује у мишљењу да су Еуклидови „Елементи“ грандиозно дело генијалног математичара, али да се настава геометрије не може реализовати на начин на који су изложени „Елементи“. Истовремено сазрева и идеја о раздвајању почетне наставе геометрије

---

[45] Видети: Мрочек, В., Филиповић. Ф, (1910), Педагогија математике, Чачански глас, Чачак, 1981. (стр. 153. – 158.)

на два курса од којих се један реализује на млађем узрасту и добија (можда претенциозан) назив *очигледна геометрија*, а други реализује, нешто касније, на средњем узрасту.

У предговору књиге америчког аутора Кемпбела, систем очигледне геометрије се образлаже речима: „Систем очигледне геометрије изграђује вештину и брзину покрета руку при цртању и прављењу модела геометријских тела. Он учи да се цени лепота и правилност облика. Истражује, извлачи и усваја методе савршених геометријских закључака из сваког извора у природи и из сваке његове примене у животу. Овај систем је најбољи подстрекач за проналазачки дар. Он упознаје ученике са многим ставовима и идејама физичких наука и представља једну врсту отворених врата за даље проучавање садашње геометрије и њених виших грана“[8].

Под утицајем претходних идеја, Татјана Еренфест и њен супруг Паул Еренфест (познати холандски физичар) третирају геометрију као науку о материјалном свету, враћајући тако њеним апстракцијама изгубљено интуитивно значење. Од тада, постепено, неки геометријски садржаји почињу да се јављају и у програмима млађих разреда основне школе.

Средином двадесетог века Жан Пијаже и сарадници у склопу својих свеобухватних истраживања интелектуалног развоја деце[46] долазе до сазнања да деца на бази својих визуелних опажаја спонтано развијају неке геометријске представе. Мисли се пре свега на тополошке представе, затим пројективне и на крају представе метричке природе. На нивоу од шест до десет година деца доживљавају геометријске објекте као реалне, па и онда када нису представљени сликама. Зато се и не говори да је неки објекат квадар, него да има облик квадра. Изузетак могу бити коцка и лопта, јер су оне као речи, са прецизном и реалном представом детета о њиховом облику, присутне у искуству и свести детета и пре поласка у школу. Постепено, од разреда до разреда, геометријски објекти се све више везују за менталне слике којима су ти објекти представљени и на тај начин се изграђују геометријски појмови, повећавајући при том степен апстракције. Тада уместо уочавања и разликовања почиње издвајање и анализа катактеристичних својстава. Наравно то не значи да ће претходно формирано искуство, знање и способности бити превазиђени, већ напротив, они остају као чврста подлога, тј. одскочна даска за даља истраживања у области геометрије.

Садржаји наставе геометрије у наставним програмима у млађим разредима основне школе

У Србији су наставни садржаји везани за почетну наставу геометрије дефинисани наставним програмом и у првом разреду третирају предмете у простору и односе међу њима, али и линију и област и цртање правих и кривих линија и класификацију предмета према својствима (боја и величина).

---

[46] Видети: Пијаже Ж, Инхелдер Б; (1982) Интелектуални развој детета, Завод за уџбенике Београд, Београд, 1982.

У другом разреду ученици се упознају са предметима облика лопте, ваљка, квадра и коцке и релацијама међу њима, јер се врши упоређивање предмета по облику, ширини, висини и дебљини.

Уводе се појмови права, полуправа, дуж и наставља са цртањем кривих и изломљених линија. Уочавају се правоугаоник и квадрат и цртају се на квадратној мрежи. Ученици се упознају са мерама за дужину.

У трећем разреду се уводе појмови кружнице и круга, угла и врсте углова. Уочавају се паралелне и нормалне праве и продубљују појмови правоугаоника, квадрата и троугла. Користе се шестар, лењир и троугаони лењир за цртање наведених геометријских објеката. Вежба њихово цртање помоћу обичног и троугаоног лењира.

Дужи се упоређују и графички надовезују, а уводи се и појам обима (правоугаоника, квадрата и троугла), при чему се уводе и нове мере за дужину.

Од ученика се у четвртом разреду очекује да спознају потребу мерења површине. У том смислу се уводе мере за површину и мери површина правоугаоника, квадрата, али и коцке и квадра.

Међутим, фрагментарна истраживања и искуства наставника и аутора овог рада показују да се у нашим школама кроз наставни приступ реализацији садржаја геометрије у млађим разредима не остварује коментарисани наставни програм и веома добро конципирано дидактичко-методичко упутство, већ често реализатори наставе (учитељи) користе идеје садржане у уџбеницима из којих се види да добар број аутора уџбеника није схватио основне идеје наставног програма.

Из тог разлога цитирамо део дидактичко-методичког упутства за реализацију наставе геометрије, које недвосмислено указује на основне идеје које треба имати у виду приликом дидактичке трансформације геометријских садржаја[47]:

„Основна интенција програма у области геометрије састоји се у томе што се инсистира и на геометрији облика, као и на геометрији мерења (мерење дужи, површи, тела). Изучавање геометријског градива повезује се с другим садржајима почетне наставе математике. Користе се геометријске фигуре у процесу формирања појма броја и операција с бројевима; и обратно, користе се бројеви за изучавање својстава геометријских фигура. На пример: комутативно својство множења приказује се на правоугаонику који је растављен на једнаке квадрате, задаци о кретању илуструју се на дужима, итд.

Ученици најпре пропедевтички упознају облике геометријских тела, што им је приступачније од основних геометријских појмова. Затим упознају различите једноставне геометријске фигуре: линије, тачку и дуж, а тек онда добијају прве представе о правоугаонику и квадрату, углу, троуглу, кругу, правој и равни, квадру, коцки и неким њиховим својствима.

Конкретизујући речено, а у вези са прве три теме у I разреду, ваља имати у виду неколико битних карактеристика тих садржаја. Положаји су релацијски

---

[47] За ово цитирање постоје бар два добра разлога. Први и важнији је да се покаже колико су идеје садржане у програму у корелацији са изложеним савременим схватањима почетне наставе геометрије у свету. Други је да ауторе појединих уџбеника подстакне на размишљање о изложеним идејама.

појмови, па речи које их означавају треба везивати за окружујућу реалност или њено сликовно представљање.

Геометријски појмови на овом нивоу су *опажајни*. Тако је облик битно својство реалног света (укључујући и дидактички материјал) и слика које их представљају. Речи *линија* везивати за тела чија су простирања у правцу једне димензије (жице, конопци, итд.), *фигура* - у две димензије (модели од папира, плоче, итд.), а *тело* – у три димензије. Почетна настава геометрије мора бити експериментална, тј. најпростије геометријске фигуре и нека њихова својства упознају се практичним радом, преко разноврсних модела фигура у току посматрања, цртања, резања, пресавијања, мерења, процењивања, упоређивања, поклапања итд. При томе ученици уочавају најбитнија и најопштија својства одређених фигура која не зависе од времена, материјала, боје, тежине и др. Тако ученици стичу елементарне геометријске представе, апстрахујући небитна конкретна својства материјалних ствари.

Иако основу наставе геометрије у млађим разредима чине организовано посматрање и експеримент, ипак је неопходно да се ученици навикавају, у складу са узрастом, не само да посматрају и експериментишу већ да и све више расуђивањем откривају геометријске чињенице.

Систематски рад на развијању елементарних просторних представа код ученика у разредној настави треба да створи добру основу за шире и дубље изучавање геометријских фигура и њихових својстава у старијим разредима основне школе“.

Реализација почетне наставе геометрије коришћењем рачунара

Чињеницу да је рачунар данас универзално и најчешће коришћено наставно средство, вероватно не треба доказивати. Али слично је и са обиљем неоправданих претеривања и пренаглашавања значаја и улоге рачунара у савременој настави. Зато, пре него што кроз неколико конкретних примера изложимо неке могућности примене рачунара у извођењу почетне наставе геометрије, желимо да скренемо пажњу на следеће:

1. Рачунар има значајне могућности када је у питању посматрање тополошких, пројективних, па и метричких карактеристика појединих геометријских објеката и њихово кретање, дакле утицај на чуло вида. Али рачунар не може утицати на друга чула, нити може учинити да ученик, на пример, „опипа“ и направи разлику између равне и криве површи. Модели су у том смислу много ефикаснији и плодотворнији.

2. Рачунар не може измерити дужину и ширину клупе, нити може код ученика створити представу о томе колику површину прекрива један ар. Рачунар не може заменити метарску пантљику, нити кројачки „сантиметар“. Од Египта, па до наших дана, мерења су била и остала најбољи и конкретан начин да се истраже метричке карактеристике објеката и добијени резултати искористе за практичне потребе.

3. Рачунар може да тачно нацрта све што му се зада, да изврши прецизне геометријске конструкције, што свакако треба користити. Али рачунар не може обучити ученика да користи шестар и лењир, нити може надокнатити узбуђење и

радост коју малишани осете приликом завршетка цртања неке више или мање сложене фигуре.

4. Међутим рачунар може и много тога што друга наставна средства не могу или имају ограничене могућности. Рачунар је непревазиђено лабораторијско средство и интенције програма које се односе на експериментисање су врло оствариве. Осим тога рачунар може бити веома користан у увежбавању, проверавању и процењивању ефеката наставног рада, као и у другим ситуацијама.

5. Због тога аутори овог рада инсистирају на наменском и функционалном коришћењу наставних средства по формули „нека цветају сви цветови". Оптимизација наставног процеса подразумева и процену шта ће у којој наставној фази дати најбоље наставне резултате. Сврсисходно комбиновање наставних средстава је могуће и пожељно, а рачунар није циљ, већ само средство добре дидактичке трансформације.

У овом делу рада биће представљен конструисани наставни материјал намењен наставницима разредне наставе и ученицима млађих разреда основне школе. Детаљним проучавањем градива математике у млађим разредима основне школе, као и ослањајући се на досадашња искуства аутора, направљен је материјал који је *интерактиван*, *хипертекстуалан* и *јавно доступан*. Сматрамо да ова три својства наставног материјала који представљамо могу позитивно да утичу на мисаону активност код ученика. Овај дидактички материјал обрађује садржај почетне наставе геометрије на динамичан, сликовит, експерименталан, визуелно јасан и другачији начин.

Интерактивност наставног садржаја се огледа у додавању динамичких промена у неким деловима наставног материјала у кратком времену. Ова карактеристика наставног материјала допушта ученику активну улогу и интервенције у самом садржају.

Хипертекстуални наставни садржај представља структурирани наставни садржај који је лако претраживати, а постојање линкова (веза) на одговарајућим местима у многоме смањује време претраге.

Материјал је *јавно доступан*[48] и могуће га је наћи путем Интернета и користити у настави.

У циљу лакшег сналажења корисника материјал је подељен у четири целине. Целине прате наставни план и програм прописан за ученике по разредима, од првог до четвртог разреда. Свака од четири целине пројектована је тако да има део намењен за наставнике и део за ученике. Ова два дела и визуелно су подељена.

Велики број интерактивних веб страница на којима се налазе сликовити, динамички аплети који демонстрирају садржаје почетне наставе геометрије садрже:

1. Први разред: *Материјал за наставнике:* Различити геометријски облици око нас, облик правоугаоника и квадрата, особине страница правоугаоника, особине страница квадрата; *Материјал за ученике:* Препознавање облика, обим правоугаоника (вежба – дужина рама за слику), разликовање правоугаоника и квадрата (вежба – направимо правоугаоник и квадрат).

---

[48] Видети: http://www.alas.matf.bg.ac.rs/~mm97045/osnovna_skola

2. Други разред: *Материјал за наставнике*: Правоугаоник, квадрат; *Материјал за ученике*: Правоугаоник – вежбање, квадрат – вежбање, прављење фигуре спајањем тачака.

3. Трећи разред: *Материјал за наставнике*: Угао, врсте углова, четвороугао, правоугаоник, квадрат, правоугаоник – обим, квадрта – обим; *Материјал за ученике:* Обим правоугаоника – вежбање, обим квадрата – вежбање.

4. Четврти разред: *Материјал за наставнике*: Површина правоугаоника, површина квадрата, коцка (теме, ивица, страна), мрежа коцке, површина коцке; *Материјал за ученике:* Вежба за обим правоугаоника, квадрата, вежбање за површину квадрата, површине сложених фигура.

На првој страни, у главном менију, могу се видети линкови који воде до садржаја намењеног за сваки разред. На следећој слици се могу видети те целине:

Математика

Интерактивни наставни материјал за ниже разреде основне школе

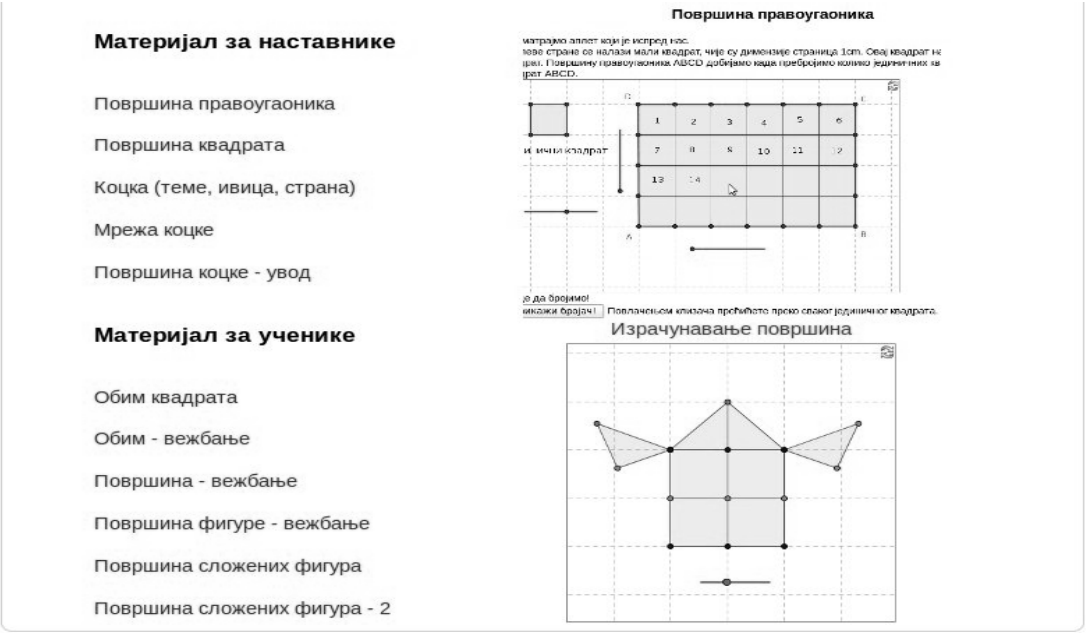
- Милена Марић
- доц. др Војислав Андрић

Интерактивни хипертекстуални наставни материјал за основце **Препознавање облика**

Особине страница квадрата

Почетна страна интерактивног наставног материјала

Свака целина подељена је на два дела. Први део представља наставни материјал намењен наставницима, а други део је наставни материјал намењен ученицима за самостални рад и вежбање.



Материјал за наставнике

- Површина правоугаоника
- Површина квадрата
- Коцка (теме, ивица, страна)
- Мрежа коцке
- Површина коцке - увод

Материјал за ученике

- Обим квадрата
- Обим - вежбање
- Површина - вежбање
- Површина фигуре - вежбање
- Површина сложених фигура
- Површина сложених фигура - 2

Површина правоугаоника

матрајмо аплет који је испред нас.
эеве стране се налази мали квадрат, чије су димензије страница 1cm. Овај квадрат н
драт. Површину правоугаоника ABCD добијамо када пребројимо колико јединичних кв
драт ABCD.

је да бројимо!

Повлачењем клизача пређићете преко сваког јединичног квадрата.

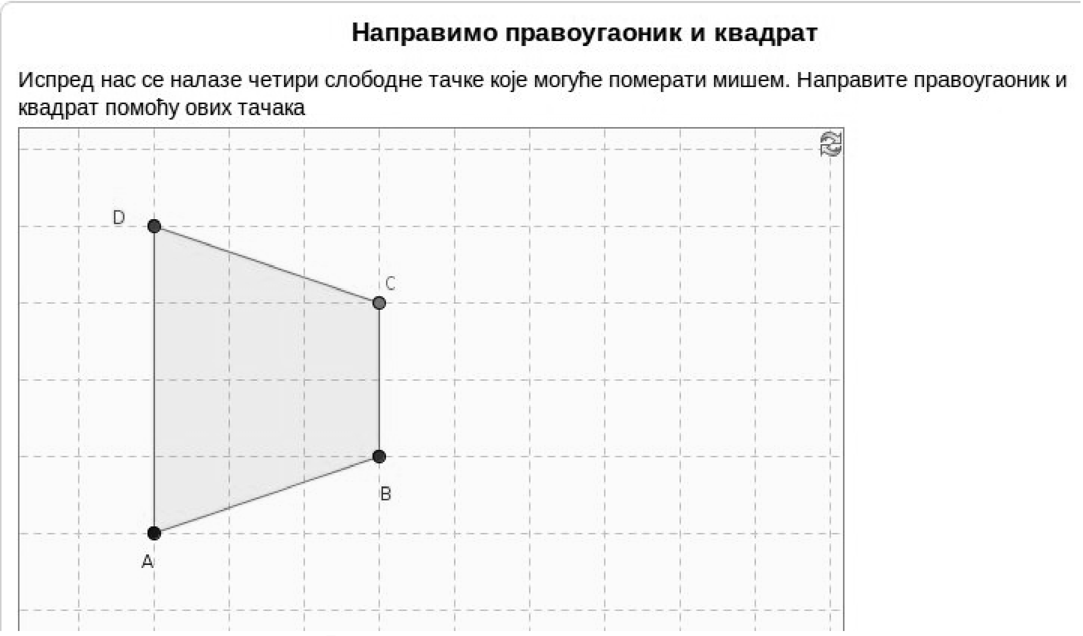
Израчунавање површина

Једна од четири целине

У циљу ближег представљања функционалности и интерактивности направљеног наставног материјала детаљно ћемо анализирати један пример.

Пример 1: Направимо правоугаоник и квадрат.

У делу за први разред, у оквиру материјала за ученике налази се линк “Направимо правоугаоник и квадрат”, иза кога се крије страница која изгледа овако:



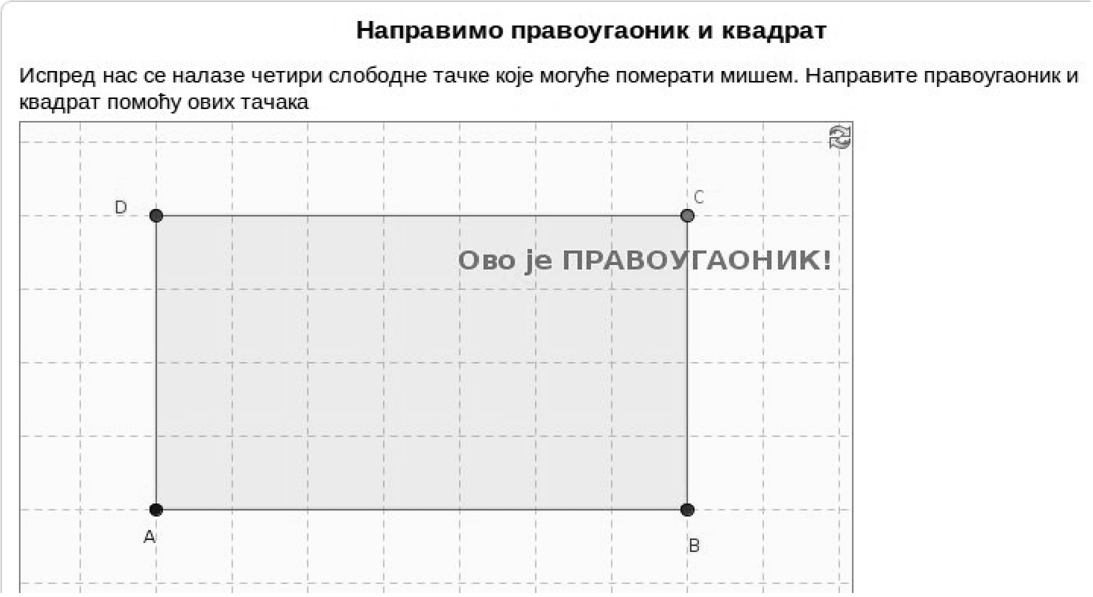
Направимо правоугаоник и квадрат

Испред нас се налазе четири слободне тачке које могуће померати мишем. Направите правоугаоник и квадрат помоћу ових тачака

Детаљ наставног материјала за ученике

На овом аплету је приказан један четвороугао чија су темена *слободне тачке*. Под термином слободне тачке сматрају се тачке које је могуће померати мишем. Задатак за ученике је да померањем ових тачака по квадратној мрежи направе правоугаоник и квадрат. Померајући тачке ученик ће правити различите четвороуглове, онога тренутка када распоред тачака A, B, C и D буде такав да представљају темена правоугаоника, односно квадрата, на аплету ће бити исписана порука: *„Ово је правоугаоник"*, односно: *„Ово је квадрат"*.

Ову вежбу ученик ради после упознавања својстава правоугаоника и квадрата. У позадини аплета налази се *квадратна мрежа* која је ту да ученику помогне у процени дужине страница четвороугла приликом постављања темена на одређена места. Поруке које ученик добија у тренутку када је направио правоугаоник или квадрат су оно у чему се огледа интерактивност овог наставног материјала. Овај аплет пружа могућност да ученик експериментише и на квадратној мрежи „конструише" квадрате и правоугаонике разних димензија. Како се при таквом експериментисању увек добија одговарајућа добра порука, ученик може самостално да уочи сличности и разлике између квадрата и правоугаоника, јер у сваком тренутку има поуздану информацију какав четвороугао је направио. Овакав материјал подржава и подстиче самосталан рад и експериментисање ученика. Дакле, могуће га је користити и самостално како у учионици, тако и ван учионице.



Направимо правоугаоник и квадрат

Испред нас се налазе четири слободне тачке које могуће померати мишем. Направите правоугаоник и квадрат помоћу ових тачака

Ово је ПРАВОУГАОНИК!

Порука да је ученик направио правоугаоник

Направимо правоугаоник и квадрат

Испред нас се налазе четири слободне тачке које могуће померати мишем. Направите правоугаоник и квадрат помоћу ових тачака

Ово је КВАДРАТ!

Порука да је ученик направио квадрат

Коришћење апликација од стране наставника

Коришћење овог наставног материјала је једноставно. За примену наставног материјала намењеног наставницима чак није неопходно да се процес наставе одвија у рачунарском кабинету. Наставник би требало да има на располагању један рачунар, један видео пројектор, платно за пројектовање и приступ Интернету. Осим основних вештина за руковање рачунаром, наставнику нису потребна никаква додатна рачунарска предзнања.

Наставник демонстрира одговарајући аплет целом одељењу, пратећи упутства која се налазе на свакој апликацији. Поједине апликације су само демонстративне, а поједине захтевају да ученици дају одговор како би се попунила одговарајућа поља и прешло на виши ниво апликације. Учитељ полако прелази апликацију и у сваком тренутку води рачуна о одзиву ученика. Апликације су прављене тако да се у сваком тренутку можемо вратити уназад и посветити додатну пажњу сваком недовољно јасном детаљу. Правовремена педагошка интервенција је кључна за сазнајни процес, а овај материјал је пројектован са основном идејом да учитељ има ту могућност да се у сваком тренутку заустави, врати корак или два уназад.

Апликације су само основа излагања и никако не би требало избегавати да се понешто запише или скицира на класичној школској табли. Саветује се коришћење пројектора за време демонстрације материјала, а не да сваки ученик на свом рачунару прати излагање наставника јер се на тај начин наставник обраћа свим ученицима истовремено.

Коришћење апликација од стране ученика

Апликација коју ће ученик самостално (или уз незнатну асистенцију) користити може бити изабрана од стране учитеља или од стране самог детета. У сваком тренутку ученик може да види списак понуђених вежби и да пређе на нову. Уколико му је нејасно изложено градиво, постоји могућност да погледа материјал који је наставник излагао. Ова могућност „шетања" по тексту могућа је захваљујући постојању линкова којима су странице "увезане".

Ученицима су на располагању различите вежбе, од оних где је потребно у одговарајућа поља унети одговор, преко оних где је потребно помоћу миша преместити неки објекат са једне стране на другу, до оних где се коришћењем опција из менија за дати аплет, тачке спајају дужима. Већина апликација ученику шаље повратну поруку о његовој успешности, односно неуспешности у траженој активности.

Препоручује се да се часови практичне наставе изводе у рачунарској учионици. Најоптималније би било да свако дете има рачунар за себе.

Припрема наставника за коришћење апликација

За коришћење ових апликација наставницима није потребно никакво велико предзнање из области модерних Интернет и Веб технологија. Од наставника се очекује да је упознат са основама рачунарске писмености. Било би добро, зарад усмеравања ученика, и да зна најелементарније наребде програмског пакета – Geo Gebra, као што су: цртање тачке, цртање дужи, цртање троугла, четвороугла...

Наглашавамо да се све ово може научити кроз примену овог наставног материјала, тако да наставници не би требало у старту да имају било какве страхове. Како је сама употреба прилично јасна, довољно је да материјал пажљиво прегледају, одаберу садржаје који би могли да им користе као интерактивно наставно средство и демонстрирају их у учионици.

Припрема ученика за коришћење апликација

За коришћење овог материјала ученик би требало да је упознат са математичким појмовима, терминима и правилима области из које је добио материјал за вежбу. Наставник би требало да да детаљно упутство за коришћење апликације која је задата ученику. За почетне апликације (апликације нижег нивоа) није потребно познавање програмског пакета GeoGebra. Сложеније апликације захтевају основно знање цртања тачке и дужи, што не би требало да представља велики проблем будући да су нове генерације ученика прилично блиске са рачунарима. Јасно, учитељ је тај који би требало да пренесе ученицима ова основна знања. Такође, потребно је ученицима обезбедити рачунаре за индивидуални рад.

Коришћени софтвер

Приликом израде овог едукативног електронског материјала комбиновано је више различитих модерних Интернет и Веб технологија са програмским пакетом за динамичку математику – GeoGebra.

HTML и Php

За постављање хипертекстуалног наставног материјала на Интернет коришћен је језик за обележавање – HTML. Овај језик је почео да се развија још 1989. године за интерне пројекте ЦЕРН-а, Центра за високоенергетску физику у Швајцарској. Првобитни циљ његовог творца Тим Бернерс – Лиа био је да обезбеди медијум који ће омогућити научницима да публикују и претражују 24 часа на дан. Из свега овога 90-тих је HTML изашао као водећи језик у креирању изгледа Интернет стра-ница. У исто време оформљена је и непрофитна организација Word Wide Web Consortium (W3C), која окупља неколико стотина, пре свега, академских стручњака и која преузима контролу над веб технологијама.

Квалитетни документи се могу креирати искључиво уколико се аутори придржавају стандарда. Аутори би све време требало да имају на уму да ће њихови документи бити тумачени коришћењем различитих алата у различитим окружењима и на различитим уређајима. Зато, контролу написаног документа не би требало вршити само на провереном и омиљеном Интернет браузеру већ се препоручује да се за сваки написани документ провери сагласност са стандардом путем валидације.

Језик Php коришћен је за писање динамичких Интернет страница овог наставног садржаја.

GeoGebra

Приликом израде наставног материјала за визуализацију садржаја почетне наставе геометрије прављењем интерактивних аплета коришћен је програмски пакет GeoGebra (www.geogebra.org). GeoGebra је пакет који је бесплатан и једноставан за коришћење. Овај програм повезује геометрију, алгебру и анализу. Његов творац је Markus Hohenwarter, који је овај пакет почео да развија као свој мастер рад.

GeoGebra је користан програмски пакет који данас доста коришћен широм света и прилично присутан у основним и средњим школама, тако и на факултетима. GeoGebra се развија и даље од стране Markus Hohenwarter-а, који са тимом својих људи на овом пројекту данас ради на Florida Atlantic Универзитету.

Главна карактеристика GeoGebre је дуалност. Активирањем ове апликације појављују се два дела прозора. Један је геометријски, који се често назива и прозор за цртање, а други је алгебарски прозор. Овај пакет је прављен тако да се при дну главног прозора налази и простор за директан унос.

Поменута дуалност GeoGebre огледа се у томе да што се за сваки објекат који је мишем оформљен у геометријском прозору појављује једначина у алгебарском делу прозора која описује геометријску фигуру. Такође, за сваку једначину коју унесемо у алгебарски део прозора појавиће се геометријска фигура која јој одговара.

Помоћу овог програмског пакета могуће је на старијем узрасту изводити конструкције са тачкама, векторима, дужима, полуправама, правама, многоугловима, конусним пресецима као и функцијама.

Конструкције направљене у GeoGebri могуће је експортовати у HTML. Коришћењем опције File ->Export->Dynamic Worksheet at Webpage, направљени аплет постаје део једне HTML странице.

GeoGebra и JavaScript

За постизање динамичности HTML странице коришћен је већ готов JavaScript API написан управо у циљу постизања интерактивности веб страница које у себи садрже GeoGebra аплете. Творци GeoGebre направили су скуп функција намењених језику JavaScript како би корисници GeoGebre могли њиховим коришћењем да остваре комуникацију између аплета и делова Интернет странице. Интерактивност која је постигнута на овакав начин управо даје на значају овом наставном материјалу јер она чини разлику између класичног и овог уџбеника.

Акцентовањем интерактивности коришћењем JavaScript API-а, омогућили смо ученику да мењањем одговарајућих параметара један проблем сагледа из више углова и овим га директно укључили у сам процес наставе.

Обука наставника за самосталну израду апликација

За иновацију наставног процеса није довољно користити само готове наставне садржаје. Било би идеално да и сами наставници разредне наставе могу да креирају сопствене апликације како би ученицима приближили апстрактне појмове, учинили наставу занимљивијом и повећали мотивисаност код деце. Наставник који спроводи наставу у својој групи је најупућенији да процени и осмисли апликацију која би у његовој групи у одређеном моменту постигла најбољи ефекат.

Процес усавршавања код нас, којим свакодневно преносимо знања, умећа и вештине младима требало би да буде перманентан процес. Аутори су мишљења да би наставници требало да овладају бар минимумом знања и вештина прављења динамичких апликација јер смо у обавези да стално иновирамо. Програмски пакет Geo Gebra који је ауторима био основно средство за прављење овог материјала лак је за учење, прилично је интуитиван, бесплатан је и не захтева никакво велико рачунарско предзнање. Међутим, уколико наставници желе да овладају софистицираним детаљима пакета за динамичку математику, који нису тако очигледни, а који су предуслов апсолутне динамичности наставног материјала, било би добро да одслушају неки од практично постављених курсева GeoGebre.[49]

Адреса на којој се могу наћи апликације

Интерактивни наставни материјал за реализацију почетне наставе геометрије може се погледати на адреси http://www.alas.matf.bg.ac.rs/~mm97045/osnovna_skola

Овај материјал је још у експерименталној фази. Идеја аутора је да се ризница ових аплета интензивно развија у будућности. Циљ нам је да се оформи богата

---

[49] Аутори ће већ у наредној школској години ову идеју реализовати са заинтересованим групама учитеља, при чему ће групе бројати онолико учитеља колики је капацитет рачунарске учионице, јер желимо да учитељи за осам сати у могућој мери овладају датом технологијом

библиотека интерактивног електронског наставног материјала која би била од велике користи у почетној настави геометрије.

Сваки предлог или примедба, а нарочито креативне идеје за израду нових апликација које би помогле рационализацију постојећих апликација или конструкцију нових су добродошли.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Вилотијевић, М. (1999) Дидактика – организација наставе, Учитељски факултет, Београд 2000.
[2] Марјановић, М: Методика математике 1, Учитељски факултет, Београд 1996.
[3] Мрочек, В., Филиповић. Ф, (1910), Педагогија математике, Чачански глас, Чачак, 1981. (стр. 146.)
[4] Пијаже Ж, Инхелдер Б; (1982) Интелектуални развој детета, Завод за уџбенике Београд, Београд, 1982.
[5] Правилници о наставним плановима и програмима од 1. до 4. разреда основне школе
[6] Спасојевић, П. (2011) Наставна средства у функцији посматрања http://pspasojevic.blogspot.com/2011_03_01_archive.html
[7] Уџбеници и радне свеске за математику од 1. до 4. разреда основне школе, Завод за уџбенике, Београд 2007, 2008, 2009, 2010.
[8] http://www.matka.afu.hr/matematika.htm
[9] http://www.geogebra.org
[10] http://www.w3.org
[11] http://dmentrard.free.fr/GEOGEBRA/Maths/accueilmath.htm

Vojislav Andric, Milena Maric

DIDACTIC METHODOLOGICAL TRANSFORMATION OF GEOMETRY CONTENT IN LOWER GRADES OF ELEMENTARY SCHOOL BY USING THE COMPUTER

Summary: Computers, it is already clear, have become a universal teaching tool. The aim of this paper is to present the methodical-didactic transformation of geometric content taught in junior grades of elementary school using the computer. The talk will present the need and possibilities of visualization of geometric content, the dynamic dimension of the methodical approach and other aspects that insist on obviousness. Theoretical assumptions will be illustrated by presenting several specific and original "tools" that can be used for implementation of the teaching content of geometry in junior elementary schools.

Key words: geometric content, methodical-didactic transformation, obviousness, computers

Драгица Миликовић
Педагошки факултет
Бијељина

371.3::514]:004

ТЕОРИЈСКИ ПРИСТУП ГЕОМЕТРИЈСКОМ МОДЕЛОВАЊУ ПРОБЛЕМСКИХ ЗАДАТАКА ПУТЕМ ОБРАЗОВНОГ СОФТВЕРА

Апстракт: У трагању за што ефикаснијим васпитним и образовним исходима наставе, многе земље, међу којима и наше, посљедњих година велику пажњу посвећују откривању нових и афирмисању већ откривених облика учења и организације наставе, који ће допринијети свестранијем развоју личности ученика.

Једно од могућих савремених рјешења, које у цјелости испуњава захтјеве модерне методике наставе математике, како у погледу мисаоне активизације и диференцираног и индивидуализованог приступа ученицима, тако и у стварању могућности иновирања наставног процеса, коришћењем информационе технологије, је мултимедијални образовни софтвер *"Геометријско моделовање проблемских задатака"*.

Надамо се да ће наћи своје мјесто у школама које посједују компјутерску технологију, али и у онима које ће у догледно вријеме компјутеризовати наставни процес, с обзиром да представља једно од најсавременијих рјешења за реализацију програмских садржаја почетне наставе математике.

Кључне речи: Облици учења, организација наставе, проблемски задаци, геометријско моделовање, образовни софтвер

Увод

Увидом у нашу наставну праксу, евидентно је и јасно да данашња, традиционална настава у којој активност наставника доминира над активношћу ученика, у којој се примјењују традиционалне наставне методе и традиционална наставна средства не може најбоље одговорити захтјевима савремене методике наставе математике у погледу *афирмисања облика учења*, који доприносе свестранијем развоју личности ученика и *формирања модела наставе* који ће учинити квалитативан искорак од знања појмова и правила ка когнитивним упориштима за самостално рјешавање проблема.

Једно од рјешења за ову ситуацију је респектовање и примјена дидактичког принципа диференцијације и индивидуализације, увођење савремених метода активне наставе, првенствено моделско-проблемских метода и компјутеризација наставе, односно увођење образовног рачунарског софтвера.

Такав приступ почетној настави математике најприродније и најбрже се остварује израдом и кориштењем научно заснованих и експериментално провјерених модела наставе, који ће отворити пут промјени устаљених, традиционалних и уобичајених начина стицања знања.

У ту сврху, припремљен је конкретан модел диференцирања и индивидуализовања почетне наставе математике образовним рачунарским софтвером, који је лоциран на *геометријско моделовање проблемских задатака*.

