

Милан П. Миликић
Универзитет у Крагујевцу
Факултет педагошких наука у Јагодини
Катедра за дидактичко-методичке науке

УДК 371.3::51
159.953.5.072-057.874
Стручни рад
Примљен: 25. фебруар 2018.
Прихваћен: 8. јун 2018.

ТРАЈНОСТ МАТЕМАТИЧКИХ ЗНАЊА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА СТЕЧЕНИХ У ПРВОМ ЦИКЛУСУ ОБАВЕЗНОГ ОБРАЗОВАЊА

Апстракт: Утисак је да ученици, услед велике количине информација којима су свакодневно изложени, знатно брже заборављају наставне садржаје који су им били изложени на претходним нивоима образовања. У складу са тим, тема овог рада било је испитивање трајности декларативних и процедуралних знања ученика средњих школа о математичким садржајима који се усвајају на часовима редовне наставе у току првог циклуса обавезног образовања. Узорак истраживања су представљала 144 ученика који похађају неколико средњих школа са територије Шумадијског округа. Испитаници су решавали тест састављен од осам задатака који су се односили на декларативна и процедурална знања из области геометрије и аритметике разредне наставе. Резултати истраживања су показали да постоји неуједначеност у трајности декларативних знања из геометрије, док је трајност процедуралних знања из геометрије и укупно знања из аритметике уједначена, без обзира на врсту средње школе коју ученици похађају.

Кључне речи: геометрија, аритметика, декларативна знања, процедурална знања.

ТЕОРИЈСКИ ПРИСТУП ИСТРАЖИВАЊУ

У данашње време ученици морају располагати мноштвом информација, а управо те информације подразумевају и добру обавештеност о садржајима са којима ће се сусретати током даљег школовања и адекватну припремљеност за њих. Знања стечена за време школовања омогућавају ученицима да се боље сналазе у приватном и професионалном животу, као и да та знања користе у реалним животним ситуацијама (Миљановић и др. 2014). На нивоу Европске уније компетентност у области математике идентификована је као једна од кључних компетенција неопходних за лично испуњење, активно грађанство, социјално укључивање и запошљавање у друштву знања у 21. веку (Mathematical Education in Europe: Common Challenges and National Policies 2011).

И поред вођења рачуна да се приликом стицања знања обезбеди њихова трајност у што већој мери, треба имати у виду и да се њихово заборављање јавља као неминован и природан процес (Дејић, Егерић, Михајловић 2015). У *Педагошкој енциклопедији* Шимлеша истиче да усвојена знања морају имати карактер трајности како би могла послужити као предзнање и претпоставка усвајања нових знања. Представници когнитивистичког приступа учењу сматрају да је изузетно велики значај претходних знања којима располаже ученик и да је успех у учењу одређен том чињеницом (Вилотијевић 1999). Да би се обезбедила трајност већ научених садржаја, од пресудног значаја су путеви којима се долази до тих знања. Брунер је предност дао учењу путем открића ослањајући се на поставку да појединац сам конструише знања о свету око себе. Насупрот њему, Оусубел се залаже за учење путем рецепције које је засновано на вербалном излагању наставника обезбеђујући при том да ученици разумеју садржаје и стичу способност уопштавања (Вилотијевић 1999). Говорећи о предностима експозиторног учења, Оусубел наводи да такав начин учења не води мисаоној пасивизацији ученика, већ, напротив, обезбеђује да се нова знања повезују са структуром већ усвојених знања.

У традиционалној настави поступци меморисања информација свODE се на „механичко учење”, а на трајност знања утичу у првом реду свесно и активно учење, повезивање градива и примена теоретских знања у пракси (Поткоњак, Шимлеша 1989). У вези са тим, последњих година код нас је присутан све већи број истраживања која се баве утицајем иновативних модела наставе на квалитет и трајност усвојених знања (Мишчевић-Кадиевић 2009а; Малиновић-Јовановић, Јанковић 2014; Мандак, Павличих 2016).

Појам знања у литератури различито је дефинисан. Пољак знање дефинише као „систем или логички преглед чињеница и генерализација о објективној стварности које је човек усвојио и трајно задржао у својој свести” (Пољак 1982: 13). Блум, пак, знање сматра као нешто мало више од присећања на идеју или феномен у облику блиском ономе на који је човек већ наишао (Дамјановић 2010). Заједно са својим сарадницима Блум је прецизирао и таксономију знања која се узима као темељ за касније утврђене категорије знања. У когнитивном подручју, Роберт Гање издваја две категорије: декларативна и процедурална знања. Под декларативним подразумева све чињенице и разумевање односа међу њима, као и све искуство које је појединац стекао; процедурална знања, пак, дефинише као знања о начинима на које се нешто чини, за чије је успешно коришћење неопходан развој интелектуалних вештина (Вилотијевић 1999).

Мирков (1996) у свом истраживању наглашава да наши наставници приликом тестирања ученичких знања у 90% случајева испитују само декларативна знања ученика (в. Мишчевић-Кадиевић 2009в). Декларативна знања, између осталог, подразумевају репродукцију садржаја које су ученици научили из књиге или чули од учитеља; знања овог типа су карактеристична

по томе што их ученици не умеју применити у свакодневном животу. Такве информације губе употребну вредност и бивају у кратком временском периоду заборављене. Процедурална (оперативна, функционална) знања су квалитетнија од декларативних, трајнија су и омогућавају ученицима да самостално садржаје објасне и образложе и, што је најважније, да умеју да их примене у свакодневном раду у школи и изван ње (Пољак 1982).

МЕТОДОЛОШКИ ОКВИР ИСТРАЖИВАЊА

Једна од битних карактеристика знања јесте и његова трајност, која се огледа у томе да ученик у дугорочној меморији изгради чврсте структуре логички повезаних целина чиме омогућава задржавање стечених знања као трајне својине личности. Квалитет знања, сматра Мишчевић-Кадиевић, подразумева могућност да се она у одговарајућем обиму испоље у различитим временским периодима који следе након непосредног стицања (Мишчевић-Кадиевић 2009б). С обзиром на то да је систем математичких знања која ученици у току школовања стичу распоређен по спиралном моделу, то трајност стечених знања омогућава лакшу надградњу на већ постојећи систем. Наиме, да би ученици успешно могли да у даљем образовању усвајају математичка знања, требало би да добро владају елементарним математичким знањима стеченим у првом циклусу образовања. У складу са тим, *предмет* истраживања у овом раду је трајност декларативних и процедуралних знања ученика средњих школа о садржајима из области геометрије и аритметике са којима су се сусрели у првом циклусу обавезног образовања. Под декларативним знањима подразумевали смо знања која се тичу познавања чињеница и различитих класификација, док смо у процедурална знања уврстили питања о начинима функционисања процеса и практичној примени знања. *Циљ* истраживања био је да се међу ученицима средњих школа утврди у којој мери су трајна знања о геометрији и аритметици која су стекли у току првог циклуса обавезног образовања. *Основни задатак* представља испитивање разлике у трајности усвојених знања из геометрије и аритметике стечених у току првог циклуса образовања у зависности од врсте средње школе коју ученици похађају. *Основна хипотеза* је гласила: очекивано је да су знања из области геометрије и аритметике стечена у првом циклусу обавезног образовања подједнако трајна без обзира на врсту средње школе коју ученици похађају. Из ње су за потребе истраживања изведене посебне хипотезе.

– Нема статистички значајне разлике у трајности декларативних знања из геометрије од првог до четвртог разреда основне школе између ученика гимназије, економске школе, техничке школе и медицинске школе.

– Нема статистички значајне разлике у трајности процедуралних знања из геометрије између ученика различитих средњих школа.

– Нема статистички значајне разлике у трајности декларативних знања из аритметике од првог до четвртог разреда основне школе између ученика различитих средњих школа.

– Нема статистички значајне разлике у трајности процедуралних знања из аритметике између ученика различитих средњих школа.