Садржај образовног софтвера "Геометријско моделовање проблемских задатака "

Мултимедијални образовни софтвер за учење математичког моделовања у почетној настави математике, конкретно геометријских модела рјешавања проблема, садржи осам поглавља:

1. Моделовање у почетној настави математике
2. Геометријски модели рјешавања проблема
3. Метода дужи
4. Метода таблица
5. Метода правоугаоника
6. Метода графова
7. Метода блокдијаграма
8. Тестови за провјеру знања

Прво поглавље садржи појмовно одређење математичког моделовања, основне фазе математичког моделовања, математичке моделе у редовној и математичке моделе у додатној настави.

У *другом поглављу* је дат општи приступ геометријским моделима рјешавања проблема.

Наредних *пет поглавља* се састоје од три потпоглавља: теоријског објашњења методе, практичне примјене методе у рјешавању проблемских задатака и задатака за вјежбање са рјешењима.

Осмо поглавље се састоји од осам потпоглавља (осам модела тестова), а сваки од њих садржи четири проблемска задатка са нивоима помоћи и рјешењима.

Програм је конструисан тако да ученик може три пута затражити помоћ при рјешавању проблемских задатака са теста, добити повратну информацију за сваки ниво и уз њих доћи до тачног рјешења.

Теоријске основе пројектовања и израде образовног софтвера

Проблемски задаци у почетној настави математике

Да би се у потпуности реализовали садржаји, циљеви и задаци почетне наставе математике, односно да би се остварили васпитно-образовни ефекти наставе неопходно је да се дјеца сво вријеме сусрећу са израдом математичких задатака различитих типова.

У почетној настави математике посебно су значајни *проблемски задаци* који су најсложенији међу текстуалним задацима и чије рјешавање представља врхунац математичког образовања и математичке културе ученика. Да би настава била усмјерена ка том циљу, потребно ју је организовати тако да се заснива на откривању и примјени теоријских релација у практичним проблемима.

Мјесто и улога проблемских задатака у почетној настави математике се, у складу са васпитно-образовним ефектима, сагледавају с аспекта *циља* и *средства* наставе, што се објашњава сљедећим:

С једне стране, крајњи циљ, идеал наставе математике јесте да ученици овладају методама рјешавања система проблемских задатака, а с друге стране, тај циљ је могуће постићи, првенствено, рјешавањем система математичких проблема.

Да би се остварила васпитно-образовна улога проблемских задатака у почетној настави математике, они морају испуњавати одређене дидактичко-методичке захтјеве.

1. Морају бити у складу с реалношћу и на исправан начин одражавати стварност из које потичу.

2. Морају бити јасни и ″разговијетни″, а подаци и услови које садрже, разумљиви ученицима.

3. Језичка формулација мора бити концизна, прегледна и јасна, примјерена могућностима учениковог схватања и разумијевања, те њиховим интересима.

4. Морају бити степеновани по тежини.

Осим тога ″... п*риликом избора задатака мора се стално имати у виду да сваки задатак треба да има одређени циљ, сврху, тј. треба да буде карика у добро осмишљеном систему задатака за одређену наставну јединицу и тему. Наставне функције задатака треба да схвате и ученици. Сваки задатак који се даје ученицима треба нечему да их научи (упознавање новог градива, овладавање неким поступком, оспособљавање за неку математичку активност и др.) Рјешавање сваког математичког задатка треба да буде корак напријед у улажењу ученика у математику, тј. у обогаћивању њихових знања и искуства, оспособљавању да се оријентишу у различитим проблемским ситуацијама*″ (Дејић, М., 2000. стр. 225).

Оспособљавање ученика за самостално рјешавање проблемских задатака тече од првих дана првог разреда. Будући да тај период представља почетак математичког образовања, у њему се користе веома једноставни проблемски задаци чије проблемске ситуације произилазе из најнепосредније околине ученика и чије је квантитативне податке и односе могуће очигледно представити. Такви су задаци утемељени на очигледности непосредне реалне ситуације и рјешавање се често поткрепљује очигледним средствима. Како ученици напредују у усвајању знања, очигледна компонента се постепено смањује, а појачава интелектуална, мисаона која представља циљ рјешавања математичких проблема и у функцији је стицања научних знања.

Будући да су проблемски задаци сложенији од осталих врста текстуалних задатака и да њихово рјешавање укључује мноштво мисаоних операција, методичко обликовање тих задатака захтијева примјену *сложенијих методских поступака*, који се састоје од сљедећих фаза:

1. сагледавање проблема;
2. анализа проблема (уочавање датих и тражених величина);
3. проналажење у когнитивној структури информација, појмова и правила неопходних за његово рјешавање;
4. дефинисање математичког модела, односно алгоритма;
5. рјешавање задатка;
6. провјеравање резултата и дискусија рјешења.

Да би се приступило рјешавању *сложенијих проблемских задатака*, неопходно је испуњавати одређене захтјеве:

а) Рјешавању ма ког сложеног задатка не може прићи онај који не зна рјешавати просте задатке.

б) Рјешавање сложених задатака захтијева изграђену математичку културу која се стиче самосталним усвајањем математичких знања и путем учења откривањем. Ученици који примају готова знања не могу рјешавати проблемске задатке с потпуним разумијевањем и најчешће их раде шаблонски или по аналогији.

в) Ученици се не могу оспособити за рјешавање сложених проблемских задатака ако им се у томе увијек помаже, ако се задаци рјешавају увијек колективно, ако се не подстичу, ако им се не пружа могућност, односно ако се не захтијева да сваки од њих и самостално, у правом и пуном смислу те ријечи, рјешава и ријеши велики број задатака.

При рјешавању тежих проблемских задатака, тј. задатака у којима прости задаци из којих се они састоје нису довољно јасни ученицима или се везе међу њима не уочавају лако, ученицима се помаже на тај начин што им се постављају други, прости или мање сложени задаци које они могу да ријеше, а који им омогућавају да схвате дати задатак.

Геометријско моделовање проблемских задатака

Са моделима у настави ученици се сусрећу већ у најмлађем школском узрасту. Њихова присутност је изразита у почетној настави математике. Елементарне рачунске операције, једначине и неједначине, изрази и остали садржаји математике представљају плодно тло за формирање модела. Значај математичког моделовања је неоспоран са становишта рационализације наставног процеса. Ученици који су овладали одређеним моделима знатно лакше и брже усвајају нова знања, лакше се сналазе у проблемским ситуацијама, сигурнији су приликом давања одговора и знатно су мотивисанији за рад.

Због комплексности проблемских задатака и тешкоћа на које ученици наилазе при њиховом рјешавању, захтијева се, кад год је то могуће, примјена оних модела и метода који омогућавају да се ситуација у задатку ″види″.

Зато је, при ″превођењу″ проблемског задатка из текстуалне форме на математички језик, корисно у помоћ позвати скицу, цртеж или слику, односно било који графички приказ односа међу величинама.

За то су најпогодније геометријске фигуре које представљају *геометријске моделе* рјешавања проблема:

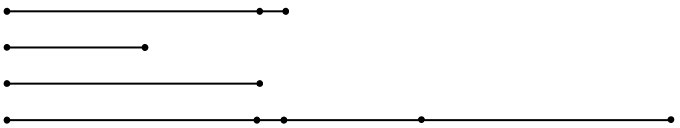
– метода дужи,
– метода таблица,
– метода правоугаоника,
– метода графова,
– метода блокдијаграма.

Метода дужи

Дуж се, као геометријска фигура, може користити при постављању математичког модела неких проблема, у циљу лакшег формирања једначина за њихово рјешавање. На тај начин, познате и непознате величине се изражавају дужима, а једначина се своди на једноставнији облик који се лакше рјешава.

Примјер: У Основној школи „Свети Сава” у Бијељини има 1944 ученика који наставу похађају у три смјене. У првој смјени је 116 ученика више него у другој, док је број ученика у међусмјени једнак половини ученика прве смјене. Колико ученика похађа наставу у свакој смјени?

Рјешење:



I смјена: $2x$

Међусмјена: x

II смјена: $2x - 116$

Заједно: $5x - 116$

$5x - 116 = 1944, \quad 5x = 1944 + 116, \quad x = 2060 : 5, \quad x = 412.$

I смјена: $2 \cdot 412 = 824$

Међусмјена: 412

II смјена: $824 - 116 = 708$

У првој смјени наставу похађа 824, у међусмјени 412 и у другој смјени 708 ученика.

Метода таблица

Моделовање, односно рјешавање проблемских задатака у којима се сусрећу два скупа објеката, могуће је помоћу *таблица*. У том случају, елементе једног скупа уписујемо у врсте, а елементе другог скупа у колоне. Ако су објекти, односно њихови елементи у релацији, на мјесту пресјека одговарајуће врсте и колоне стављамо знак "+" (или 1), а ако нису, знак "–" (или 0). На основу распореда тих знакова долазимо до рјешења проблема.

Примјер: На републичком такмичењу из математике прва четири мјеста су заузели ученици који долазе из различитих градова Републике Српске. Марија није заузела прво мјесто и није из Бијељине. Сандра је заузела треће мјесто и није из Добоја. Милан није заузео четврто мјесто, а долази из Зворника. Игор није заузео друго мјесто и није из Бања Луке. Онај који је из Добоја заузео је друго мјесто. Које мјесто је заузео и из ког града долази сваки од дјечака?

Рјешење:

	1. мјесто	2. мјесто	3. мјесто	4. мјесто	Бијељина	Добој	Зворник	Бања Лука
Марија	-	+	-	-	-	+	-	-
Сандра	-	-	+	-	-	-	-	+
Милан	+	-	-	-	-	-	+	-
Игор	-	-	-	+	+	-	-	-

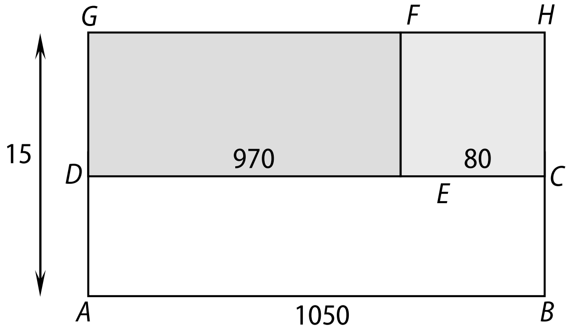
Прво мјесто је заузео Милан из Зворника, друго Марија из Добоја, треће Сандра из Бање Луке, а четврто Игор из Бијељине.

Метода правоугаоника

Један од начина ефикасног постављања и рјешавања проблемских задатака у којима се нека величина може представити као производ друге двије, је и *метода правоугаоника*. Као модел, она омогућава графички приказ датих производа и њихово трансформисање помоћу површина правоугаоника.

Примјер: На Јахорини је у протеклој школској години у 15 смјена на рекреативној настави боравило укупно 15110 ученика. У смјенама је било по 970 и 1050 ученика. Колико је било смјена са мањим, а колико са већим бројем ученика?

Рјешење:



Нека дуж *AB* представља већи број ученика у смјени (1050), дуж *AD* број таквих смјена, а површина правоугаоника *ABCD* укупан број ученика у бројнијим смјенама. Затим, нека дуж *DE* представља мањи број ученика у смјени (970), дуж *DG* број смјена и површина правоугаоника *DEFG* укупан број ученика у смјенама са мањим бројем.

Посматрајући слику, закључујемо да фигуру која се састоји од два наведена правоугаоника, можемо допунити трећим правоугаоником *ECHF*. Тако смо добили нови правоугаоник *ABHG* чију површину лако израчунавамо:

$$P_{ABHG} = 1050 \cdot 15 = 15750.$$

Како збир површина правоугаоника *ABCD* и *DEFG* одговара укупном броју ученика (15110), површина правоугаоника *ECHF* износи:

$$P_{ECHF} = 15750 - 15110 = 640.$$

Из тога произилази да дуж *EF* (*DG*) која представља број смјена са мањим бројем ученика има вриједност 8 ($EF = 640 : 80 = 8$). На основу тога закључујемо да смјена са већим бројем ученика има 7 ($15 - 8 = 7$).

На Јахорини је било 8 смјена са мањим бројем ученика и 7 смјена са већим бројем ученика.

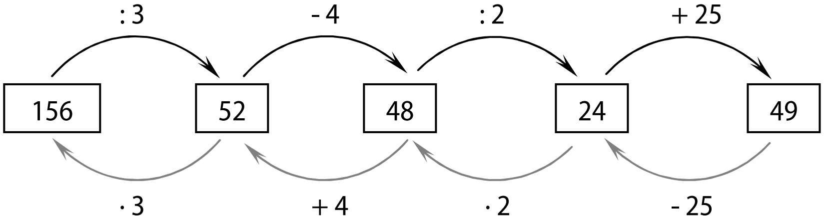
Метода графова

Постављање и моделовање неких врста, односно типова проблемских задатака ефикасно је примјеном *методе графова* која, због своје очигледности, у почетној настави математике често има приоритет над другим методама.

Граф је схема коју чине тачке (тјемена или чворови графа) и линије које их повезују (ивице или луци графа), а које могу бити праве и криве. Граф може бити оријентисани (граф са стрелицама, стреличарски граф) или неоријентисани.

Примјер: Ученици четвртог разреда Основне школе „Јован Дучић" у Бијељини распоређени у три аутобуса, кренули су на рекреативну наставу. У првом аутобусу је била трећина укупног броја ученика, у другом 4 ученика мање него у првом, а у трећем 25 ученика више од половине броја ученика у другом аутобусу. Колико је укупно ученика кренуло на рекреативну наставу?

Рјешење: До укупног броја ученика који су кренули на рекреативну наставу најлакше ћемо доћи примјеном оријентисаног, стреличарског графа. Стрелицама ћемо приказати операције које морамо обавити да бисмо дошли до рјешења, а резултате обављања тих операција, уписаћемо у квадратиће, односно правоугаонике.



Најприје ћемо стрелицама приказати познате податке: *трећину укупног броја ученика* (:3), *за 4 ученика мање* (-4), *половину* ученика (:2), за *25 ученика више* (+25), а број ученика у трећем аутобусу (49) уписаћемо у посљедњи квадратић.

Да бисмо дошли до рјешења, кренућемо уназад, односно од броја 49 до броја ученика који су кренули на рекреативну наставу, слиједећи стрелице супротног смјера, односно обављајући обрнутим редослиједом супротне рачунске операције полазним: (-25), (·2), (+4), (·3). Појединачне резултате, односно резултате обављања сваке од наведених операција, уписиваћемо у квадратиће (24; 48; 52; 156). Тако ћемо доћи до укупног броја ученика који су кренули на рекреативну наставу (156).

На рекреативну наставу је кренуло укупно 156 ученика.

Метода блокдијаграма

Процес постављања и рјешавања проблемских задатака одвија се одређеним редослиједом, корак по корак, од сагледавања проблема и уочавања познатих, кључних података, преко постављања математичког облика проблема, односно увођења модела, до рјешавања и откривања непознатих, тражених података. Да би тај поступак био лакши и прихватљивији ученицима, пожељно је стварање одговарајућег *алгоритма* за рјешавање одређене групе, врсте, типа задатака.

Алгоритам је поступак рјешавања задатака помоћу скупа правила којима се, од полазних величина долази до рјешења. Сваки корак, односно примјена једног правила зове се алгоритамски корак. Логички низ алгоритамских корака помоћу којих се долази до рјешења постављеног проблема може се приказати графички, односно геометријски, помоћу алгоритамске схеме или *блокдијаграма*.

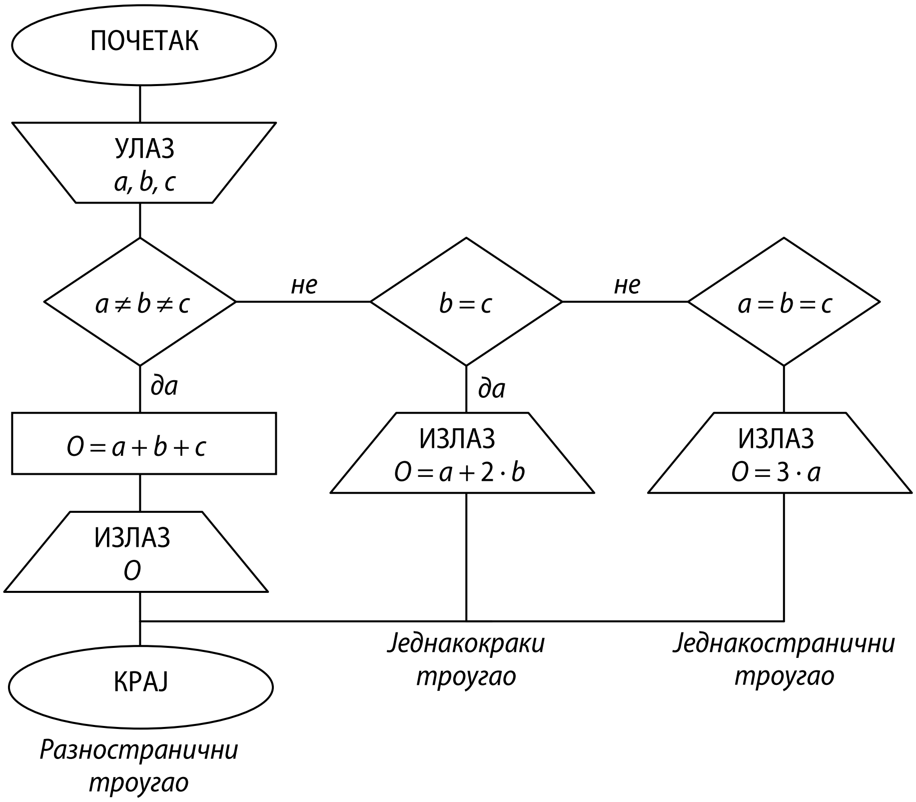
Примјер: Састави алгоритам у виду блокдијаграма за израчунавање обима троугла чије су странице a, b и c ($a, b, c \in N$).

Рјешење: Збир дужина свих страница троугла представља његов обим. Ако троугао има странице различитих дужина чији су мјерни бројеви a, b и c ($a, b, c \in N$), онда ће образац за обим тог троугла бити: $O = a + b + c$.

За троугао који има двије странице једнаке дужине ($b = c$), образац за обим биће: $O = a + b + b$, или краће, $O = a + 2 \cdot b$.

За троугао чије су све три странице једнаке дужине ($a = b = c$), образац за обим имаће облик: $O = a + a + a$, или краће, $O = 3 \cdot a$.

Наведене алгоритме схематски ћемо приказати блокдијаграмом разгранате линијске структуре.



Диференцијација и индивидуализација образовним софтвером

Савремена методика почетне наставе математике, уз принцип свјесне активности, истиче као значајан дидактички принцип диференцијације и индивидуализације, који се у овом раду остварује *образовним софтвером*.

Према резултатима бројних истраживања, мултимедијални образовни софтвери представљају несагледив извор нових могућности за побољшање квалитета математичког образовања и подизање исхода учења на виши ниво.

С друге стране, увођење образовно рачунарског софтвера као фактора диференцијације и индивидуализације почетне наставе математике, као и свака друга иновација, захтијева претходно рјешавање бројних проблема око испуњавања и задовољавања неопходних услова. То су, првенствено проблеми *компјутеризације наставног процеса* и *пројектовања и израде квалитетних образовних софтвера*.

Пројектовање и израда образовних софтвера веома је сложен посао који укључује низ активности, од избора садржаја и њиховог структуирања до провјере готовог програмског пакета, а који се, да би био успјешан, мора реализовати под надзором посебне методике наставе уз помоћ компјутера.

Сложености процеса креирања и формирања образовног рачунарског софтвера доприноси и чињеница да не постоји јединствено правило за његову израду, већ она, углавном, зависи од образовне садржине која чини његову структуру. Ипак, израда образовних софтвера захтијева поштивање основних критеријума који гарантују његову успјешну примјену и остваривање постављеног циља.

Образовни рачунарски софтвер у почетној настави математике мора имати једну општу схему која се састоји од сљедећих елемената:

– ″*основни текст*,

– *слике, скице, шеме, табеле*,

– *питања која ученика наводе на правилно математичко мишљење и закључивање*,

– *фонд задатака који наводи и оспособљава ученике за функционално и апстрактно мишљење*,

– *текстуалне задатке који су апстрактни и захтијевају ангажовање ученика употребом њиховог знања, вјештина и искуства*″ (Ваит, И. и др., 2005, стр. 265).

Примјена образовног софтвера у почетној настави математике има за циљ да помогне ученицима у коришћењу компјутера и да повећа квалитет наставе и учења, а своје постојање може оправдати само у односу на мултимедијалност која ће омогућити боље учење и резултате учења презентованих садржаја јер ће их ученици доживљавати на начин који је природнији и који им више одговара.

Образовни софтвери, као средства учења у почетној настави математике, имају бројне предности међу којима су најзначајније сљедеће:

– комбинују вербалне (појмовне) и аудио-визуелне информације и на тај начин омогућавају сложен, ″реалности″ близак приступ суочавања с различитим захтјевима учења (чак и у случају апстрактнијих питања, он проналази различите начине који их чине конкретнијим);

– омогућавају интерактивно учење, тренутно исправљање грешака и утврђивање стечених знања и вјештина;

– помажу креативност и друге способности за рјешавање проблема као што су одлучност, истрајност и примјена методе ″*корак по корак*″;

– омогућавају индивидуализацију и подјелу (диференцијацију) рада;

– обезбјеђују сложен и брз приступ корисним информацијама;

– омогућавају ученицима директан (*on-line*) рад у компјутерској мрежи.

Диференцирање образовним софтвером најпотпуније се остварује у комбинацији са диференцирањем нивоа помоћи ученицима.

Диференцирање нивоа помоћи ученицима у постављању и рјешавању проблемских задатака користи се као једна од најефикаснијих мјера за превазилажење неуспјеха у настави математике.

Зато се у почетном стадијуму, математички задаци одабирају тако да нивоом захтјевности одговарају најслабијим ученицима. Другим ријечима, креће се од простих и лакших и врши њихово дозирање издвајањем низа једноставнијих задатака у оквиру сложених, до потпуног преласка на сложене задатке. *"Овакав прилаз се брзо замјењује диференцираном помоћи слабим ученицима, давањем вјежби које су намијењене и осталим ученицима.. Форме и облици такве помоћи били су веома различити: 1. указивање на тип рјешења задатка; 2. давање схеме, обрасца за израду задатка; 3. саопштавање одговора за самоконтролу; 4. постављање питања која наводе на рјешење; 5. указивање на грешке или утврђивање правилности почетних корака у рјешавању задатака; 6. указивање на правило на које се ученик може ослонити при рјешавању задатка; 7. указивање на аналогију; 8. указивање на текст уџбеника (приручника) који треба поновити да би се задатак успјешно ријешио и др."* (Ђорђевић, Ј., 1981, стр. 130).

Уважавајући принцип минималне помоћи, наставник, по својој процјени, пружа најмању помоћ ученику или групи ученика, која је довољна да наставе процес рјешавања.

На основу многих праћења наставе (Eigler, G., Judith, H., u. a., 1973, стр. 88-90; Riedel, K., 1973, стр. 90), предложена је сљедећа хијерархија нивоа помоћи, уређена према растућој снази:

1. *Мотивациона помоћ*
2. *Помоћ за повратну информацију*
3. *Опште-стратегијска помоћ*
4. *Стратегијска помоћ усмјерена на садржај*
5. *Садржајна помоћ*

Уређеност нивоа помоћи у датој хијерархији, од најслабије, мотивационе до најснажније, садржајне помоћи, значајан је путоказ наставнику за њихово коришћење у било ком тренутку, односно фази рјешавања проблема.

У томе ће им помагати и уређеност врста помоћи у оквиру сваког нивоа, с обзиром на њихову директност (*директна* помоћ је већа од *индиректне*).

Мотивациона помоћ служи као охрабреље ученику, потиче га, бодри и везују уз задатак.

Примјер: - *"Успјећеш ријешити задатак."*

- *"Није много тежак задатак."*

Помоћ за повратну информацију обавјештава ученика да ли је одабрао прави пут за рјешавање проблема.

Примјер: - *"Одабрао си праву методу."*

- *"Негдје си погријешио."*

Ова врста помоћи, уз мотивацију, пружа ученику повратну информацију о поступку рјешавања.

Опште-стратегијска помоћ представља најопштије приједлоге за процес рјешавања проблема па је неки називају *"помоћ усмјерена на процес"*.

Примјер: - *"Издвој познате податке у задатку."*

- *"Погледај добро податке у задатку."*

Стратегијска помоћ усмјерена на садржај представља опште методе рјешавања проблема повезане са садржином. Она даје и одређене упуте везане за конкретан садржај задатка.

Примјер: - *"Ријеши задатак методом правоугаоника."*

- *"Покушај графички ријешити задатак."*

Под *садржајном помоћи* подразумијевају се она средства која дају одређенија упутства за задате појмове и правила, за одређене везе између њих, за тачно одређене помоћне величине или за резултат.

Примјер: - *"Покушај помоћу површине и ширине израчунати дужину правоугаоника."*

- *"Треба да израчунаш ширину правоугаоника."*

Садржајна помоћна средства су очигледно најснажнија јер иду до давања парцијалних рјешења задатка. Зато их неки називају *"помоћна средства усмјерена на резултат"*.

Наведена хијерархија инструкција за помоћ представљена је на начин који одговара идеалном типу који је реално тешко остварив. Уопште гледано, дејство конкретне инструкције не зависи само од њене врсте, него и од тренутка пружања, па су у пракси инструкције на различите начине испреплитане. Зато је њихово једнозначно сврставање готово и немогуће.

Закључак

Значај образовног софтвера *"Геометријско моделовање проблемских задатака"* за методику почетне наставе математике потребно је сагледати с аспекта наставника и ученика.

С једне стране, мултимедијални програмски пакет ће омогућити наставницима да обогате и усаврше своја теоријска и практична сазнања о геометријском моделовању проблемских задатака у почетној настави математике, те им послужити као узор за стварање сопствених модела.

С друге стране, пројектовани модел софтвера ће омогућити ученицима да на забаван и поучан начин науче важне информације које ће им помоћи у савладавању проблемских ситуација на које наиђу.

Зато се, са сигурношћу може тврдити, да ће образовни софтвер *"Геометријско моделовање проблемских задатака"* послужити као једно од најсавременијих рјешења за реализацију математичких садржаја почетне наставе.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Ваит, И. и др. (2005): *Образовни софтвер у почетној настави геометрије*, у: Информатика, образовна технологија и нови медији у образовању (зборник радова – књига 1), Сомбор: Учитељски факултет.

[2] Дејић, М. (2000): *Методика наставе математике (разредна настава)*, Универзитет у Крагујевцу, Учитељски факултет у Јагодини.

[3] Ђорђевић, Ј. (1981): *Савремена настава – организација и облици*, Београд: Научна књига.

[4] Eigler, G., Judith, H. u. a. (1973): *Grundkurs Lehren und Lernen*, Weinheim/ Basel.

[5] Милинковић, Д. (2002): *Савремени приступ обради аритметичких модела проблемских задатака* – магистарски рад, Бијељина: Педагошки факултет.

[6] Петровић, Н. (2001): *Моделско - проблемски приступ у диференцирању и индивидуализовању почетне наставе математике,* у: Диференцијација и индивидуализација наставе - основа школе будућности (зборник радова), Сомбор: Учитељски факултет.

[7] Петровић, Н. (2001): *Математички проблеми у причама*, Нови Сад: Д.О.О. ЕДУКА.

[8] Пинтер, Ј. (1997): Математичко моделовање у почетној настави математике, Учитељски факултет, Сомбор.

[9] Riedel, K. (1973): *Lehrhilfen zum entdeckenden Lernen*, Hannover.

Dragica Milinkovic

THE THEORETICAL APPROACH TO GEOMETRICAL MODELING OF THE PROBLEM BASED TASKS USING THE EDUCATIONAL SOFTWARE

Summary: In search of more efficient residential and educational outcomes of teaching, many countries, including ours, in recent years great attention to discovering new and affirming already discovered forms of learning and teaching organization, which will contribute to comprehensive development of personality of students.

A possible modern solutions, which fully meets the requirements of modern methods of teaching mathematics, both in terms of thinking activation of the differentiated and individualized approach to students, and in creating opportunities for teaching are, by the information technology, is a multimedia educational software "Geometric modeling problem-solving tasks ".

We hope you will find its place in schools that have computer technology, but also those that will in due course computerize the educational process, since it is one of the most advanced solutions for the realization of program content teaching basic mathematics.

Key words: forms of learning, organization of teaching, problem solving tasks, geometric modeling, educational software

Бранка Арсовић
Учитељски факултет
Ужице

371.3::514]:004

LMS У МАТЕМАТИЧКОМ ОБРАЗОВАЊУ

Апстракт: Развијање квалитетног LMS система је комплексан и обиман процес, који захтева бројне и разноврсне компетенције на свим својим нивоима. Литература која обрађује ову проблематику, до сада је посебно истицала важност развоја образовног садржаја намењеног за e-learning. Међутим, новији приступи проблему развијања LMS и e-learning курсева, цео процес сагледава из другог угла. Процес развијања и креирања се може разматрати као јединство људи – процеса – производа, а такав приступ је познатији као P3 модел (people – process – product continuum). P3 модел, објашњен кроз овај рад, пружа потпун приступ не само креирању квалитетног e-learning садржаја, већ и самом процесу развијања курсева на серверу и њиховом каснијем одржавању.

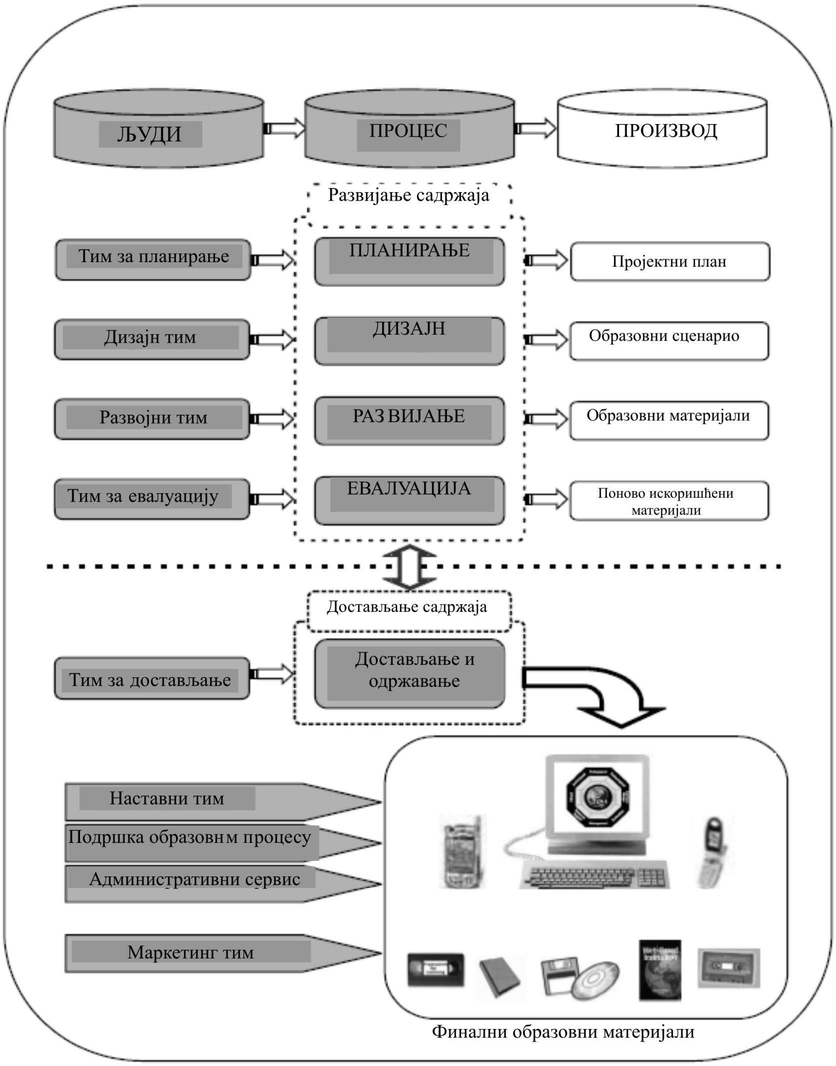
Овај рад је покушај предочавања свеукупног развојног процеса садржаја и курса једног LMS намењеног настави математике, а кроз модуларни приступ. Детаљно су разрађени различити нивои комплетног e-learning развојног процеса, а у односу на *људе* који су одговорни за обезбеђивање различитих e-learning и мешовитих образовних *производа*. Ово је покушај усмеравања процеса развијања e-learning садржаја и модула.

Кључне речи: LMS, P3 модел, e-learning

Увод

Процес креирања квалитетног образовног садржај за е-учење почиње спровођењем свеобухватне анализе циљне популације (ученика) и завршава се провером квалитета и испоруком готових производа клијенту. Целокупан процес развоја e-learning садржаја захтева окупљање групе људи са различитим надлежностима и компетенцијам (Bersin, 2005). Процес се може посматрати као континуум процеса-људи-производа (people–process–product continuum) или P3 модел (слика 1). На пример, људи који су укључени у процес развијања e- learning система могу бити да методичари, графички дизајнери, пројект менаџери и менаџери осигурања квалитета. P3 модел је холистички приступ развоју курса и помаже не само у стварању врло квалитетног за садржај е-учење, већ и у испоруци, прослеђивању и одржавању e- learning курса (Khan et al, 2006).

Овај рад је покушај да се предвиди читав развојни процес једног курса, а у модуларном приступу. Елаборирају се различите фазе целог процеса разијања e-learning система, у смислу људи одговорних за пружање различитих продуката електронског и мешовитог учења. Такође се дотичемо и врсте људи потребних у свакој развојној фази. Ово је покушај унапређења процеса развоја и креирања e-learning садржаја.

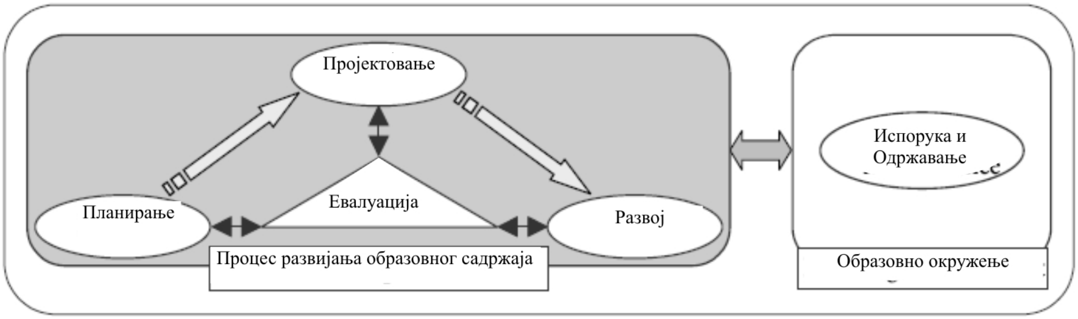


Слика 1. P3 модел (people–process–product continuum)

Улоге и одговорности у процесу креирања LMS система

Уопштено говорећи, процес развојања LMS система и образовних материјала за е-учење, се може поделити у две главне фазе: (а) фазу развоја, и (б) фазу испоруке и одржавања (слика 2). Погодан образовни садржај и образовни материјали развијају се у првој фази, а они се достављају коришћењем одговарајућих медија у другој фази. Развој је једнократна активност, а одржавање је активност која је стално у току (Khan et al, 2006).

Типичан процес креирања LMS се састоји из фаза: планирања, пројектовања, развоја, евалуације, испоруке и одржавања. Развијање LMS система је по својој природи итеративни процес. Иако је процена (евалуација) означена као јединствена активност у моделу разоја LMS, технички то није. У пракси, евалуација се понавља и постоји потреба да се садржај ревидира у свакој фази развоја система е-учења.