Инструментни испитивања. За потребе истраживања конструисан је тест знања од 15 задатака, са две групе задатака који су се односили на декларативна, односно процедурална знања из области основношколске геометрије и аритметике. Прва верзија теста, која је обухватала питања о поменим садржајима, исправљена је и коригована да би задовољила одређене метријске карактеристике. Скраћену верзију теста, која се састојала од осам питања, при чему смо водили рачуна да садржи по два декларативна и два процедурална задатка за сваку од две области, применили смо у току другог полугодишта школске 2016/2017. године. Тест садржи четири питања у којима се тражи декларативно знање, при чему се одговара бирањем тачног одговора од понуђених, допуњавањем реченице или заокруживањем онога што припада групи. Декларативна знања ученика мерена су помоћу задатака 1, 3, 5 и 7. Поред декларативних, тест садржи и четири питања у којима се тражи процедурално знање (практична примена знања). Да би се код сваког учесника истраживања утврдило да ли постоји процедура приликом практичне примене знања и редоследа извођења корака, сва питања у којима се тражи процедурално знање су отвореног типа. Процедурална знања мерена су задацима 2, 4, 6 и 8. Својом сложености, задаци из којих се састојао тест одговарају задацима које ученици решавају на завршном испиту у основном образовању и васпитању, а чији је издавач Завод за вредновање квалитета образовања и васпитања. Задаци су тако одабрани да буду у сагласности са образовним стандардима из математике за крај првог циклуса обавезног образовања.

Извршено је прелиминарно тестирање ученика једног одељења које није учествовало у истраживању и на основу добијених резултата поједина питања су претрпела додатне измене. На тај начин добијена је коначна верзија теста која је употребљена у истраживању. Тестирање је реализовано у оквиру редовне наставе, током трајања једног школског часа, како не би постојала могућност да ученици појединих одељења на основу информација које су добили од другова који су већ радили тест додатно обнове градиво пред тестирање и тако покажу нереалну слику о свом знању.

Узорак испитивања. Упитник је иницијално радило 167 ученика, али је након уједначавања делова узорка и уклањања екстремних делова остало 144 ученика чији су упитници разматрани. Учесници истраживања су ученици средњих школа са територије Шумадијског округа који похађају гимназију (30 ученика или 20,8%), економску (48 или 33,3%), техничку (42 или 29,2%) или медицинску школу (24 или 16,7%).

Статистичка обрада података. Приликом обраде података прикупљених истраживањем примењена је статистичка обрада података квалитативном и квантитативном анализом. За статистичку обраду добијених података коришћен је кориснички пакет SPSS 17.0, специјализован за статистичку обраду података. Од статистичких мера и поступака примењени су фреквенција, табеларни приказ резултата, проценти и Хи-квадрат тест.

РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА И ДИСКУСИЈА

Први и трећи задатак у тесту односили су се на декларативна знања о геометријским садржајима (дистрибуција одговора испитаника на задатке дата је у Табели 1; код задатака са неколико примера дата је категорија „делимично тачно”). Први задатак састојао се из пет одвојених захтева који су од испитаника тражили да идентификују одговарајући геометријски појам и његове карактеристике, па изненађује податак да нико од учесника није дао тачан одговор на свих пет тврдњи. Статистичка обрада података указује на недовољно познавање основних геометријских појмова учесника и начин њиховог дефинисања преко родних појмова (32,7% сматра да је правоугаоник врста квадрата, а чак 69,1% није препознало квадрат као врсту правоугаоника). У другом задатку који се односи на декларативна знања из геометрије учесници је требало да међу понуђеним формулама пронађу ону која се користи за израчунавање површине правоугаоника у четвртом задатку. Тестирањем одговора уочен је податак да 50,9% учесника сматра да је одговор $2 \cdot a + 2 \cdot b$ образац за израчунавање површине, што имплицира да не могу са сигурношћу одредити којим обрасцем се израчунава површина а којим обим правоугаоника. Уочена је статистички значајна разлика у трајности декларативних знања из геометрије у односу на врсту школе коју похађају ($\chi^2 = 26,127$; $p = 0,000$). Тако је 37,5% ученика медицинске школе показало да поседује декларативна знања из геометрије, док је таквих само 12,5% ученика који иду у економску школу.