Слика 2. Фазе процеса развијања LMS

У зависности од величине и обима пројекта, број појединаца укључених у различитим фазама развијања e-learning система може да варира. Неке улоге и одговорности се могу преклапати, као што су и многи e-learning задаци повезани и међузависни. Озбиљан пројекат креирања напреднијег и комплекснијег LMS система захтева ангажовање појединаца различитих компетенција и струка.

У уско специјализованом (малом или средњем) систему за e-learning, приликом креирања неки појединци ће моћи (и морати) да обављају више улога. Када је LMS систем потпуно дизајниран, развијен, пројектован и управљан од стране једног појединца, тада тај појединац обавља улогу експерта за креирање наставног садржаја, методичара, програмера, графичког дизајнера, менаџера пројекта, итд. То је пример развијања малог система за е-учење. У таквом систему постоји један пројект менаџер који ради као наставни дизајнер, али и као рецензент. Евентуално је могуће да има помоћ једног писца наставних садржаја и неколико графичких дизајнера.

Овај рад представља покушај идентификације улога и одговорности појединаца укључених у развојни процес једног LMS система за е-учење. Неке улоге и одговорности могу бити релевантне за одређене фазе процеса развоја. На пример, иницијално ће бити одговорност менаџера пројекта или особе одговорне за маркетинг да добије спецификацију од потенцијалног клијента. Понекад постоји потреба да наставни дизајнер објасни део пројекта који се односи на учење (како функционише, које области покрива и сл.). Инструкциони дизајнер (методичар) је генерално укључен током целог процеса развоја садржаја. Једном када се модул креира, постаје одговорност техничке подршке да обезбеди испоруку модула и да води рачуна о основним питањима квалитета. Улоге појединаца и њихових општих одговорности, наведене у табели 1(Khan et al, 2006) никако се не могу сматрати комплетним. Називи коришћени за именовање појединих улога у процесу развијања LMS, не сугеришу да институција која спроводи пројекат треба да креира и/или има такве специфичне позиције и звања, већ се ти називи користе да би се описале улоге и одговорности које захтева један овакав пројекат. На основу онога што је прикладно за конкретне пројекте, могуће је да се јави захтев за запошљавање нових људи или, чак, за унајмљивање експертних агенција (најчешће за графички или web дизајн).

Улога појединца	***Одговорност***
Директор	Усмерава иницијативе е-учења. Развија планове и стратегије. Укључен је маркетинг и продају концепта купцу.
Пројект менаџер	Надзире свеукупни процес, укључујући пројектовање, производњу, испоруку, евалуацију, буџетирање, кадровске послове и распоред. Ради са координаторима разних e-learning тимова. Може такође учествовати и у рецензирању.
Пословни координатор и дизајнер	Развија бизнис план, маркетинг план и промотивни план. Координира интерна и екстерна стратешка партнерстава.
Консултант/саветник	Пружа независне, стручне савете и услуге у различитим фазама процеса креирања LMS. Већину времена може да буде предмет стручњак (ПС).
	Процес креирања образовног садржаја
Координатор истраживања и развоја	Координира потребним истраживањима и процесом дизајна. Информише управљачки (менаџер) и дизајн тим о најновијим чињеницама који се односе на online активности учења и истраживања. Држи корак са најновијим дешавањима у е-учењу (моделима и теоријама) и користи их у креирању садржаја.
Експерт садржаја	Пише садржаја курса и рецензира постојеће материјале са предавања (ако постоје), у циљу постизања тачности и актуелности. Такође ревидира постојећи материјал да би га прилагодио ученику.
Наставни дизајнер (методичар)	Пружа консултације о наставним методама, стратегијама и техникама за образовни садржај и ресурсе e-learninga. Помаже правилан избор формата садржаја, погодан за доставу кориснику. Врши процену стратегије за е-учење.
Дизајнер интерфејса	Одговоран је за дизајн сајта, навигацију, приступачности и тестирање употребљивости. Разматра и приказује дизајн интерфејса и садржај материјала у складу са националним смерницама за приступачности.
Координатор ауторских права	Пружа савете по питању интелектуалне својине од значаја за е-учење. Одговоран за преговоре о дозволама за коришћење ауторског дела, са носиоцима ауторских права (коришћених чланака, књига поглавља, видео записа, музике, анимација, графика, веб страница, итд.).
Специјалиста евалуације	Одговоран за евалуацију и процену дизајна и методологије. Води и управља студентском проценом и евалуацијом е-окружења.
Координатор производње	Координира процесом производње LMS система.
Интегратор курса	Одговоран за функционисање свих сегмената е-учења (нпр. веб странице, chat собе, Java аплети, e-commerce...) заједно у оквиру система за управљање учењем (LMS система).
Програмер	Програмира e-learning лекције пратећи сценарио створен у фази пројектовања.

Уредник	Рецензира и прегледа e-learning материјале по питању јасноће и доследности стила, правописа у односу на одговарајуће референце и ауторска права.
Графички дизајнер	Користи своју креативност и стил да креира потребне графичке елементе за LMS систем.
Мултимедијални програмер	Одговоран је за креирање мултимедијалних образовних садржаја, као што су аудио, видео записи, 2D/3D анимације, симулације, итд.
Фотограф/сниматељ	Одговоран за фотографије и видео записе у вези са e-learning материјалима.
Стручњак за обрађивану област/предметни експерт	Води пројектовање, производњу и смислено складиштење образовних материјала и објеката, придржавајући се међународно признатих стандарда (нпр. SCORM, AICC, IEEE...).
Гаранција квалитета	Одговоран за контролу квалитета.
Пилот субјекти	Учествују у пилот тестирању e-learning система.
Координатор доставе	Координира имплементацију e-learning курсева и ресурса.
	Достава садржаја и одржавање процеса и система
Систем администратор	Администрира LMS сервер, корисничке налоге и сигурност мреже.
Програмер сервер/база података	Одговоран за програмирање у вези са серверима и базама података, поготово за праћење и бележење активности ученика.
Координатор online курса	Координира наставним и осталим помоћним особљем задуженим за online курсеве.
Инструктор/наставник/тренер	Предаје/подучава на online курсевима.
Асистент инструктор/наставника/тренера	Помаже инструктору/наставнику/тренеру у наставном процесу.
Тутор	Помаже ученицима у савлдавању образовних задатака и задужења.
Модератор	Надзире и управља online дискусијама.
Кориснички сервис	Обезбеђује помоћ и указује на одговарајуће службе подршке на основу специфичних потреба купаца (тј. ученика).
Експерт техничке подршке	Пружа како хардверску, тако и софтверску техничку подршку и помоћ.
Услуге библиотеке	Обезбеђује интерактивну услугу библиотеке за ученике, који могу постављати питања библиотекару у вези са својим истраживањима, како асинхрону тако и сихрону (у реалном времену), путем Интернета.
Услуге саветовања	Даје смернице и савете по питању студијских вештина, самодисциплине, одговорности за сопствено учење, управљање временом, како савладати стрес, итд.
Административни сервис	Административне услуге обухватају пријем, распореде, итд.

Регистрациони сервис	Одговоран за ефикасан и безбедан процес регистрације на систем за е-учење.
Маркетинг	Одговоран за маркетиншку понуду система за e-learning.

Табела 1. Улоге и одговорности појединаца и тимова у процесу развијања LMS система за е-учење

Фазе развоја и креирања LMS система

Типичан процес развоја образовних садржаја за е-учење, састоји се од следећих фаза:

– планирање;
– пројектовање;
– развој (продукција);
– евалуација;
– испорука и одржавање;
– настава;
– маркетинг (Khan et al, 2006).

Фаза планирања

Планирање је веома критична фаза целокупног процеса, и коначани успех или неуспех целог пројекта управо зависе од тога колико је добро испланиран. Током ове фазе, тим би требало да чине пројект менаџер, наставни дизајнер (методичар) и директор, који заједно радећи развијају план пројекта, пошто су претходно извршили детаљну анализу профила будућих корисника и њихових захтева. Анализирају се различити аспекти људи, процеса и производа (people, process & products) укључених у иницијативу развијања система за e-learning (Khan, 2004). Овако развијен план мора бити педагошки и финансијски заснован и треба да води укључењу целог тима у своје додељене улоге и задатке. План мора упућивати на састав и распоред тима, како би се комплетирала и остварила свака фаза процеса креирања система е-учења.

Крајњи процес ове фазе је утемељен пројект план за e-learning, који омогућава смернице и упутства током осталих фаза овог процеса. E-learning дизајнери, произвођачи, евалуатори, наставно и друго особље би требали да се придржавају упустава из пројектног плана, како би се обезбедило смислено и сврсисходно образовно окружење за ученика, али и како би курс, као крајњи производ, био достављен кориснику на време.

Фаза пројектовања

Људи различитих специјалности су укључени у ову фазу. Исход фазе планирања, пројектни план, доступан је и на њега се чланови тима могу позивати. Људи укључени на овом нивоу су наставни дизајнер (методичар), графички дизајнер и дизајнер интерфејса, технолошки експерти, као и особље задужено за евалуацију и квалитет и они задужени за истраживање и развој (Khan, 2004). Особље задужено за истраживање и развој разматра садржај курсева у смислу педагошке заснованости и оправданости, као што разматра и избор одговарајућег средства за испоруку курсева. Морају бити свесни ограничења и могућности сваког средства испоруке, али и упућени у најновије токове развијања нових медијума за испостављање развијеног курса.

Дизајн тим је укључен у разумевање ученичких потреба и могућности којима пројекат располаже. Такође, разматра се методичка и педагошка заснованост и исправност садржаја курсева. Тај део после могу обавити експерт садржаја и координатор ауторских права. Рецензенти и особе задужене за квалитет врше све неопходне провере (нпр. да је садржај креиран према дефинисаним, међународно усвојеним стандардима). Графички и интерфејс дизајнери треба да осмисле разнолике корисничке интерфејсе и да дизајнирају комплетан шаблон. Њихова улога је и креирање симулација намењених ученицима. Улога наставног дизајнера се често превиђа, али методичар треба да дизајнира комплетно образовно окружење за ученика. Он концептуализује e-learning стратегију и методологију, заснивајући је на карактеристикама будућих корисника.

Веома важна компонента модула је оцењивање, а евалуациони експерт дизајнира стратегије за мерење перформанси, тј. за оцењивање.

Фаза продукције

Развојни тим креира све неопходне детаље (независно) и интегрише их у модул курса. Тим је задужен за креирање свих линкова и обезбеђивање неометане навигације кроз систем. Координатор развоја води процес продукције e-learning система. У чланове тима су укључени (али тим није ограничен само на њих): интегратор курса, програмер, графички дизајнер, мултимедијални програмер, фотограф/сниматељ, уредник, стручњак за обрађивану област/предметни експерт, особа за обезбеђивање квалитета (Khan, 2004).

Координатор развоја или пројект менаџер, осигурава да се поштује предвиђени план и време предвиђено за постизање планираних исхода. Прати све активности и правовремено предузима корективне кораке, уколико је то потребно. Такође, потребно је да се осигура међусобна комуникација чланова тима и поштовање свих постављених рокова.

Једном када се курс формира и обави се провера квалитета садржаја, може се приступити пилот тестирању курса. Тим који тестира садржај мора бити разноврсног порекла, а врло је битно да буду укључени представници будућих корисника система. Проверава се све – језик, технички део, садржаји, навигација и све симулације. Када прикупи све процене из пилот тестирања, координатор развоја их анализира у сарадњи са методичарем. Уколико је то потребно, могуће је извршити накнадне измене и унапређења у сарадњи са пројектним и развојним тимом. Дакле, производ развојне (продукционе) фазе јесте материјал курса, спреман за пилот тестирање.

Фаза евалуације

Евалуација је критична фаза за добар e-learning систем. Она се, у суштини, обавља на свим нивоима пројекта, а повратна информација се инкорпорира у производ. У основи, постоје две врсте евалуације, формативна и сумативна.

Формативна евалуација се спроводи током развојних стадијума и итеративна је. Сумативна евалуација се спроводи на крају развијања система, када су све компоненте интегрисане у коначни курс. Типичан e-learning курс може бити процењен са више аспеката, од којих су неки: језик (синтакса и семантика), технички аспект, навигација, интеграција, релевантност графика, симулације, оцењивање, интерфејс, квалитативна провера стандарда, евалуација учења од стране одабраних корисника (Khan, 2004).

Испорука и одржавање

Пошто се креира садржај, тежиште пажње се преусмерава на његов начин испоруке крајњем кориснику. Главна карактеристика и покретачка снага e-learning система јесте то да курс или модул мора бити доступан ученику било кад, одакле било. Тим за испоруку и одржавање игра кључну улогу током ове фазе. Тим прво мора да пребаци садржај на LMS сервер и да тестира сваки његов део, укључујући симулације и навигацију. Такође се мора узети у обзир и величина модула, као и брзина приступа итд. Модул мора бити стално доступан ученику, који је у могућности да контролише напуштање и поновни повратак на курс. Том приликом сви делови курса (симулације, тестови, видео записи итд.) морају функционисати.

Тим за испоруку и одржавање чине систем администратори, програмери база података и webmaster, који су одговорни за одржавање ефикасног и ефектног образовног окружења, према својим додељеним улогама и одговорностима. Не само да треба да одржавају модул, већ треба да дају све друге информације потребне пројект менаџеру (број логовања, повратне информације ученика, време проведено на курсу, итд.).

Дакле, овај тим је одговоран за редовно ажурирање и мониторинг e-learning окружења, укључујући заштитне мере за контролу притупа и поверљивост информација. Крајњи процес ове фазе је скуп добро одржаваних образовних материјала доступних регистрованим корисницима (Khan, 2004).

Наставна фаза

Наставни тим је окосница процеса креирања доброг e-learning окружења. На инструкционој фази развоја курса, наставни тим и особље подршке чине особе укључене у достављање наставног производа. Особље подршке могу чинити (али није ограничено само на њих): координатор курса, наставник, тутор, модератор курса, особље за техничку подршку, библиотекар, саветник, кориснички сервис, административно и особље задужено за регистрацију на систем (Khan, 2004). У случају малих тимова, појединци могу имати више улога. Једном када је курс креиран, може се понудити корисницима, било кроз постојећи портал или као независан модул. На овом нивоу Наставни тим долази до изражаја. Ученици очекују да ће бити суочени са добрим, разумљивим образовним окружењем и процесом учења без прекида због тешкоћа, техничких проблема или неразумљивости изложене материје. Неопходна је могућност праћења и увида у то да крајњи корисници, регистровани на систем, похађају достављени курс. У неким случајевима, одговорност овог тима јесте и да разјасне програмерима како би требало да функционише цео систем (са аспекта тока учења) и како би требало да се користе сви расположиви ресурси система. У случају проблема са испоруком курса, наставни тим треба да обавести тим задужен за испоруку и одржавање, тако да би они реаговали на време и уклонили сметње.

Маркетиншка фаза

Интернет и расположивост доброг протока података даје организацијама још један медиј за испоруку образовних садржаја. Погодности и могућности Интернета су учиниле да е-учење озбиљно размотре како академске, тако и неакадемске институције. Са развојем Интернета долази до експанзије бројних e-learning курсева и ситмеа, што је тржиште LMS-а учинило крајње компететивним. Потреба да се тржиште разуме никада није био тако очигледна. Маркетинг e-learning курсева је специјализована вештина која захтева потпуно разумевање учења, наставног дизајна и техничких знања о умрежавању, протоку података, Интернету, LMS системима, итд. (Khan, 2004).

Како је тржиште динамично, то истраживање тржишта е-ученика (тј. клијената) може да обезбеди значајну предност установи у својим понудама у односу на остале сличне установе. Особа задужена за маркетинг мора бити свесна процеса развоја и могућих уских грла у процесу развоја курса. Међутим, главна одговорност особе за маркетинг је да јасно разуме захтеве клијента и да о томе известе тимове за пројектовање и развој курса.

Маркентишка предност се може постићи регистровањем за сајтове е-учење на претраживачима, banner оглашавањем, бренд стратегијама (нпр. заштитом имена бренда, тј. производа), подршком од стране кредибилних људи и институција и тако даље. Ефективни маркетиншки производи ће помоћи у привлачењу институција и регрутовању ученика за своје курсеве и програме.

Карактеристике LMS у односу на наставу математике

За разматрање проблематике учења садржаја математике користимо два аспекта: асоцијативни и когнитивни. Асоцијативни приступ је доминантан у САД, а основно у њему је да се учење одвија кроз асоцијације на спољне утицаје, са специфичним углом гледања ученика, који учи успостављајући менталне везе према асоцијацијама. Асоцијативно учење наступа када се удруже пажња и релевантни услови, под којима подразумевамо објекат учења. Проблем ће се лакше схватити и савладати ако се садржај организује тако да се учење остварује по принципу од лакшег ка тежем и ако се вежба сваки део садржаја који се учи (Арсовић, 2006).

Током педесетих година XX века такво схватање дрила и вежби изгубило је много на популарности. Извршен је покушај ревитализације асоцијативног учења од стране неких научника (Гагне) који су истицали да се вештине граде из подвештина. Теорија асоцијације имала је снажног утицаја на наставу математике, јер се њено схватање учења могло лако реализовати у настави. Недостатак тог схватања је тај што није обухватало различитости понашања ученика у процесу наставе.

За разлику од асоцијативне теорије учења, когнитивна теорија истиче целовитост доживљаја. Целине су примарне и само су оне реалне, док се покушаји да се целине растављају неоправдани. У САД се развија когнитивна теорија учења под утицајем европске психологије (Гешталта) која прихвата индивидуална знања као базичне податке и изворе хипотеза. За разлику од асоцијативне теорије, овде се инсистира на тези да људски мозак интерпретира све чулне надражаје и искуства према одређеним принципима. И према томе и учење је много више него само примање информација.

Ни овде се ништа не говори о процесу препознавања, који омогућава улаз, нити како се та могућност мења временом. Тај проблем је обрадио Пијаже, који је покушао да докаже да се одређене базичне структуре мишљења, које се могу дефинисати логички и математички, развијају путем нормалне интеракције са окружењем. У Пијажеовој структури се може размишљати тако, као да је она компонована од елемената и релација, а чине је менталне и физичке акције.

Проблем са овом теоријом је у томе што је предвиђала начин мишљења по градацијама, тј. узрасном периоду развоја детета. А пракса је показала да дете може показати једну фазу мишљења у једном домену, а другу у другом домену (Арсовић, 2006).

Информатичарима је потребан модел процеса подржан Пијажеовом структуром, која може да објасни различите епизоде процеса учења.

Сажето разматрање комплексности проблема учења математике имало је за циљ да боље расветли питања пред којима се налазе пројектанти LMS система. Чињенице, процеси, вештине концептуалне структуре, стратегије решавања проблема чине математичку колекцију ученичког знања (Арсовић, 2006) (Арсовић, 2008).

Истакнуто је да је систем дрила и вежби неадекватан у настави математике. Овај модел не води рачуна о различитости ученика. Али то не значи да тај метод није ефикасан уопште. Плодотворан је тамо где је потребно познавање великог броја чињеница, из тих разлога техника дрила и вежби је укључена у скуп наставних метода у настави математике.

Готово да се свака наставна метода може применити у индивидуалном раду, али се поједини ученици разликују по брзини којом уче. Неки морају јасно да савладају сваки корак учења, док други могу да прескоче неке кораке (индивидуалне разлике ученика), дакле настава и наставник се морају прилагођавати сваком ученику (Арсовић, 2008).

Главни проблем наставе математике је тај што математика подразумева рад на високом нивоу апстракције, који према Пијажеу одговара формалном оперативном нивоу. Поставља се питање на који начин треба предавати математику да би се развио апстрактни начин размишљања. Познато је да деца интуитивне моделе замењују конкретним (нпр. своје представе о простору прилагођавају физичком свету), али с друге стране, уколико желе да развију своја знања (нпр. из геометрије) онда морају своја размишљања да лоцирају на апстрактнијем нивоу од реалног. Једна од могућих стратегија наставе јесте да се превазиђе симболизам и да се пређе у “реалистичку математику”, а други начин је омогућити наставнику да у дијалогу са учеником, провоцирајући га погрешним концепцијама, створи услове да ученик мења начин размишљања. У сваком случају, у настави математике мора постојати информациона повратна спрега у односу на сваку ученичку активност.

На питање како информатичка решења могу да допринесу повећању знања математике, одговор је пре свега, да се у настави и учењу математике користи LMS који на оптималан начин испуњава постављене циљеве математичког образовања. Наиме, један квалитетан LMS треба да заинтересује, инспирише, активира и усмерава (коригује) ученика. Такође потребно је да LMS уважава следеће принципе: примереност, очигледност, јасност, оријентисаност циљу, егземплентарност и самоиницијативност. LMS, као целовито програмско решење одређеног наставног садржаја, мора у себи садржати компоненте које иначе садржи класична настава:

– фазу мотивације;
– фазу решавања проблема;
– фазу свесне примене;
– фазу контроле учења;
– фазу продубљивања и учвршћивања знања.

Дакле, LMS као програмско решење неког наставног садржаја, требао би бити прилагођен особинама мисаоног процеса ученика. При томе би сам LMS пролазио кроз фазе које опонашају ученичко размишљање: предоперациону фазу, конкретно операциону и формално операциону фазу. Дакле, LMS мора уочити проблем и све његове карактеристике, увести нове појмове са којима ће постепено упознати ученика, предочити начин решавања одређеног проблема уз потребна објашњења и теоријску надградњу, и на крају омогућити ученику да сам провери и продуби усвојено знање (Арсовић, 2008).

При том процесу мора се водити рачуна да се проблем који се обрађује у LMS-у представи како у конкретном моделу (да би био разумљивији ученику), тако и у апстрактном. На тај начин се постиже развијање апстрактног начина мишљења код ученика, а да се при том опонаша природни след усвајања појма од стране ученика (кад се интуитивни модел замењује конкретним).

Провера усвојеног знања се и у LMS-у обавља на математици карактеристичан начин – решавањем погодно одабраних проблема дотичног типа, тј. израдом одговарајућих задатака. На тај начин сваки од LMS-а у себи има компоненте образовног софтвера за дрил и вежбу. То је једна од основних карактеристика LMS-а из области математике, која је узрокована самом специфичношћу наставе математике (Арсовић и Стефановић, 2010).

Приликом провере и продубљивања знања потребно је предвидети опцију давања погрешних одговора од стране ученика, која од стране система мора бити пропраћена одговарајућом акцијом, а то је најчешће повратак на теоријско објашњавање дотичног проблема и, коначно, упућивање ученика на тачан одговор.

Поред тога мора се водити рачуна о комплексности наставе. Ефикасна настава не може бити разбијена на делове од којих би неки могли тада да се изводе на рачунару. Приликом коришћења LMS у образовне сврхе његове функције би морале бити пажљиво интегрисане са функцијама наставника и уклопљене у остатак програма који се остварује класичним методама наставе.

Сваки e-learning систем, па и из области математике, требало би да, карактеристичним начином управљања самим софтвером, обезбеди ученику јединствени темпо рада и усвајања предоченог материјала. На тај начин се постиже индивидуализација наставе, коју је иначе тешко постићи у класичној, традиционалној настави математике (Арсовић и Стефановић, 2010).

Закључак

Као закључак, може се рећи да нова кретања у е-образовању и информатичким технологијама пружају могућности да се створи добро дизајнирана, ученики оријентисана, привлачна, интерактивна, приступачна, ефикасна, лако доступна, флексибилна и смислено дистрибуирана e-learning средина за учење. Систем за е-учење креиран по P3 моделу пружа свеобухватну слику е-учења и помаже у откривању појединачних улога и одговорности за различите аспекте креирања LMS-a (дизајн, развој, евалуацију, имплементацију и управљање образовним материјалима и системом).

ЛИТЕРАТУРА

[1] Арсовић, Б. (2006). *Карактеристике и проблеми пројектовања образовног рачунарског софтвера за потребе наставе математике,* 98-111 стр**.** Иновације у настави: часопис за савремену наставу 2006/4, Учитељски факултет у Београду, Београд,.

[2] Арсовић, Б. (2008). *Инструкциони дизајн и e-Learning (утицај педагошких теорија на креирање наставних материјала намењених електронском учењу)*, Зборник радова 10/2008, Учитељски факултет, Ужице.

[3] Арсовић, Б., Стефановић, Д. (2010). *Значај колаборативних наставних материјала у e-Learning системима (The Importance of Collaborative Teaching Materials in e-Learning Systems),* (UDC 37.018.43:004.738.5), Инфо М (часопис за информациону технологију и мултимедијалне системе), стр. 19-25, бр 33/2010, Факултет организационих наука, Београд, Југословенско удружење за мултимедију, Београд, САВПО - Савремена пословна обрада - графичко књижарско предузеће, Београд.

[4] Bersin, J. (2005). *The Four Stages of E-learning: A Maturity Model for Online Corporate Training*, Bersin & Associates © October, 2005.

[5] Khan, B. H., Vinod, J. (2006). *E-Learning Who, What and How?*, Journal of Creative Communications 2006; 1; 61, DOI: 10.1177/097325860500100104

[6] Khan, B. H., (2004). *The People–Process–Product Continuum in E-Learning: The E-Learning P3 Model*, Issue of Educational Technology, Volume 44, Number 5, Pages 33-40.

Branka Arsovic

LMS (*LEARNING MANAGEMENT SYSTEM*) IN MATHEMATICAL EDUCATION

Summary: Developing high-quality LMS is a complex process. It requires a variety of competencies at every stage of the development process. The literature on the subject so far emphasizes on development of e-learning content. However, new approach to problem of LMS development has totally different and new angle of perceiving. The process of development and creation can be considered as the people–process–product continuum or, better known as P3 model.

The P3 model of people–process–product continuum explained in this article provides a holistic approach for not only creating good-quality e-learning content, but also deploying the course on the server and maintaining it.

This article is an attempt at envisaging the entire development process of content and course of mathematical LMS in a modular approach. Article elaborates various stages of the complete e-learning development process in terms of people responsible for providing various e-learning and blended learning products. This is an attempt to streamline the process of development of e-learning content and modules..

Key words: LMS, P3 model, e-learning

Milan B. Tasić
Faculty of Sciences and Mathematics
Niš

004.42 WOLFRAM ALPHA
371.3::51]:004

MATHEMATICS IN CLIENT-SERVER ENVIRONMENT

Summary: Considering that students spend much of their free time at the computer, there is a need for designing a high-quality educational environment. The advantage of simulation training is just to motivate students to use information technology for learning purposes. We will describe how the software package MATHEMATICA-Wolfram Alpha, can be effectively used to study different mathematical fields. For client-server network environment, we will use the program VNC Server Free Edition for Windows, which two or more computers connected via TCP / IP network. VNC enables mutual admission control and more students to work together on solving problems. In the IT classroom students, follow the activities and short dynamic demonstrations performed by the teacher and actively participate in solving practical problems. Furthermore, students can work completely independently on the problem while the teachers on its computer monitor oversee all events on the network.

Key words: Mathematica-Wolfram Alpha, VNC Server

Introduction

Application of computers in learning mathematics can be great. Contribution to the learning process is reflected in an independent work, experimentation, development of logical and critical thinking, practical math skills, etc. Taking into account that students spend much of their free time on the computer, there is a need to develop the quality educational environment. The advantage of simulation training is just to motivate students to use information technology for learning.

Some useful presentations of MATHEMATICA as a teaching tool can be found in [1, 2]. There are different software packages for solving certain mathematical problems. We will describe how Wolfram Alpha [6], package, that is part of the MATHEMATICA software, can be effectively used to study different mathematical fields. We will also describe WebMathematica, a new web-based technology developed by Wolfram Research, which enables the generation of dynamic web content with Mathematica.

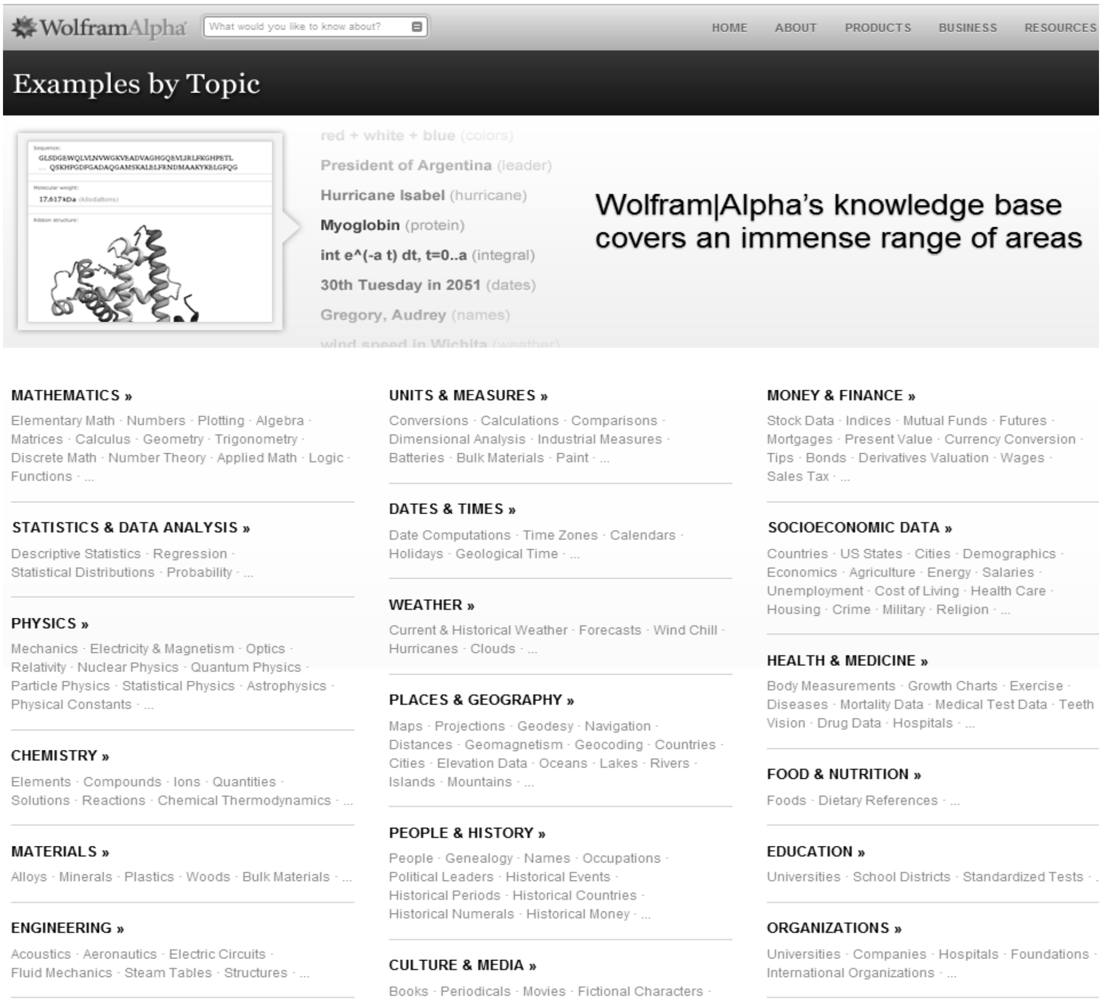
For client-server network environment, we will use the program Free Edition VNC Server for Windows [5], which connects two or more computers via TCP / IP network. VNC enables mutual controls and more students to work together on solving problems. Students in the classroom, one for each computer or in pairs, accompanied by dynamic activity and brief demonstrations performed by the teacher, actively participate in solving specific problems. Furthermore, students can independently work on solving the problem while the teachers on its computer monitor oversee all events on the network.

The paper is organized as follows. In the second section, we describe some useful software packages and techniques, dedicated for learning process. The third section describes how different applications can be combined in simple web page for learning and teaching purpose. Application is developed by simple HTML and JavaScript code. Source code and techniques can be used not only for learning mathematics but rather in learning purpose and similar situations.

Mathematica as teaching tool

Wolfram Alpha

There are different software's to solve certain types of problems and a huge database to provide different information at any time. Wolfram Research Company in May 2009 launched the online service called Alpha Wolfram. Background Alpha Wolfram Mathematica is a software package that has evolved from a calculator to a software package for symbolic calculations. A good part of MATHEMATICA is available for free online via Wolfram Alpha. In addition it can be used for various calculations, comparison, evaluations and interpretation of results in some situations, and it also shows proposed settlement procedures.



Examples by Topic

red + white + blue (colors)
President of Argentina (leader)
Hurricane Isabel (hurricane)
Myoglobin (protein)
int e^(-a t) dt, t=0..a (integral)
30th Tuesday in 2051 (dates)
Gregory, Audrey (names)
wind speed in Wichita (weather)

Wolfram|Alpha's knowledge base covers an immense range of areas

MATHEMATICS »
Elementary Math · Numbers · Plotting · Algebra · Matrices · Calculus · Geometry · Trigonometry · Discrete Math · Number Theory · Applied Math · Logic · Functions · ...

STATISTICS & DATA ANALYSIS »
Descriptive Statistics · Regression · Statistical Distributions · Probability · ...

PHYSICS »
Mechanics · Electricity & Magnetism · Optics · Relativity · Nuclear Physics · Quantum Physics · Particle Physics · Statistical Physics · Astrophysics · Physical Constants · ...

CHEMISTRY »
Elements · Compounds · Ions · Quantities · Solutions · Reactions · Chemical Thermodynamics · ...

MATERIALS »
Alloys · Minerals · Plastics · Woods · Bulk Materials · ...

ENGINEERING »
Acoustics · Aeronautics · Electric Circuits · Fluid Mechanics · Steam Tables · Structures · ...

UNITS & MEASURES »
Conversions · Calculations · Comparisons · Dimensional Analysis · Industrial Measures · Batteries · Bulk Materials · Paint · ...

DATES & TIMES »
Date Computations · Time Zones · Calendars · Holidays · Geological Time · ...

WEATHER »
Current & Historical Weather · Forecasts · Wind Chill · Hurricanes · Clouds · ...

PLACES & GEOGRAPHY »
Maps · Projections · Geodesy · Navigation · Distances · Geomagnetism · Geocoding · Countries · Cities · Elevation Data · Oceans · Lakes · Rivers · Islands · Mountains · ...

PEOPLE & HISTORY »
People · Genealogy · Names · Occupations · Political Leaders · Historical Events · Historical Periods · Historical Countries · Historical Numerals · Historical Money · ...

CULTURE & MEDIA »
Books · Periodicals · Movies · Fictional Characters ·

MONEY & FINANCE »
Stock Data · Indices · Mutual Funds · Futures · Mortgages · Present Value · Currency Conversion · Tips · Bonds · Derivatives Valuation · Wages · Sales Tax · ...

SOCIOECONOMIC DATA »
Countries · US States · Cities · Demographics · Economics · Agriculture · Energy · Salaries · Unemployment · Cost of Living · Health Care · Housing · Crime · Military · Religion · ...

HEALTH & MEDICINE »
Body Measurements · Growth Charts · Exercise · Diseases · Mortality Data · Medical Test Data · Teeth · Vision · Drug Data · Hospitals · ...

FOOD & NUTRITION »
Foods · Dietary References · ...