Трајност стечених процедуралних знања из геометрије ученици су исказивали решавањем другог и четвртог задатка на тесту. Други задатак, где је требало осмислити стратегију за одређивање дужина потребних страница како би се израчунао обим дате фигуре, нетачно је урадило 60% учесника. Површина квадрата коју је било потребно израчунати у четвртом задатку директно се ослања на декларативно знање које је учесници требало да покажу проналазећи међу понуђеним формулама ону која се користи за израчунавање површине правоугаоника у трећем задатку. Међутим, четврти задатак са успехом су урадили како учесници који знају образац за израчунавање површине правоугаоника, тако и они који су погрешили у одабиру одговора у трећем задатку. Није уочена статистички значајна разлика у трајности процедуралних знања из геометрије у односу на школу коју ученици

похађају ($\chi^2 = 13,311$; $p = 0,578$), али решавајући задатке са геометријским садржајем учесници су показали да су увежбани у коришћењу алгоритама за израчунавање вредности, чак и ако не владају довољно добро декларативним знањима из поменуте области. Разлог томе је чињеница да ученици некада механички и без разумевања меморишу тип проблема и процедуре које треба применити у њиховом решавању (Трбојевић 2014). С обзиром на то да наставни програми у првом циклусу обавезног образовања обилују геометријским садржајима, очекивано је боље препознавање основних геометријских појмова у различитим контекстима, а што се испоставило као тешкоћа за ученике.

Табела 1. Одговори испитаника дати по задацима

	потпуно тачно	делимично тачно	потпуно нетачно	није одговарало
1. задатак	0,0%	78,2%	7,3%	14,5%
2. задатак	7,3%	/	60,0%	32,7%
3. задатак	18,2%	/	74,5%	7,3%
4. задатак	41,8%	/	32,7%	25,5%
5. задатак	63,7%	9,0%	23,6%	3,7%
6. задатак	43,6%	41,9%	0,0%	14,5%
7. задатак	36,4%	23,6%	32,7%	7,3%
8. задатак	23,6%	38,2%	20,0%	18,2%

Трајност декларативних знања из области аритметичких садржаја испитивана је петим и седмим задатком. У петом задатку од учесника се захтевало да препознају бројевне операције и релације. Међутим, иако се са знацима поменутих операција и релација упознају већ у првом разреду и користе их готово свакодневно током школовања, можемо донети закључак да је испитаницима једноставније да их примене у задацима него да их диференцирају. Седми задатак био је у вези са петим задатком, па је ипак 47,3% учесника који су у петом задатку препознали бројевне операције било у стању да у седмом именује елементе рачунске операције одузимања, док је за дељење то коректно учинило свега 30,9% испитаника. Испитивањем трајности декларативних знања из аритметике уочено је да не постоји статистички значајна разлика у постигнућима ученика у односу на школу ($\chi^2 = 18,421$; $p = 0,782$), па можемо рећи да су постигнућа ученика различитих средњих школа прилично уједначена када је овладаност декларативним знањима у питању.

Шестим и осмим питањем у тесту испитивана је трајност процедуралних аритметичких знања међу ученицима гимназије, економске, техничке и медицинске школе. Разматрањем добијених резултата није уочено постојање

статистички значајне разлике у постигнућима на задацима који су се односили на процедурална знања из аритметике у односу на школу ($\chi^2 = 32,392$; $p = 0,641$). Међутим, проценат оних који су у стању да исправно примене редослед четири основне рачунске операције, што је био један од захтева у примеру под а) у шестом задатку, у знатној мери опада (61,8% учесника је тачно решило овај пример). На основу сагледаних решења осмог задатка, констатовано је да ни знање о класама природних бројева није нешто чиме учесници владају, док нарочито привлаче пажњу они одговори у којима је уочено непоседовање елементарних знања о класама вишецифрених бројева.

Целокупно гледано, резултати учесника у решавању аритметичких задатака нису на завидном нивоу. Када је применљивост декларативних знања о аритметичким садржајима прва четири разреда основне школе у питању, уочено је да се ученици не сналазе са решавањем задатака у којима до изражаја долази поштовање редоследа основних рачунских операција, са писањем датог броја речима, односно цифарама, да нису у стању да своја знања примене у конкретним задацима. Ово је у супротности са резултатима једног ранијег истраживања у којем велики број учитеља и наставника математике аритметику истиче као област математике са наглашеном могућношћу примене у свакодневним ситуацијама (Вуловић, Миликић 2017).

ЗАКЉУЧАК

Резултати истраживања омогућавају одбацивање прве посебне хипотезе и прихватање преостале три хипотезе. Дакле, међу ученицима средњих школа постоји неуједначеност у трајности декларативних знања о геометрији стечених у првом циклусу обавезног образовања, док нема статистички значајне разлике у трајности процедуралних знања о геометрији и укупног знања из области аритметике између ученика различитих средњих школа.

Оно што су резултати истраживања показали јесте да је потребно посветити посебну пажњу увежбавању математичких садржаја, јер је примећено да се знања која из одређене области ученици усвоје у једном разреду у приличној мери забораве у наредним разредима и не могу представљати основу даљој обради одређених садржаја. Поред тога што су краткотрајна, поменута знања су и мање функционална и практично применљива. Узроке за овај феномен треба тражити у активностима учесника наставног процеса, учитељима (њиховом начину рада, методама, коришћеним наставним средствима) и ученицима (недостатку унутрашње мотивације, заинтересованости, недовољно развијеној свести о значају одређених садржаја). У прилог мањој функционалности знања говори и дубоко укоревљен традиционални наставни концепт и традиционални уџбеник, утврђен по моделу излагања првенствено декларативног знања. Због свега тога, радују настојања аутора уџбеничких комплеката за креирање савременог уџбеника који ће ученику

дати активнију улогу у процесу наставе. Теоријски радови упућују да не треба одустајати од намере за конципирањем процедуралних знања у уџбеницима, јер постојање паралелних врста знања о истим садржајима обогаћује дубину разумевања садржаја, даје јаснију слику, а тиме чини стечена знања трајнијим.

Однос модела наставе и трајности декларативних и процедуралних знања није био предмет овог истраживања. У поређењу са традиционалном наставом, иновативни модели наставе могу да омогуће трајније декларативно, процедурално и укупно знање, па би било значајно да се у будућим истраживањима посебна пажња посвети испитивању повезаности иновативних модела наставе са повећањем трајности стечених математичких знања.

ЛИТЕРАТУРА

Вилотијевић (1999): Младен Вилотијевић, *Дигакџика 2*, Београд: Научна књига.

Вуловић, Миликић (2017): Ненад Вуловић, Милан Миликић, Мишљења учитеља и наставника математике о применљивости стечених знања, *Учење и настава*, 3(4), 697–706.

Дамјановић (2010): Радојко Дамјановић, *Блумова џакономија у настави математике*, Крагујевац: Атос.

Дејић, Егерић, Михајловић (2015): Мирко Дејић, Милана Егерић, Александра Михајловић, *Методика математике у разредној настави*, Јагодина: Факултет педагошких наука Универзитета у Крагујевцу.

Малиновић-Јовановић, Јанковић (2014): Нела Малиновић-Јовановић, Сања Јанковић, Проблемска настава и ефикасност остваривања програмских задатака о једначинама, *Годишњак Училијског факултета у Врању*, V, Врање: Учитељски факултет Врање.

Мандак, Павличић (2016): Алија Мандак, Златка Павличић, Улога проблемских задатака из области квадрата и коцке на развој математичких способности ученика, *Зборник радова Училијског факултета*, X, 85–99.

Mathematics Education in Europe: Common Challenges and National Policies (2011). Retrieved in January 2018 from http://eacea.ec.europa.eu/education/eurydice/documents/thematic_reports/132EN.pdf

Миљановић, Јаношевић, Бошковић, Терзић, Стојановић, Јовановић, Станић (2014): Гора Миљановић, Миљојко Јаношевић, Снежана Бошковић, Негра Терзић, Горан Стојановић, Весна Јовановић, Гордана Станић, Задовољство ученика и студентског сестринства избором професије, *Сесиринска реч*, 18(69–70), 20–24.

Мишчевић-Кадиевић (2009а): Гордана Мишчевић-Кадиевић, Конструкција теста декларативног и процедуралног знања, *Психологија*, 42(4), 535–547.

Мишчевић-Кадиевић (2009б): Гордана Мишчевић-Кадиевић, Кооперативни приступ у настави и трајност ученичких знања, *Настава и васпитање*, 58(4), 499–508.

Мишчевић-Кадиевић (2009в): Гордана Мишчевић-Кадиевић, Утицај различитих модалитета кооперативних облика рада на усвајање декларативних и процедуралних знања ученика, *Зборник Института за педагошка истраживања*, 41(2), 383–400.