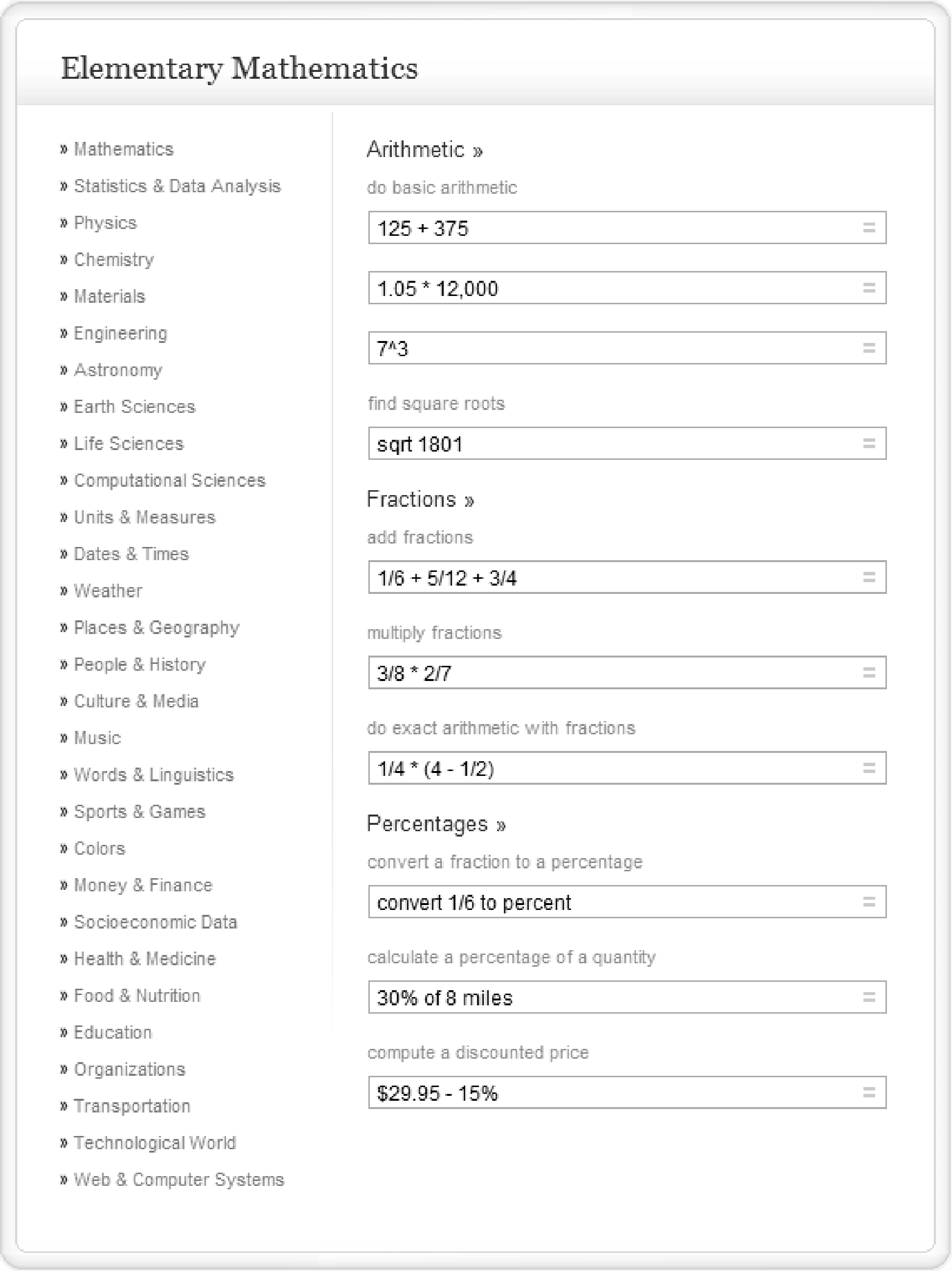
EDUCATION »
Universities · School Districts · Standardized Tests ·

ORGANIZATIONS »
Universities · Companies · Hospitals · Foundations · International Organizations · ...

Figure 1. Wolfram Alpha Home page

Wolfram Alpha is an extremely useful instrument to anyone who solves math problems. With a little using practice, this online service is extremely simple. On the home page, select the appropriate category (in this case, "Mathematics", see Figure 1.)

and then select an area of mathematics that we need whether it be on elementary mathematics, numbers, geometry, algebra, analysis, discrete mathematics, or some other mathematical domains.



Elementary Mathematics

Arithmetic »

do basic arithmetic

125 + 375

1.05 * 12,000

7^3

find square roots

sqrt 1801

Fractions »

add fractions

1/6 + 5/12 + 3/4

multiply fractions

3/8 * 2/7

do exact arithmetic with fractions

1/4 * (4 - 1/2)

Percentages »

convert a fraction to a percentage

convert 1/6 to percent

calculate a percentage of a quantity

30% of 8 miles

compute a discounted price

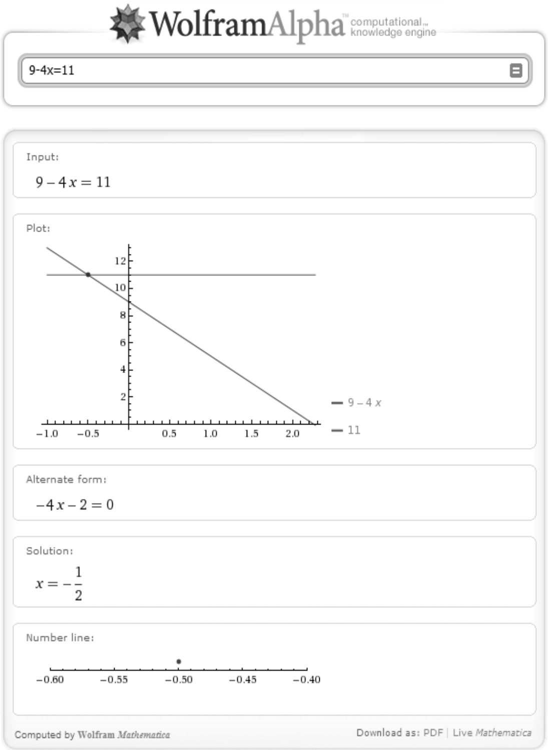
$29.95 - 15%

Figure 2. WolframAlpha Examples - Elementary Mathematics

Click on the selected area we open up sub-domains until it comes to concrete mathematical problems, Figure 2. The recommendation is to use pages initially with examples rewritten for your own needs, whereas later queries can write directly on the home page. The possibilities of Wolfram Alpha in teaching are very large. For the most students, Wolfram Alpha is an extremely well-received and more interesting in exploring their areas of math at home with this online service.

Wolfram Alpha can attract students who otherwise are not very “prone” mathematics and are thus beginning to show greater interest in this case. It is certain that with Wolfram Alpha, they will “teach” mathematics. To find a result, interpretation and graphic visualization of a task requires some knowledge therefore forcing the student to explore further the wider context of the problem.

Below are some examples of using Wolfram Alpha that are only the small part of the many possibilities, which offers Wolfram Alpha in solving mathematical problems and interpretation, but certainly enough to make everyone realize the advantages of this case and to move them into their own research within their needs and interests.



9-4x=11

Input:

$9 - 4x = 11$

Alternate form:

$-4x - 2 = 0$

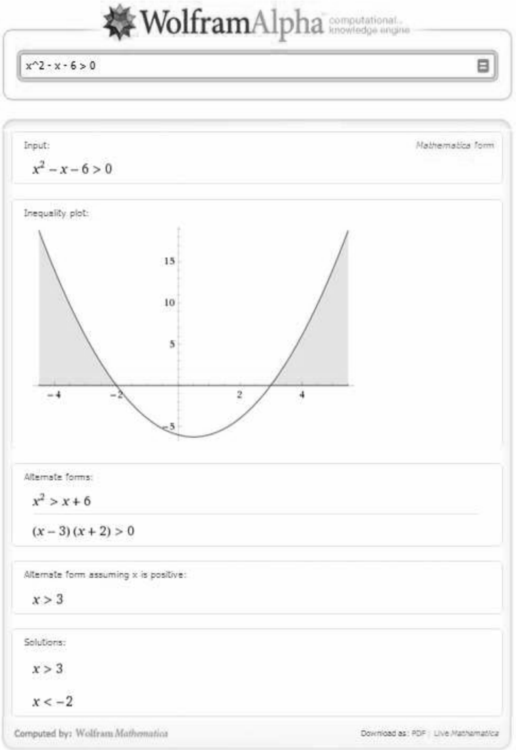
Solution:

$x = -\frac{1}{2}$

Computed by Wolfram *Mathematica*

Download as: PDF | Live *Mathematica*

a) equations example



x^2 - x - 6 > 0

Input:

$x^2 - x - 6 > 0$

Alternate forms:

$x^2 > x + 6$

$(x - 3)(x + 2) > 0$

Alternate form assuming x is positive:

$x > 3$

Solutions:

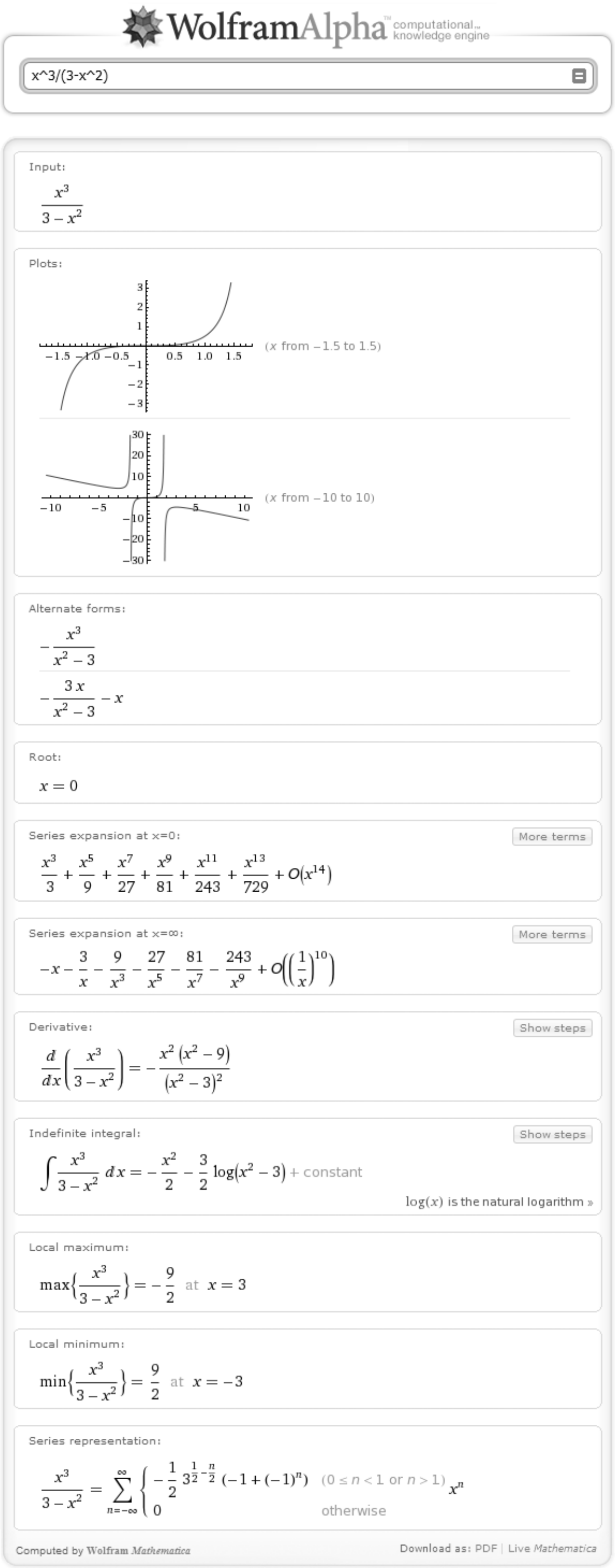
$x > 3$

$x < -2$

Computed by: Wolfram *Mathematica*

Download as: PDF | Live *Mathematica*

b) inequalities example



x^3/(3-x^2)

Input:

$$\frac{x^3}{3-x^2}$$

Plots:

(x from −1.5 to 1.5)

(x from −10 to 10)

Alternate forms:

$$-\frac{x^3}{x^2-3}$$

$$-\frac{3\,x}{x^2-3}-x$$

Root:

$$x=0$$

Series expansion at x=0:

$$\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{9}+\frac{x^7}{27}+\frac{x^9}{81}+\frac{x^{11}}{243}+\frac{x^{13}}{729}+O\left(x^{14}\right)$$

Series expansion at x=∞:

$$-x-\frac{3}{x}-\frac{9}{x^3}-\frac{27}{x^5}-\frac{81}{x^7}-\frac{243}{x^9}+O\left(\left(\frac{1}{x}\right)^{10}\right)$$

Derivative:

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{x^3}{3-x^2}\right)=-\frac{x^2\left(x^2-9\right)}{\left(x^2-3\right)^2}$$

Indefinite integral:

$$\int\frac{x^3}{3-x^2}\,dx=-\frac{x^2}{2}-\frac{3}{2}\log\left(x^2-3\right)+\text{constant}$$

$\log(x)$ is the natural logarithm »

Local maximum:

$$\max\left\{\frac{x^3}{3-x^2}\right\}=-\frac{9}{2}\ \text{at}\ x=3$$

Local minimum:

$$\min\left\{\frac{x^3}{3-x^2}\right\}=\frac{9}{2}\ \text{at}\ x=-3$$

Series representation:

$$\frac{x^3}{3-x^2}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\begin{cases}-\frac{1}{2}\,3^{\frac{1}{2}-\frac{n}{2}}\left(-1+(-1)^n\right) & (0\le n<1\text{ or }n>1)\\ 0 & \text{otherwise}\end{cases}x^n$$

Computed by Wolfram Mathematica

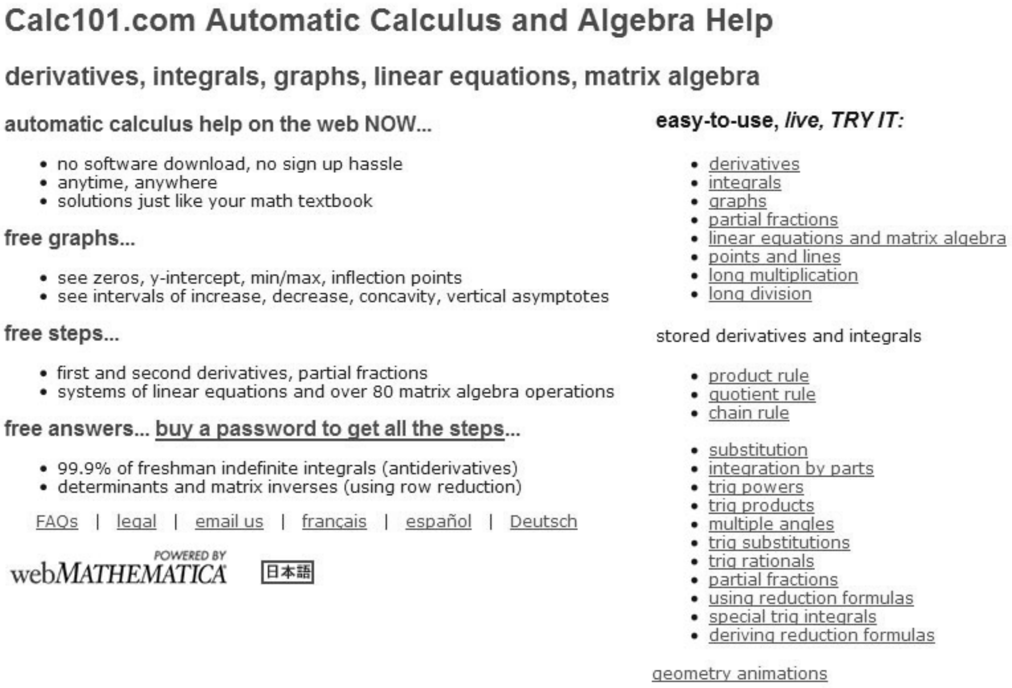
c) Graph function example

Figure 3. Wolfram Alpha Examples

WebMathematica

WebMathematica is a new web-based technology developed by Wolfram Research that allows the generation of dynamic web content with MATHEMATICA [6]. It combines the computational engine of MATHEMATICA (the MATHEMATICA kernel) with web pages that are written in the HTML language and creates a synergism that is a useful tool for enhancing teaching mathematics and mathematically oriented topics. With this technology, the distance students should be able to explore and experiment with some of the mathematical concepts. The students use the existing Internet browsers as an interface to WebMathematica and they do not need to know MATHEMATICA neither to install the program in their machine to use it. WebMathematica is based on a core technology called MATHEMATICA Server Pages (MSP). MSP technology allows a site to contain HTML pages, which are enhanced by the addition of MATHEMATICA commands. When a request is made for one of these pages, which are called MSP scripts, any MATHEMATICA commands are evaluated, and the computed result is placed in the page. Through WebMathematica the instructors and students can fully utilize the computational power of MATHEMATICA for pedagogical applications.

Mathematica is widely used in many areas of education. One use of WebMathematica in education is Calc101 which mixes free and pay-per-use calculators who lead students through a different problem [7].



Calc101.com Automatic Calculus and Algebra Help

derivatives, integrals, graphs, linear equations, matrix algebra

automatic calculus help on the web NOW...

- no software download, no sign up hassle
- anytime, anywhere
- solutions just like your math textbook

free graphs...

- see zeros, y-intercept, min/max, inflection points
- see intervals of increase, decrease, concavity, vertical asymptotes

free steps...

- first and second derivatives, partial fractions
- systems of linear equations and over 80 matrix algebra operations

free answers... buy a password to get all the steps...

- 99.9% of freshman indefinite integrals (antiderivatives)
- determinants and matrix inverses (using row reduction)

FAQs | legal | email us | français | español | Deutsch

easy-to-use, *live, TRY IT:*

- derivatives
- integrals
- graphs
- partial fractions
- linear equations and matrix algebra
- points and lines
- long multiplication
- long division

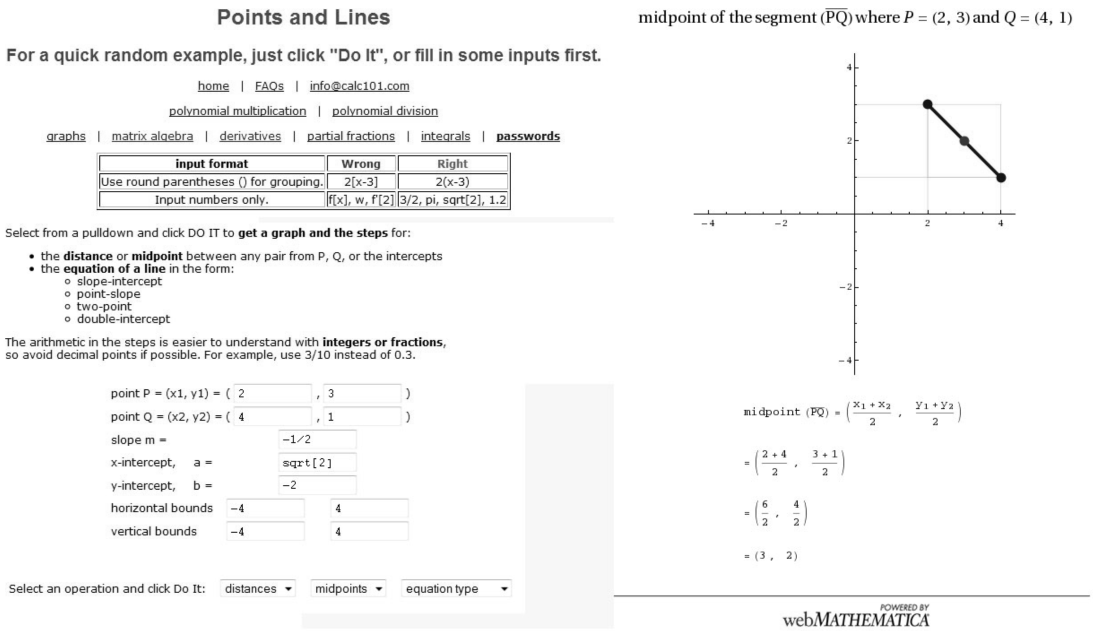
stored derivatives and integrals

- product rule
- quotient rule
- chain rule

- substitution
- integration by parts
- trig powers
- trig products
- multiple angles
- trig substitutions
- trig rationals
- partial fractions
- using reduction formulas
- special trig integrals
- deriving reduction formulas

geometry animations

Figure 4. WebMathematica in education - Calc101 Home page



Points and Lines

For a quick random example, just click "Do It", or fill in some inputs first.

home | FAQs | info@calc101.com

polynomial multiplication | polynomial division

graphs | matrix algebra | derivatives | partial fractions | integrals | **passwords**

input format	Wrong	Right
Use round parentheses () for grouping.	2[x-3]	2(x-3)
Input numbers only.	f[x], w, f'[2]	3/2, pi, sqrt[2], 1.2

Select from a pulldown and click DO IT to **get a graph and the steps** for:

- the **distance** or **midpoint** between any pair from P, Q, or the intercepts
- the **equation of a line** in the form:
  - slope-intercept
  - point-slope
  - two-point
  - double-intercept

The arithmetic in the steps is easier to understand with **integers or fractions**, so avoid decimal points if possible. For example, use 3/10 instead of 0.3.

point P = (x1, y1) = (2 , 3)
point Q = (x2, y2) = (4 , 1)
slope m = −1/2
x-intercept, a = sqrt[2]
y-intercept, b = −2
horizontal bounds −4 4
vertical bounds −4 4

Select an operation and click Do It: distances ▾ midpoints ▾ equation type ▾

midpoint of the segment $(\overline{PQ})$ where $P = (2, 3)$ and $Q = (4, 1)$

$$\text{midpoint } (\overline{PQ}) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{2+4}{2}, \frac{3+1}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{6}{2}, \frac{4}{2}\right)$$

$$= (3, 2)$$

Figure 5. Calc101 Points and Line manipulations

VNC Server/Viewer

VNC Enterprise Edition connects two computers together over a network and enables you to take control of one (the host computer) from the other (a client computer). You install and run VNC Server on the host computer-that is, the professor computer. And you run VNC Viewer on the client computer-that is, the student computer. VNC Viewer displays the host's desktop in a new window and can take control of it using the client's keyboard and mouse.

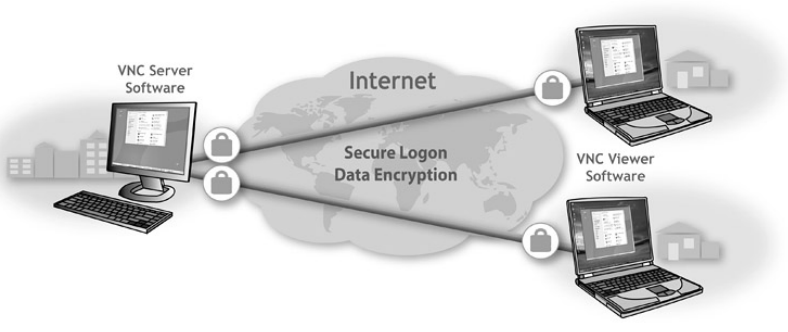


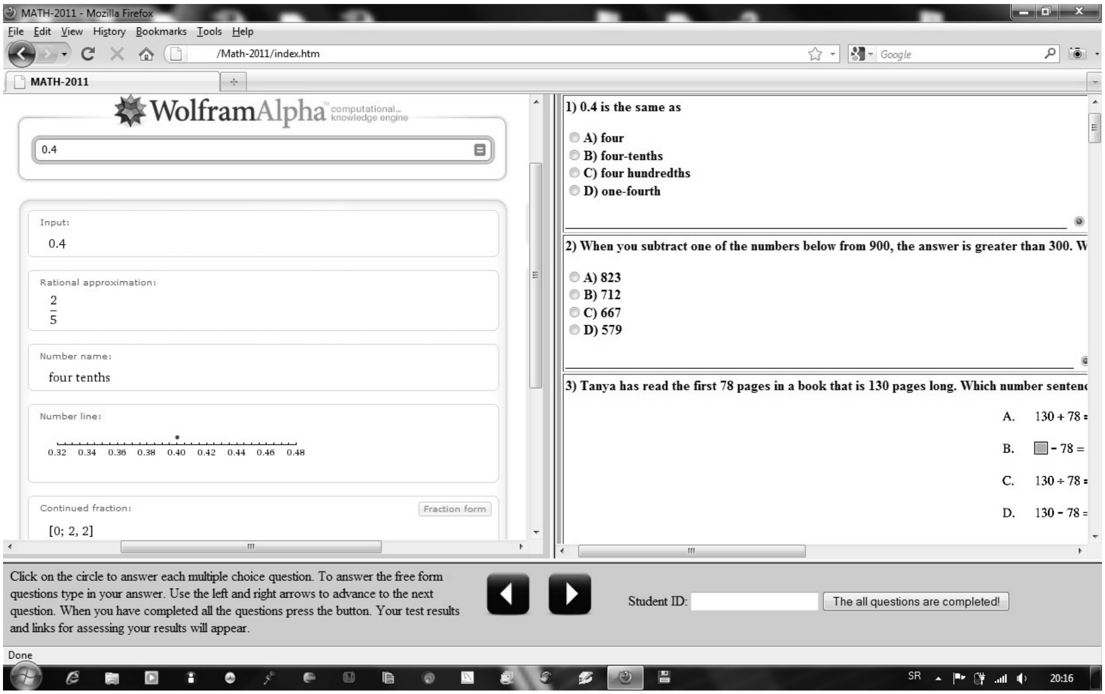
Figure 6. VNC client/server connection

The system allows several connections to the same desktop, providing an invaluable tool for collaborative or shared working in the workplace or classroom. You can run applications, change settings, and access data on the host computer exactly as you would be permitted to do where you're sitting in front of it. By default, while a connection is in progress, you should be able to: control the host computer using your keyboard and mouse, print host computer files directly to a local printer, exchange files with the host computer, copy and paste text between applications running on the client and host computers, chat with other VNC Viewer users connected to the same host computer, or with a host computer user. VNC Viewer enables you to take remote control of a computer from your mobile phone or tablet device.

The application details

Using described software from previous section, we are developed an application for learning and testing purpose. Application is based on the simple html and JavaScript code. We have developed a package for learning mathematics, but the ideas are applicable to other areas. Our application is also used for teaching Microsoft Office programs such as Word and Excel, and for practice exam of these programs. The student requires only basic computer skills and the ability to use standard tools such as hyper links and buttons. Using VNC client and server, professor doesn't need a projector to present and demonstrate a prepared lessens. Students can see a whole teacher desktop, all application and files that he opens. Professor can take some examples and communicate with a student through short questions and answers. He can ask some of the students in the classroom some answers over the network. Other students can participate in work with their suggestions. Wrong answer can also be interesting for recognizing by a student and to start communications each to others.

One method to reduce the typing is to distribute the prepared lesson. All issues are on the right side of the screen while the student work area remains on the left. In this way, it is possible to concentrate on the concepts and provide a powerful tool for learning. If there's an Internet connection in the classroom the teacher can redirect the left side of the application to WebMathematica URL. After the connection, a professor using a short demonstration of selected areas provides students with explanations. Students can see all the time teachers with an open desktop application using a VNC connection. On the other hand, if there is no internet connection in the classroom, the teacher can select a file prepared before the start of class. Work without the Internet is the same as previously described. The teacher can also test students in selected areas. Questions can be randomly selected and distributed by the login. Better students may have more serious issues, and vice versa. At the end of the exam students submit responses on the server side with a simple button click. The results of the exam can be automatically generated, and then the teacher gives incorrect answers to questions. The teacher can write the HTML file which guide students in the bottom of the screen. The right side can be arranged as an area of the box with a few answers, where only one answer is correct or wrong.



0.4

Input:
0.4

Rational approximation:
$\frac{2}{5}$

Number name:
four tenths

Number line:

Continued fraction: Fraction form
[0; 2, 2]

1) 0.4 is the same as

○ A) four
○ B) four-tenths
○ C) four hundredths
○ D) one-fourth

2) When you subtract one of the numbers below from 900, the answer is greater than 300. W

○ A) 823
○ B) 712
○ C) 667
○ D) 579

3) Tanya has read the first 78 pages in a book that is 130 pages long. Which number senten

A. 130 + 78 =
B. ☐ - 78 =
C. 130 ÷ 78 =
D. 130 - 78 =

Click on the circle to answer each multiple choice question. To answer the free form questions type in your answer. Use the left and right arrows to advance to the next question. When you have completed all the questions press the button. Your test results and links for assessing your results will appear.

Student ID: The all questions are completed!

Figure 7. Web interface of the application for testing students

Code sample on a button for the next questions.

```
<script language="JavaScript">
function goNext() {
      var currOffset = parseInt(top.currTitle)
      if (currOffset <= 4) {
         ++currOffset
          top.frames['main'].document.location = "title_"  + currOffset + ".html"
          top.frames['pitanja'].document.location = "q_"  + currOffset + ".html"
            } else { alert("This is the last page.")       }
  document.myform.value=currOffset;}
function goPrev() {
     var currOffset = parseInt(top.currTitle)
     if (currOffset > 1) {
          currOffset -= 1
          top.frames['main'].document.location = "title_"  + currOffset + ".html"
          top.frames['pitanja'].document.location = "q_"  + currOffset + ".html"
      } else { alert("This is the first page")       }
  document.myform.value=currOffset;}
</script>
```

A simple frame set tag on html page will generate all that you need to start learning.

```
<frameset rows="88%,*">
  <frameset rows="*" cols="50%,*">
    <frame name="main" src="title_1.html" scrolling="no">
```

```
    <frame name="pitanja" src="q_1.html" scrolling="auto">
  </frameset>
</frameset>
```

Conclusions

The major difficulty in teaching mathematics comes from necessity of striking a balance between the connections to real life situations and the great volume of technical knowledge required to succeed in the science itself. In recent years, the use of technology in education has become an important issue. It is too much to expect that all students will be able to understand the most complicated material through reading and lectures only. The best classrooms are those where both the teacher and the students learn from each other. We describe several teaching materials which assist students to make connections between different representations of the same concept - verbal, graphical and algebraic. It is well known that students learn more quickly, and with less pain, when concepts can be demonstrated interactively. Problems that require visual representation like graph, diagrams, animations and moving images can be solved with web-Mathematica that respond to students questions, answers or commands. The learning experiences must be well organized and integrated in a comprehensive modular approach to facilitate for continuous and student-centered learning. The design of instruction is by far the most important parameter in an effective teaching and learning.

REFERENCES

[1] T.M. Jonassen, *Mathematica as a teaching tool for a large audience of students*, presented at the International Arctic Seminar 2002, Murmansk, Russia, May 2002.

[2] H. Ohtsuk, *Computer technology in mathematical research and teaching*, presented at the Third Asian Technology Conference in Mathematics, University of Tsakuba, Japan, 1998.

[3] S. Wolfram, *The Mathematica Book*, 4th ed., W. M. U. Press, Ed., 1999.

[4] T. Wickham-Jones, *WebMathematica: A user Guide*, 2001.

[5] RealVNC software, http://www.realvnc.com/index.html.

[6] WebMathematica, http://www.wolfram.com/products/webmathematica/.

[7] Calc101 online calculator, http://www.calc101.com.

Milan B. Tasic

МАТЕМАТИКА У КЛИЈЕНТ-СЕРВЕР ОКРУЖЕЊУ

Резиме: Ако узмемо у обзир да ученици проводе пуно времена за рачунаром, онда постоји и потреба да се креира високо квалитетна образовна средина за такве ученике. Предност употребе симулација образовних технологија је И у томе што се ученици мотивишу да их коритсте за потребе свог учења. Описаћемо како софтвер пакет MATHEMATICA-Wolfram Alpha може бити употребљен да се проучавају различите области математике. За клијент-сервер окружење користићемо програм VNC бесплатне серверске верзије за Windows у којој се два или више рачунара повезују преко TCP/IP мреже. У IT учионицама ученици прате активности и кратке демонстрације које спроводи наставник а у исто време и активно учествују у решавању практичних задатака. Поред тога, ученици могу да раде потпуно независно а да их наставник у све време прати преко свог рачунара који је умрежен са њиховим рачунарима.

Кључне речи: MATHEMATICA-Wolfram Alpha, VNC сервер

Marina Milovanović
Faculty of real estate management, Union University
Belgrade
Jasmina Obradović
Statistical Office of the Republic of Serbia
Belgrade

371.3::51]:004

MULTIMEDIA LEARNING OF MATHEMATICS WITH EXAMPLES

Summary: Multimedia learning of mathematics encompasses learning from instructional material, both traditional (paper, blackboard, etc.) and computer based (graphs, animations, etc.), that combine words and pictures in the domain of mathematics. This paper has both a theoretical and practical orientation. On one hand, our aim was to present how pupils learn with multimedia and how to design multimedia environments that promote learning. Here, we present some of the most important principles of multimedia learning and design. We provide a definition of multimedia learning and multimedia presentation, present distinction between two approaches to multimedia design, tree metaphors of multimedia learning, three kinds of multimedia learning outcomes, and two kinds of active leaning. On the other hand, the practical aim of this paper, based on the above factors of multimedia learning and design, was to prepare and present multimedia lessons (selected examples) in mathematics. Multimedia lessons were made in HTML, Java Script and Macromedia Flash.

Key words: Multimedia learning, Multimedia presentation, Multimedia design, Multimedia examples in mathematics

Introduction. Multimedia learning and multimedia presentation

In general, *multimedia* refers to the presentation of instructional material using both words and pictures (Mayer, R., 2001). According to this, words – or the verbal form of the instructional material – can be either *printed* or *spoken*, while pictures – or the pictorial form of instructional material – can encompass *static* graphics, such as illustrations, graphs, maps, or *dynamics* graphics, such as animation or video. *Multimedia instructional message* or *multimedia instructional presentation* involving words and pictures that is intended to faster learning.

The case of multimedia uses the premise that learners can better understand an explanation when it is presented in words and pictures than when it is presented in words alone.

Cognitive theory, emphasises the importance of visualisation in learning, too. The principle of this theory is that there are two qualitatively different methods of learning: verbal and visual. Words, on the one hand, enable the description of the matter even from the abstract aspect, while pictures, on the other hand, enable the visual experience of the matter. These two methods of learning are complementary and not exclusive, so the overall conclusion is that the students should combine text and picture and, in this way, learn more readily, which is actually the final objective.

During past few years, multimedia learning has become very important and interesting topic in the field of teaching methodology. Mayer's and Atkinson's researches resulted in establishing the basic principles of multimedia learning and design, which were confirmed in our paper, too (Atkinson, R., 2005), (Mayer, R., 2001), (Mayer, R., 2005).

Nowadays, usage of different kinds of multimedia is largely included in the education because it allows the wider spectrum of possibilities in teaching and learning. Visualisation is very useful in the process of explaining mathematical ideas, abstract terms, theorems, problems, etc.

Modern methods in multimedia approach to learning include the whole range of different possibilities applicable in mathematics lectures for different levels of education and with different levels of interactivity (Herceg, D. and Herceg, Đ., 2009), (Milovanović, M, 2005), (Milovanović, M, 2009), (Takači, Đ., Stojković, R., and Radovanovic, J., 2008), (Takači, Đ. and Pešić, D., 2004).

The aim of this paper is to recognize the importance of multimedia learning in the teaching mathematics and to give some examples.

Two metaphors of multimedia design and learning

According to the information acquisition view, learning involves adding information to one's memory. This view entails assumptions about nature of the learner, the nature of the teacher, and the goals of multimedia presentation. First, learning is based on information, an objective item, that can be moved from place to place (such as from the computer screen to the human mind). Second, the learner's job is to receive information; thus, the learner is a passive being who takes in information from the outside and stores it in memory. Third, the teacher's job, or, in the case, the multimedia designer's job, is to present information. Fourth, the goal of multimedia is to delivery information as efficiently as possible. The underlying metaphor is that multimedia is a delivery system. According to this metaphor multimedia is a vehicle for efficiently delivering information to the learner. *Figure 1.* summarizes the differences between the two views of multimedia learning with explanations of starting points, goals and issues (Mayer, R., 2001).