Пољак (1982): Владимир Пољак, *Дидактика*, Загреб: Школска књига.
Педагошка енциклопедија 1, ур. Никола Поткоњак и Петар Шимлеша, Београд: Завод за уџбенике и наставна средства.

Педагошка енциклопедија 2, ур. Никола Поткоњак и Петар Шимлеша, Београд: Завод за уџбенике и наставна средства.

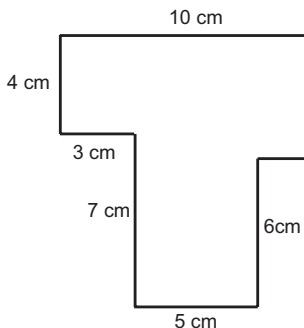
Трбојевић (2014): Александра Трбојевић, *Модели презентације групних садржаја у уџбеницима разредне наставе*, докторска дисертација, преузето са интернета у јануару 2018. на <http://nardus.mpn.gov.rs/handle/123456789/1641?locale-attribute=en>.

ТЕСТ

1. Поред сваког од датих тврђења заокружите слово Т ако сматрате да је тврђење тачно, односно слово Н ако сматрате да је нетачно.

- | | | |
|--|---|---|
| а) Дуж је линија ограничена двама тачкама. | Т | Н |
| б) Правоугаоник је врста квадрата. | Т | Н |
| в) Квадрат је врста правоугаоника. | Т | Н |
| г) Коцка је квадрат коме су све ивице једнаке. | Т | Н |
| д) Квадар има 12 ивица. | Т | Н |

2. Колико износи обим фигуре са слике?



3. Ако су странице правоугаоника a и b , онда се његова површина рачуна по обрасцу (заокружите слово испред тачног одговора):

- а) $2 \cdot a + 2 \cdot b$ б) $a^2 \cdot b^2$ в) $2 \cdot a \cdot b$ г) $a \cdot b$ д) $a + b$ њ) $2 \cdot (b \cdot a)$

4. Страница квадрата износи 3 см. Колика је његова површина?

5. а) Заокружите само знаке рачунских операција:

< + : = - . >

б) Заокружите само знаке бројевних релација:

< + : = - . >

6. Израчунајте вредности следећих израза:

а) $2 + 2 : 2 \cdot 2 - 2 \cdot 2 =$ _____ б) $0 : 8 =$ _____ в) $356 \cdot 0 =$ _____

7. У једнакости $5 + 2 = 7$, број 5 представља први сабирак, број 2 други сабирак, а број 7 је збир. Допуните следеће реченице:

а) У једнакости $9 - 4 = 5$, број 9 представља _____, број 4 је _____, а број 5 је _____.

б) У једнакости $12 : 4 = 3$, број 12 је _____, број 4 је _____, а број 3 је _____.

8. а) Напишите цифрама број: седам стотина двадесет милијарди три милиона осамсто три хиљаде три _____

б) Напишите словима број: 53878080 _____.

Milan P. Milikić

University of Kragujevac

Faculty of Education in Jagodina

Department for Didactics and Methodology

HIGH SCHOOL STUDENTS' SUSTAINABILITY OF MATHEMATICAL KNOWLEDGE ACQUIRED IN THE FIRST FOUR GRADES OF ELEMENTARY SCHOOL

Summary: Due to the large amount of information they are daily exposed to, the impression is that students are much more likely to forget the teaching content they were exposed to at previous levels of education. Accordingly, the goal of this paper was to examine the sustainability of declarative and procedural knowledge of secondary school students about mathematical contents acquired at regular classes during the first four grades of elementary school. The sample of the survey consisted of 144 students attending sever-

al high schools from the territory of the Šumadija district. The respondents were required to solve a test consisting of eight tasks related to declarative and procedural knowledge in the field of geometry and arithmetic and prescribed by lower elementary curricula. The results of the research have shown that there is a disparity regarding the sustainability of declarative knowledge of geometry, while the durability of procedural knowledge of geometry and overall knowledge of arithmetic are similar, regardless of the type of high school that students attend.

Key words: geometry, arithmetic, declarative knowledge, procedural knowledge.