Design approach	***Starting point***	***Goal***	***Issues***
Technology-centered	Capabilities of multimedia technology	Provide access of information	How can we used cutting-edge technology in design multimedia presentation?
Learner-centered	How the human mind works	Aid human cognition	How can we adapt multimedia technology to aid human cognition?

Figure 1. Two views of multimedia design

The goal of multimedia is to help people develop an understanding of important aspects of the presented material.

Figure 2. summarizes the differences between the two views of multimedia learning (Mayer, R., 2001).

In this paper we favour a knowledge instruction (through Examples) because it offers a more useful conception of learning when the goal is to help people to understand and to be able to use what they learned.

Metaphor	**Definition**	**Content**	**Learning**	**Teacher**	**Goal of multimedia**
Information acquisition	Adding information to memory	Information	Passive information receiver	Information provider	Deliver information; act as a delivery vehicle
Knowledge construction	Building a coherent mental structure	Knowledge	Active sense maker	Cognitive guide	Provide cognitive guidance; act as a helpful communicator

Figure 2. Two metaphors of multimedia learning

Design of multimedia lessons

Multimedia learning can be effective only if multimedia lessons are adequately designed.

For many years, the investigations on multimedia learning and their results have been rather unconnected and without a concrete effect on learning. But, today there are numerous studies that define clearly the factors affecting the multimedia learning and the principles of successful multimedia design.

There are twelve factors, each with a theoretical background, which can be defined as variable. The student's style is an independent variable, whilst learning is the dependent variable. Other elements are visual knowledge, audio knowledge, student control, attention, working memory, motivation, cognitive engagement, intelligence, transfer and length of data storage. All the factors are interrelated and have a complex effect on multimedia learning and design (Hede, A., 2002).

Some of the most significant principles of multimedia learning were established by Mayer (Mayer, R., 2001):

1) *Multimedia Principle*: Students learn better from words and pictures than from words alone.

2) *Spatial Contiguity Principle*: Students learn better when corresponding words and pictures are presented near rather than far from each other on the page screen.

3) *Temporal Contiguity Principle*: Students learn better when corresponding words and pictures are presented simultaneously rather than successively.

4) *Coherence Principle*: Students learn better when extraneous words, pictures, and sounds are excluded rather than included.

5) *Modality Principle*: Students learn better from animation and narration than from animation and on-screen text.

6) *Redundancy Principle*: Students learn better from animation and narration than from animation, narration, and on-screen text.

7) *Individual Differences Principle*: Design effects are stronger for low-knowledge learners than for high- knowledge learners and for high-spatial learners rather than for low-spatial learners.

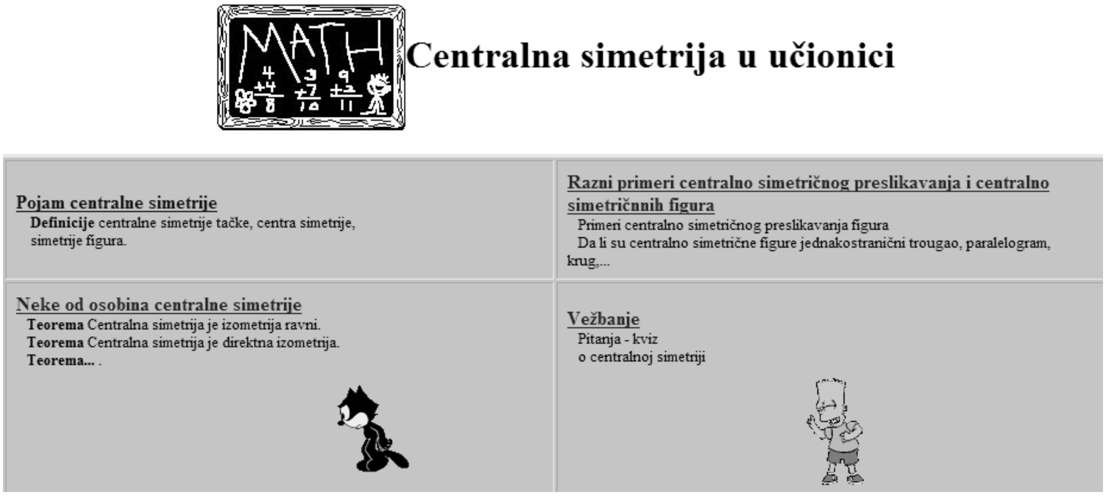
Figure 3. shows in short the factors that make a multimedia presentation effective.

CHARACTERISTICS	*Description*
Multimedia	Present the text and picture together
Unity	Present the text and picture close to each other
Conciseness	Exclude the superfluous text and picture
Structure	Include textual and visual explanations of the presented, step by step

Figure 3: Factors affecting the success of a multimedia presentation

Multimedia learning of mathematics. Examples

The practical aim of this paper, was based on the above factors of multimedia learning and design, to prepare *multimedia lessons on Central simmetry* and to present part of tham - *selected examples* (Milovanovic, M., 2005). The subject of Central simmetry and Isometric transformations, in general, is a field of geometry in which the power of visualisation is essential. The main source of information in multimedia lessons was CD on Central simmetry, made in HTML, Java Script and Flash. The multimedia lessons had the same content on Central simmetry like traditional lessons (paper and blackboard): axioms, theorems, examples, and problems, but those were supported with animations, quizzes, examples of Central simmetry from real life. The page with contents of multimedia lessons is presented in *Figure 4*.



Centralna simetrija u učionici

Pojam centralne simetrije
Definicije centralne simetrije tačke, centra simetrije, simetrije figura.

Razni primeri centralno simetričnog preslikavanja i centralno simetričnnih figura
Primeri centralno simetričnog preslikavanja figura
Da li su centralno simetrične figure jednakostranični trougao, paralelogram, krug,...

Neke od osobina centralne simetrije
Teorema Centralna simetrija je izometrija ravni.
Teorema Centralna simetrija je direktna izometrija.
Teorema... .

Vežbanje
Pitanja - kviz
o centralnoj simetriji

Zadaci

Razni zadaci sa primenom centralne simetrije

Figure 4: The page (with chapters: term of central symmetry, examples, axioms, theorems, exercises, tasks) taken from the multimedia lessons

Multimedia lessons were prepared to satisfy the above requirements in general. Accordingly, our examples represent textual and visual explanations, step by step. This is shown by *Example 1* (text and animation) which is one of the many examples of multimedia presentation of the lessons on *Central simmetry*.

Example 1: Two circles are given, k_1 *i* k_2, with unequal centers O_1 i O_2, that overlap. Through one of the common points to pull the right circles p, that in these circles cut the same tendon.

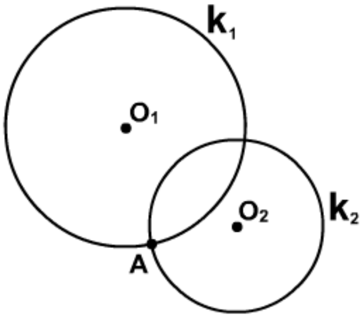
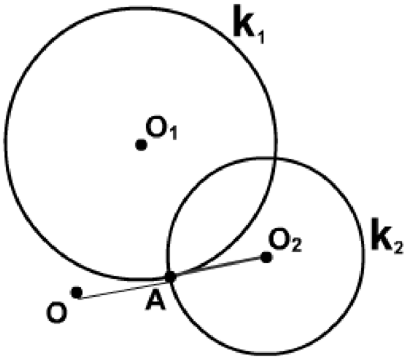


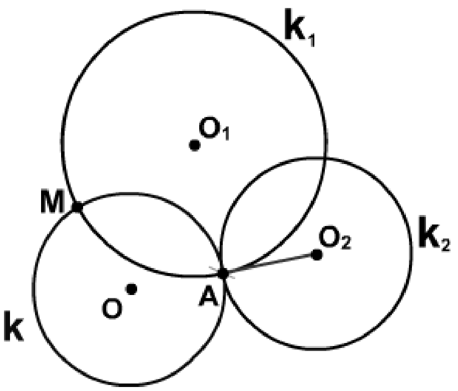
Figure 5. Example 1

Solution: Search along the *MN*, such that *M* belongs k_1, *N* belongs k_2, where the common point *A* these circles the center of a longer *MN*. So, points *M* and *N* have to be symmetrical with respect to *A*.

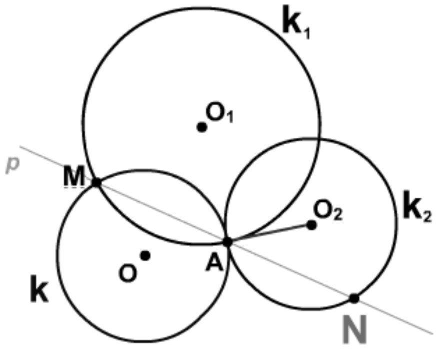
Therefore, we arrive at a solution by making copies of the circle to the circle k_2 on circle *k*, symmetric with respect to *A*.



On the right AO_2 determine the point *O*, such is $AO_2 = AO$ and construct a circle *k* with center *O*, congruent with k_2.



Construct a circle k with center O, congruent with k_2.



The point N is intersection circle k with k_1. Search Rights is $p = AN$. It is not difficult to prove that $AM = AN$, what is required in the task. Indeed, if $I_A(k_2)$=k, then $I_A(M) = N$, so $AM = AN$.

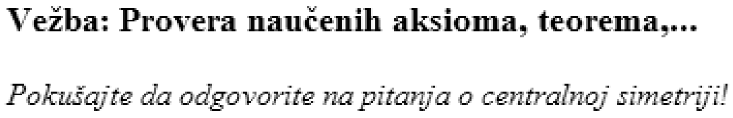
Figure 6. Solution of Example 1

Objectives of multimedia learning

Learning objectives are memorising and understanding the presented material. Memorising means the ability of reproduction or recognition of the presented material. Understanding means the capacity of using the material in the new situations. Memorising of the presented material is tested by – *attention tests*. Understanding is tested by solving the practical problems and by application based on the learned data– *transfer tests*.

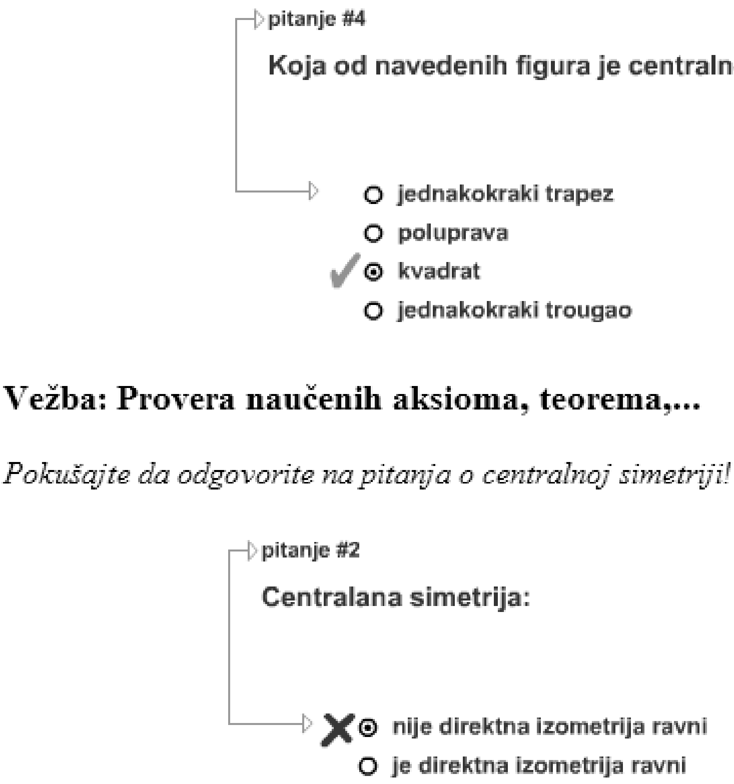
Example 2:

One of attention tests. One example of attention test is to ask pupils to repeat what they have memorised, (axioms and theorems), (*Figure 7*).



Vežba: Provera naučenih aksioma, teorema,...

Pokušajte da odgovorite na pitanja o centralnoj simetriji!



pitanje #4

Koja od navedenih figura je centralno simetricna:

- ○ jednakokraki trapez
- ○ poluprava
- ✓ ● kvadrat
- ○ jednakokraki trougao

Vežba: Provera naučenih aksioma, teorema,...

Pokušajte da odgovorite na pitanja o centralnoj simetriji!

pitanje #2

Centralana simetrija:

- ✗ ● nije direktna izometrija ravni
- ○ je direktna izometrija ravni

Figure 7.

Example 3:

One of the transfer tests. The students had to solve the following problem, which is the application of the presented material. Example 2 shows the above and are two of many examples of multimedia presentations, lessons *Central simmetry*. Through these examples of student teacher leads to conclusions. Students were asked to watch the drawings on the left part of *Figure 8* and think to look to their central-symmetric figure.

Using animation multimedia lesson is offered through the ANSWER lead to solutions.

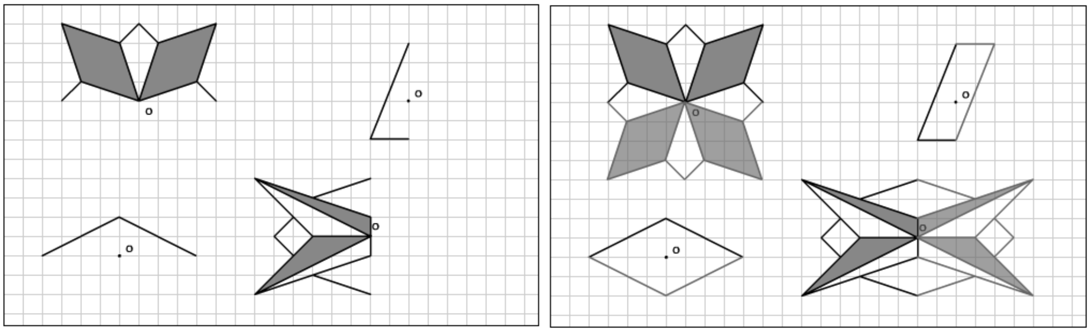


Figure 8.

Three kinds of multimedia learning outcomes

The three kinds of learning outcomes are summarized in *Figure* 9. (Mayer, R., 2001). The first is in the case of *no learning*, the learner performs poorly on test of retention and transfer. Next is *rote learning*. The distinguishing pattern for rote learning outcomes is good retention and poor transfer. It can be called *fragment knowledge* or *inert knowledge*, knowledge that can be remembering but cannot be used in new situations. A third kind of learning outcome is *meaningful learning*. Meaningful learning is distinguished by good transfer performance as well as good retention performance. In short, knowledge is organized into an integrated representation.

Learning outcome	*Cognitive description*	*Test performance*	
		Retention	*Transfer*
No learning	No knowledge	Poor	Poor
Rote leaning	Fragment knowledge	Good	Poor
Meaningful learning	Integrated knowledge	Good	Good

Figure 9. Three kinds of multimedia learning outcomes

Two kinds of active learning

Figure 10. summarizes the two kinds of active learning: behavioral activity and cognitive activity (Mayer, R., 2001).

In the *Example 2*, pupils were asked to repeat what they have memorised (*One of attention tests, Figure 7*). They typed in an answer, and the computer then provides the correct answer. In this case, pupil was *behavioral active*, in that he was typing answer on the keyboard. But he might not be cognitive active, in that he is not encouraged to make sense of the presented material.

In contrast, in the *Example 1* or *Example 3* (*One of retention tests, Figure 8*), tutorial was a short narrated animation explaining the steps in the example problem. While watching and listening, pupil tries to focus on the essential steps in example problem and organizes them into a cause-and effect chain. Wherever the multimedia presentation is unclear about why one step leads to another, pupil uses his prior knowledge to help create an explanation for himself, which Chi, Bassok, Lewis, Reimann, and Glaser (Chi, M. T. H., Bassok, M., Lewis, M.W., Reimann, P. and Glaser, R., 1989) have called a *self-explanation.* He is *cognitively active* because he was actively trying to make sense of the presentation.

Research on learning shows that meaningful learning depends on the learner's cognitive activity during learning rather than on the learner's behavioral activity during learning. If meaningful learning depends on active cognitive processing in the learner, then it is important to design learning experiences that prime appropriate cognitive processing.

		Cognitive activity	
		Low	***High***
Behavioral activity	***Low***	Does not foster meaningful learning outcome	Fosters meaningful learning outcome
	High	Does not foster meaningful learning outcome	Fosters meaningful learning outcome

Figure 10. Two kinds of active learning

Conclusions

Multimedia learning is an important aspect of teaching and learning process and it is applicable across a wide range of domains. Many researches in different scientific fields, including mathematics, have proven that multimedia makes learning process much easier.

Although multimedia explanations are an important type of multimedia message, there are many other uses of multimedia that require research. In the future investigations need to include a range of learning situations, a range of learners, and a range of design principles. Because the goal of multimedia learning is usually meaningful learning, it is worthwhile to use measures of learning that are sensitive to learner understanding. It would be useful to conduct research aimed at understanding how much success of the multimedia approach depends on a individual student's ability and how much on a teacher's skills, etc.

In summary, multimedia learning helps to promote a better understanding of how to foster meaningful learning through the integration of words and pictures (printed or spoken text and illustrations, graphs, maps, animation or video).

REFERENCES

[1] Atkinson, R., *Multimedia Learning of Mathematics* in *The Cambridge handbook of Multimedia Learning,* R. Mayer, Cambridge University Press, 2005, pp. 393-408.

[2] Hede, A. (2002). Integrated Model of Multimedia Effects on Learning. *Journal of Educational Multimedia and Hypermedia 11*(2), 177-191.

[3] Herceg, D and Herceg, Đ, *The definite integral and computer*, The teaching of mathematics*,* 12(1), (2009), pp.33-44.

[4] Mayer, R., *Multimedia Learning,* Cambridge University Press, 2001.

[5] Mayer, R., *The Cambridge handbook of Multimedia Learning,* Cambridge University Press, 2005.

[6] M. Milovanovic, *Multimedia learning in education: Multimedia lessons on Rotation,* Зборник на трудови од III конгрес на математичарите на Македонија, Скопје, 2005.

[7] М. Миловановић, *Коришћење мултимедија за учење изометријских трансформација,* Магистарски рад, Математички факултет Универзитета у Београду, 2005.
[8] Takači, Đ., Stojković, R., and Radovanovic, J., *The influence of computer on examining trigonometric functions,* Teaching Mathematics and Computer Science, Debrecen, Hungary, 6(1), (2008), pp. 111-123.
[9] Takači Đ. and Pešić, D., *The Continuity of Functions in Mathematical Education-Visualization method*, Nastava matematike (The Teaching of Mathematics), Belgrade, 49(3-4), (2004).

Marina Milovanovic, Jasmina Obradovic

MULTIMEDIAJLNO UČENJE U NASTAVI MATEMATIKE SA PRIMERIMA

Apstrakt: Multimedijalno učenje matematike predstavlja učenje uz tradicionalne (papir, tabla, kreda, itd.) i računarski (grafikone, animacije, itd.) bazirane metode nastave, koje kombinuju reči i slike u oblasti matematike. Ovaj rad ima teorijski i praktičan značaj. Sa jedne strane, naš cilj je bio da prikažemo kako učenici uče uz multimedije i kako dizajnirati multimediajno okruženje na što adekvatniji način za učenje. Neki od najznačajnijih principa multimedijalnog učenja i dizajna predstavljeni su u radu. Date su definicije multimedijalnog učenja i multimedijalne prezentacije, postavljene razlike između dva pristupa u multimedijalnom dizajnu, tri metafore multimedijalnog učenja, tri vrste ishoda multimedijalnog učenja i dve vrste aktivnog učenja. Sa druge strane, praktični cilj rada bio je, da se na osnovu navedenih faktora za multimedijalno učenje i dizajn, naprave i prikažu mulitmedijalne lekcije (neki primeri) iz matematike. Multimedijlne lekcije su napravljene u HTML-u, Java Script-u i Macromedia Flash-u.

Ključne reči: multimedijalno učenje, multimedijalna prezentacija, multimedijalni dizajn, multimedijalni primeri u matematici

Сања Вуковић-Пешић
ОШ „Стефан Немања“
Ниш

371.331:51]:004
159.953:004

САМОСТАЛНО УЧЕЊЕ МАТЕМАТИКЕ ПОМОЋУ КОМПЈУТЕРА

Апстракт: У овом раду приказана је анализа и синтеза значајног броја студија и друге литературе о систему компјутерске наставе и самосталног учења математике помоћу овог медија, описане су карактеристике и предности ове наставе и учења математике у односу на класичну предавачку наставу и све друге видове наставе и учења које су досад примењиване.

Описане су и одређене улоге следећих модела:

1) компјутерске наставе и самосталног учења математике помоћу компјутера;
2) наставника у систему самосталног учења математике помоћу компјутера;
3) ученика у овом систему учења;
4) компјутера у систему учења и уопште математичког образовања.

Циљ овог истраживања је одређивање модела система самосталног учења математике помоћу компјутера (који је ефикаснији и продуктивнији од већ познатих облика наставе).

Кључне речи: настава, самостално учење математике, компјутерска технологија

Циљ, задаци, методе и хипотеза истраживања

Циљ овог истраживања је одређивање модела система самосталног учења математике помоћу компјутера који ће бити ефикаснији од већ свих до сад познатих видова наставе и учења.

Задаци произлазе из циља и састоје се у:

1) Одређивању модела улоге:
а) система наставе и самосталног учења математике помоћу компјутера,
б) наставника у овом систему,
в) ученика у самосталном учењу и настави помоћу компјутерске технологије,
г) компјутера у настави и самосталном учењу;
2) Остваривању анализе и синтезе приложене литературе у којој се приказује компјутерска настава математике,
3) Испитивању ефикасности компјутерске наставе и самосталног учења помоћу рачунара,
4) Описивању карактеристика ових видова учења математике.

Методе истраживања су:

1) теоријска анализа и синтеза студија разних остварених експеримената учења и приложене литературе о компјутерској настави и самосталном учењу математике и
2) експериментална метода паралелних група.

Хипотеза истраживања: Систем наставе и самосталног учења математике помоћу компјутера ефикаснији је од свих досад познатих видова наставе у следећим компонентама:

а) регулисању, контроли и управљању наставом и самосталним учењем;
б) бољој и примереној организацији учења математике;

в) индивидуалним способностима и интересовањима ученика;

г) бржем усвајању знања,

д) већој трајности знања,

ђ) већој и бољој примењивости знања,

е) већој активности, самосталности, ангажованости,

ж) креативности и мотивисаности у раду и свим другим значајним компонентама.

Теоријском анализом и синтезом наведене литературе, као и нашим експериментом, потврђене су све наведене компоненте у хипотези.

Значај система самосталног учења математике помоћу компјутерске технологије

Компјутерска настава и самостално учење математике помоћу компјутера је у дидактици математике као систем организације, реализације и верификације учења још увек нова “с обзиром на медиј који се ту примењује“ (компјутер, (10, стр.209)). “Међутим, од појаве писма па све до данас ниједан медиј није тако снажно утицао на промену начина учења, положаја и улоге наставника и ученика и допринео реализацији – данас толико актуелне тежње да ученик постане субјектом наставног процеса“ (7, стр.174 и 10, стр.223)

„Компјутерска настава и самостално учење све више постају чинилац удруживања педагогије, психологије, кибернетике и њених модела управљања, алгоритама, теорије информација и других научних дисциплина с циљем остваривања што савременијег начина поучавања и самообразовања“ (7, стр.174).

Теорјска основа наставе и самосталног учења помоћу компјутерске технологије

Теоријску основу самосталног учења математике помоћу компјутера представљају следеће концепције и теорије:

1) Теорија дискриптивног бихејвиоризма и то Скенерова варијанта, (теорија поткрепљења – стимулусима на реакцији – подстицање учења награђивањем);

2) Теорија поткрепљења чији је творац Hul;

3) Асоцијативна теорија учења и то њена новија варијанта позната као теорија конекционизма, чији је творац Lee Thorndike (теорија о успостављању бескрајно много веза између стимулуса (дражи) и реакција (одговора));

4) Гаљперинова теорија о етапном формирању умних радњи;

Према теорији етапног формирања умних радњи, основу сазнајних процеса и њихових подуката (представа и појмова) чине умне радње које су интериоризиране спољашње радње, а учење је процес управљања мисаоном активношћу (9, стр. 89).

5) Кибернетичка теорија система информација и комуникација, управљања и регулисања, алгоритама, игара, и др.

Заговорници кибернетичких метода и принципа у учењу и настави су Ланда и сарадници и они мисле да је најрационалнији и најекономичнији вид учења помоћу алгоритама. Ово значи алгоритмизацију мисаоних процеса и усвајања знања, тј.

управљање процесом наставе и учења. Да би се овим процесом могло управљати Ланда тражи постављање циља управљачког система, израду програма управљања и прилагођавање система који управља стању система којим се управља. Дакле, суштину компјутерске наставе и самосталног учења помоћу компјутера чине механизми управљања и регулисања двају система (наставника као система који управља, али и којим се управља, те ученика као система којим се управља), а комуницирање се врши преко компјутера као комуникациног система (11, стр. 18-50). На овај начин се остварује субјекатска позиција ученика.

Према Гаљеперовој теорији учења, основа система самосталног учења математике садржи и:

а) Програмирано учење и елементе инструменталног учења, а према Ландаовој теорији и елементе алгоритмизације (у овом случају формирање појмова и успостављање веза између стимулуса (дражи) и реакција (одговора) коришћењем припремљеног дидактички добро обликованог материјала и компјутерског програма (софтвера) и машинског програма (хардвера) којим се обрађују делови и целине).

б) Много елемената које имају и теорије учења путем вођења, вођеног открића и открића (ако се пође од претпоставке да се оно „одређује као релативна самосталност у упознавању са новим чињеницама, појмовима, релацијама, принципима и генерализацијама који ни на који начин раније нису саопштени ученицима“).

Главне карактеристике открића су: пробуђена истраживачка делатност ученика и наглашена самосталност у стицању знања.

Како систем самосталног учења математике помоћу компјутра садржи наведене карактеристике учења методом открића, може се закључити да учење помоћу компјутера, припремљеног дидактичког материјала и програма омогућава да се код ученика развије истраживачки стил у учењу.

Дидактички материјал за ово учење може да представља сваки радни уџбеник или адекватно дидактички обликован материјал који садржи: информације, примере, непримере, контрапримере неког појма, нужна објашњења, подстрекујућа питања, задатке и понекад и одговоре, закључке, правила и упутства за давање одговора и решавање задатака. У нашем експерименту коришћени су уџбеници математике за IV разред основне школе од аутора Оливере Тодоровић и Срђана Огњеновића у издању Завода за уџбенике Србије, 2009, а главни је дидактички материјал „Свеска са припремама“, објављена на сајту Завода за уџбенике Србије 2009, као и Вежбанка за IV разред основне школе. Ученици већином дају одговоре на постављена питања, решавају задатке, формулишу закључке и ставове у својим свескама и идентификују их и проверавају их помоћу компјутера. Програми за компјутер које је наставник унапред обезбедио омогућују ученику да у овом медију провери тачне одговоре и резултате свог рада.

Ово учење је тако организовано да се програмски садржаји усвајају у малим целинама које садрже један, два и највише три појма, неколико питања (5 – 6) или неколико задатака. Кад ученик уради једну ову целину он не може ићи даље док му је не верификује или компјутер или наставник.

Већи обим садржаја у једној целини се не препоручује, да се ученици у раду не би деморалисали. Ове целине, поред елемената програмираног или полупрограмираног учења, садрже и задатке који третирају проблемске ситуације, које ученик решава пролазећи фазе проблемске наставе. Дидактички материјали садрже многа питања која воде и наводе, иницирају и анимирају ученика да нешто уради, открије, закључи, искаже неки став, дефиницију, правило, реши задатак или изведе формулу и др. Наставник уз помоћ рачунара води и усмерава ученика на свим типовима часова, односно у свим фазама учења математике.

Дидактички материјали и компјутер, односно компјутерски програми, имају функције саопштавања, вођења, усмеравања, утврђивања, вежбања, продубљивања, проширивања, понављања и проверавања знања, мотивисања, анимирања за учење и давање домаћих задатака.

Завршни део часа, односно резимирање наученог на часу, остварује се фронталном наставом и на тај начин се негују и развијају вербалне способности ученика.

Модел самосталног учења математике помоћу компјутерске технологије

Самостално учење математике помоћу компјутера је један облик индивидуализоване и дефиренциране наставе и учења који садржи много елемената програмиране наставе и учења, али и облике и поступке учења тзв. проблемске наставе и учења, а понекад оно поприма и фронтални облик наставе.

Све наставно градиво које се изучава адекватно се дидактичко–методички обради, обликује тако да је погодно за индивидуално учење или учење у паровима помоћу компјутера. Оно је „пренесено“ у рачунар, као и програм помоћу кога ће рачунар да комуницира са ученицима и ученици са рачунаром.

Пре почетка наставе ученици су разврстани у парове за учење.

Учење сваке наставне јединице и сваке теме почиње наставниковим објашњењем почетног појма који се на часу изучава.

Овај појам може да, помоћу примера, непримера и контрапримера и објашњења, одради и компјутер. Одмах се затим постављају питања и задаци на које ученик у својој свесци или типкањем на рачунару треба да одговори, односно да их реши. Рачунар треба да верификује писмено валидност ових одговора и решења речима: *тачно*, *браво*, *нетачно* или сл. и да ученика упути да иде даље или да га заустави и да му да додатне инструкције (објашњења) како ће одговорити на питање, односно урадити задатак који је погрешно решио.

Кад је прва група питања/задатака решена и први појам усвојен на исти начин се ученици воде на усвајање следећег појма помоћу прелиминарних информација, објашњења, питања и задатака. Резултате овог рада компјутер на исти начин верификује и комуницира са учеником. Ово се понавља све до завршног дела часа, када се изводи резиме наученог, обично фронтално. Наставник стално прилази групама, прати њихов рад и помаже им.

Ако наставник у једном моменту запази да више група ученика не могу да одреде и усвоје неки појам, да дају одговаре на нека питања или реше неки задатак, проблем, он, по правилу, прекида овај индивидуални рад или рад у групама и користи фронтални облик рада да би у директној комуникацији са свим ученицима пребродио и разрешио критично место у учењу помоћу компјутера и поново их упутио на самостално учење.

Сваки ученик, односно свака група, у учењу напредује према својим способностима, тако да ће најспособнији у току једног часа савладати и по две, три наставне јединице. Они најспорији ученици, којима ће наставник највише помагати, треба да савладају једну планирану наставну јединицу за тај час.

На исти начин се организују сви типови часова: обраде, утврђивања, понављања, проверавања и оцењивања.

Најбржи и најспособнији ученици се задржавају на наставној јединици, односно наставној теми, помоћу додавања нових, сложенијих и тежих задатака из уџбеника и Вежбанке све дотле док их не пристигну најспорији ученици, тако да једну наставну тему обраде истовремено.

Искуство показује да су за овај систем наставе и учења најпродуктивнији блок-часови (два спојена часа).

Модел улоге компјутера у настави и самосталном учењу и карактеристике овог система учења математике

За компјутерску наставу математике помоћу овог модела потребан је неки дигитални рачунар са довољно меморије за уношење програма и информација за учења; затим моћни процесор за управљање целокупним системом и процесом учења, као и већим бројем периферних уређаја: диск јединица, јединица магнетне траке, видео и телепринтерски терминал или уместо њега колор телевизор и др. Свакако, нужно је имати погодне програме за наставу и учење помоћу рачунара.

Уз компјутер често се налази микрофон и филмски екран, пројектор за дијапозитиве или видео диск снимке, магнетоскоп, електронска светлосна писаљка и други уређаји који служе за комуникацију ученика и припремљене наставне грађе.

Компјутер, односно одговарајући програми, имају огромну моћ информисања, прецизне способности анализирања и исправљања грешака које ученик у току учења учини и могућности праћења резултата наставе и учења, кориговања, допуњавања и прилагођавања наставе и учења темпу и начинима рада ученика. Рачунар са учеником комуницира писмено и усмено, води дијалог помоћу речи и чак помоћу симбола и, на тај начин, даје му неопходне информације и инструкције, показује, по потреби, филмове, слике и графиконе, емитује магнетофонске снимке, показује текстове из књиге, објашњава и упућује како се решавају задаци, проблеми, исправља грешке и оцењује резултате рада и др. (8, стр. 165-166).

Истраживања у свету, као и наше истраживање, показују да рачунари омогућују ефикасно учење, контролу, регулисање и управљање наставом и самосталним учењем математике путем сталне повратне спреге која има снажну мотивациону моћ. Ови уређаји омогућују нову рационалнију организацију учења математике примерену индивидуалним способностима и интересовањима ученика, брже усвајање знања, повезивање субјеката учења са базом података и тако обезбеђују његову активност, самосталност и ангажовање, мишљење и креативност у раду (9, стр. 165).

Наш експеримент потврђује хипотезу, која је наведена у резимеу овог рада, у свим њеним компонентама.

Двосмерна комуникација компјутер-ученик одржава ученика у сталном мобилном стању што није могуће постићи ни у једном виду наставе и учења.

Сви експерименти показују да се рачунари боље прилагођавају индивидуалним могућностима ученика неголи наставници, да је напредовање ученика помоћу компјутера вишеструко брже, стечена знања су трајнија, апликативнија, ученици су мисаоно мобилнији, мотивисанији за стицање знања; они омогућују брже, праведније, тачније, хуманије вредновање и оцењивање знања и способности ученика.

Модел улоге наставника у самосталном учењу математике помоћу компјутерске технологије

Увођење овог система учења од наставника захтева веома обимну припрему, далеко већу од устаљене у фронталној класичној настави. Прво, да потпуно стручно-методички до детаља обради програмске садржаје и прилагоди их овом начину учења, или да такву обраду нађе у радним уџбеницима, односно на сајту неке издавачке куће или на дискети. Друго, да креира или на други начин обезбеди програм (софтвер) помоћу којег ће компјутер моћи да комуницира са учеником, да му верификује резултате рада, да га заустави у случају кад му нису тачни одговори и решења, да му по потреби даје допунска објашњења и инструкције за рад и др. Треће, да обезбеди потребна наставна средства – компјутер и другу потребну апаратуру. Четврто, да креира адекватну организацију рада на часовима самосталног учења, као и после ових часова, допунски и додатни рад и рад код куће. Пето, да у току самосталног учења прати рад сваког ученика, прилазећи му и у тихом дијалогу да му помогне да схвати питање, задатак, проблем, начине и путеве њиховог решења. Највише ће помагати ученицима који су спори и заостају у раду, а најбрже и најспособније ће упутити на решавање додатних, сложенијих и тежих унапред припремљених задатака и проблема. Шесто, да научи ученике да комуницирају са компјутером, наставником и са својим партнером (у пару) и да од њих траже помоћ у случају потребе. Седмо, ако наставник у једном моменту у току часа установи да индивидуални рад није успешан, он овај рад зауставља и почиње комуникацију са свим ученицима да би решио застој, отклонио препреку и разјаснио проблемску ситуацију, односно тешко и сложено питање, задатак, појам, став, формулацију, алгоритам и слично. Осмо, наставник обавезно изводи резиме наученог на часовима.

Модел улоге ученика у самосталном учењу математике помоћу компјутера

Да би ученик могао самостално да учи у овом систему учења потребно је да буде обучен да зна: укључити и искључити рачунар, позвати одређени документ (припремљени дидактички материјал за учење), руковати тастатуром, руковати мишем, користити програм за учење (у нашем случају да зна да покрене програм power point), односно да зна комуницирати са компјутером, позвати базу података. Осим овога, корисно би било да ученик буде обучен да може користити интернет и да може да претражује сајтове издавача и других субјеката и са интернета преузима потребне документе и текстове нужне за учење.

Кад ученик на часу на екрану компјутера добије дидактички припремљен писани материјал, он на постављена питања у овом материјалу даје неопходне одговоре, решава задатке у својој свесци и резултате које је добио проверава помоћу компјутера. Рачунар на постављено питање даје одговоре речима: *тачно*, *нетачно* на које треба кликнути левим тастером миша. У случају овог последњег одговора, компјутер даје још и додатно објашњење, односно инструкцију како да се одговори на постављено питање, реши погрешно урађени задатак, одреди неки појам, формулише правило, закључак, изведе формула и сл, Ученик је упућен на поновно решавање задатка, одговарање на постављено питање.

Важно је да ученик зна комуницирати не само са рачунаром већ и са својим другом у пару и са наставником, да зна да је обавезан да стане кад заврши једну целину питања и задатака. Он у овом случају тражи да му и наставник верификује његов рад и да му да упутства за даљи рад.

Анализа података и резултата истраживања

Самостално учење математике помоћу компјутерске технологије је ефикасније не само од фронталне предавачке наставе, већ и од тзв. програмираног учења и од проблемске наставе, па чак и од самосталног учења помоћу наставних и контролних листова (које је остварено у другој половини двадесетог века, В. 3, стр. 520-531), јер компјутер много боље помаже наставнику (па чак га делимично и замењује у неким фазама) у процесу учења у односу на поменуте наставне листове.

Наш експеримент *Самостално учење математике помоћу компјутера*, који траје скоро годину дана, праћен је, поред опсервирања, непосредног увида, протоколима рада, којима је описиван експеримент и мерним инструментима (тестовима знања и способности ученика).

Квантитативна и квалитативна анализа података, односно резултата добијених овим мерењима, показују да су показатељи: аритметичка средина, стандардна девијација, стандардна грешка аритметичке средине експерименталне (Е) групе, разлика између аритметичких средина Е и контролне (К) групе и однос разлике између аритметичких средина Е и К групе и стандардне грешке разлике аритметичких средина повољни и на нивоу су или су бољи од показатеља који су добијени у раније оствареним експериментима програмираног учења, проблемске наставе и самосталног учења математике помоћу наставних листова.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Арсић Данијела: *Проблемска настава математике*, Универзитет у Крагујевцу, Учитељски факултет у Јагодини, 1998.
[2] Арсић Милисав: *Образовање путем решавања проблема*, Агета, 1995.

[3] Вуковић В., Ђорђевић В. и Бошњак Д. : *Ефикасност наставног система самосталног учења математике у основној школи*, Педагошка стварност, 7-7, 1987 (520-531).

[4] Вуковић В.: *Улога учитеља у стицању знања и развијању способности ученика основне школе у настави математике*, Зборник радова Учитељског факултета у Јагодини, 1999 (103-120).

[5] Петровић, Н., Дејић, М.: *Један модел примене проблемске наставе у математици*, Норма 4, 1995 (12-17).

[6] Егерић, М: *Методичка трансформација и модел диференциране наставе алгебре у основној школи*, докт. дисертација, Универзитет у Новом Саду, Нови Сад, 2002.

[7] Мандић Д. и Мандић П.Д.: *Образовна информатичка технологија*; Учитељски факултет у Београду, Учитељски факултет у Јагодини, Учитељски факултет у Ужицу, 1997.

[8] Мандић П.; *Иновације наставе и настава уз помоћ компјутера*, Научна књига, Београд 1997.

[9] Ничковић Р. *Рационализација наставе и учења*, Н. Сад, 1975.

[10] Радек С.: *Дидактички аспекти компјутерске симулације*, Зборник радова, „Одгој и самоуправљање“, број 1.

[11] Собан Н.: *Програмирана настава и настава уз помоћ компјутера*, Научна књига, Београд, 1997.

Sanja Vukovic–Pesic

INDEPENDENT LEARNING OF MATHEMATICS BY COMPUTER

Summary: We present some characteristics of procedure teaching and learning of mathematics by computers, subject position of pupils and teachers in this process in the article. Also, the following roles of models are characterized:

1) the independent teaching of mathematics by computers,
2) the teachers in the independent teaching by computer,
3) the pupils in the teaching by computer of mathematics and
4) the computer and power point program (in mathematics).

The independent teaching of mathematics by computer was applied on the Mathematics of IV class in elementary school.

Key words: independent learning, computer, mathematics, power point program

Оливера Цекић-Јовановић
Факултет педагошких наука
Јагодина

371.3::51]:004
371.3::3/5]:004

МОГУЋНОСТИ КОРЕЛАЦИЈЕ НАСТАВЕ ПРИРОДЕ И ДРУШТВА И МАТЕМАТИКЕ У ОКВИРУ ОБРАЗОВНО-РАЧУНАРСКОГ СОФТВЕРА

Апстракт: У складу са чињеницом да је циљ васпитања развој свестране и целовите ученикове личности, која би свет око себе требало да сагледава као јединствену целину, савременој настави постављају се бројни изазови. У жижи методичких проучавања, у тежњи за што ефикаснијом наставом, већ одавно стоји осавремењавање наставе достигнућима образовне технологије, с једне стране, и редуковање наставних програма због растерећења ученика, с друге стране. У овом раду настојимо да осветлимо поље унутар којег садржаје и наставу различитих предмета можемо посматрати кроз могућност међусобне корелације која је потпомогнута применом образовно-рачунарских софтвера.

Ученици млађег школског узраста своје окружење најобухватније изучавају у оквиру предмета Свет око нас/Природа и друштво, који због своје интердисциплинарности пружа бројне могућности за примену савремене технологије и корелацију са другим наставним предметима. У овом раду нагласак је стављен на могућност примене образовно-рачунарског софтвера којим су обухваћени заједнички дидактичко-методички аспекти наставе Света око нас/Приподе и друштва и Математике.

Кључне речи: образовни софтвер, корелација, настава Природе и друштва/Света око нас, настава Математике, разредна настава

Уводна разматрања

Бројна искуства у оквиру педагошких наука говоре о томе да савремена школа *треба* да буде место где ће бити створени услови за слободан и стваралачки развој личности ученика, за пружање корисних и употребљивих теоријских знања, која ће доводити до задовољства и успеха, а да при том неће преоптеретити ученике (Зуковић, Јовановић, 2005: 305). Поред потребе да оствари постављени циљ, савремена основна школа треба да буде таква да „ученици у њу долазе радо, да показују заинтересованост за оно што наставник тумачи и да заједно са њим активно учествују у раду. Школа својим програмским садржајима треба да буде прилагођена пре свега ученику, али и *савременим кретањима друштва*" (Богосављевић, 2001: 15), како би успех у раду био на задовољавајућем нивоу. Наравно, треба нагласити да ништа тако не утиче на успех у раду као усредсређеност и заинтересованост ученика за оно што се ради. Занимљиве активности на часовима чине наставу пријатнијом, опуштенијом и ученике укључују у размишљање, закључивање и истраживање. Дакле, на сваком часу треба учинити нешто мало другачије од претходних часова, јер се на тај начин провоцира интересовање ученика и повећава њихов умни напор. (Егерић, 2007: 145). Подстицање интерсовања ученика може се постићи различитим активностима које су им блиске, одговарајућим методичким поступцима, истицањем сврхе учења, практичном применом наученог садржаја, решавањем загонетних, забавних и необичних задатака, повећавањем теоријског нивоа наставе, применом савремене образовне технологије и образовно-рачунарских софтвера и другим активностима.

Међутим, поставља се питање колико заправо непосредна основношколска пракса иде у прилог претходним чињеницама.

Наиме, велики број теоретичара и практичара слаже се да настава која доминира у већини основних школа има бројне недостатке и због тога трпи велике критике. Мићановић, између осталог, као основне слабости традиционалне наставе истиче пасивност ученика, недостатак унутрашње мотивације, недовољну индивидуализацију и дидактичко-естетске недостатке уџбеника као доминантне литературе која не задовољава потребе *савремене наставе* (Мићановић, 2008: 351). Други аутори, Будић и Давидов на пример, у први план стављају доминантну улогу наставника и низак квалитет стечених знања ученика као основни недостатак традиционалне наставе. Наглашавајући да ученици усвајају, углавном, формалистичка, репродуктивна и практично непримењива знања, „да у настави доминира перцептивно стицање знања, неговање памћења, занамаривање мисаоних процеса и самосталног стицања знања." (Будић, 2006: 181), ови аутори истичу да су таква знања углавном нижег квалитета, настала као резултат уопштавања спољашњих, а не суштинских карактеристика као што је случај са научним појмовима. У прилог претходно поменутом иде и чињеница коју Давидов (1972) истиче као највећи недостатак наставе каква данас доминира у основним школама: у њој се инсистира на формирању емпиристичких(искуствених), а не теоријских појмова (Давыдов, 1972) нарочито у млађим разредима основне школе.

С друге стране, резултати многих истраживања (Ивић 1985; Пешикан 1990; Милојковић 1991; Богосављевић 2001; Зуковић, Јовановић 2005) указују на то да су ученици основних школа временски и интелектуално прилично оптерећени обавезама у школи. На основу резултата испитивања временске оптерећености (коју су вршили Биондић, Розмарић, Фурлан, Ивић, Пешикан, Лазић, Круљ, Бркић и др.) и упоређивањем тих резултата са Лердовим нормама оптерећености ученика, добијени су подаци да су наши ученици више оптерећени од норми које је Лерд предвидео за наставу и домаћи рад и то за 50–60% од тих предвиђених норми. Ако се осврнемо на интелектуалну оптерећеност, резултати такође нису оптимистички. Родић, Јанковић, Пешикан и др. наглашавају да су ученици оптерећени и претераним захтевима у погледу обима градива које треба усвојити у краћем периоду и у погледу сложености, тежине и квалитета градива, које не одговара психофизичком добу ученика (Богосављевић, 2001: 19).

Поставља се питање на који начин превазићи поменуте недостатке. Нема сумње да је у интересу сваке школе да јој настава буде што квалитетнија и резултати што кориснији и примењивији у пракси. Али, може ли се и на који начин настава у основним школама *осавременити* како би дала боље резултате у погледу квалитета знања и растерећења ученика?

С обзиром да „целокупно друштво тежи информатизацији, логично је да је ширење употребе рачунара у образовном процесу природан след догађаја. Нове образовне технологије омогућавају симулацију природног тока наставе у највећој могућој мери, при чему се ствара такво окружење које ученику допушта да напредује у оној мери у којој му то дозвољавају његове способности и афинитети."

(Арсовић, 2006: 569) један од одговора на постављено питање могли бисмо да потражимо у примени савремене образовне технологије и образовно-рачунарског софтвера (у даљем тексту ОРС) на наставним часовима. Пошто је „широко распрострањено мишљење у литератури да се активно стицање знања у настави може остварити само ако ученици самостално користе изворе знања, решавају проблеме, уче по моделу открића, самостално описују, трагају за аналогијама, синтетизују и систематизују наставне садржаје које уче, мењају околности, проналазе нове и необичне идеје“ (Будић, 2006: 181), претпостављамо да примена ОРС-а омогућава остварење ових циљева. Дакле, суштина би требало да буде у стварању услова у којима настава неће бити усмерена на пуко меморисање и репродуковање мноштва информација, већ на активно и стваралачко учествовање ученика у процесу стицања знања.

С друге стране, одговор на питање о растерећењу ученика могло би се наћи у разматрањима могућности корелације више наставних предмета са сличним садржајима. Термин корелација потиче из латинског језика од речи *correlation* и представља сродност, међусобну зависност, узајамну повезаност двеју појава. У Педагошком речнику корелација се одређује као „однос у коме било каква и било колика промена једне појаве има за последицу одговарајућу, паралелну промену друге појаве или променљиве“, односно као „функционално повезивање свих елемената наставног процеса у усклађену јединствену целину“ (Педагошки речник 1976: 476–477). Суштину корелације у настави, дакле, представља повезивање сродних наставних предмета или њихових делова „при чему сваки предмет задржава свој систем, односно као предмет не губи своју самосталност“ (Исто: 477), а ученици том приликом боље разумеју, целовитије и поступније схватају одређене садржаје, појаве, процесе и законе. У нашем случају она представља функционално повезивање грађе различитих наставних предмета који су слични или се међусобно допуњују првенствено у циљу остваривања принципа рационализације и економичности. На корелацију, као могућност растерећења ученика, упућује нас и Службени гласник у коме је истакнуто да се приликом планирања и реализације наставе, од учитеља очекује остваривање *интегрисаног тематског приступа.* То практично значи да учитељ има могућност да, самосталним избором кохерентних и компатибилних садржаја наставних тема, комбинује градиво унутар различитих предмета и да на основу тога примењује мултидисциплинарни приступ при изграђивању појмова. При томе треба поштовати одреднице принципа корелације на свим нивоима (предметном, разредном и међупредметном), уважавајући све наставне и ваннаставне облике рада и активности у школи и изван ње (Службени гласник РС, бр 3 2006: 46).

Ако се више ослонимо на самостални рад ученика, примену образовне технологије у виду образовних софтвера и растеретимо ученике интегришући више наставних предмета сродних садржаја на једном часу, можда ћемо направити помак ка идеалу наведеном на почетку овог рада.

Могућности корелације у оквиру образовно-рачунарског софтвера са посебним освртом на наставу метематике и природе и друшва

Иако је разредна настава подељена на поједине наставне предмете, она је ипак карактеристична по својој целовитости и својој суштини да је углавном реализује једна особа – учитељ. Таква организација наставе заправо олакшава и омогућава да се чешће планирају и реализују корелације међу предметима, а планирано градиво логички повеже у јединствен систем, како би га ученици лакше, брже и што квалитетније усвојили. У прилог овоме иде и јединствен став теоретичара и практичара који се баве наставом, а који кажу да учење треба да подстакне укупан, целовит развој ученичких способности.

Ако пођемо од тога да је, шира примена математичких знања у животу и науци утицала на заузимање посебног места овог предмета у систему образовања, и да се од школе захтева већи ангажман у стварању повољније климе за учење и разумевање апстрактних математичких садржаја на часу (Мићановић, 2008: 353), као и да је математика веома комплексан предмет који богатством садржаја, ширином циљева и великом дубином апстраховања на специфичан начин развија способности ученика. Ваљало би размотрити могућности да се претходно поменути недостаци наставе превазиђу корелацијом математике са другим предметима чији су садржаји погодни за примену рачунара и мултимедијалних материјала. Анализом садржаја наставних предмета, дошли смо до закључка да највеће могућности за корелацију са математиком и примену савремене образовне технологије пружа настава Света око нас/Природе и друштва. Наиме, комплексни садржаји којима се поменути предмет од првог до четвртог разреда бави, а који обухватају дидактички трансформисана знања билогије, физике, хемије, историје, географије, екологије и сл. имају много додирних тачака и заједничких елемената са наставом математике која се на том узрасту изучава. Дакле, прилика да се организује корелација између математике и природе и друштва посебно се указује у млађим разредима основне школе, када је најтеже привући и одржати пажњу ученика током целог часа. Корелацијом ових предмета код ученика се, поред позитивног односа према математици, на један интересантан начин развија и позитиван однос према природи. Истовремено се буди и подстиче радозналост и жеља за посматрањем појава, процеса и промена у њој, подстиче интересовање за изучавање предмета различитих карактеристика из њиховог природног окружења. Учитељ може повезати садржаје поменутих предмета на тај начин што ће бирати активности које ће заинтересовати ученике, које ће им бити занимљиве, али на основу којих ће истовремено и нешто научити или сазнати коришћењем рачунара и ОРС-а.

Анализирајући уџбенике математике од првог до четвртог разреда основне школе дошли смо до закључка да се садржаји који се у њима изучавају могу груписати у неколико области: бројеви, скупови, мерења, релације, односи и геометрија. У складу са тим упоредном анализом програма предмета Свет око нас/Природа и друштво, уочили смо наставне јединице чији садржаји указују на блискост са математиком. Из тог разлога сматрамо да би се врло смислено могао задовољити принцип рационалности и економичности на тај начин што би, уместо на два различита часа, ученици учили на једном часу на коме је заступљена корелација поменута два предмета.

Прву сродност садржаја предмета Свет око нас и Математике за први разред, најпре уочавамо у оквиру наставне јединице *Кретање – промена положаја у простору и времену*. Ова наставна јединица, поготово део који се односи на просторне одреднице (напред, назад, горе, доле, лево, десно), погодна је за корелацију са Математиком у оквиру наставних јединица које се баве односима: горе, доле, испод, изнад, лево, десно, испред, иза, између, напред, назад, налево, надесно, уз, низ, нагоре, надоле, у, ван, на. С обзиром да савремена технологија, у оквиру ОРС-а, ученицима пружа могућност померања објеката помоћу миша, у оквиру поменуте наставне јединице на часу корелације могла би се применити игролика активност која се односи на премештање објеката према задатом критеријуму. Осим тога у виртуелном окружењу ученици могу препознавати и именовати предмете и њихове положаје у односу на неке друге предмете (цвет се налази лево од мачке, птица се налази изнад дрвета и сл.).

Још једна мултимедијална могућност која би могла објединити садржаје о просторним одредницама могао би бити лавиринт у форми игре „Помози меди да пронађе прави пут", где би задатак ученика био да померајући објекат (у овом случају меду) дођу до циља објашњавајући, при том, у ком правцу и смеру је меда ишао. Осим лавиринта, за сналажење у простору може се користити такозвано „сређивање собе" према задатим упутствима: ученик од рачунара добије инструкцију у виду звучног ефекта на основу које треба да померањем курсора позиционира одговарајући предмет (стави сто испод прозора, лопту испод стола, полицу лево од кревета, столицу десно од стола итд.). Поред поменутог бројне су могућности и у оквиру задатака вишеструког избора, где ученик, у виду текста или звука, добија задатак да кликне на објекат који је горе, доле, лево, десно; обележи оно што је изнад цвета, испод површине мора итд. Предност оваквог начина рада огледа се у добијању благовремене повратне информације у виду звучних ефеката или текстуалних порука које делују као поткрепљење за даљи рад. Коришћење рачунара, како у почетној настави математике, тако и у оквиру осталих наставних предмета, развојно утиче на низ психомоторних и когнитивних способности ученика: способност решавања проблема, развој апстрактног мишљења, развој логичког мишљења, повећање интелектуалног сазнања и искуства, олакшава сналажење у свету симбола и објеката, утиче на развој координације покрета, вештине читања и писања, креативност, комуникацију и мотивацију (Мићановић, 2007: 743).

Осим просторних релација, садржаји из геометрије заузимају значајно место у математици млађих разреда основне школе и пружају велике могућности за корелацију и примену рачунара. Ако пођемо од тога да се „геометрија бави проучавањем законитости величине, облика и положаја просторних творевина (геометријских тела, површина, линије и тачака) и да се савладавањем геометријских садржаја постиже правилно схватање простора и просторних односа." (Вукомановић, 2008: 307) можемо претпоставити да у садржајима СОН/ПИД постоји известан број наставних јединица које могу да се обраде у корелацији са математиком. У првом разреду, на пример, у програму Света око нас постоји наставна јединица *Утицај облика предмета на његово кретање: клизање и котрљање,* која има за циљ да ученици на основу конкретних примера увиде условљеност начина кретања обликом тела. У том случају задацима у оквиру ОРС-а захтевало би се од ученика да кликом на одговарајући објекат покрећу предмете различитих облика. Том приликом, анимирани сегменти у виртуелној реалности ОРС-а симулирају котрљање и клизање, с циљем да ученици уоче која је заједничка карактеристика предмета који се котрљају, а која оних који се клизају. На крају долазе до генерализације да се обла тела попут лопте, ваљка и купе котрљају, а рогљаста попут коцке, квадра, пирамиде клизају. Наравно, свака активност у оквиру ОРС-а може бити пропраћена звучним ефектима, поткрепљењем, које обезбеђује „емоционални доживљај, концентрацију пажње, радозналост, активност, дисциплину при раду, повољну психичку атмосферу, мотивацију као битну компоненту успешности усвајања градива тј. учења. Мотивационе компоненте могу бити и разноврсне анимације, визуелни ефекти, проблемски начин учења, могућност да ученици графички представљају предмете и процесе, да изводе огледе, цртају, бирају програме и играју се“ (Крнета, 2004: 596).

Садржаји који се у трећем и четвртом разреду у оквиру предмета Природа и друштво надовезују на претходно поменуте обухваћени су наставним јединицама *Различити облици кретања и њихове различите карактеристике (кретање по правој линији, кружно кретање, кретање тела на опрузи, клатна, таласање... уочавање узрока настанка неких кретања и периодичног понављања)* и *Када и како тела падају, клизају и котрљају се наниже* (трећи разред). Оне пружају бројне и разноврсне могућности за реализовање различитих видова корелације са математиком, при чему, наравно, треба водити рачуна о методичким специфичностима оба предмета и требало би их ускладити са узрасним могућностима и способностима ученика, што значи да би задатке и захтеве, без обзира о ком предмету је реч, ваљало повећати и усложити.

Слично претходном примеру и наставна јединица *Светлост и сенка*: *облик и величина сенке* (Свет око нас за I разред), као и садржаји о саобраћајним знацима, имају елементе геометрије и самим тим пружају могућност корелације са математиком. Предмети који су од материјала који не пропуштају светлост праве сенку различитих геометријских облика (квадрат, троугао, правоугаоник, тетраедар, трапез и сл.) што у оквиру ОРС-а може бити очигледно представљено и симулирано. У почетној настави математике од посебног је значаја и интереса усвајање математичких садржаја и примена стечених знања у решавању задатака на рачунару, јер се на тај начин отклања главни недостатак класичне наставе, неодмереност захтева стварних могућности ученика (Мићановић, 2008: 359). У традиционалној настави са застарелом технологијом ученици се не могу лако мотивисати за активно усвајање математичких садржаја и садржаја СОН/ПиД. Наставник уз најчешћу примену креде и табле не може увек ученицима на ваљан начин приближити и објаснити апстрактне садржаје. Очигледност наставе се постиже захваљујући томе што рачунар својим акустичним и визуелним ефектима успешно активира већи број чула и на тај начин повећава сазнајне способности ученика. Таква настава математике и СОН/ПиД ствара услове да се сваки ученик развија у складу са својим индивидуалним способностима и склоностима, а ОРС обезбеђује неопходни теоријски ниво наставе.

Кроз различите игре за рачунаром, можемо подстицати развој интелектуалних способности ученика и диференцирати захтеве у складу са њиховим индивидуалним способностима. Уз обиље музике, анимација, звукова, боја, речи и награда за сваки тачно решен задатак, игра бива занимљивија и задржава пажњу ученика. Као најједноставнији захтев у оквиру ОРС-а могу се уочавати и именовати геометријске фигуре (лопта, коцка, квадар, ваљак, пирамида, купа) и геометријске слике (квадрат, круг, правоугаоник, троугао, елипсу). С друге стране, као мало сложенији задатак од ученика се може тражити да у виртуелном окружењу, користећи интересантне софтверске алате, повезују боје и облике и уочавају њихове основне карактеристике. „На овај начин се интензивира формирање представа и активирају се остале психичке функције: памћење, машта, емоционални доживљаји, развој мишљења уопште." (Крнета, 2004: 596) Најсложенији захтеви могли би бити упоређивање облика по сличностима и разликама и проналажење истих у непосредном окружењу. Различити нивои тежине омогућавају да свако дете напредује сопственим темпом, а игролике активности доприносе не само развоју кординације покрета и фине моторике шаке, већ и мотивисању ученика за даљи рад и понављање научених садржаја. Приликом провере и продубљивања знања потребно је предвидети опцију давања погрешних одговора од стране ученика, која од стране ОРС-а мора бити пропраћена одговарајућом акцијом, а то је најчешће повратак на теоријско објашњење проблема и, коначно, упућивање ученика на тачан одговор. (Арсовић, 2006: 570) На овај начин повећава се и теоријски ниво наставе о коме је на почетку било речи.

Оно у чему се огледа предност примене ОРС-а, поред могућности понављања ефеката, јесте и могућност провере и примене знања у новим ситуацијама. То се може постићи тако што ученици на слици која показује животне ситуације препознају облике о којима је на часу корелације било речи именујући их математичким појмовима. А „да би математика била и постала популарнија, да би се ефикасније реализовали наведени циљеви, у раду са ученицима у почетној настави математике потребно је понешто мењати. У ту наставу потребно је унети више елемената игре, нарочито у првом и другом разреду" (Тот, 2008: 488). Из тог разлога на часовима корелације у оквиру ОРС-а могу се користити игре попут „Нађи пар", „Где шта припада", „Пронађи ми место", „Погоди облик", „Избаци уљеза" и сл. које су погодне за елементарну анализу датог геометријског облика. При томе се ученици оспособљавају да одвајају битно од небитног у особинама модела геометријских форми, занемарујући при том друге атрибуте (боју, величину и сл.). Игром „Нађи предмет истог облика" развија се способност препознавања форми и увиђања идентичности облика. Још неке од активности ученик при раду на ОРС-у могле би бити груписање предмета у скупове, избаци уљеза (у низу оних која се котрљају избаци предмет који се клизају и сл.), или да мултимедијални садржај показује један по један облик, а ученици треба да препознају и именују облик који је у питању и кажу на који начин се он креће, кликом на понуђене одговоре. Наставник након рада на рачунару продубљује стечена знања ученика разговором.

Највише могућности, по нашем мишљењу, за остваривање корелације поменута два предмета на овом узрасту свакако пружају садржаји наставне јединице *Пратим, мерим и бележим време и растојање*, јер се могу реализовати бројним и веома разноврсним комбинацијама мерења и у оквиру ОРС-а и у реалним околностима. Дакле, наставна јединица из математике која указује на могућност примене мултимедијалних садржаја и корелације са СОН/ПиД јесте у првом разреду *Новац и Мерење дужине,* мада има сличних садржаја и у остала три разреда. Ученици на часу корелације могу мерити дужине, ширине и висине предмета који их окружују, а у оквиру образовног софтвера стечена знања могу проверити и применити их у другачијим ситуацијама. Том приликом могли би симулирањем и анимираним елементима (педљем, стопом и лактом) који су виртуелно приказани мерити и предмете који реално нису у учионици.

Као што је претходно поменуто, осим растојања, математика на млађем школском узрасту бави се и мерењем времена, што одговара садржајима СОН/ПиД у оквиру наставне јединице *Мерење времена (појам сата и коришћење часовника),* у другом разреду. Корелација поменутих садржаја у оквиру ОРС-а може се остварити на тај начин што би се применили анимирани елементи и звучни ефекти. Ученици могу на рачунару добити истовремено анимације дигиталних и аналогних часовника у које ће укуцавати задато време или позиционирати мале и велике казаљке и одмах након одговора добити повратну информацију у виду звучног ефекта или текста, о томе да ли је њихов одговор тачан или не. Звучни ефекти и контрола курсора омогућавају ученицима да кликом на одговарајући део часовника чују његов назив и функцију. Практичним активностима у оквиру ОРС-а, које потом анализирају, коментаришу и упоређују, ученици могу стечена знања да провере и примене у другачијим ситуацијама чиме се постижу трајнија и квалитетнија знања.

Када смо код садржаја о мерењу времена, треба поменути и наставне јединице чији се садржаји могу представити на бројевној правој (*Временске одреднице: дан, седмица, месец, година*; *Делови године – годишња доба; Временске одреднице: датум, година, деценија, век и сл.*), што би у оквиру предмета СОН/ПиД одговарало временској ленти. Садржаји о временској ленти први пут се обрађују у другом резреду у оквиру предмета Свет око нас, затим се та знања проширују и продубљују у трећем разреду (када се учи о временским одредницама: датум, година, деценија, век), а потом и у четвртом разреду у оквиру Природе и друштва (одређују се векови, хронолошки лоцирају датуми догађаја, и сл.). Корелација са математиком у поменутим случајевима огледа се у увиђању претходника и следбеника, сабирању и одузимању троцифрених и четвороцифрених бројева, одређивање десетица, стотина, хиљада итд. Наравно и у овом случају предност примене ОРС-а огледа се у томе што „омогућава бржи и лакши рад нудећи концепте мултимедијалности и интерактивности, обезбеђујући неопходну смосталност ученика" (Берковић, Бртка, 2003: 139).

Поред садржаја математике који се односе на претходно поменуто сабирање четвороцифрених бројева, треба поменути и парне и непарне бројеве које ученици обрађују на часовима математике. Наиме, приликом обраде наставне јединице *Сналажење у насељу (улица, број, карактеристични објекти)*, ученици на часу корелације Света око нас и Математике могу распоређивати парне и непарне бројеве на објекте који се у улици налазе. „Развојем информационе технологије и нових наставних средстава који у себи интегришу текстове, звук, слике, филмове, анимације у јединствен систем и њиховом употребом превазилазе се ограничења традиционалних медија“ (Липовац, 2003: 214). То практично значи да у оквиру ОРС-а, поменуту улицу можемо виртуелно представити 3D анимацијама, сликама и филмовима и симулирати „шетање“ при коме ученици треба да на објекте са леве стране ређају непарне, а са десне парне бројеве. Као сложенији задатак, у симулацији ОРС може имати допуњавање низова парних и непарних бројева уз објашњење који број је ком броју претходник, а који следбеник. На ове и сличне садржаје, о сналажењу у простору, даље се надовезују, према спирално-узлазном критеријуму распоређивања садржаја, знања о плану насеља. Проширивање и продубљивање знања у овој области односи се на сналажење у простору тј. у актуелним уџбеницима математике ученицима се пружа могућност да одређују положаје објекта у простору, према датим кординатама, ово наравно несумњиво подсећа на план насеља који се у оквиру садржаја Природе и друштва изучава у трећем разреду и претходи картографском описмењавању ученика. С обзиром да ОРС пружа бројне могућности за померање, позиционирање и трансформисање објеката, лако је помоћу њега обрадити садржаје који се односе на сналажење у простору.

Један од сегмената наставе математике у оквиру кога се може остварити корелација са СОН/ПиД јесу и скупови, који пружају бројне могућности за примену анимираних и звучних ефеката у оквиру ОРС-а. Наставне јединице о живој и неживој природи, биљкама, животињама, материјалима и сл. пружају могућности за груписање бића и предмета у виртуелном софтверском простору, према наведеним критеријумима. Том приликом ученик може чути звучне ефекте који прате називе скупова у складу са садржајима природе и друштва. Букет као скуп цветова, стадо као скуп оваца или неких других ситних биљоједа, крдо као скуп крупних биљоједа, јато као скуп птица и риба, рој као скуп инсеката, чопор као скуп месоједа итд. Том приликом у складу са садржајима математике појединачне животиње ученици могу дефинисати као чланове или елементе скупа. Слично животињама, и садржаје о биљкама можемо повезати са математиком, тако да том приликом ученици могу формирати скупове воћа, поврћа, зељастих и дрвенастих, листопадних и четинарских биљака и одређивати подскупове у оквиру њих. Наравно, аналогно овоме, садржаји о скуповима могу се примењивати и код разврставања материјала према задатим својствима, саобраћајних знакова, занимања, повратних и неповратних промена и итд. Предност примене ОРС-а приликом обраде ових садржаја огледа се у томе што сваки ученик комуницира са рачунаром, на екрану се исписује градиво или текст задатка, а ученик саопштава своје резултате преко тастатуре или кликом показивача миша. Након прочитаног текста и проучавања теоријских садржаја ученици могу тестирати своја знања из проучаване области и том приликом добију брзу повратну информацију о својим постигнућима. Приликом коришћења квалитетних образовних софтвера ученик није пасиван јер му програм стално везује пажњу тако да слика и звучни ефекти зависе од његове непосредне активности. У оквиру квалитетних образовних софтвера све области би требало да буду добро илустроване, а уз сваки задатак приложена одговарајућа сликовна порука. Такође се комбинују и звучни ефекти у виду гласовних порука и музике. Важнији садржаји и питања су у програму означена другом бојом и кликом одговарајућег тастера миша на појам или констатацију ученик аутоматски добија ближе појашњење обележеног појма.

Осим корелације садржаја из области математике и природе и друштва која се реализује у току целог часа ваљало би поменути и елементе корелације који се могу организовати само у једном делу часа. Уколико посматрамо структуру наставног часа као целину која се састоји од најмање три основна дела, уводног, завршног и централног, не можемо занемарити чињеницу да поменути делови, без обзира о ком наставном предмету се ради, углавном имају исту функцију. Уводни део би требало да одушеви, мотивише, припреми за рад, створи повољну радну атмосферу и повеже ово што је раније учено са оним што тек треба да се учи и ту се могу применити мултимедијалне игролике активности у виду асоцијација, укрштеница, скривалица, слагалица и сл. Корелација у овом сегменту огледа се у томе што поља поменутих игроликих актиности могу бити нумерисана или представљена различитим геометријским облицима. Изговарањем броја или назива геометријског облика и кликом на одговарајуће место ученик добија питање у вези са садржајима поменутих наставних предмета и након тачног одговора открива се поље или део слике и на тај начин ученик долази до назива наставне јединице. Осим тога, ОРС може обухватати мултимедијално представљене матаматичке задатке чије је решење број слова у азбуци која, ако се сложе, дају назив наставне јединице. Поред слова, решења задатака могу бити и бројеви у виду шифре која декодирањем даје појам повезан са наставном јединицом. Дакле, било да је реч о комбиновању бројева и слова ради добијања појма који представља део назива наставне јединице, спајању одговарајућих бројева након решавања задатка које резултира сликом биљке, животиње или неког другог појма који се обрађује, бирању нумерисаног поља скривалице или укрштенице са парним или непраним бројевима, именовању и бирању геометријских слика у оквиру откривалице и сл. важно је да сваки предмет (Математика и Природа и друштво) сачува своју научност, веродостојност и систем.

Осим што занимљиви математички задаци могу бити један од најинтересантнијих начина да се ученици на почетку часа мотивишу и уведу у садржаје о којима ће учити у току часа корелације, они успешно могу да се искористе и за завршни део часа. Корелација се може остварити применом игроликих активности у оквиру ОРС-а, које би биле у функцији глобалног понављања и одржавања пажње ученика, где би они поновили, применили и проверили своје знање. Решавање различитих математичких задатака чија бројевна решења преведена у језичку форму дају појмове, употреба анимираних квизова, решавање проблемских ситуација у виртуелном окружењу итд. само су неке од могућности које ОРС нуди, а од инвентивности и креативности учитеља зависи успешност њихове примене.

Уместо закључка

Модернизација процеса наставе, како математике и природе и друштва, тако и свих осталих наставних предмета, постао је примарни задатак многих образовних система у свету и код нас. У складу са тим, да би се настава приближила савременим условима учења и индивидуалним могућностима ученика, а истовремено водило рачуна о оптималној оптерећености ученика и квалитету усвојених знања, неопходно је у школе увести нове технологије поучавања. С обзиром да је у савременој литератури једно од опште прихваћених становишта да је рачунар један од најзначајнијих фактора који може и треба да утиче на побољшање квалитета наставе, могло би се предпоставити да образовни софтвери у оквиру којих је извршена корелација садржаја различитих наставних предмета може битно утицати на развој и модернизацију наставе, с једне стране, и растерећење ученика с друге стране.

Међутим, треба нагласити да не постоји идеалан модел учења који би елиминисао све недостатке сложеног наставног процеса и показивао само позитивне ефекте, већ да постоји, евентуално, најбоља комбинација различитих модела учења којом би се позитивно утицало на развој личности ученика. Према томе, да ово не би било једнострано тумачење предности образовне технологије, треба нагласити да се образовни рачунарски софтвер и корелација наставних предмета не уводе у процес стицања знања као беспрекорно решење, већ као модел који ће у комбинацији са другим моделима учења унапредити постојећу наставу математике и природе и друштва. Циљ овог рада није да фаворизује корелацију и образовне софтвере као иделана решење за све порблеме наставе, већ да резултатима истраживања поменутих у овом раду, као и примерима који указују на могућност корелације одговарајућих садржаја у виртуелном окружењу да скроман допринос даљем унапређивању наставног процеса. Примере дате у овом раду не треба схватити као једина добра решења. Напротив, треба их разумети као моделе за реализацију сличних садржаја, не само поменутих већ и свих осталих наставних предмета. Од креативности и воље учитеља у највећој мери зависи успешност часова корелације, а образовни софтвери су ту да својим широким мултимедијалним могућностима тај процес унапреде, олакшају и учине га интересантнијим, динамичнијим и продуктивнијим.

Питања разматрана у овом тектсу свакако могу послужити као основа за размишљање и повод за реализацију неког наредног, опширнијег теоријског и емпиријског истраживања о унапређивању квалитета наставе, али и као смерница креаторима образовне политике који би, у реформским захтевима, морали уважавати ученике и задовољење њихових потреба, како за праћењем развоја савременог друштва и технологије, тако и за оптималним оптерећивањем школским обавезама.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Арнаудова, В. (2003): Примена компјутерске технологије у развијању стваралаштва и креативности ученика, *Технологија, информатика, образовање*,

бр. 3, Институт за педагошка истраживања и Центар за развој и примену науке, технологије и информатике, Београд–Нови Сад, стр. 331 – 345.

[2] Арсовић, Б. (2006): Образовни софтвер у савременој настави (са посебним освртом на наставу математике), *Педагошка стварност,* бр. 7 – 8, Нови Сад, стр. 568 – 575.

[3] Берковић, И., Бртка, В. (2003): Образовни рачунарски софтвери подпомогнути интелигентним агентима, *Технологија, информатика, образовање*, бр. 3, Институт за педагошка истраживања и Центар за развој и примену науке, технологије и информатике, Београд – Нови Сад, стр. 130 – 146.

[4] Будић, С.(2006*): Распоред садржаја у наставном програму: услов оспособљвања ученика за успешну примену усвојених знања у*: Европске димензије промена образовног система у Србији, Нови Сад: Филозофски факултет, 1, 73 – 87.

[5] Будић, С.(2006): *Карактеристике знања ученика у наставном процесу*, Зборник радова са међународног интердисциплинарног научног скупа: Европске димензије реформе система образовања и васпитања, Нови Сад: Филозофски факултет, 180 – 185.

[6] Богосављевић, Р. (2001): Ставови наставника, родитеља и ученика о оптерећености младих школским обавезама, *Норма,* бр.1 – 2, Сомбор, стр. 13 – 31.

[7] Давыдов, В.В. (1972): *Виды обобщения в обучении Москва*: Педагогика.

[8] Ђорђевић, М. (1995): *Корелација наставних садржаја у настави*, Београд: Учитељски факултет.

[9] Егерић, М. (2007): Подстцање интересовања за математику, *Зборник радова*, бр. 9, Педагошки факултет у Јагодини, 145 – 155.

[10] Зуковић, С., Јовановић С. (2005): (Пре)оптерећеност ученика школским обавезама као значајно питање реформе система васпитања и образовања, *Педагошка стварност,* бр. 3 – 4, Нови Сад, стр. 305 – 315.

[11] Крнета, Љ. (2004): Образовни рачунарски софтвер у образовним процесима уз осврт на примере за почетну наставу математике, *Педагошка стварност,* бр.7 – 8, Нови Сад, стр. 594 – 606.

[12] Липовац, В. (2003): Дидактички аспекти мултимедијалне наставе, *Норма,* бр.2-3, Сомбор, стр. 211 – 222.

[13] Майer, E. R. (2001): *Multimedia Learning*, University of Californija, Santa Barbara, Cambrige University Press

[14] Мићановић, В. (2007): Модели примене рачунара у почетној настави математике, *Педагошка стварност*, бр. 9 – 10, Нови Сад, стр. 930 – 938.

[15] Мићановић, В. (2007): Осавремењивање почетне наставе математике применом рачунара, *Педагошка стварност*, бр. 7 – 8, Нови Сад, стр. 733 – 748.

[16] Мићановић, В. (2008): Организационо-технички услови примене рачунара у почетној настави математике, *Педагошка стварност*, бр. 3 – 4, Нови Сад, стр. 350 – 363.

[17] Педагошки речник, Радован, Теодосић (ур.) 1976. Београд: Завод за издавање уџбеника СР Србија.

[18] Правилник о наставном програму за четврти разред основног образовања и васпитања, Службени гласник РС, Просветни гласник, бр. 3/2006

[19] Тот, С. (2008): Мотивационе игре у почетној фази наставе математике, *Педагошка стварност*, бр. 5 – 6, Нови Сад, стр. 488 – 497.

[20] Ћетковић, А., Пинтер, Ј. (1998): Занимљиви задаци у функцији остварења васпитних задатака наставе математике, *Учитељ*, Часопис савеза учитеља Републике Србије, бр. 59, Београд, стр. 43 – 57

[21] Forgasz, H. (2006): Factors That Encourage Or Inhibit Computer Use For Secondary Mathematics Teaching, *Journal Of Computer Use For Secondary Mathematics Teaching,* Vol 25, No 1.

[22] Цвјетићанин, С., Сегединац, М., Бранковић, Н. (2008): Примена наставе помоћу рачунара у формирању знања ученика трећег разреда о биљкама листопадне шуме, *Педагошка стварност,* бр. 1 – 2, Нови Сад, стр. 57 – 68.

Olivera Cekic-Jovanovic

THE POSSIBILITY OF CORRELATION BETWEEN THE NATURE AND SOCIETY AND MATHEMATICS BY THE APPLICATION OF EDUCATIONAL COMPUTER SOFTWARE

Summary: In accordance with the fact that the goal of education is development of versatile and complete student's personality, which should observe the world around them as a unique whole, contemporary teaching is faced with numerous challenges. In the focus of methodological researches, in aspiration for the effective teaching, stands modernization of teaching with the educational technology achievements, on one side, and reducing teaching programs to unburden the students, on the other side. In this work we try to highlight a field in which contents and teaching of different subjects can be viewed through the possibility of cross-correlation that is aided by the application of educational computer software. Younger students in the elementary schools learn the most comprehensively about their environment within the subjects The world around us / The nature and society, which, due to its interdisciplinary approach, offers many possibilities for the application of the new technologies and the correlation with other subjects. In this work, the emphasis is on the possibility of applying educational computer software which includes common didactic-methodological aspects of teaching The world around us / The nature and society and mathematics.

Key words: methodology, educational software, correlation, The nature and society, The world around us, Mathematics

Горан Манојловић
ОШ „Љубица Радосављевић-Нада”
Зајечар
Ивица Николић
ЈП „Железнице Србије”
Пожаревац

371.331:51
004.42 MOODLE

УПОТРЕБА MOODLE ПЛАТФОРМЕ ЗА УНАПРЕЂЕЊЕ КВАЛИТЕТА НАСТАВЕ

Апстракт: Основне школе налазе се на путу увођења нових технологија. Школе могу користити информационо-комуникационе технологије за извођење програма на даљину (електронско учење) ради унапређења квалитета и ефикасности наставе. Moodle је Web апликација написана у PHP-у подржан са више врста база података. Преведена је на 65 језика, број корисника је око 150.000 и тренутно се користи у 163 земље. Moodle је пројекат отвореног типа (open source), бесплатан је и слободно се може копирати. Омогућује предавачима да креирају курсеве (тзв. online курсеви) на Интернету или мрежи, а кориснику курсева једино је потребан Interner browser. Moodle је Course Managment System (CMS), али се често назива Learning Managment System (LMS). Сваки ученик-учесник курса може да буде у улози ученика али и у улози наставника. Тако схватамо да се наш посао мења и уместо да ми будемо извор информација то буде неко други. Извор информација у том случају постаје ученик као утицајна особа која усмерава активности и ученике у разреду према циљу предавања. Као и сваки квалитетан рачунарски систем и Moodle дозољава прилагођавање свог изгледа. У овом раду анализира се употреба Moodle платформе ради побољшања квалитета наставе, односно постизање већег степена квалитета образовно-васпитног рада школе.

Кључне речи: информационо-комуникационе технологије, електронско учење, унапређење квалитета, Moodle.

Образовање на даљину

Образовање на даљину можемо да дефинишемо као сложен систем, који обухвата подучавање и учење, удаљено у времену и простору, као и наставне материјале у различитим формама, индивидуално или групно учење, туторски и интерактиван рад. Едукациони материјали су најважнији елемент образовања на даљину. Код класичног образовања, они представљају само подршку наставном процесу у коме је наставник у главној улози. Код образовања на даљину, едукациони материјали представљају главни извор наших знања и вештина. Они су истовремено и контролори тока наставног процеса, јер сваког полазника воде кроз процесе обуке и усмеравају га ка жељеном циљу. Њихова улога је веома комплексна, а утицај на квалитет и резултат образовања на даљину пресудан. Електронско учење, које представља кључни део даљинског образовања, реализује се помоћу најновијих информационо-комуникационих технологија, посебно Интернета. Поред чињенице да се перманентно развија, такозвано *online* учење постаје доминантно у поређење са другачијим типовима учења. Зато се у вези са тим, јављају компликованији захтеви за пројектовањем и имплементацијом система електронског учења.

Истовремено, глобални трендови, динамичко окружење, комплексност проблема, приморавају образовне институције на висок степен ефикасности, адаптилности, интеграције и координације свих релевантних активности приликом изградње система за електронско учење. Пословна интелигенција може се препознати као испуњење захтева за додатним, неоткривеним знањем и могућностима. Пословна интелигенција представља широку област апликација, алата и технологија који су намењени за скупљање, складиштење, омогућавање приступа и анализирања података како би се пружила подршка приликом доношења различитих одлука и управљања перформансама пословног система.

Мобилно образовање подразумева класичне сервисе мобилног пословања, који се примењују на едукативне, административне и информативне процесе у образовању. То се у ужем смислу односи на методе и технологије за испоруку наставних садржаја и реализацију образовних активности без икаквих ограничења на учионице и објекте образовних институција у времену које ученици могу да изаберу и прилагоде својим потребама. Једноставност и ефикасност приликом коришћења мобилних уређаја и апликација, како за ученике, тако и за наставнике је веома значајно за успешност и задовољство при њиховом коришћењу и одражава се на успех образовног процеса.

Мобилне технологије присутне су у многим областима људског деловања, као што су: комуникације, пословање, индустрија забаве, итд. Овакве технологије примењују се и у оквиру образовног процеса. Мобилно учење се другачије може видети као учење у покрету, које се одвија помоћу мобилних технологија. Мобилно учење је учење кроз низ контекста – дешава се на различитим локацијама и користи предности уређаја и технологија. У центру пажње мобилног учења је ученик у покрету и у интеракцији са преносним уређајем.

Постоји велика потреба у свету и код нас за образовањем стручњака у области информационо-комуникационих технологија и електронског пословања. Концепт учења преко интернета и употреба глобалне мреже у организовању и реализацији образовног процеса добија све већи значај.

Модернизација наставног процеса подразумева партнерску улогу наставника, његову методичку обученост и добре организационе способности, помоћ ученицима да стекну знања у вештине, кроз разне проблемске ситуације, стваралачки рад, користећи при томе и савремене комуникационе и информационе технологије, првенствено рачунаре и пратеће уређаје.

Савремена технологија даје добру основу за креативну употребу знања. Она је незаобилазни део нашег окружења и његовог развоја, сада и у будућности. Нагли развој технике довео је до промене окружења за учење и наставу, а самим тим и до промене улога наставника и ученика. Имајући у виду да ће ученици основних и средњих школа, будући ученици, као и студенти, свој радни век провести у контакту са овим уређајима, потребно их је за то припремити, а самим тим, информационо–комуникациона технологија се не би смела изоставити из образовног процеса.

Комуникација, интеракција и вршњачко сарадничко учење су изузетно значајни за ефикаснију наставу, како традиционалну, тако и савремену *online* наставу, или најчешће хибридну, која се делом одвија на класичан начин, а делом уз помоћ информационо–комуникационих технологија. У том погледу веб апликација *Moodle* пружа изузетне могућности. То подразумева да су ученици и студенти у средишту, да своја знања изграђују, конструишу кроз учење, дискусије и сарадничке односе са другим ученицима и студентима и наставницима.

Moodle

Moodle (**M**odular **O**bject **O**riented **D**ynamic **L**earning **E**nvironment) је бесплатна open–source (отвореног-кода) платформа за електронско образовање, тачније за креирање и одржавање *online* курсева, што обухвата израду, постављање и поделу наставних материјала, планску организацију учења, комуникацију и сарадњу учесника, праћење активности полазника и процену њихових постигнућа. Пројектован је према начелима социоконструктивизма, што значи да полази од предпоставке да ученици своја знања стварају у интеракцији са окружењем (приказано на слици 1).

Welcome to the Moodle community!

Moodle is a Course Management System (CMS), also known as a Learning Management System (LMS) or a Virtual Learning Environment (VLE). It is a Free web application that educators can use to create effective online learning sites.

Moodle.org is our community site where Moodle is made and discussed. Please use the menus to explore and join in!

05:28 AM,Jul 27
Helen Foster
Upcoming Moodle conferences worldwide more...

04:16 PM,Jul 20
Helen Foster
Moodle 2 Theme Contest winner more...

12:24 AM,Jul 11
Martin Dougiamas
Countdown to Moodle 2.0 more...

All content on this web site is made available under the GNU General Public License, unless otherwise stated.
Moodle™ is a registered trademark of the Moodle Trust, see the license for details.

Слика 1. Изглед екрана система за управљање процесом учења Moodle

Веб апликација *Moodle* настала је као део докторске дисертације Мартина Дагимејса, који је дошао до закључка да дотадашњи системи за електронско учење нису били довољно флексибилни, па је покренуо развој новог. *Moodle* је веома моћан алат за прављење садржаја јер има уграђен ХТМЛ едитор. Тако да за прављење оваквог садржаја није потребно неко велико предзнање, принцип је исти као у неком текст едитору. Док се неки напреднији садржаји као што су анимације и мултимедије, праве уз помоћ других програма па се онда као датотека убацују на систем.

Moodle је такође и Learning Managament System (LMS). Омогућује стварање лекције која полако и постепено уводи ученика у тематику и у зависности од његових могућности, способности и стеченог знања, дозвољава ученику напредовање у наредне лекције. У *Moodle*–у углавном сви модули направљени су тако да омогуће наставницима и учесницима да дају повратну информацију. Што значи да постоји могућност да се напишу коментари за сваки рад и активност на предмету, тако да ученик одмах може да зна где је погрешио и како је урадио свој рад.

Рад у програму Moodle

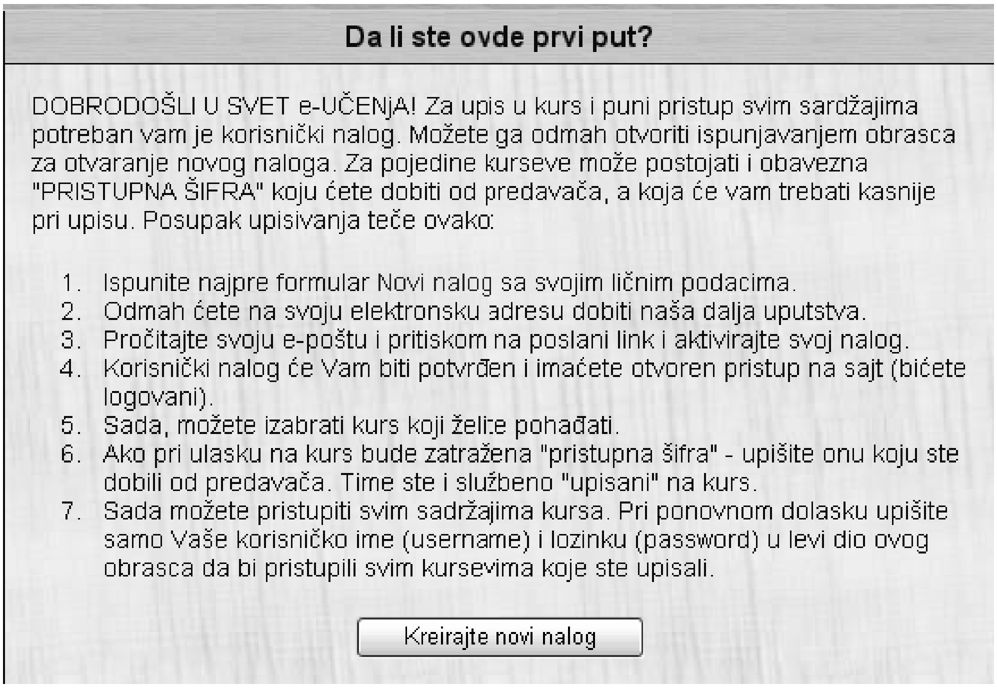
Основни алати и активности у Moodle су:

– upload и размена материјала;
– online квизови и тестирања;
– сакупљање и преглед додељених задатака, оцењивање;
– планирање курсева – распоред активности, календар;
– управљање корисничким улогама и групама корисника на курсевима;
– комуникација између учесника у образовном процесу;
– праћење активности студената.

Пројектанти софтвера за e-learning настоје да ограниче фокус свог рада на испоруку курса и садржај, док образовне институције захтевају много шире подручје образовних услуга. Систем за електронско учење као што је *Moodle* нуди веома добра решења за учење, где се конструише знање кроз дискусије, јачајући тиме вештине размишљања.

Moodle је направљен поштујући све педагошке принципе и има задатак да омогући наставницима веома једноставно креирање курсева и стварање ефективне и ефикасне заједнице корисника система за електронско учење, док ученицима омогућава лако приступање наведених садржаја без обзира на локацију и време. Организација курсева и предмета је пажљиво и квалитетно конципирана. Приступ свим задацима може да буде ограничен лозинком или временом. *Moodle* такође аутоматски чува све податке који су у вези са приступом студената на овај систем. Што значи да осим што наставник зна када је неко предао свој рад, упућен је и у то колико му је времена требало за израду задатка, решавање теста или квиза.

Да би се уопште приступило *Moodle*-у потребно је креирати налог (слика 2.), користећи e-mail. Након пријаве, ученик или студент се јавља администратору система, који му додељује одређени ниво налога.



Da li ste ovde prvi put?

DOBRODOŠLI U SVET e-UČENjA! Za upis u kurs i puni pristup svim sardžajima potreban vam je korisnički nalog. Možete ga odmah otvoriti ispunjavanjem obrasca za otvaranje novog naloga. Za pojedine kurseve može postojati i obavezna "PRISTUPNA ŠIFRA" koju ćete dobiti od predavača, a koja će vam trebati kasnije pri upisu. Posupak upisivanja teče ovako:

1. Ispunite najpre formular Novi nalog sa svojim ličnim podacima.
2. Odmah ćete na svoju elektronsku adresu dobiti naša dalja uputstva.
3. Pročitajte svoju e-poštu i pritiskom na poslani link i aktivirajte svoj nalog.
4. Korisnički nalog će Vam biti potvrđen i imaćete otvoren pristup na sajt (bićete logovani).
5. Sada, možete izabrati kurs koji želite pohađati.
6. Ako pri ulasku na kurs bude zatražena "pristupna šifra" - upišite onu koju ste dobili od predavača. Time ste i službeno "upisani" na kurs.
7. Sada možete pristupiti svim sadržajima kursa. Pri ponovnom dolasku upišite samo Vaše korisničko ime (username) i lozinku (password) u levi dio ovog obrasca da bi pristupili svim kursevima koje ste upisali.

Слика 2. Креирање налога

Различити нивои налога носе и одређене привилегије. Тако постоје:

– ученички – студентски (основни ниво који омогућава утицај на садржину курса);

– наставник без уредничке дозволе (има могућност само да пружа повратну информацију студнетима или ученицима);

– наставник са дозволом уредника (дозвољено је додавање садржаја и активности курсу, као и повратне информације упућене студентима или ученицима);

– креатор курса (креира нове курсеве, предаје, бира предаваче);

– администратор (има највећа овлашћења).

У *Moodle*-у акценат је стављен на ученика – студента, односно да је он у центру, да му је омогућено учење кроз комуникацију и интеракцију са осталим учесницима курса, ученицима, наставницима и наставним садржајима.

Комуникација и интеракција приликом online учења, на мрежи, донекле је другачија од оне која се одвија у класичној настави, јер се обавља у специфичним околностима, а без присуства наставника.

Може да се запази да се почетна интеракција одвија између полазника и рачунара, тачније софтвера помоћу кога се он пријављује и похађа курс на Интернету, односно омогућава му се приступ online садржајима. Следи интеракција ученика са тим садржајима, који могу бити креирани за потребе ученика или се налазити на вебу. Приликом кретања кроз наставне материјале, ученик ће у циљу подршке, ступати у комуникацију и интерактивне односе са другим ученицима, наставником, другим експертима из области курса.

Напредак у технологији омогућио је креирање бољих решења за групно учење базирано на вебу. Асинхроне активности користе технологије као што су блог, wiki и дискусионе групе и дозвољавају ученицима да сарађују када им одговара. Сихроне активности догађају се са свим ученицима окупљеним у истом тренутку.

Алати за комуникацију и сарадњу учесника, интегрисани у *Moodle* су:

– форум;
– причаонице;
– приватне поруке;
– избор - за брзо анкетирање;
– wiki.

Форум је алат који омогућава асихрону комуникацију између учесника, учесника и предавача (што значи да они морају бити истовремено присутни). У *Moodle*–у постоје четири типа форума и то

– са једном темом, која служи за кратке расправе;
– општи – где се може започети неограничен број тема;
– форум где се пре гледања одговора на почетно писање мора послати сопствени одговор;
– форум где сваки корисник може започети само једну дискусију у којој могу сви учествовати.

Причаоница или четовање је синхрони вид комуникације, где се четири корисника истовремено налазе у „собама" (којих може бити више у оквиру једног курса) и размењују поруке. Будући да је овакав вид комуникације ученицима веома близак захваљујући мобилним телефонима и социјалним мрежама на Интернету, то је могуће искористити у настави.

Приватне поруке су вид личне, асихроне комуникације у којој ученици-учесници не морају истовремено присуствовати на мрежи. На овај начин могу комуницирати ученици међусобно, али и са наставником. Ученици их могу користити ако наиђу на неки проблем у раду, па желе да им наставник помогне како би разјаснили проблем.

За брзо анкетирање учесника курса у вези са неким питањем или изјашњавање користи се алат *избор*. То може бити попуњавање група, изјашњавање о одређеним питањима важним за курс и сл. Временски интервал за анкетирање може бити унапред задат, док резулати могу бити познати одмах после изјашњавања, после истека рока за предају, а могуће је и да не буду приказани.

Wiki је алат за сарадњу корисника курса, који они заједнички креирају и уређују међусобно повезане и структуиране странице, посвећене одређеној теми. Током тог рада корисници могу да размењују мишљења, договарају се, допуњавају, исправљају евентуалне грешке других и сл. Наставник који прати њихов сараднички рад може да им укаже на евентуалне грешке које праве.

Како изгледа рад у *Moodle*-у неки наставници математике могли су сами пробају на е-курсу *Geogebre*. Знамо да је у *Moodle*–у могуће израдити врло сложене тестове за проверу знања с различитим врстама питања и могућностима. Све врсте питања које се могу објективно оценити, оцењује сам *Moodle* и то на следеће начине:

– тачно/нетачно;
– вишеструки одабир;

– повезивање;
– кратки одговор;
– нумерички тип;
– питање са рачунањем;
– есеј – питање где се очекује дужи, детаљнији и прецизнији одговор ученика (оцењује наставник).

У математичком образовању постоје бројни софтвери који се заснивају на симулацији. Туторски програми ту симулацију решавају давањем повратне информације по учениковом одговору. Тако се ученику указује где је починио грешку и шта треба да уради да би је исправио. Интелигенти туторски програми су снабдевени низом могућих одговора за сваки задатак који садрже и са одговарајућим усмеравајућим информацијама и предлозима шта би требало урадити, неки туторски програми поседују и програм за приказ знања које студент мора да усвоји. Сем тога, они располажу и каталогом могућих грешака, као њиховог узрока, са одговарајућим сугестијама и објашњењима и са таквим системом управљања учењем, који сам одлучује кад треба прекинути учење.

Системи за управљање процесом учења омогућавају управљање наставним материјалима. *Moodle* системи су оријентисани ка креирању и компоновању различитих објеката учења (наставних материјала). *Moodle* нуди могућност различитих видова сарадње у току процеса учења. Једна од основних тенденција у овим системима је да обезбеде вишеструкост коришћења објеката за учење, што се може обезбедити припремом наставних материјала у алатима који подржавају SCORM (Sharable Content Object Reference Model).

Класификација образовног рачунарског софтвера у математичком образовању је специфична и обухвата: апликативне програме, програме дрила и вежби, туторске програме, програме симулације, компјутерско моделовање, истраживачке програме. Са математичке тачке гледишта, под класом апликативних програма подразумевају се образовни рачунарски софтвери који располажу алгоритмима за решавање специфичних типова математичких проблема. Ти програми сами израчунавају резултат одређене математичке области на бази задатих улазних података.

Примена *Moodle*-а у настави математике није само техничко питање. Сложенији део је његова ефикасна интеграција у наставни процес, што захтева промене у методологији, односно наставним методама и облицима рада, као и циљевима наставе, имајући у виду могућности нове технологије. То значи да би у први план требало да дођу способност, вештина и обученост наставника, као и њихова жеља да се перманентно усавршавају и прате трендове и промене које доноси савремена технологија.

Закључак

Технолошки развој савременог друштва диктира развој у свим његовим сегментима, па и у образовању. Од савременог образовања се захтева и очекује да „произведе" високообразовану особу, која је способна да одговори на захтеве и прати тенденције савременог друштва. Отуда се намећу захтеви за усавршавањем метода и средстава учења. Једино питање које се намеће јесте колико смо отворени да прихватимо промене?

Употреба модерних информатичких технологија у образовању није пролазног карактера и представља много више од комбиновања тих технологија са традиционалном наставом. Може се слободно закључити да имплементирањем напредних технологија и нових софтверских достигнућа у образовању постиже се оно чему се одувек тежило: персонализација, уважавање разлика међу корисницима и могућност напредовања према личним афинитетима и способностима (индивидуализација наставе). При томе је битно да знамо да рачунар може добро обавити овај задатак само ако је подржан добром софтверском апликацијом.

Образовање, као саставни део друштва, мора да одговори на промене и прати тенденције савременог друштва, које постаје све више технолошко. Примена рачунара у савременој настави постаје све више уобичајена пракса, а посебан значај заузима примена образовних софтвера као и Интернет технологија.

Идеје за проширење и унапређење *Moodle* система могу ићи у смеру медијског осавремењивања. Па се тако може размислити о додавању опције за аудио или аудио-видео конференције између ученика и предавача. Фактички, то представља додавање *face-to-face* модула. То цео систем диже на нови ниво, али и значајно унапређује сам процес.

ЛИТЕРАТУРА

[1] http://www.americancouncils.org.yu/documents/7.pdf

[2] http://www.carnet.hr/casopis/61/clanci/

[3] http://www.enovine.net/odl/ucenje_na_daljinu.htm

[4] http://www.carnet.hr/casopis/17/clanci/

[5] http://www.kombib.co.yu/vest.php

[6] Воскрески К, *Дидактина-индивидуализација и социјализација у настави*, Технички факултет „Михајло Пупин" Зрењанин, Зрењанин, 1996. г

[7] Надраљански Ђ, *Образовни рачунарски софтвер*, Технички факултет „Михајло Пупин" Зрењанин, Зрењанин, 1995. г

[8] Надрањански Ђ, *Мултимедије и виртуелна реалност у образовању*, Технички факултет „Михајло Пупин" Зрењанин, Зрењанин, 1994. г

Goran Manojlovic, Ivica Nikolic

THE USE OF THE MOODLE PLATFORM FOR THE IMPROVENT OF THE TEACHING EFFICIENCY

Summary: Primary schools are heading toward the introduction of new technologies. The schools can use informative-communicative technologies to perform the remote programme (electronic teaching) in the aim of improvement of the teaching efficiency. Moodle is a Web application written in PHP and supported by many information basis. It is translated to 65 different languages, the number of users is about 150,000 people, and is currently used in 163 countries. Moodle is the open source project, it is free of charge and copiable. It makes possible for teachers to create online courses on the Internet or net and the user of the course only needs an Internet browser. Moodle is The Course Management System (CMS) but it is often called The Learning Management System (LMS).

Each course student-participant can be in a role of a student, but also in a role of a teacher. That's how we realize that our job changes and instead of being a source of information, the source becomes someone else. In this case, the source is the student as an influential person directing activities and students in class at the lecture aim. Like every other high-quality computer system, Moodle allows adjustment of its appearance.

In this work, the use of the Moodle platform is being analysed in the aim of improvement of the teaching efficiency, i.e. achievement of the higher level of the educational work of school.

Key words: imformative-communicative technologies, electronic learning, improvement of the teaching efficiency, Moodle.

Бранислав Мијајловић, Владимир Ристић
Факултет педагошких наука
Јагодина

511.11

ЈЕДАН МЕТОДИЧКИ ПРИСТУП КОНСТРУКЦИЈИ РЕАЛНИХ БРОЈЕВА ПОМОЋУ НИЗОВА ИНТЕРВАЛА

Апстракт: У овом раду даје се један начин конструкције реалних бројева преко низова затворених и уметнутих интервала чији су крајеви у скупу рационалних бројева *Q*. При овој конструкцији узима се скуп свих низова затворених и уметнутих интервала над пољем *Q* и у таквом скупу, уводи се релација еквиваленције, да би се помоћу одговарајућих класа еквиваленције извела конструкција потпуно уређеног поља.

Кључне речи: скуп реалних бројева, низови уметнутих интервала, комплетност

Увод

У теорији развоја појма реалног броја познато је неколико начина за конструкцију скупа реалних бројева. Најчешће се реални бројеви уводе аксиоматски, а затим се изводе разна њихова својства као последица датог скупа аксиома [13]. Због саме природе чланова скупа реалних бројева *R* није било лако описати овај скуп, па се у развоју појма броја наилазило на прилично велике тешкоће. Основна идеја у изградњи скупа *R* јесте да се пође од већ познате структуре скупа рационалних бројева и помоћу њих изгради скуп *R*. У новије време показано је да се реални бројеви могу изградити полазећи и од скупа целих бројева. Један од првих строгих начина изградње скупа *R* потиче од немачког математичара Р. Дедекинда [7], [8]. Постоје и други начини изградње скупа *R*, као, на пример, децималски начин и помоћу Кошијевих низова у *Q* [13].

Сама аксиоматика може се поставити на разне начине. Показује се да су сви ти системи аксиома потпуно уређеног поља еквивалентни [12].

Дефинисање потребних појмова потпуно уређеног поља

Дајемо најпре дефиницију низа затворених и уметнутих интервала у пољу *Q*. Скуп таквих затворених и уметнутих интервала у пољу *Q* обележимо са *K*(*Q*).

Дефиниција 1. За низ $[a_n, b_n]$, $n = 1, 2, ...$, $a_n, b_n \in Q$, кажемо да припада скупу *K*(*Q*) ако важи:

1) $a_n, b_n \in Q$;

2) $[a_{n+1}, b_{n+1}] \subset [a_n, b_n]$;

3) $b_n - a_n \to 0$ када $n \to \infty$.

Пример 1. Низови, чији су општи чланови:

$$1)\ c_n = \left[-\frac{1}{n}, \frac{1}{n}\right], \quad 2)\ d_n = \left[\frac{n-1}{n}, \frac{n+1}{n}\right], \quad 3)\ e_n = \left[-\frac{n-1}{n^2}, \frac{2n+1}{n^2}\right],$$

$$4)\ f_n = \left[\frac{n^2-1}{n^2},\ \frac{n^2+1}{n^2}\right],\quad 5)\ g_n = \left[\frac{2n-3}{n},\ \frac{2n+3}{n}\right],$$

$$6)\ f_n = \left[\frac{-2n^2+n-2}{n^2},\ \frac{-2n^2+n+5}{n^2}\right],$$

представљају према претходној дефиницији низове уметнутих затворених интервала.

Из претходних примера примећујемо да за сваки задати низ уметнутих и затворених интервала из скупа Q постоји тачка у скупу Q која припада свим интервалима који чине изабрани низ. Свим интервалима низова c_n и e_n припада тачка $0 \in Q$, интервалима d_n и f_n припада тачка $1 \in Q$, док интервалима g_n припада тачка $2 \in Q$ и на крају свим интервалима h_n припада тачка $-2 \in Q$.

Пример 2. Нека је сада задат низ уметнутих и затворених одсечака на следећи начин:

$$i_n = \{[a_n, b_n] \mid (a_n)^2 < 2 < (b_n)^2, a_n = 1{,}x_1x_2...x_n, b_n = 1{,}y_1y_2...y_n, a_n, b_n \in Q\}, n = 1, 2, 3, ...$$

За $[a_0, b_0]$ узимамо да је $i_0 = [1, 2]$, а за децимале $x_1, x_2, ..., x_n$ и $y_1, y_2, ..., y_n$ узимају се оне цифре које задовољавају дефиницију 1 и услов $(a_n)^2 < 2 < (b_n)^2$. Неколико чланова овог низа су $i_0 = [1, 2]$, $i_1 = [1.4, 1.5]$, $i_2 = [1.41, 1.42]$, $i_3 = [1.414, 1.415]$, $i_4 = [1.4142, 1.4143]$, $i_5 = [1.41421, 1.41422]$, $i_6 = [1.414213, 1.414214]$, ...

Како је већ показано да у скупу Q не постоји број чији је квадрат једнак броју 2, закључујемо да у скупу Q низ i_n затворених и уметнутих интервала из Q нема у скупу Q тачку која припада свим интервалима низа i_n. Ова појава говори, као што је већ раније напоменуто, да скуп рационалних бројева није „савршен", те га треба мало „дотерати", тј. допунити новим елементима, тако да сваки низ уметнутих и затворених интервала из тако проширеног скупа има заједничку тачку која припада том новопроширеном скупу.

Примећује се да је скуп свих затворених уметнутих интервала у Q који имају заједничку тачку у Q једнакобројан са Q, али ако придодамо и интервале типа i_n, онда кардиналан број свих ових интервала премашује скуп Q. Дакле, card $PQ \geq$ card $K(Q) \geq$ card Q, а то значи

$$\text{card } K(Q) = \text{c}.$$

На основу примера 1 следи да два и више различитих низова затворених и уметнутих интервала могу имати исту заједничку тачку. Зато треба те низове у извесном смислу уједначити.

Дефиниција 2. За низове уметнутих интервала $[a_n, b_n]$, $[c_n, d_n] \in K(Q)$ каже се да су еквивалентни у ознаци $[a_n, b_n] \sim [c_n, d_n]$ ако важи да

$$|a_n - c_n| \to 0 \text{ и } |b_n - d_n| \to 0 \text{ када } n \to \infty,$$

тј.

$$[a_n, b_n] \sim [c_n, d_n] \Leftrightarrow \lim_{n\to\infty} |a_n - c_n| = 0 \wedge \lim_{n\to\infty} |b_n - d_n| = 0.$$

Једноставно се може показати да је дефинисана релација $\sim$ на скупу $K(Q)$ релација еквиваленције и она разбија скуп $K(Q)$ на класе еквиваленције.

У количничком скупу $K(Q)/\sim$ уводе се сада операције са класама. Најпре дефинишимо операције са низовима уметнутих и затворених интервала, тј. операције у скупу $K(Q)$, на следећи начин:

$$[a_n,b_n]+[c_n,d_n]=[a_n+c_n,b_n+d_n],$$

$$[a_n,b_n]\cdot[c_n,d_n]=[a_n\cdot c_n,b_n\cdot d_n],$$

$$[a_n,b_n]=[-b_n,-a_n],$$

$$[a_n,b_n]^{-1}=\left[\frac{1}{a_n},\frac{1}{b_n}\right],\quad a_n,b_n\neq 0 \text{ за свако } n=1,2,3,...$$

Скуп $K(Q)$ је очигледно затворен у односу на операције $+$, $\cdot$, $-$ и $^{-1}$.

Заиста, за $[a_n, b_n]$, $[c_n, d_n] \in K(Q)$ важи да је

$$\left|(a_n+c_n)-(b_n+d_n)\right|=\left|(a_n-b_n)+(c_n-d_n)\right|\to 0,$$

$$\left|a_n\cdot c_n-b_n\cdot d_n\right|=\left|a_n\cdot c_n-b_n\cdot c_n+b_n\cdot c_n-b_n\cdot d_n\right|$$

$$=\left|c_n\cdot(a_n-b_n)+b_n\cdot(c_n-d_n)\right|\to 0,$$

$$\left|-b_n-(-a_n)\right|=\left|a_n-b_n\right|\to 0$$

и

$$\left|\frac{1}{a_n}-\frac{1}{b_n}\right|=\left|\frac{b_n-a_n}{a_n\cdot b_n}\right|\to 0,$$

кад $n\to\infty$, а новодефинисани низови помоћу операција $+$, $\cdot$, $-$ и $^{-1}$ су низови затворених и уметнутих интервала.

На крају дефинишимо релацију $<$ у скупу $K(Q)$.

$$[a_n,b_n]<[c_n,d_n]\Leftrightarrow(\exists n_0\in N)(\forall n>n_0)\; b_n<c_n.$$

Уведимо још релацију $>$ помоћу следеће еквиваленције.

$$[a_n,b_n]>[c_n,d_n]\Leftrightarrow[c_n,d_n]<[a_n,b_n],\; n=1,2,3,...$$

Дефинишимо сада операције над класама у количничком скупу $K(Q)/\sim$ користећи напред уведене операције у $K(Q)$ на следећи начин

$$C_{[a_n,b_n]}+C_{[c_n,d_n]}=C_{[a_n,b_n]+[c_n,d_n]},$$

$$C_{[a_n,b_n]}\cdot C_{[c_n,d_n]}=C_{[a_n,b_n]\cdot[c_n,d_n]},$$

$$-C_{[a_n,b_n]}=C_{[-b_n,-a_n]},$$

$$(C_{[a_n,b_n]})^{-1}=C_{[a_n,b_n]^{-1}}.$$

Релације $<$, $>$ и позитивност класе дефинишу се на следећи начин:

$$C_{[a_n,b_n]}<C_{[c_n,d_n]}\Leftrightarrow[a_n,b_n]<[c_n,d_n],$$

$$C_{[a_n,b_n]}>C_{[c_n,d_n]}\Leftrightarrow C_{[c_n,d_n]}<C_{[a_n,b_n]},$$

$$C_{[a_n,b_n]}>0\Leftrightarrow[a_n,b_n]>0.$$

где друга 0 може бити, на пример, низ $\left[-\frac{1}{n},\frac{1}{n}\right]$, $n=1,2,...$ или било који други који припада класи првог низа, тј. писаћемо да је, на пример, $0=\left[-\frac{1}{n},\frac{1}{n}\right]$, $n=1,2,...$, а прва нула у последњем реду представља класу еквиваленције претходног низа уметнутих интервала

Напоменимо да су дефиниције операција коректно дефинисане, што се једноставно може доказати. Докажимо коректност операције + у скупу $K(Q)/\sim$.

Нека је $[a'_n, b'_n] \sim [a_n, b_n]$ и $[c'_n, d'_n] \sim [c_n, d_n]$. Ово значи да је

$$\lim_{n\to\infty}|a'_n - a_n| = 0, \quad \lim_{n\to\infty}|b'_n - b_n| = 0, \quad \lim_{n\to\infty}|c'_n - c_n| = 0, \quad \lim_{n\to\infty}|d'_n - d_n| = 0.$$

Сада је

$$0 = \lim_{n\to\infty}|a'_n - a_n| + \lim_{n\to\infty}|c'_n - c_n| \geq \lim_{n\to\infty}|(a'_n + c'_n) - (a_n + c_n)|.$$

Значи,

$$\lim_{n\to\infty}|(a'_n + c'_n) - (a_n + c_n)| = 0.$$

На исти начин се показује и да је

$$\lim_{n\to\infty}|(b'_n + d'_n) - (b_n + d_n)| = 0.$$

Из претходне две релације се добија да је

$$[a'_n + c'_n, b'_n + d'_n] \sim [a_n + c_n, b_n + d_n],$$

а на основу сабирања у скупу $K(Q)$ важи да је

$$[a'_n, b'_n] + [c'_n, d'_n] \sim [a_n, b_n] + [c_n + d_n],$$

па је

$$C_{[a'_n, b'_n]+[c'_n, d'_n]} = C_{[a_n, b_n]+[c_n, d_n]}.$$

Узимајући у обзир сабирање класа у количничком скупу $K(Q)/\sim$, следи да је

$$C_{[a'_n, b'_n]} + C_{[c'_n, d'_n]} = C_{[a_n, b_n]} + C_{[c_n, d_n]},$$

па дефинисано сабирање класа у скупу $K(Q)/_{\sim}$ не зависи од представника класа.

Коректност осталих операција слично се показује.

Сада се може доказати следећа теорема.

Теорема 1. Структура $(K(Q)/\sim, +, \cdot, -, ^{-1}, <)$ је уређено поље.

Скуп $K(Q)/\sim$ садржи подскуп Q' који је изоморфан са скупом рационалних бројева Q. Подскуп Q' је свакако онај скуп из $K(Q)/\sim$ који садржи оне класе чији су представници низови уметнутих и затворених интервала, под условом да за сваки низ интервала постоји тачка у скупу Q која припада свим интервалима. На пример, класе $C_{[1,1]}, C_{[0,0]}, C_{[-1,-1]}, \ldots \in Q'$. Изоморфизам између Q и Q' лако се уочава.

Означимо са R скуп $K(Q)/\sim$.

Теорема 2. Сваки Кошијев низ из Q' конвергира у R.

Доказ. Нека је (a_n) Кошијев низ рационалних бројева и тада је $C_{[a_1,a_1]}, C_{[a_2,a_2]}, \ldots, C_{[a_n,a_n]}, \ldots$ Кошијев низ у $K(Q)/\sim$. Конструишимо следећи низ уметнутих интервала $[a_n, b_n]$. Како је низ (a_n) Кошијев, имаћемо да $(\exists n_0 \in N)|a_n - a_m| < 1,\ m, n \geq n_0$ и тада су сви чланови низа, сем њих коначно много, у интервалу $(a_{n_0} - 1, a_{n_0} + 1)$ и нека је $c_1 = a_{n_0} - 1$ и $b_1 = a_{n_0} + 1$. Даље, имамо да $(\exists n'_0 \in N)|a_n - a_m| < \frac{1}{2},\ m, n \geq n'_0$ и сада су скоро сви чланови низа (a_n) у интервалу $\left(a_{n'_0}-\frac{1}{2},a_{n'_0}+\frac{1}{2}\right)$. Могу да наступе следећи случајеви:

$$1)\ \left(a_{n'_0}-\frac{1}{2},a_{n'_0}+\frac{1}{2}\right)\subset[c_1,b_1];\quad 2)\ a_{n'_0}-\frac{1}{2}<c_1;\quad 3)\ a_{n'_0}+\frac{1}{2}>b_1.$$

У првом случају ставимо да је $c_2=a_{n'_0}-\frac{1}{2}$ и $b_2=a_{n'_0}+\frac{1}{2}$. Уколико $a_{n'_0}-\frac{1}{2}<c_1$, ставимо да је $c_2 = c_1$. У трећем случају нека је $b_2 = b_1$. Без умањивања општости претпоставимо да је $[c_2, b_2] \subset [c_1, b_1]$.

Слично $(\exists n''_0 \in N)|a_n-a_m|<\frac{1}{3},\ m,n\geq n''_0$. Закључујући као малопре, добијамо трећи члан низа $[c_3, b_3]$.

Понављањем поступка добијамо низ уметнутих интервала $[c_n, b_n]$ такав да сваки члан низа садржи бесконачно много чланова низа (a_n).

Из конструкције низа $[c_n, b_n]$ и из чињенице да је низ (a_n) Кошијев, лако се доказује да је низ $C_{[c_1,b_1]},C_{[c_2,b_2]},\ldots$ гранична вредност Кошијевог низа $C_{[a_1,a_1]}$, $C_{[a_2,a_2]}$, ..., $C_{[a_n,a_n]}$, тј. да важи да је

$$\left|C_{[c_n,b_n]}-C_{[a_m,a_m]}\right|=C_{[c_n-a_m,b_n-a_m]}<C_{[\varepsilon,\varepsilon]},$$

за довољно велике вредности m и n.

Теорема 3. Структура ($K(Q)/\sim, +, \cdot, -, ^{-1}, <$) је Архимедово поље.

Теорема 4. Сваки Кошијев низ из R конвергира у R.

На основу претходних теорема доказано је да је структура ($K(Q)/\sim, +, \cdot, -, ^{-1}, <$) потпуно уређено поље. Ова структура се зове скуп реалних бројева. На овај начин, конструкција скупа реалних бројева R је завршена.

ЛИТЕРАТУРА

[1] С. Аљанчић: *Увод у реалну и функционалну анализу*, Грађевинска књига, Београд, 1968.

[2] З. И. Боревич и И. Р. Шафаревич: *Теория чисел*, «Наука», Москва, 1964.

[3] Божић, Ивић, Јовановић, и др.: *Бројеви*, Школска књига, Загреб, 1985.

[4] А. А. Бухштаб: *Теория чисел*, «Просвещение», Москва, 1966.

[5] G. Cantor, R. Dedeking: *Briefwechsel*, ed. J. Cavailles – E. Noether, Actual Scient. Ind., No 518, Paris (Herman), 1937.

[6] R. Courant, H. Robbins: *What is mathematics (An elementary approach to ideas and methods)*, Oxford University Pres 1941, London, New York, Toronto.

[7] R. Dedeking: *Stetigkeit und irationale Zahlen*, Braunschweig, 1872.

[8] R. Dedekind: *Was sind und sollen die Zahlen*, Vierweg, 1898.

[9] L. E. Dikson: *Introduction of the theory of numbers*, Chicago, 1931.

[10] S. F. Feferman: *The number systems*, Addison–Vosley Publ. Co. Reading, Mass. 1963.

[11] Ђ. Курепа: *Виша алгебра I и II*, треће издање, Грађевинска књига, Београд, 1979.

[12] Б. Мијајловић: *Од природних бројева до октава*, Педагошки факултет, Јагодина, 2010.
[13] С. В. Прешић: *Реални бројеви*, Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, 1985.

Branislav Mijajlovic, Vladimir Ristic

ONE METHODOLOGICAL APPROACH TO THE REAL NUMBERS' CONSTRUCTION BY USING THE LINE OF INTERVALS

Summary: In this paper we give one way of real numbers' construction by using the line of open and interposal intervals which endings are in the set of rational numbers *Q*. In this construction we use the set of all lines of the open and interposal intervals over the scope *Q* and in such set we introduce the relation of the equivalence in order to construct completely edited scope.

Key words: scope of the real numbers, lines of interposal intervals, completeness.

Милан Живановић
Техничка школа
Бајина Башта

514.112

ЦЕНТАР УПИСАНЕ КРУЖНИЦЕ ТРОУГЛА (РЕШАВАЊЕ ПРОБЛЕМА НА ВИШЕ НАЧИНА)

Апстракт: У раду ће бити представљен метод одређивања центра уписане кружнице троугла без употребе симетрала углова и неке његове примене на правоугли троугао. На тај начин ће метода решавања проблема на више начина бити теоријски обогаћена још једним елементарним поступком примењивим у настави у основној школи.

Кључне речи: Центар кружнице уписане у троугао, симетрала угла, симетрала дужи, Питагорина теорема

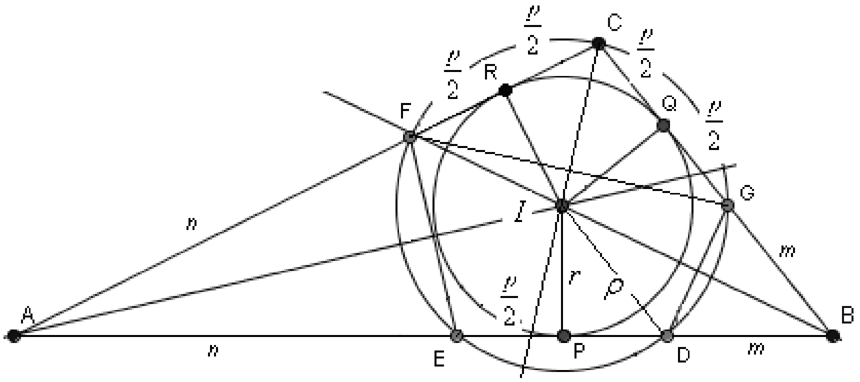
Први писани траг тврђења о локализацији центра уписане кружнице у троугао налазимо код Еуклида. У четвртој књизи *Елемената* он у четвртом тврђењу доказује да се ова значајна тачка налази у пресеку симетрала унутрашњих углова троугла. За одређивање полупречника уписане кружнице потребно је конструисати нормалу из центра на једну од страница троугла. Пресечна тачка ове нормале са страницом троугла (тачка додира) и центар уписане кружнице тада одређују полупречник уписане кружнице. У нашој настави се конструкција додирне тачке најчешће изоставља, па се она (додирна тачка) одређују приближним отвором шестара од центра кружнице према једној од страница троугла. Морамо се сложити да таква конструкција математички није коректна.

Дакле, од трећег века пре нове ере па до данашњих дана у настави се овај поступак обрађује већ у основним школама. Чињеница да је метод елементаран вероватно је обесхрабривала математичаре да потраже и неки други, макар и нешто сложенији, начин одређивања центра и полупречника уписане кружнице у троугао. Циљ овог текста је управо то: да представи нов начин конструкције центра уписане кружнице троугла и њених додирних тачака са страницама троугла без употребе симетрала унутрашњих углова. На тај начин се и теоријски обогаћује и метод решавања проблема на више начина, за који већина математичара сматра да је један од најпродуктивнијих. Тиме оправдавамо и поднаслов чланка. У тексту ће бити представљени само нови начини решавања датих проблема без упоредне анализе са широко примењиваним поступцима у досадашњим методима решавања истих.

Дакле нека је дат произвољан троугао ABC тако да је

$$(1)\ a < b < c,$$

и нека су дате тачке: $E \in AB$ и $BE = a$; $D \in AB$ и $AD = b$; $F \in AC$ и $AF = AE$; $G \in BC$ и $BG = BD$ (види слику 1).



Слика 1

Тада $BG = BD = c - b$ обележимо са m, $AE = AF = c$ - a са n и $CF = CG = a + b - c$ са p. Тада су странице троугла једнаке:

$$c = AB = AE + ED + DB = n + p + m;$$
$$a = BC = BG + GC = m + p;$$
$$b = AC = AF + FC = n + p.$$

Теорема. Петоугао EDGCF је тетиван.

Доказ: Полуправе AI, BI, CI су симетрале основица EF, DG, GF једнакокраких троуглова AEF, DBG, CFG, па самим тим и унутрашњих углова при врховима тих троуглова. Како су наведени углови и унутрашњи углови троугла ABC, то су полуправе AI, BI, CI симетрале углова α, β, γ троугла ABC, па се према томе секу у тачки S, која је центар кружнице уписане у тај троугао. Важи такође да је $ID = IE = IF = IG$, јер је тачка I пресечна тачка и симетрала дужи GD, EF, FG, па је подједнако удаљена од њених крајева. Значи четвороугао $DEFG$ је тетиван. Даље нека су P, Q, R додирне тачке уписане кружнице троугла ABC са његовим страницама AB, BC, AC. Тада имамо да је: $AR = AP \wedge AC = AD \Rightarrow AC - AR = AD - AP = \dfrac{p}{2}$ тј. $RC = PD$. Сада се лако уочава подударност троуглова IRC и IPD ($RC = PD$, $\measuredangle IRC = \measuredangle IPD$, $IR = IP$), а из њихове подударности следи $IC = ID$. Закључујемо да је петоугао $DEFCG$ тетиван и да се центар кружнице описане око тог петоугла поклапа са центром кружнице уписане у троугао ABC.

Последица 1. Центар кружнице уписане у разностраничан троугао ABC, налази се у пресеку симетрала дужи CF и CG.

Последица 2. Центар кружнице уписане у правоугли троугао ABC, ($\measuredangle C = 90°$) је средиште дужи FG.

У наредних неколико примера показаћемо могућности примене теореме 1 и њених последица.

1. *Одредити центар кружнице уписане у разностраничан троугао, а затим уписати кружницу у тај троугао.*

Нека је дат разностраничан троугао као на слици 1. На основу претходно реченог конструкцију можемо извршити у следећим корацима:

i) У пресеку лука *l*(*B*, *BC*) и странице *AB* одредимо тачку *E*;

ii) У пресеку лука *l*(*A*, *AE*) и странице *AC* одредимо тачку *F*;

iii) У пресеку лука *l*(*C*, *AF*) и странице *BC* одредимо тачку *G*;

iv) Конструишимо симетрале дужи *CF* и *CG* и у њиховом пресеко одредимо тачку *I* која је центар уписане кружнице

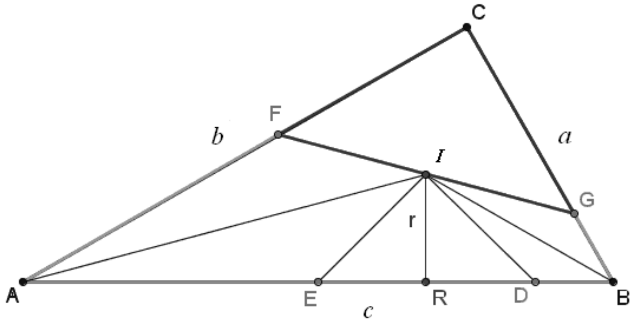
v) Пресечне тачке ових симетрала са страницама *AC* и *BC* су додирне тачке *R* и *Q* уписане кружнице са тим страницама

vi) Са центром у тачки *I* и полупречником *IR* (*IQ*) конструишемо кружницу која је уписана у троугао *ABC*.

Напомена: Конструкција важи и у случају када у неједнакости (1) стоје релације $\leq$.

2. *Доказ Питагорине теореме*

До данашњих дана објављено више стотина доказа Питагорине теореме. У том обиљу идеја је заиста тешко пронаћи нов оригиналан поступак. Користећи последицу 2 овде ћемо управо презентовати један нов доказ. Дакле нека је дат правоугли троугао *ABC* и нека су на катетама *CB* и *CA* одређене тачке *G* и *F*, као у доказу теореме 1 (слика 2.). Тада је *I* средиште дужи *FG* и центар уписане кружнице у правоугли троугао *ABC*.



Слика 2

Троугао *FGC* је једнакокрако правоугли *CF* = *CG* = *a* + *b* − *c*, па је $P_{FGC} = \frac{(a+b-c)^2}{2}$. Троугао *EDI* је такође једнакокрако правоугли са хипотенузом *ED* = *a* + *b* − *c*, па је $P_{EDI} = \frac{(a+b-c)^2}{4}$. Имамо такође да је

$$P_{ABGF} = 2P_{ABI} - P_{EDI} = 2\cdot\frac{rc}{2} - \frac{(a+b-c)^2}{4} = \frac{c(a+b-c)}{2} - \frac{(a+b-c)^2}{4}.$$

Из $P_{FGC} + P_{ABGF} = P_{ABC}$, следи једнакост:

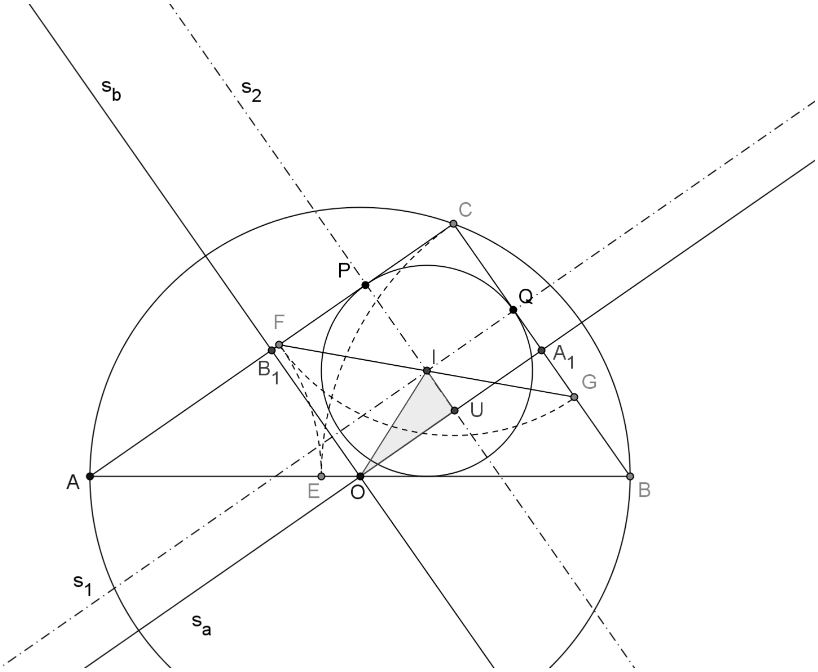
$$\frac{(a+b-c)^2}{2}+\frac{c(a+b-c)}{2}-\frac{(a+b-c)^2}{4}=\frac{ab}{2}.$$

После краћег сређивања добија се на крају:

$$a^2+b^2-c^2=0 \iff a^2+b^2=c^2.$$

3. *Израчунати растојање центра уписане и описане кружнице правоуглог троугла.*

Уочимо да је троугао IOU са слике 3 правоугли, те да се на њега може применити Питагорина теорема. Нека су A_1 и B_1 средишта страница BC и AC а s_a и s_b симетрале истих и нека је O центар описане кружнице. Остале ознаке преузмимо са слике 1 уз увођење s_1 и s_2 за симетрале дужи CG и CF. Нека је још U пресек симетрала s_a и s_2.



Слика 3

Катете троугла IOU можемо одредити на следећи начин:

$$IU=QA_1=\frac{a}{2}-\frac{a+b-c}{2}=\frac{c-a}{2},$$

$$OU=PB_1=\frac{b}{2}-\frac{a+b-c}{2}=\frac{c-b}{2}.$$

Због $IO^2=IU^2+UO^2$ је

$$IO^2=\left(\frac{c-a}{2}\right)^2+\left(\frac{c-b}{2}\right)^2=\frac{(c-a)^2+(c-b)^2}{4}.$$

ЛИТЕРАТУРА

[1] Еуклид, *Елементи*, http://poincare.matf.bg.ac.rs/nastavno/zlucic/

[2] Ђ. Дугошија, В. Јоцковић, В. Андрић, В. Мићић, *Математике за 6. разред основне школе*, Завод за издавање уџбеника, Београд

[3] М. Митровић, С. Огњеновић, М. Вељковић, Љ. Петковић, Н. Лазаревић, *Геометрија за први разред математичке гимназије*, Круг, Београд, 2003.

[4] Живановић Милан*, Питагорина теорема и њен значај у настави математике*, магистарски рад, ПМФ Нови Сад, 2008.

[5] Живановић Милан, *Примјена једне линеарне трансформације у геометрији и алгебри*, докторска дисертација, Филозофски факултет, Пале, 2011.

[6] *http://www.cut-the-knot.org/pythagoras/index.shtml*

Milan Zivanovic

THE TRIANGLE'S CENTER OF THE INCIRCLE (SOLVING PROBLEMS IN MANY WAYS)

Summary: The paper presents the method of determining the incenter of a triangle without the use of the bisector of angles and some of its applications to the right triangle. So will the method of solving problems in many ways be theoretically enriched by one more elementary procedure applicable in teaching in elementary school.

Key words: trianglel's center of the incircle, bisector of angle, bisector of straight line, Pythagoras theorem

Bernadin Ibrahimpašić, Edin Liđan
Pedagoški fakultet Univerziteta u Bihaću
Bosna i Hercegovina

VJEROJATNOSNA PROCJENA VRIJEDNOSTI BROJA π

Apstrakt: Vjerojatnosni algoritmi su algoritmi koji neke svoje odluke ostavljaju slučaju i osnovna karakteristika im je da mogu različito reagirati ako su primijenjeni dva puta na isti slučaj. Odgovor dobijen vjerojatnosnim algoritmom je uvijek aproksimativan, ali se njegova preciznost poboljšava kako se povećava vrijeme koje algoritam koristi. U ovom radu ćemo pomoću nekih numeričkih vjerojatnosnih algoritama procijeniti broj π i još neke iracionalne brojeva. To ćemo učiniti jednostavnim eksperimentima rasipanja čačkalica za zube na drveni pod i gađanjem mete pomoću strelica.

Ključne riječi: Vjerojatnosni algoritam, Buffonov problem, darts eksperiment

Generatori slučajnih brojeva

Algoritam predstavlja precizno opisan način rješavanja nekog problema. Za skoro svaki problem postoji algoritam za njegovo rješavanje. Za neke probleme postoji i više algoritama za njihovo rješavanje. U procesu izvođenja algoritma ne smiju se uključivati subjektivne odluke. Jedna od klasa algoritama koja odstupa od ovakvog zahtjeva su vjerojatnosni algoritmi. Oni ipak neke svoje odluke ostavljaju slučaju. Odgovor dobijen vjerojatnosnim algoritmom je uvijek aproksimativan, ali se njegova preciznost povećava kako se povećava raspoloživo vrijeme za njegovo korištenje.

Kod implementacije vjerojatnosnih algoritama, često se dolazi u situaciju da su nam potrebni slučajni brojevi. Pojam slučajnih brojeva je u očitoj kontradikciji s pojmom računara kao determinističke naprave. Međutim, tu se ne radi o potpuno slučajnim brojevima, jer pravi generatori slučajnih brojeva u praksi nisu dostupni. Najčešće su kao zamjena u upotrebi pseudoslučajni generatori. U ovom slučaju se ne radi o brojevima koji su u potpunosti slučajni, nego o brojevima koji se samo na prvi pogled izgledaju slučajni, tj. riječ je o takozvanim pseudoslučajnim brojevima. Pseudoslučajni generatori su determinističke procedure koje mogu generisati duge nizove vrijednosti koje imaju slučajan slijed. Da bi se takav niz započeo, treba osigurati početnu vrijednost, tzv. sjeme (engl. seed). Problem je što isto sjeme uzrokuje uvijek nastanak istog niza i zato da bismo osigurali različite nizove, možemo npr. izabrati sjeme koje ovisi o vremenu i/ili datumu. Većina programskih jezika ima ovakav generator, iako neke izvedbe treba uzeti s rezervom.

Vjerojatnosna procjena vrijednosti broja π

Postoji nekoliko numeričkih vjerojatnosnih algoritama pomoću kojih se može procijeniti vrijednost, ne samo broja π, nego i nekih drugih iracionalnih brojeva. Ibrahimpašić je u [3] izvršio vjerojatnosnu procjenu vrijednosti brojeva π i $\sqrt{2}$.

Jedan od načina za procjenu vrijednosti broja π je bio uz pomoć poznatog Buffonovog problema. Na ravninu, koja je podijeljena paralelnim pravcima međusobno udaljenim 2*d*, slučajno se baca igla dužine 2*l*. Ako s *A* označimo događaj da igla siječe bar jedan od tih pravaca, onda vrijedi da je

$$P(A)=\frac{2l}{d\pi}.$$

Ako se stavi da slučajna varijabla *X* odgovara broju presjeka igle s pravcem, onda za njeno matematičko očekivanje vrijedi da je

$$EX=\frac{2l}{d\pi}.$$

Uzimajući da je $d = 2l$, tj. da je udaljenost između dva susjedna pravca jednaka dvostrukoj dužini igle, dobija se ako bacimo *n* igala na pod da je očekivani broj *k*, igala koje će pasti na neki pravac, jednaka

$$k=EX(n)=\frac{n}{\pi}.$$

Na ovaj način dobijamo mogućnost da vjerojatnosno procijenimo vrijednost broja *π* na način da puštajući *n* igala na navedenu ravninu i brojeći one koje su pale na neki od pravaca izračunamo

$$\pi=\frac{n}{k}.$$

Drugi način je pomoću takozvanog "darts" eksperimenta, tj. bacanja *n* strelica u kružnu metu poluprečnika *r* upisanu u kvadrat. Označimo li s *k* broj strelica koje su pale u krug, tada prema definiciji geometrijske vjerojatnosti imamo da je omjer broja strelica koje su pale u krug i svih bačenih strelica jednak

$$\frac{k}{n}=\frac{r^2\pi}{4r^2}=\frac{\pi}{4}.$$

Vidimo da i ovdje dobijamo mogućnost da vjerojatnosno procijenimo vrijednost broja *π* računajući

$$\pi=\frac{4k}{n}.$$

Na ovaj način je moguće procijeniti i vrijednost broja $\sqrt{2}$. Ako strelice bacamo samo na dijagonalu opisanog kvadrata, onda od kruga ostaje samo njegov prečnik. Bacimo li *n* strelica na dijagonalu i označimo li s *k* broj strelica koje padnu na prečnik, onda imamo da je

$$\frac{k}{n}=\frac{2r}{2r\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Ovdje dobijamo da je

$$\sqrt{2}=\frac{n}{k}.$$

Novi rezultati

Koristeći (pseudo)slučajni generator simulirali smo navedene eksperimente. Uloga generatora je da osiguraju uniformno distribuirane slučajane brojeve, iz intervala određenih samim eksperimentom, koji simuliraju položaj igle ili koordinate tačke koju je pogodila strelica. Ibrahimpašić je u [3] dobio rezultate koristeći (pseudo)slučajni generator u Turbo Pascalu. Novi rezultati su dobijeni koristeći (pseudo)slučajne generatore u C++ i C#. U cilju komparacije "starih" i "novih" rezultata, simulacija je ponavljana isti broj puta kao i u [3] uz isti broj igala i strelica. Rezultati su prikazani tabelarno.

Za Buffonov problem, uzimajući različite vrijednosti za *n*, broj *k* smo računali 20 puta i uzimali prosječan broj.

$\pi = 3,14159265358979323846...$						
n	Turbo Pascal		C++		C#	
	$k_{prosjek}$	$\pi_{procjena}$	$k_{prosjek}$	$\pi_{procjena}$	$k_{prosjek}$	$\pi_{procjena}$
100	31,80	3,1446540880	31,81	3,1436655140	31,83	3,1416902293
355	113,00	3,1415929204	112,75	3,1485587583	113,00	3,1415929204
710	227,40	3,1222515319	226,60	3,1332744925	226,00	3,1415929204
1000	319,35	3,1313605760	318,31	3,1415915303	317,74	3,1472272928
10000	3201,80	3,1232431757	3183,10	3,1415915303	3183,10	3,1415915303
31416	9999,80	3,1416628333	10000,00	3,1416000000	10000,02	3,1415937168

Za darts eksperiment, za procjenu vrijednosti broja *π*, gdje je *p* broj ponavljanja eksperimenta, imamo sljedeće rezultate.

$\pi = 3,14159265358979323846...$							
n	p	Turbo Pascal		C++		C#	
		$k_{prosjek}$	$\pi_{procjena}$	$k_{prosjek}$	$\pi_{procjena}$	$k_{prosjek}$	$\pi_{procjena}$
28	2000	21,98	3,1400000000	21,90	3,1285714286	22,00	3,1428571429
56	5000	43,95	3,1392857143	43,98	3,1414285714	44,03	3,1450000000
100	1000	78,35	3,1340000000	78,55	3,1420000000	78,53	3,1412000000
100	2000	78,50	3,1400000000	78,50	3,1400000000	78,54	3,1416000000
1000	1000	785,12	3,1404800000	785,40	3,1416000000	785,40	3,1416000000

Za darts eksperiment, za procjenu vrijednosti broja $\sqrt{2}$, gdje je *p* broj ponavljanja eksperimenta, imamo sljedeće rezultate.

$\sqrt{2} = 1,41421356237309504880...$							
n	p	Turbo Pascal		C++		C#	
		$k_{prosjek}$	$\pi_{procjena}$	$k_{prosjek}$	$\pi_{procjena}$	$k_{prosjek}$	$\pi_{procjena}$
50	10000	35,36	1,4140271493	35,36	1,4140271493	35,40	1,41242937853
100	100	70,47	1,4190435646	70,75	1,4134275618	70,71	1,4142271248
100	1000	70,73	1,4138272303	70,70	1,4144271570	70,71	1,4142271248
100	5000	70,71	1,4142271248	70,71	1,4142271248	70,71	1,4142271248
1000	1000	706,99	1,4144471633	707,10	1,4142271248	707,11	1,4142071248

Može se primijetiti da, iako su novi rezultati za nijansu bolji, da nema neke velike razlike u preciznosti procjene u prijašnjoj implementaciji pomoću Turbo Pascala i novim procjenama pomoću C++ i C#. Razlog najvjerojatnije leži u skoro podjednakoj nesavršenosti njihovih (pseudo)slučajnih generatora i nepotpunoj uniformnoj distribuiranosti dobijenih slučajnih brojeva. Ipak, dobijeni rezultati se mogu prihvatiti kao dobre vjerojatnosne procjene traženih vrijednosti.

Treba napomenuti da se navedeni algoritmi mogu poboljšati kombiniranjem vjerojatnosnih i determinističkih algoritama.

LITERATURA

[1] P. Beckmann: *A History of π*, St. Martin's Press, 1971.
[2] G. Brassard, P. Bratley: *Algorithmics, Theory and Practice*, Prentice Hall, 1988.
[3] B. Ibrahimpašić: *Vjerojatnosni algoritmi*, Naša škola, 33(2005), 15 – 24.
[4] D. E. Knuth: *The Art of Computer Programming. Vol 2, Seminumerical Algorithms*, Adison Wesley Longman, 1998.

Bernadin Ibrahimpasic, Edin Lidjan

VALIDITY EVALUATION OF THE π NUMBER

Summary: Validity algorithm values are the algorithms which some of their decisions leave to a specific cases and their basic characteristic is that they can react differently if they are applied two times in the same way. The response that we get by the validity algorithm is always approximate but its accuracy is improving as the time, algorithm it is used, grows rapidly. In this paper we will evaluate the π number and some other irracional numbers by using numeric validity algorithms. The way we will do it is by a simple experimets of throwing away toothpicks on the wooden floor and shooting at the target with darts.

Key words: validity algorithm, Buffon's problem, darts experiment.

CIP - Каталогизација у публикацији
Народна библиотека Србије, Београд

371.3::51(082)

МЕЂУНАРОДНИ научни скуп Методички аспекти наставе математике (2 ; 2012 ; Јагодина)
Методички аспекти наставе математике 2 : [зборник радова са међународног научног скупа одржаног 14-15. маја 2011. године на Факултету педагошких наука Универзитета у Крагујевцу] / [главни уредник Ненад Вуловић ; превод на енглески језик Ивана Ћирковић-Миладиновић]. - Јагодина : Факултет педагошких наука, 2012 (Крагујевац : Сквер). - 474 стр. : илустр. ; 24 cm. - (Посебна издања. Научни скупови / [Педагошки факултет, Јагодина] ; књ. 12)

Радови на срп. и енгл. језику. - Текст ћир. и лат. - Тираж 200. - Стр. 9: Уводна реч / Ненад Вуловић. - Библиографија уз сваки рад. - Summaries.

ISBN 978-86-7604-089-6

а) Математика - Настава - Методика - Зборници
COBISS.SR-ID 195754252